

۱- گزینه «۱»

(عمید علیزاده)

چون جمله عمومی یک دنباله حسابی باید از درجه یک باشد بنابراین جمله n^2 باید در مخرج حذف شود. پس:

$$k+2=0 \Rightarrow k=-2$$

$$a_n = \frac{2kn+18}{(k+2)n^2+k-1} \xrightarrow{k=-2} a_n = \frac{-4n+18}{-3}$$

$$a_n = \frac{4}{3}n - 6 < 0 \Rightarrow \frac{4n}{3} < 6 \Rightarrow n < \frac{18}{4}$$

$$\Rightarrow n < 4.5 \Rightarrow n \in \{1, 2, 3, 4\}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

۲- گزینه «۳»

(امسان غنی‌زاده)

$$\left. \begin{aligned} n=1 &\Rightarrow a_1 = b+3 \\ n=3 &\Rightarrow a_3 = b+9 \\ n=7 &\Rightarrow a_7 = b+21 \end{aligned} \right\}, a_1 \times a_7 = (a_3)^2$$

$$\Rightarrow (b+21)(b+3) = (b+9)^2 \Rightarrow b^2 + 24b + 63 = b^2 + 18b + 81$$

$$\Rightarrow 6b = 18 \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow a_n = 3n+3 \xrightarrow{n=2} a_2 = 3 \times 2 + 3 = 9$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

۳- گزینه «۴»

(عمید علیزاده)

$$\left(\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right) (\cos \alpha (1 - \sin \alpha))$$

$$= \left(\frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha (1 - \sin \alpha) = (1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha)$$

$$= 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha = k \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - k$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۴- گزینه «۳»

(میثم بهرامی بویا)

ابتدا هر سه عبارت را به توان ۳ می‌رسانیم.

$$-\sqrt{2} < \sqrt[3]{x+\sqrt{2}} < 2 \Rightarrow -2\sqrt{2} < x+\sqrt{2} < 8$$

$$\xrightarrow{-\sqrt{2}} -3\sqrt{2} < x < 8-\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} -3\sqrt{2} \approx -4/2 \\ 8-\sqrt{2} \approx 6/6 \end{cases} \Rightarrow -4/2 < x < 6/6$$

$$x = -4, -3, \dots, 6$$

پس دارای ۱۱ مقدار صحیح است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

(رضا ذاکر)

۵- گزینه «۳»

عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (1-\sqrt{7})^2 + \frac{6}{2+\sqrt{7}} &= 1-2\sqrt{7}+7 + \frac{6}{\sqrt{7}+2} \times \frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}-2} \\ &= 8-2\sqrt{7} + \frac{6(\sqrt{7}-2)}{3} = 8-2\sqrt{7}+2\sqrt{7}-4 = 4 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

(سیدمحمد سعادت)

۶- گزینه «۲»

با توجه به این که عبارت داده شده یک ریشه دارد و علامت در حوالی آن تغییر کرده است، عبارت از درجه اول است.

$$a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \Rightarrow P(x) = 2x + b \Rightarrow \begin{array}{c|c} & -b \\ \hline P(x) & - \quad | \quad + \\ & 2 \end{array} \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ a = -2 \Rightarrow P(x) = -2x + b \Rightarrow \begin{array}{c|c} & b \\ \hline P(x) & + \quad | \quad - \\ & 2 \end{array} \Rightarrow \text{ق ق} \end{array} \right.$$

$$a = -2 \Rightarrow \frac{b}{2} = 3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow a + b = -2 + 6 = 4$$

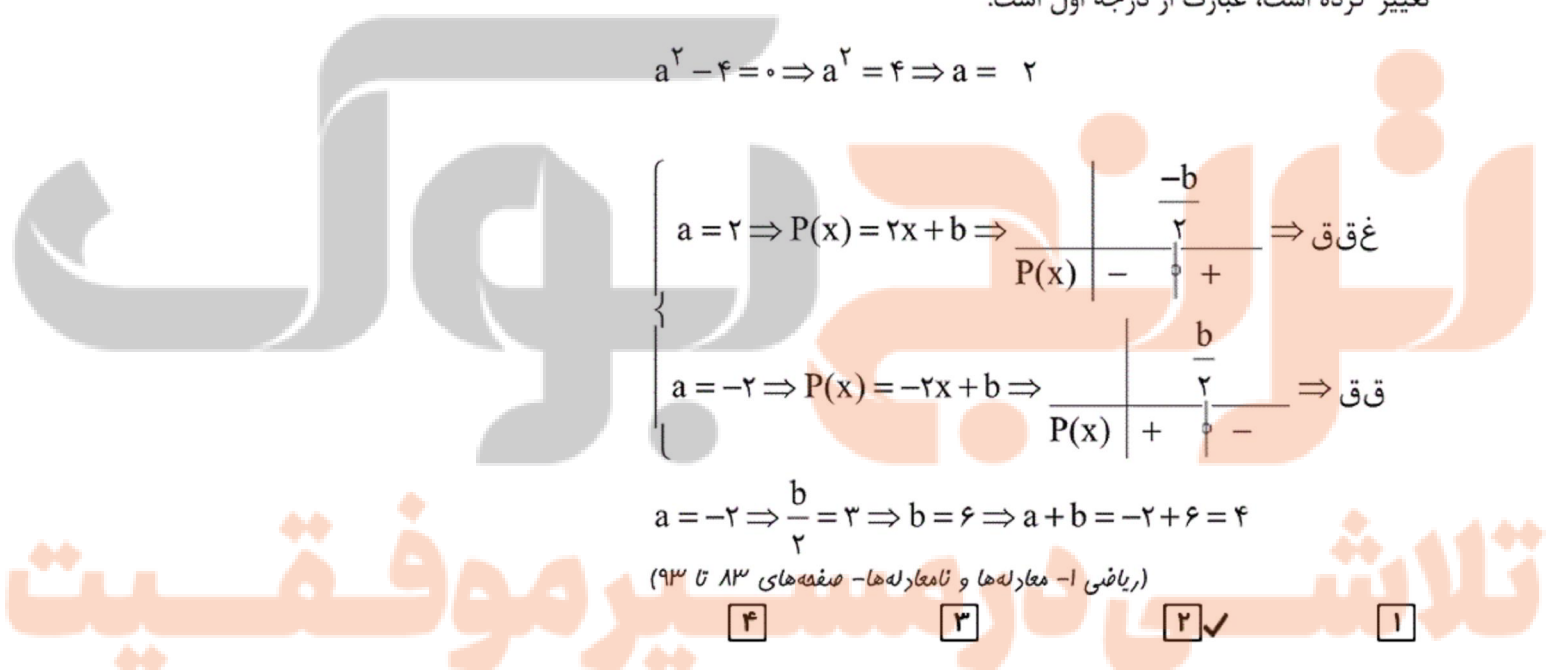
(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲✓

۱



۷- گزینه «۴»

(سوار راوطلب)

می‌دانیم رابطه یک معادله درجه دوم با داشتن مختصات رأس سهمی

به صورت $y = a(x - x_s)^2 + y_s$ می‌باشد، لذا در این جا داریم:

$$y = -2(x + 3m - 5)^2 + m + 2n$$

$$x = -3m + 5 \text{ (طول رأس سهمی)}$$

$$\Rightarrow -3m + 5 = 2 \Rightarrow -3m = -3 \Rightarrow m = 1$$

$$\xrightarrow{\text{سهمی از نقطه } (0, -1) \text{ می‌گذرد}} -1 = -2(0 + 3 - 5)^2 + 1 + 2n$$

$$\Rightarrow -1 = -2(4) + 1 + 2n \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3$$

