

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.		
نمره			

۱	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{2}f(x)$ متناظر است. ب) نمودار تابع $y = -(x-3)^3$ را می توان با ۳ واحد انتقال نمودار $y = -x^3$ به سمت راست رسم کرد. پ) تابع $f(x) = x^2 - 4x$ روی بازه $[2, +\infty)$ اکیداً صعودی است. ت) اگر $f'(1) = 2$ و $g'(1) = -3$ باشد، حاصل $(3f + g)'(1)$ برابر ۹ است.	۱
۱/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر مقدار a برابر ... باشد، تابع $f(x) = ax + b$ هم صعودی و هم نزولی است. ب) دوره تناوب و مقدار ماکزیمم تابع $f(x) = 3 \sin 2x$ به ترتیب برابر و است. پ) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x+1}{\tan x} \right)$ برابر است. ت) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته، آنگاه f در $x = a$ مشتق پذیر نیست.	۲
۱/۵	در چند جمله ای $P(x) = x^3 + ax^2 + b$ مقادیر a و b را چنان بیابید که باقی مانده تقسیم $P(x)$ بر $x + 2$ برابر -1 و $P(x)$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد.	۳
۱	عبارت $\frac{x^5 + 1}{x + 1}$ را ساده کنید.	۴
۱	نمودار تابع $f(x) = a + \cos bx$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ را به دست آورید. ($b > 0$) 	۵
۱/۵	معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را در بازه $0 \leq x \leq \pi$ حل کنید.	۶
۱/۵	الف) اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ax - 3}{(2-x)^2} = +\infty$ باشد، حدود a را تعیین کنید. ب) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{x - 4x^3}{x^3 + 5}$ را به دست آورید.	۷
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:
رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.	نمره
------	---	------

۸	کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{2[x]}{4-x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن است؟ دلیل خود را بنویسید.	۱/۲۵
	<p>(الف) (ب) (ب) (ت)</p>	
۹	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ای به طول $x = 0$ واقع بر نمودار تابع بنویسید.	۱
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲/۲۵
	الف) $f(x) = \sqrt{7x}(3x^2 + 2)$ ب) $g(x) = \cos^3(2x) - \frac{1}{x}$	
۱۱	با توجه به نمودار تابع f ، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.	۰/۷۵
	<p>(الف) (ب) (ب) (ت)</p>	
۱۲	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t$ گرم است. در چه لحظه ای، آهنگ رشد جرم توده باکتری برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی $0 \leq t \leq 4$ می شود؟	۱/۵
۱۳	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ را رسم کنید.	۲/۲۵
۱۵	فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب های آن، نقطه $(2, 1)$ است. اگر این تابع از نقطه $(-1, 0)$ بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.	۱
۲۰	جمع نمرات	« موفق و سربلند باشید. »

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۴۰۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست ص ۱۰ (ب) درست ص ۱۴ (پ) درست ص ۱۷ (ت) نادرست ص ۱۰۱ هر کدام (۰/۲۵)	۱
۱/۲۵	الف) صفر (۰/۲۵) ص ۱۶ (ب) π و ۳ (۰/۵) ص ۲۷ (پ) صفر (۰/۲۵) ص ۵۳ (ت) نباشد (۰/۲۵) ص ۸۶	۲
۱/۵	صفحه ۲۲ $\begin{cases} p(-2) = -1 \\ p(1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{8}{3}, b = -\frac{11}{3}$	۳
۱	صفحه ۲۰ $\frac{x^5 + 1}{x + 1} = \frac{(x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)}{x+1} = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$	۴
۱	صفحه ۳۴ $T = 2\pi$ (۰/۱۵) $b1 = 0$ (۰/۱۵) $2a = 0$ (۰/۱۵) $a + b = 0$ (۰/۱۵)	۵
۱/۵	صفحه ۴۴ $2 \cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$	۶
۱/۵	صفحه ۵۳ و ۶۹ الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{(2-x)^2} = \frac{0}{0} = +\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-4x^2}{x^2+5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4x^2}{x^2} = -4$	۷
۱/۲۵	صفحه ۵۷ $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^+} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{6}{0^-} = -\infty$	۸
۱	صفحه ۸۸ $f'(0) = m = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = +\infty$	۹
۲/۲۵	صفحه ۹۷ الف) $f(x) = \frac{7}{2\sqrt{x}} (x^2 + 2) - \sqrt{x}$ ب) $g(x) = 3 \sin x - \left(\frac{1}{x^2} \right)$	۱۰

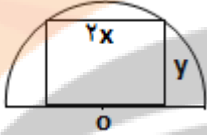
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دردی ماه سال ۱۴۰۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۰/۷۵	گزینه ت صحیح است. (۰/۲۵) مشتق سهمی، تابع خطی (غیر ثابت) است. (۰/۲۵) چون طول نقطه مینیمم، منفی است پس f' محور X ها را در ناحیه $X < 0$ قطع می کند. (۰/۲۵)	۱۱
------	--	----

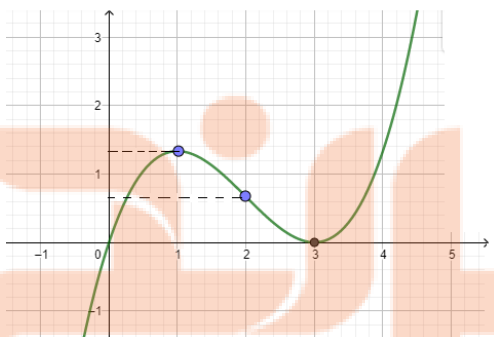
۱/۵	$m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 \quad (0/5) \quad \frac{10-0}{4-0} = \frac{5}{2} \quad (0/5)$ $\frac{1}{2\sqrt{t}} + 2 = \frac{5}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \sqrt{t} = 1 \Rightarrow t = 1 \quad (0/25)$	۱۲
-----	---	----

۱/۲۵	$y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow S(x) = 2x(\sqrt{16 - x^2}) \quad (0/25)$ $S'(x) = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \quad (0/5) \quad x = \sqrt{8}, y = \sqrt{8}$ <p style="text-align: center;">طول $2\sqrt{8}$، عرض $\sqrt{8}$ (۰/۵)</p>		۱۳
------	--	--	----

۲/۲۵	$f'(x) = x^2 - 4x + 3 \quad (0/25) \quad f''(x) = 2x - 4 \quad (0/25)$	رسم نمودار (۰/۷۵) و جدول (۱) نمره	۱۴
------	--	-----------------------------------	----

x	$-\infty$	۱	۲	۳	$+\infty$	
$f'(x)$	+	○	-	-	○	+
$f''(x)$	∩	∩	∪	∪	∪	
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	○	$+\infty$	

Max نسبی نقطه عطف Min نسبی



۱	$cx + d = 0 \Rightarrow d = -2c \quad (0/25) \quad (-1, 0) \Rightarrow \frac{-a+b}{-c+d} = 0 \Rightarrow a = b \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{cx} = 1 \Rightarrow a = c \quad (0/25) \quad f(x) = \frac{x+1}{x-2} \quad (0/25)$	۱۵
---	--	----

۲۰	در نهایت نظر همکاران محترم صائب است.	صفحه ۱۴۴
----	--------------------------------------	----------