حال $m = 1$ و $n = 3$ را در معادله سهمی گفته شده جای گذاری می‌کنیم و مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$y = mx^2 + nx + 1 \Rightarrow y = x^2 + 3x + 1$$

$$\xrightarrow{\text{مختصات رأس سهمی}} \begin{cases} x_s = \frac{-3}{2} \\ y_s = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 1 = \frac{9 - 18 + 4}{4} = \frac{-5}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مختصات رأس سهمی: } \left(\frac{-3}{2}, \frac{-5}{4} \right)$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مجتبی نادری)

۸- گزینه «۲»

ضابطه هر تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است.

$$f(5) = 2f(-1) + 1 \Rightarrow 5a + b = 2(-a + b) + 1$$

$$\Rightarrow 5a + b = -2a + 2b + 1 \Rightarrow 7a - b = 1 \quad \text{(I)}$$

$$f(2) = 8 \Rightarrow 2a + b = 8 \quad \text{(II)}$$

$$\xrightarrow{\text{(I), (II)}} \begin{cases} 7a - b = 1 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow 9a = 9 \Rightarrow a = 1$$

$$2a + b = 8 \Rightarrow 2 + b = 8 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow f(x) = x + 6$$

$$\Rightarrow \frac{f(3)}{f(-9)} = \frac{9}{-3} = -3$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۹- گزینه «۳»

(مجتبی ناری)

اگر فقط در تاس اول مضارب ۳ رو شده باشد، داریم:

تاس سوم و تاس دوم و تاس اول

↓

۳ یا ۶
حالت ۲

↓

۱ تا ۶ به جز ۳، ۶
حالت ۴

↓

۱ تا ۶ به جز ۳، ۶
حالت ۴

$$۳۲ = ۲ \times ۴ \times ۴ = \text{تعداد حالات}$$

به همین صورت چون ممکن است تاس دوم فقط مضارب ۳ بیاید یا تاس سوم فقط مضارب ۳ بیاید، سه حالت کلی داریم.

$$۳ \times ۳۲ = ۹۶$$

بنابراین کل حالات ممکن عبارت است از:

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمارش- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳✓

۲

۱

(لیلا مراری)

۱۰- گزینه «۳»

متغیرهای هر سه گزینه «۱»، «۲» و «۴» کمی پیوسته هستند و متغیر گزینه «۳» کمی گسسته است.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۶۹)

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی)

۱۱- گزینه «۳»

ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم:

$$A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{x}{8} \mid x \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ \frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \dots \right\}$$

$$A - B = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots \right\}$$

گزینه (۱): نامتناهی

$$B - A = \left\{ \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}, \frac{10}{8}, \dots \right\}$$

گزینه (۲): نامتناهی

$$A \cap B = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \right\}$$

گزینه (۳): متناهی

گزینه (۴): مجموعه‌های A و B نامتناهی هستند و اجتماع هر دو مجموعه نامتناهی، قطعاً نامتناهی است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳✓

۲

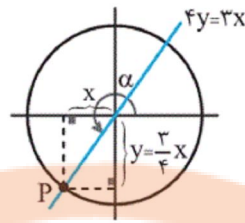
۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۲- گزینه ۴»

(کتاب آبی)

در دایره مثلثاتی داریم:



$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\frac{3}{4}x}{x} = \frac{3}{4}$$

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow[\cos \alpha < 0]{\text{در ناحیه سوم}} \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\xrightarrow[\sin \alpha < 0]{\text{در ناحیه سوم}} \sin \alpha = -\frac{3}{5}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{-\frac{3}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}} = -3$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

۱۳- گزینه ۲»

عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{-4}{3}} = \sqrt[5]{\sqrt[3]{4^3} \times 16} (2^{-1})^{\frac{-4}{3}}$$

$$= 5 \times 2^{\sqrt[3]{4^3} \times 4^2 \times 2^2} = 5 \times 2^{\sqrt[3]{4^3} \times 2^2} = \sqrt[3]{4^3} \times 2^2$$

$$= \frac{1}{4^3} \times 2^4 = (2^2)^3 \times 2^2 = 2^3 = 2^2$$

حال حاصل $(2A)^{\frac{-1}{3}}$ را به دست می‌آوریم:

$$(2A)^{\frac{-1}{3}} = (2 \times 2^2)^{\frac{-1}{3}} = (2^3)^{\frac{-1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری- صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۴- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3^2} + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3^2} + \sqrt{3} + 1} = \frac{2(\sqrt{9} + \sqrt{3} + 1)}{3-1} = \sqrt{9} + \sqrt{3} + 1$$

بنابراین:

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} - 1 = \sqrt{9} + \sqrt{3} + 1 - 1 = \sqrt{9} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$$

پس حاصل عبارت $\sqrt{3}$ برابر $\sqrt{3} + 1$ است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۴

۳

۲✓

۱

۱۵- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

اگر $S(h, k)$ رأس یک سهمی باشد، معادله‌ی آن سهمی به صورت

$y = a(x-h)^2 + k$ است؛ پس در این سؤال، معادله‌ی سهمی به صورت

$y = a(x+1)^2 + 9$ است و از آنجا که سهمی از نقطه $(3, 1)$ می‌گذرد،

با جایگذاری مختصات آن در معادله سهمی، داریم:

$$1 = a(3+1)^2 + 9 \Rightarrow -8 = 16a \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{معادله سهمی: } y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 9$$

که در بین گزینه‌ها، فقط نقطه $(5, -9)$ در این معادله صدق می‌کند.

$$-9 = -\frac{1}{2}(5+1)^2 + 9$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

۱۶- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

همه عبارت‌ها را به یک طرف نامعادله برده و آن را حل می‌کنیم.

$$\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{7x-8}{x^2-x-2} - \frac{x}{x-2} > 0 \Rightarrow \frac{7x-8}{(x+1)(x-2)} - \frac{x}{x-2} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{7x-8-x(x+1)}{(x+1)(x-2)} > 0 \Rightarrow \frac{-x^2+6x-8}{(x+1)(x-2)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-(x^2-6x+8)}{(x+1)(x-2)} > 0 \xrightarrow{\times(-1)} \frac{(x-2)(x-4)}{(x+1)(x-2)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0, x \neq 2 \Rightarrow -1 < x < 4, x \neq 2$$

$$\Rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳✓

۲

۱

۱۷- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

تابع f ثابت است، بنابراین همه مؤلفه‌های دوم با هم برابرند:

$$f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$$

$$\Rightarrow n^2 - 2n = 8 = t = 3m + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n^2 - 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 2) = 0 \Rightarrow n = 4, n = -2 \\ 3m + 2 = 8 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

اگر $n = 4$ باشد:

$$\Rightarrow f = \{(3, 8), (2, 8), (3, 8), (4, 8)\} \rightarrow \text{سه عضو}$$

اگر $n = -2$ باشد:

$$\Rightarrow f = \{(3, 8), (2, 8), (-9, 8), (4, 8)\} \rightarrow \text{چهار عضو}$$

f یک تابع سه عضوی است، پس $n = 4$ قابل قبول است، در نتیجه:

$$m + n + t = 2 + 4 + 8 = 14$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

اگر نمودار تابع $y = f(x)$ را دو واحد به سمت x های منفی انتقال دهیم، x تبدیل به $(x + 2)$ می‌شود و اگر نمودار f را ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال دهیم، از مقادیر y ، ۹ واحد کم می‌شود. با این توضیح، معادله‌ی نمودار مورد نظر سؤال به صورت $y = f(x + 2) - 9$ است، داریم:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - x - 3 \end{cases}$$

$$\| y = f(x + 2) - 9 \Rightarrow y = (x + 2)^2 - (x + 2) - 3 - 9$$

$$\Rightarrow y = (x^2 + 4x + 4) - (x + 2) - 12 = x^2 + 3x - 10$$

برای آنکه بدانیم نمودار $y = x^2 + 3x - 10$ در چه بازه‌ای زیر محور x ها قرار می‌گیرد باید نامعادله $y < 0$ را حل کنیم:

$$x^2 + 3x - 10 < 0 \Rightarrow (x + 5)(x - 2) < 0 \Rightarrow -5 < x < 2$$

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ و ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۹- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

با انتخاب ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه گل از بین ۸ شاخه گل مختلف، طبق اصل جمع خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7}{2 \times 1} \\ &= \binom{8}{3} + \binom{8}{2} \\ &= 70 + 56 + 28 = 154 \end{aligned}$$

توجه: از تساوی $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ برای ساده‌تر کردن محاسبات استفاده کردیم.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

۲۰- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

در پرتاب دو تاس، فضای نمونه‌ای $n(S) = 6 \times 6 = 36$ عضو دارد. برای مجموع دو عدد رو شده هم جدول زیر را داریم که حالت‌های مطلوب در آن مشخص شده‌اند.

تعداد حالت‌ها	مجموع دو عدد رو شده
۱	۲
۲	۳
۳	۴
۴	۵
۵	۶
۶	۷
۵	۸
۴	۹
۳	۱۰
۲	۱۱
۱	۱۲

پس:

$$n(A) = 3 + 5 + 1 = 9 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۴

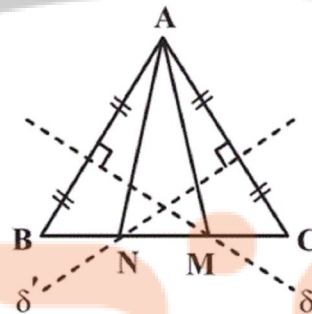
۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

۲۱- گزینه «۲»



$$\hat{A} = 80^\circ, AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180 - \hat{A}}{2} = 50^\circ$$

هر نقطه‌ای واقع بر عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است، پس:

$$\begin{cases} M \in \delta \Rightarrow MA = MB \\ \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 50^\circ \Rightarrow \hat{AMB} = 80^\circ \\ N \in \delta' \Rightarrow NA = NC \\ \Rightarrow \hat{CAN} = \hat{C} = 50^\circ \Rightarrow \hat{ANC} = 80^\circ \\ \Rightarrow \hat{MAN} = 180^\circ - (\hat{AMB} + \hat{ANC}) = 20^\circ \end{cases}$$

بنابراین، کوچکترین زاویه مثلث AMN زاویه $\hat{MAN} = 20^\circ$ است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

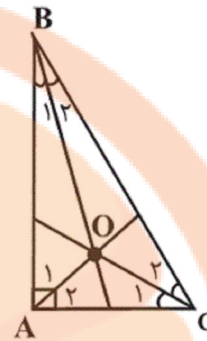
۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

$$\hat{B} < \hat{A} \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} < \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \hat{B}_1 < \hat{A}_1 \Rightarrow AO < BO$$

$$\hat{C} < \hat{A} \Rightarrow \frac{\hat{C}}{2} < \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \hat{C}_1 < \hat{A}_1 \Rightarrow AO < CO$$



$$AC < AB \Rightarrow \hat{B} < \hat{C} \Rightarrow \hat{B}_2 < \hat{C}_2 \Rightarrow CO < BO$$

پس هر سه گزینه «۱»، «۲» و «۳» صحیح‌اند.

اما اثبات نادرستی گزینه «۴»: می‌دانیم $\hat{AOC} = 90^\circ + \frac{\hat{B}}{2}$ پس \hat{AOC}

زاویه‌ای منفرجه است، پس در مثلث OAC که دو زاویه دیگر آن حاده هستند،

\hat{O} بزرگ‌ترین زاویه و در نتیجه ضلع AC در این مثلث بزرگ‌ترین ضلع است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴

۳

۲

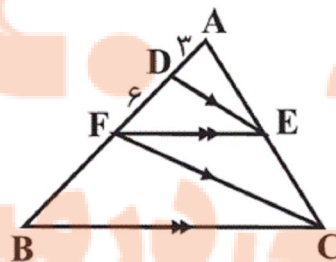
۱

(کتاب آبی)

$$\Delta AFC : DE \parallel FC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AF} = \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3} \quad (*)$$

$$\Delta ABC : FE \parallel BC \Rightarrow \frac{FE}{BC} = \frac{AE}{AC} \xrightarrow{(*)} \frac{FE}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow BC = 3FE$$



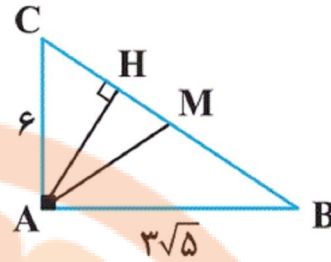
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱



طبق قضیه فیثاغورس: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{36 + 45} = \sqrt{81} = 9 \Rightarrow MC = MB = 4/5$$

از طرفی می‌دانیم $AB \times AC = AH \times BC$ ، پس:

$$AH = \frac{AC \times AB}{BC} = \frac{6 \times 3\sqrt{5}}{9} = 2\sqrt{5}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ACH داریم:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow HC^2 = 36 - 20 = 16 \Rightarrow HC = 4$$

دریافتیم که طول MC برابر $4/5$ است پس طول HM برابر است با:

$$HM = MC - HC = 4/5 - 4 = 0/5$$

حال نسبت مساحت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMH}} = \frac{\frac{1}{2} \times AH \times BC}{\frac{1}{2} \times AH \times HM} = \frac{BC}{HM} = \frac{9}{0/5} = 18$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

۲۵ - گزینه «۳»

ضلع به طول ۲ از مثلث اول با ضلع به طول ۳ از مثلث دوم و ضلع به طول ۴ از مثلث

اول با ضلع به طول ۶ از مثلث دوم متناظر است، زیرا $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ و می‌دانیم که در دو

مثلث متشابه، نسبت محیط‌ها برابر با نسبت اضلاع متناظر (نسبت تشابه) است، پس:

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱

$$(n+1) + \frac{(n+1)(n-2)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2n(2n-3)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2n+2+n^2-n-2}{2} = \frac{2n^2-3n}{2}$$

$$\Rightarrow n^2+n = 2n^2-3n \Rightarrow n^2-4n = 0$$

$$\Rightarrow n(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 4 \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

(هندسه ۱- هندسه‌های - صفحه ۵۵)

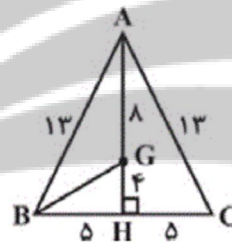
۴ ✓

۳

۲

۱

مطابق شکل، مثلث مورد نظر متساوی‌الساقین بوده و ارتفاع AH، میانه ضلع BC نیز هست. داریم:



$$\Delta ABH : AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$$

می‌دانیم که هر سه میانه مثلث در نقطه G (مرکز ثقل مثلث) هم‌رسند با توجه به شکل داریم:

$$AG = \frac{2}{3} AH = 8 \text{ و } GH = 4$$

چنانچه در مثلث قائم‌الزاویه BHG، قضیه فیثاغورس را بنویسیم، طول BG برابر $\sqrt{41}$ به دست می‌آید. پس رأس A که به فاصله ۸ از G قرار دارد، دورترین رأس مثلث از G است.

(هندسه ۱- هندسه‌های - صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 9 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 20 = b + 2i \Rightarrow b \text{ زوج}$$

از فرض سؤال خواهیم داشت: $i \geq 3$ و $b \geq 5$. پس:

$$20 = b + 2i \xrightarrow{b \geq 5, i \geq 3} b = 6, 8, 10, 12, 14$$

b	6	8	10	12	14
i	7	6	5	4	3

(هندسه ۱- هندسه فضاها- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴

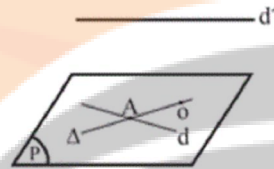
۳

۲

۱

(کتاب آبی)

۲۹- گزینه «۴»



صفحه P از نقطه O گذشته و خط d به تمامی در آن قرار دارد، پس هر خطی مانند Δ که از نقطه O گذشته و با d متقاطع باشد، به تمامی در صفحه P قرار می‌گیرد. چون d' با P هیچ نقطه مشترکی ندارد، نمی‌تواند با خط Δ که به تمامی در صفحه P نیز واقع است نقطه مشترک داشته باشد.

(هندسه ۱- تقسیم فضایی- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

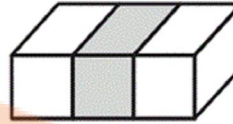
نزدیک بوبک

تلاشی در مسیر موفقیت

۳۰- گزینه ۴»

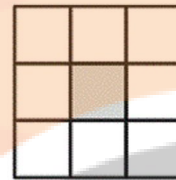
(کتاب آبی)

مکعب‌های کوچکی که در وسط یال‌ها قرار می‌گیرند، دو وجه رنگ شده دارند.



با توجه به اینکه مکعب دارای ۱۲ یال است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر ۱۲ می‌باشد.

از طرفی مکعب‌های کوچکی که در وسط وجه‌های مکعب اصلی قرار دارند، دارای تنها یک وجه رنگ شده‌اند. با توجه به اینکه مکعب دارای ۶ وجه است، پس تعداد این مکعب‌های کوچک برابر ۶ است.



در نتیجه اختلاف تعداد این دو دسته از مکعب‌های کوچک، برابر $12 - 6 = 6$ است.

(هندسه ۱- تقسیم فضایی- صفحه ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معصومه اخفشی)

۳۱- گزینه ۳»

ابتدا حجم منبع آب را به دست می‌آوریم:

$$V = 4 \times 2 / 4 \times 5 = 48 \text{ m}^3 = 48 \times 10^3 \text{ L}$$

حال آهنگ خروج آب را از $\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ به $\frac{\text{L}}{\text{min}}$ تبدیل می‌کنیم:

$$125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3}$$

$$\Rightarrow 125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 7.5 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

$$7.5 / 5 + 12 / 5 = 20 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

آهنگ پُر شدن منبع برابر است با:

زمان پُر شدن منبع بر حسب دقیقه برابر است با:

$$48 \times 10^3 \div 20 = 24 \times 10^2 \text{ min}$$

زمان پُر شدن منبع بر حسب ثانیه برابر است با: $24 \times 10^2 \times 60 = 144000 \text{ s}$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری- صفحه‌های ۶ تا ۱۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا حجم ظاهری کره و حجم حفره را محاسبه می‌کنیم تا به صورت زیر حجم ماده‌ای که کره از آن ساخته شده و آنرا حجم واقعی می‌نامیم، بیابیم:

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 10^3 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{کره واقعی}} = 4000 - 500 = 3500 \text{ cm}^3$$

از طرفی داریم:

$$m_{\text{مایع}} + m_{\text{کره}} = m_{\text{کل}} \Rightarrow \rho_1 V_{\text{حفره}} + m_{\text{کره}} = 8100$$

$$\frac{\rho_1 = 0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{V_{\text{حفره}} = 500 \text{ cm}^3} \rightarrow 0.8 \times 500 + m_{\text{کره}} = 8100$$

$$\Rightarrow m_{\text{کره}} = 7700 \text{ g}$$

اکنون چگالی ماده سازنده کره را محاسبه می‌کنیم.

$$\rho = \frac{m_{\text{کره}}}{V_{\text{کره واقعی}}} = \frac{7700}{3500} = 2.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳✓

۲

۱

نرنگه بوک

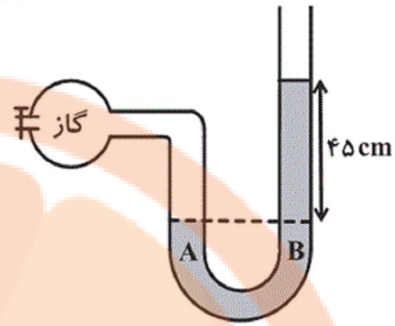
تلاشی در مسیر موفقیت

۳۳- گزینه «۲»

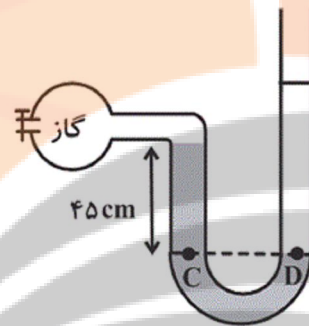
(عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا فشار مخزن را در حالت اولیه محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مخزن}} = P_0 + P_{\text{جیوه}} = 76 + 45 = 121 \text{ cmHg}$$



برای اینکه دوباره اختلاف ارتفاع جیوه درون لوله برابر با ۴۵cm شود، باید فشار هوای درون مخزن را کاهش دهیم تا از فشار هوا کمتر گردد. در این حالت داریم:



$$P_C = P_D \Rightarrow P'_{\text{مخزن}} + P_{\text{جیوه}} = P_0 \Rightarrow P'_{\text{مخزن}} = P_0 - P_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow P'_{\text{مخزن}} = 76 - 45 = 31 \text{ cmHg}$$

آنگاه داریم:

$$\Delta P = P'_{\text{مخزن}} - P_{\text{مخزن}} = 31 - 121 = -90 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

نرآنچه بولک
تلاشی در مسیر موفقیت

۳۴- گزینه «۳»

(زهره آقامهدری)

با توجه به معادله پیوستگی، در قسمتی که سطح مقطع لوله کم باشد، تندی شاره بیشتر است. پس داریم:
 $v_B > v_C > v_A$
 از طرفی با توجه به اصل برنولی، وقتی تندی شاره افزایش می‌یابد، فشار کاهش می‌یابد.

$$P_B < P_C < P_A$$

پس گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست‌اند.

برای گزینه «۳» داریم:

$$A_B v_B = A_C v_C \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}} \frac{d^2}{9} v_B = \frac{d^2}{4} v_C$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{9}{4} v_C = 2.25 v_C$$

در گزینه «۴» داریم:

$$A_C v_C = A_A v_A \Rightarrow \frac{d^2}{4} v_C = d^2 v_A \Rightarrow v_C = 4 v_A$$

پس گزینه «۴» هم نادرست است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد- صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(بهنام رستمی)

۳۵- گزینه «۲»

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، کار برابند نیروها برابر است با

تغییرات انرژی جنبشی. بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Rightarrow 15 + W_{F_2} = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 11^2 - \frac{1}{2} \times 0.5 \times 7^2 \Rightarrow W_{F_2} = 3J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۳۶- گزینه «۱»

(فسرو ارغوانی فرد)

اندازه نیروی اصطکاک را f ، طول سطح شیب‌دار را برابر با d و ارتفاع سطح شیب‌دار را h در نظر می‌گیریم. کار نیروی اصطکاک از A تا B برابر است:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow -fd = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow -fd = (mgh + 0) - (0 + K_1) \Rightarrow -fd = mgh - K_1 \quad (*)$$

کار نیروی اصطکاک در کل مسیر رفت و برگشت برابر است با:

$$K_2 - K_1 = -2fd \quad (**)$$

از حل دو رابطه خواهیم داشت:

$$K_2 - K_1 = 2mgh - 2K_1 \Rightarrow h = \frac{K_1 + K_2}{2mg}$$

$$\Rightarrow h = \frac{\frac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2)}{2mg} = \frac{v_1^2 + v_2^2}{4g} = \frac{20^2 + 10^2}{4 \times 10} = 12.5 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴ تا ۷۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سیدجلال میری)

۳۷- گزینه «۲»

در شکل (۱) با کاهش دمای یکسان، توپ وارد حلقه می‌شود یعنی کاهش قطر توپ بیشتر است و بنابراین ضریب انبساط طولی A بیشتر است. در شکل (۲) با افزایش دمای یکسان، توپ از حلقه عبور می‌کند، پس افزایش قطر حلقه C بیشتر است. یعنی ضریب انبساط طولی بیشتری دارد. بنابراین:

$$\alpha_C > \alpha_A > \alpha_B$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۷ تا ۹۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۳۸- گزینه ۱»

(غلامرضا مهبی)

چون در نهایت مقداری از یخ باقی می‌ماند، یعنی مخلوط آب و یخ در حال تعادل داریم و دمای تعادل صفر درجه سلسیوس خواهد بود، اگر m' جرم یخ ذوب شده باشد، داریم:

$$m' = m - 37/5 \text{ (g)}$$

مقدار گرمایی که جرم m' یخ می‌گیرد تا ذوب شود ($|Q_1|$) برابر با مقدار گرمایی است که آب از دست می‌دهد ($|Q_2|$) تا به دمای تعادل صفر درجه سلسیوس برسد:

$$|Q_1| = |Q_2| \rightarrow \frac{m' = m - 37/5 \text{ (g)}}{L_F} = m' W_C |\Delta\theta|$$

$$L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}, |\Delta\theta| = 20^\circ\text{C}$$

$$(m - 37/5) \times (336) = 750 \times 4/2 \times 20$$

$$\Rightarrow m = 225 \text{ g} = 0/225 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

۳۹- گزینه ۲»

(مسعود قره‌فانی)

می‌دانیم که برای مقدار معینی گاز آرمانی، انرژی درونی با مقدار PV رابطه مستقیم دارد. بنابراین می‌توان گفت:

$$\frac{P_C V_C}{P_A V_A} = \frac{U_C}{U_A} \Rightarrow \frac{P_1 \times 2V_1}{\frac{5}{2} P_1 \times V_1} = \frac{U_C}{8000}$$

$$\Rightarrow \frac{U_C}{8000} = \frac{4}{5} \Rightarrow U_C = 6400 \text{ J}$$

حال می‌توانیم مقدار تغییرات انرژی درونی بین دو نقطه A و C را محاسبه کنیم:

$$\Delta U_{CA} = U_A - U_C = 8000 - 6400 = 1600 \text{ J}$$

همچنین در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ است، پس طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} + W_{CA} \Rightarrow W_{CA} = 1600 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

۴۰- گزینه «۲»

(بانک اسلامی)

با توجه به رابطه بازده یک ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \eta = \frac{Q_H - |Q_L|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_L|}{Q_H}$$

$$|Q_L| = 0.55 Q_H$$

$$\eta = 1 - 0.55 = 0.45 \text{ یا } 45\%$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک - صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)

طبق صورت سؤال:

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

۴۱- گزینه «۴»

$$25 \text{ pm} = 25 \times 10^{-12} \text{ m} = 25 \times 10^{-12} \times 100 \text{ cm}$$

$$= 25 \times 10^{-10} \text{ cm} = 2.5 \times 10^{-9} \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

۴۲- گزینه «۳»

با توجه به اینکه قطعه فلزی به طور کامل در آب فرو رفته است، می‌توان نتیجه گرفت که حجم آبی که درون استوانه بالا آمده است دقیقاً برابر حجم فلز است. با داشتن سطح مقطع استوانه و ارتفاع بالا آمدن آب، حجم قطعه فلز برابر است با:

$$V_{\text{قطعه فلز}} = V_{\text{آب جابه‌جا شده}} = A_{\text{استوانه}} \times h$$

$$= 10 \text{ cm}^2 \times 1.2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^3$$

با داشتن حجم و جرم قطعه فلز، چگالی آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{90}{12} = 7.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

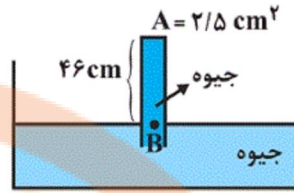
فاز ۱۰۰۰

تلاشی در مسیر موفقیت

۴۳- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

ابتدا با انتخاب نقطه B روی سطح آزاد جیوه فشار وارد بر انتهای بسته لوله را به دست می آوریم:



$$P_B = P_0 = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{انتهای لوله}}$$

$$\Rightarrow 76 = 46 + P_{\text{انتهای لوله}} \Rightarrow P_{\text{انتهای لوله}} = 30 \text{ cmHg}$$

حال فشار انتهای لوله را بر حسب پاسکال به دست می آوریم:

$$P_{\text{انتهای لوله}} = \rho gh \xrightarrow{h=30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}}$$

$$\rho = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$P_{\text{انتهای لوله}} = 13600 \times 10 \times 0.3 = 40800 \text{ Pa}$$

نیروی وارد بر انتهای لوله برابر است با:

$$F = PA \xrightarrow{A=2/5 \text{ cm}^2 = 2/5 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$F = 40800 \times 2/5 \times 10^{-4} = 10.2 \text{ N}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد- صفحه های ۳۲ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

۴۴- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

در اینجا تندی بر حسب سانتی متر بر ثانیه خواسته شده است، بنابراین می توان بدون تبدیل یگاهها به SI، مسئله را حل کرد، اما دقت کنید که سازگاری

یگاهها برقرار باشد. در اینجا آهنگ جریان آب $10^4 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ داده شده است.

بنابراین در دهانه باریک داریم:

$$\text{آهنگ جریان آب} = A_2 v_2 \xrightarrow{A_2=20 \text{ cm}^2} 20 v_2 = 10^4$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{10000}{20} = 500 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

برای یافتن v_1 از معادله پیوستگی کمک می گیریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{v_1}{500} = \frac{20}{40} \Rightarrow v_1 = 250 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد- صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

۴۵- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

تنها نیرویی که در راستای جابه‌جایی (d) به قایق وارد می‌شود نیروی باد (F) است بنابراین فقط این نیرو کار انجام می‌دهد در نتیجه طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\left. \begin{aligned} W_t &= \Delta K = K_2 - K_1 \xrightarrow{v_1=0} W_t = K_2 - 0 = K_2 \\ \Rightarrow W_t &= \frac{1}{2} m v^2 \\ W_t &= W_F = F d \cos 0 = F d \\ \Rightarrow F d &= \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 F d}{m}} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{F \text{ یکسان}}{d \text{ یکسان}} \rightarrow \frac{v_2 \text{ قایق}}{v_1 \text{ قایق}} = \sqrt{\frac{m_1 \text{ قایق}}{m_2 \text{ قایق}}} = \sqrt{\frac{m}{4m}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{v_2 \text{ قایق}}{v_1 \text{ قایق}} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۱- کار انرژی توان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

۴۶- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

$$d = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{d}{t} = \frac{8/22 \times 10^3}{60} = 137 \frac{m}{s}$$

$$P = F v \cos \theta = F v \cos 0 = F v = 3/73 \times 10^5 \times 137$$

$$\Rightarrow P = 511/01 \times 10^5 \text{ W} \xrightarrow{\text{هر اسب بخار (hP)}} \frac{746 \text{ W}}{746 \text{ W}}$$

$$P = 68500 \text{ hP}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

۴۷- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

با استفاده از رابطه میان تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت، داریم:

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32: \frac{\Delta F}{\Delta \theta} = \frac{9}{5} \frac{\Delta F = -\frac{1}{10} F_1 = -0/1 F_1}{\Delta \theta = -6^\circ \text{C}} \rightarrow$$

$$\frac{-0/1 F_1}{-6} = \frac{9}{5} \Rightarrow F_1 = \frac{9 \times 6}{5 \times 0/1} = 108^\circ \text{F}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون فشارسنج، فشار پیمانه‌ای (سنجه‌ای) را نشان می‌دهد و در استفاده از قانون گازهای کامل باید از فشار مطلق استفاده کنیم، لذا، باید فشار هوا را به فشار پیمانه‌ای اضافه کنیم. دقت کنید، در قانون گازهای کامل باید دما بر حسب کلوین و یکای کمیت‌های هم‌جنس در دو طرف رابطه، یکسان باشد.

$$\begin{cases} V_1 = 15 \text{ L} \\ P_1 = P_{g_1} + P_o = 17 + 1 = 18 \text{ atm} \\ T_1 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = 36 \text{ L} \\ P_2 = ? \\ T_2 = 17 + 273 = 300 \text{ K} \end{cases}$$

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{P_2 \times 36}{300} = \frac{18 \times 15}{300}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{18 \times 15 \times 360}{36 \times 300} = 9 \text{ atm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما - صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲ ✓

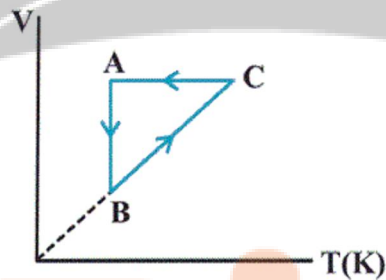
۱

نشان بده بوبک
تلاشی در مسیر موفقیت

می‌دانیم، جهت چرخه در صفحه $V-T$ بر عکس جهت چرخه در صفحه $P-V$ است. بنابراین چون در صفحه $P-V$ داده شده، جهت چرخه ساعتگرد است، باید در صفحه $V-T$ ، جهت چرخه پادساعتگرد باشد.

در این صورت گزینه‌های (۱) و (۳) که جهت چرخه آن‌ها ساعتگرد است، حذف می‌شوند.

از طرف دیگر، چون فرایند BC یک فرایند انبساطی هم‌فشار است، باید فرایند آن در صفحه $V-T$ به صورت خط راستی که امتدادش از مبدا مختصات می‌گذرد رسم شود و جهت فرایند در جهت افزایش حجم و دما باشد. همچنین فرایند تراکمی هم‌دمای AB باید به صورت خط راستی عمود بر محور T و در جهت کاهش حجم (چون $P_B > P_A$ است) و فرایند هم‌حجم CA در جهت کاهش دما رسم شود.



(فیزیک ۱- ترمودینامیک - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

در این چرخه، AB فرایند هم‌فشار، BC فرایند هم‌حجم و CA فرایند بی‌دررو است. بنابراین با توجه به اینکه در چرخهٔ ترمودینامیکی $\Delta U = 0$ و در فرایند بی‌دررو $Q = 0$ و در فرایند هم‌حجم $W = 0$ است، به صورت زیر ΔU در فرایند هم‌فشار را حساب می‌کنیم. دقت کنید، چون در فرایند بی‌دررو حجم گاز کم شده است، $W > 0$ و در فرایند هم‌حجم چون فشار کم شده است، $Q < 0$ می‌باشد.

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \quad \frac{\Delta U_{\text{چرخه}} = 0}{\Delta U = W + Q}$$

$$0 = \Delta U_{AB} + (W_{BC} + Q_{BC}) + (W_{CA} + Q_{CA})$$

$$\frac{W_{BC} = 0, Q_{BC} = -20\text{J}}{Q_{CA} = 0, W_{CA} = +15\text{J}} \rightarrow 0 = \Delta U_{AB} + 0 - 20 + 15 + 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_{AB} = +5\text{J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک - صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

نزدیک بوبک
تلاشی در مسیر موفقیت

۵۱- گزینه «۴»

(معمربسن معمربزاده مقمر)

تنها عنصر دوره چهارم که شمار الکترون های زیرلایه d در آن با شمار الکترون های لایه چهارم برابر است، تیتانیم با آرایش الکترونی فشرده زیر است:



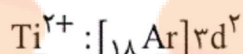
بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: درست، تیتانیم در دسته d جای داشته و شمار الکترون های ظرفیت آن برابر با ۴ (۲+۲=۴) است.

گزینه «۲»: درست، تیتانیم در گروه ۴ جای دارد:

$$۴ = ۲ + ۲ = \text{شماره گروه}$$

گزینه «۳»: درست،



گزینه «۴»: نادرست، شمار الکترون های ظرفیت ۳۱ X برابر است با:



پس، شمار الکترون های ظرفیت تیتانیم از عنصر ۳۱ X بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه های ۳۰ تا ۳۴)

۴

۳

۲

۱

(معمربضا زهره وند)

۵۲- گزینه «۲»

$$N = 1/4e \xrightarrow{\text{بار } 3^+} e = P - 3 \rightarrow N = 1/4(P - 3)$$

$$\xrightarrow{(1)} N = 1/4P - 4/2$$

$$\frac{N}{P} = \frac{4}{3} \Rightarrow 3N = 4P$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 3(1/4P - 4/2) = 4P$$

$$4/2P - 12/6 = 4P$$

$$P = 63 \quad e = 60$$

$$N = 1/4e \rightarrow N = 1/4(60) = 15$$

$$A = P + N = 63 + 15 = 78$$

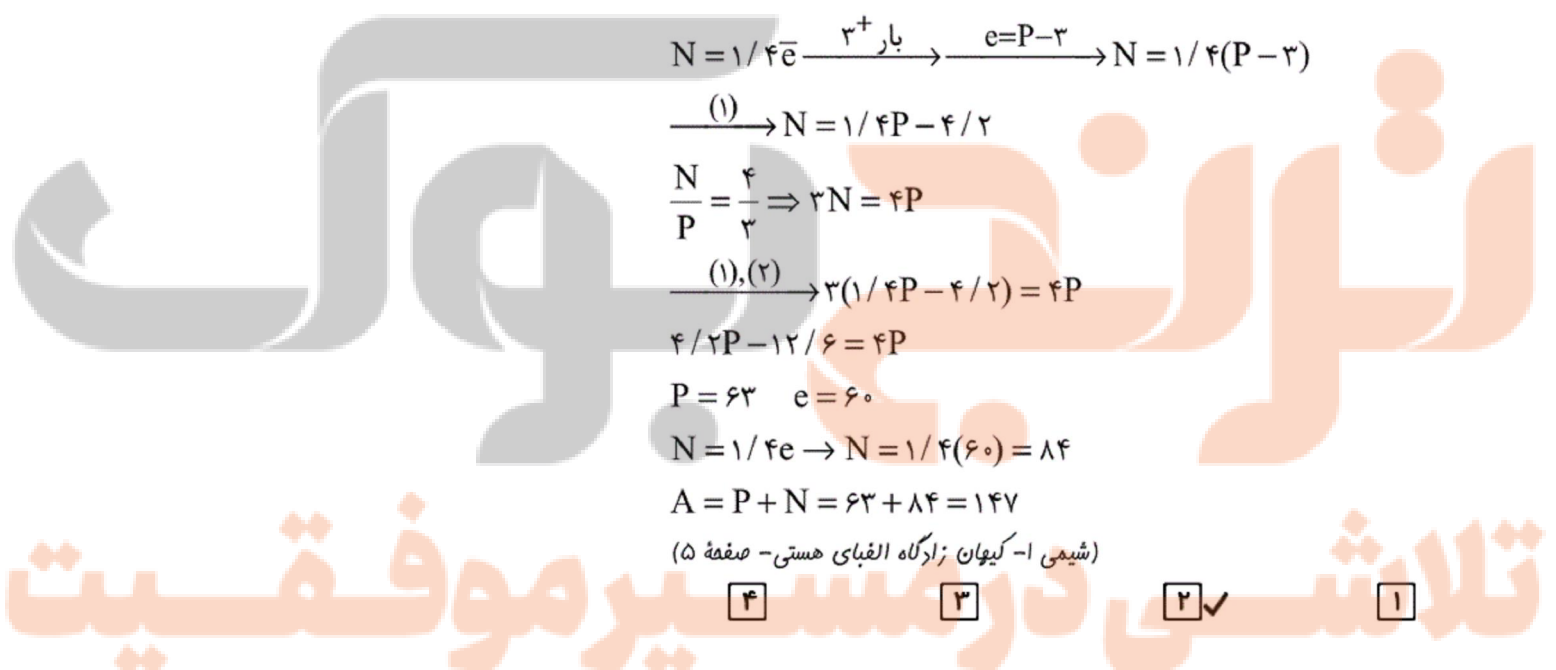
(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه ۵)

۴

۳

۲

۱



۵۳- گزینه ۲»

(پوهان شاهی بیگباغی)

موارد (آ)، (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی برخی از موارد:

آ) رنگ شعله عنصری با عدد اتمی ۱۱ (سدیم) زرد و رنگ شعله نمک‌های اولین عنصر فلزات قلیایی (لیتیم) قرمز است.

ب) تعداد خطوط طیف نشری خطی عنصر لیتیم در ناحیه مرئی همانند عنصر هیدروژن ۴ خط است.

ث) نور خورشید با گذر از منشور تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند که این گستره رنگی، شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۴

۳

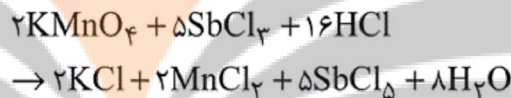
۲

۱

(فاطمه رحیمی)

۵۴- گزینه ۲»

معادله موازنه شده به صورت زیر می‌باشد:



با توجه به معادله موازنه شده واکنش، گزینه «۲» نادرست است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

(علی پری)

۵۵- گزینه ۴»

هوای مایع، شامل سه گونه N_2 ، O_2 و Ar است. ترتیب نقطه جوش این سه ماده به صورت اکسیژن < آرگون < نیتروژن است، پس با افزایش دمای هوای مایع، ابتدا گاز نیتروژن به صورت بخار خارج می‌شود. از گاز نیتروژن می‌توان برای پرکردن و تنظیم باد تایر خودروها استفاده کرد. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ترکیب A، کربن دی‌اکسید است در سوختن ناقص علاوه بر CO_2 ، CO نیز تولید می‌شود.

۲) X نشان دهنده دمای 200°C - درجه سلسیوس است.

۳) آرگون در ساخت لامپ‌های رشته‌ای کاربرد دارد که جزئی از هوای مایع است.

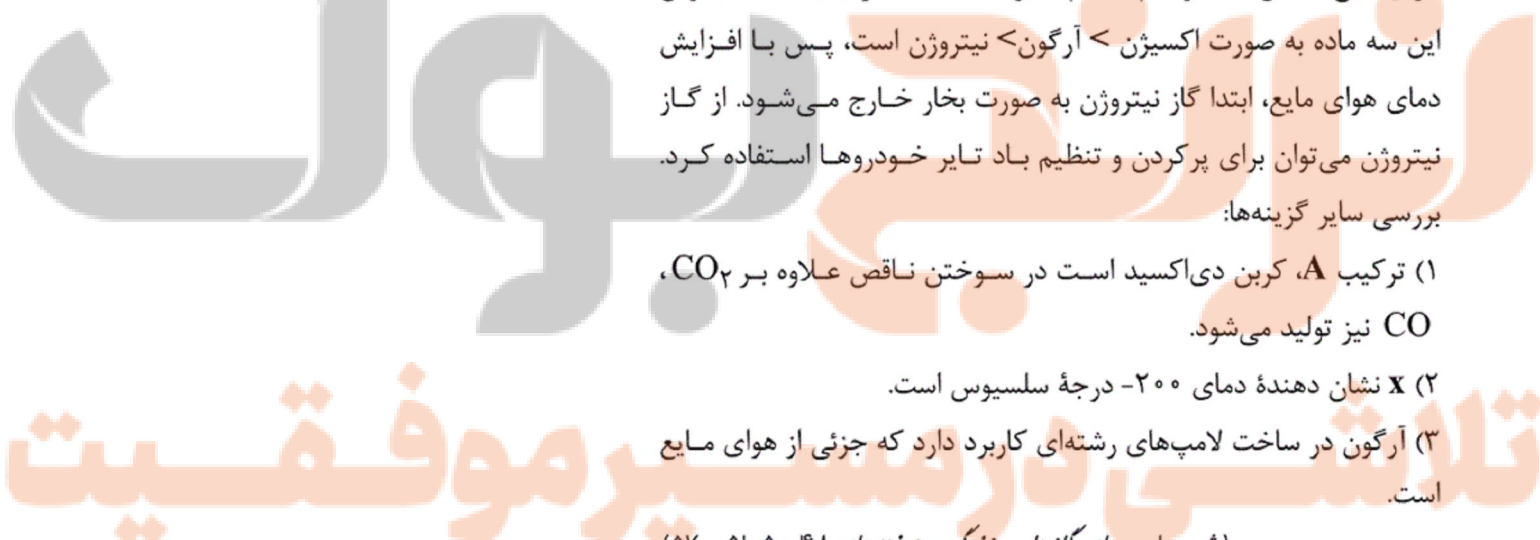
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی- صفحه‌های ۴۸، ۵۰، ۵۱ و ۵۷)

۴

۳

۲

۱



۵۶- گزینه «۲»

(امیر حسین معروفی)

با توجه به معادله واکنش (I)، به ازای تجزیه هر ۲ مول $KClO_3$ ، ۲ مول KCl (معادل با ۱۴۹ گرم) و ۳ مول O_2 (معادل با ۹۶ گرم) تولید می شود، پس به ازای تجزیه هر ۲ مول $KClO_3$ ، ۵۳ گرم اختلاف جرم میان فراورده ها به وجود می آید ($۱۴۹ - ۹۶ = ۵۳$)؛ بنابراین می توان نوشت:

$$\text{اختلاف جرم} = \frac{۲۴}{۵gKClO_3} \times \frac{۱molKClO_3}{۱۲۲/۵gKClO_3}$$

$$\times \frac{۵۳g \text{ اختلاف جرم}}{۲molKClO_3} = ۵/۳g \text{ اختلاف جرم}$$

$$?gKNO_3 = ۲۴/۵gKClO_3 \times \frac{۱molKClO_3}{۱۲۲/۵gKClO_3} \times \frac{۳molO_2}{۲molKClO_3}$$

$$\times \frac{۲molKNO_3}{۱molO_2} \times \frac{۱۰۱gKNO_3}{۱molKNO_3} = ۶۰/۶gKNO_3$$

(شیمی ۱- رد پای گلها در زندگی- صفحه های ۶۱ تا ۶۴)

۴

۳

۲✓

۱

(سید رحیم هاشمی دهکردی)

۵۷- گزینه «۲»

بررسی گزینه نادرست:

به علت وجود یون کلرید (Cl^-) در آب که ناشی از افزایش کلر برای تصفیه

بیولوژیک آب است، واکنش سریعی بین یون های Cl^- و Ag^+ رخ داده و رسوب سفید $AgCl$ تولید می شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه های ۱۹ تا ۹۲)

۴

۳

۲✓

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

ابتدا مقدار گاز نیتروژن موجود در ۲ کیلوگرم آب را به دست می آوریم.

$$60 \text{ mg NH}_3 \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{17 \text{ g NH}_3} \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol NH}_3} \times \frac{28 \text{ g N}_2}{1 \text{ mol N}_2}$$

$$= 0.05 \text{ g N}_2$$

حال مقدار گاز نیتروژن موجود در ۱۰۰ گرم آب را به دست می آوریم.

$$? \text{ g N}_2 = 100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{5 \times 10^{-2} \text{ g N}_2}{2000 \text{ g H}_2\text{O}} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ g N}_2$$

طبق نمودار در دمای 25°C یا 298 کلوین، 2.5×10^{-3} گرم گاز نیتروژن در ۱۰۰ گرم آب حل می شود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی - صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

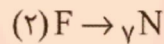
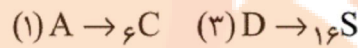
نزد نخبه بوک

تلاشی در مسیر موفقیت

بررسی عبارت‌ها:

آ) اتانول، به علت برقراری پیوند هیدروژنی، دارای گشتاور دو قطبی بیشتری نسبت به استون است اما دقت کنید که هر دو آن‌ها به هر نسبتی در آب حل می‌شوند. (نادرست)

ب) نخست باید عناصر را تشخیص دهیم:



دقت کنیم که:

NO و SO_۲ قطبی اما CO_۲ ناقطبی است. (درست)

پ) مولکول‌های آب، V شکل و قطبی هستند. با توجه به جهت‌گیری

مولکول‌ها در میدان الکتریکی، اتم O، سرمنفی و اتم‌های H سرمثبت

مولکول‌ها را تشکیل می‌دهند. (نادرست)

ت) ابتدا انحلال‌پذیری را در دمای ۴۰°C محاسبه می‌کنیم. با جایگذاری

در معادله:

$$S = \frac{0}{4} \times 40 + 9 = 25$$

بنابراین ۲۵g از این ماده در ۱۰۰g آب حل شده و ۱۲۵g محلول سیر شده

حاصل می‌شود. (درست) $\frac{25}{125} \times 100 = 20\%$ درصد جرمی

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی - صفحه‌های ۹۶، ۹۹ و ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

ابتدا حجم محلول اولیه را به دست می آوریم:

$$\text{حجم محلول اولیه} = 750 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1/25 \text{ g}} = 600 \text{ mL}$$

$$\text{مول حل شونده محلول اولیه} = 600 \text{ mL} \times \frac{8 \text{ mol NaOH}}{1000 \text{ mL}} = 4/8 \text{ mol NaOH}$$

با اضافه کردن محلول، غلظت اولیه ۲ مولار کاهش می یابد (یعنی از ۸ مولار به ۶ مولار می رسد).

$$\text{مجموع مول های حل شونده} = \text{غلظت مولی محلول نهایی} \times \text{مجموع حجم دو محلول}$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{(4/8 + x) \text{ mol}}{(0/6 + 0/4) \text{ L}} \Rightarrow x = 1/2 \text{ mol}$$

حالا از رابطه زیر درصد جرمی محلول را به دست می آوریم:

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow \frac{1/2 \text{ mol}}{0/4 \text{ L}} = 3 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M = \frac{10 \times \text{چگالی} \times \text{درصد جرمی}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 3 = \frac{10 \times a \times 1/2}{40}$$

$$\Rightarrow \text{درصد جرمی} = 10\%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی - صفحه های ۹۶ تا ۹۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

تلاشی در مسیر موفقیت

۶۱- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

عدد جرمی ایزوتوپ‌ها به ترتیب $m+a$ و $m+b$ است و درصد فراوانی آنها به ترتیب x و $100-x$ است:

$$\begin{aligned} \text{جرم اتمی میانگین} &= \frac{(m+a)x + (m+b)(100-x)}{100} \\ &= \frac{mx + ax + 100m - mx + 100b - bx}{100} \\ &= \frac{x(a-b) + 100m + 100b}{100} = \frac{x(a-b) + 100m}{100} + b \end{aligned}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی- صفحه ۱۵)

۴

۳

۲

۱

۶۲- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

مدل اتمی بور فقط توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند و توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها را نداشت.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اتم در حالت برانگیخته ناپایدار است و برای بازیابی حالت پایدار خود و برگشت به حالت پایه، انرژی دریافت کرده را به صورت نور با طول موج معین نشر می‌کند.

گزینه «۳»: الکترون‌های یک لایه، بیش‌تر وقت خود را در آن لایه سپری می‌کنند ولی می‌توانند در همه نقاط پیرامون هسته حضور یابند.

گزینه «۴»: تفاوت انرژی لایه‌ها با افزایش فاصله از هسته کم‌تر می‌شود. بنابراین انرژی الکترون‌ها نیز با افزایش فاصله آن‌ها از هسته به هم نزدیک‌تر می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۴

۳

۲

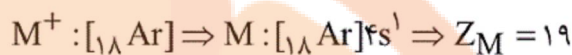
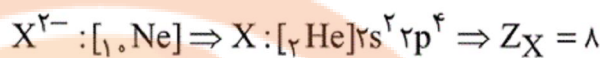
۱

تلاشی در مسیر موفقیت

همه عبارتهای بیان شده درست هستند.

ترکیب یونی M_2X از کاتیون M^+ و آنیون X^{2-} تشکیل شده است.

مطابق سوال می توان نوشت:



بررسی عبارتها:

آ) تعدادی عناصری که بین دو عنصر در جدول دوره‌ای قرار دارد، یکی کمتر

از اختلاف عدد اتمی آنها است، پس داریم:

$$(Z_M - Z_X) - 1 = 10$$

ب) عنصر X (اکسیژن) جزء عناصر دسته p است و زیرلایه p گنجایش ۶

الکترون را دارد. برای عناصر دسته p ، شماره گروه به اندازه ۱۰ واحد از

تعداد الکترون‌های آخرین لایه بیشتر است.

پ) آرایش الکترونی سه عنصر « $19K$ ، $24Cr$ و $29Cu$ » در جدول

تناوبی به زیرلایه $4s^1$ ختم می‌شود، که در دسته‌های s و d جدول تناوبی

قرار دارند.

عبارت ت)

نکته: شمار الکترون‌های مبادله شده در فرایند تشکیل n مول ترکیب یونی

را از رابطه زیر بدست می آوریم:

زیروند یا شمار آنیون (یا کاتیون) \times قدرمطلق بار آنیون (یا کاتیون) $\times n \times N_A$ (که استفاده از آنیون یا کاتیون تفاوتی ندارد)

شمار الکترون‌های مبادله شده در تشکیل سه مول M_2X :

$$3 \times N_A \times |-2| \times 1 = 6N_A$$

شمار الکترون‌های مبادله شده در تشکیل یک مول Ca_3P_2 :

$$1 \times N_A \times |+2| \times 3 = 6N_A$$

پس این دو مقدار برابرند.

از آنجایی که هر دو ترکیب یونی از دو عنصر ساخته شده‌اند، دوتایی هستند.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۴ ✓

۳

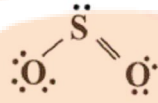
۲

۱

(۱) رسم ساختار کامل مولکول‌های داده شده: $H-C \equiv N:$

تعداد جفت الکترون پیوندی: ۴

تعداد جفت الکترون ناپیوندی: ۱



تعداد جفت الکترون پیوندی: ۳

تعداد جفت الکترون ناپیوندی: ۶

پس نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به شمار الکترون‌های ناپیوندی در یک مولکول HCN برابر ۴ است که این مقدار ۲ برابر نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به شمار الکترون‌های پیوندی در یک مولکول SO_2 است.

(۲) فرمول شیمیایی دی‌نیتروژن پنتاکسید به صورت N_2O_5 است.

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های O}}{\text{تعداد اتم‌های N}} = \frac{5}{2}$$

فرمول شیمیایی کربن تتراکلرید به صورت CCl_4 است. بنابراین تعداد اتم‌ها در هر واحد آن برابر ۵ است.

(۳) فرمول شیمیایی کروم (III) اکسید به صورت Cr_2O_3 و فرمول شیمیایی منیزیم نیتريد به صورت Mg_3N_2 است و همانطور که مشخص است در هر واحد فرمولی هر دو ترکیب، ۵ یون سازنده وجود دارد.

(۴) نام Cu_2S به صورت مس (I) سولفید است نه مس (II) سولفید!

نام ترکیب N_2O ، دی‌نیتروژن مونوکسید است نه دی‌نیتروژن اکسید!

(شیمی ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶ و ۹۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

تلاشی در مسیر موفقیت

۶۵- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

تفاوت جرم کربن دی‌اکسید تولید شده در تولید برق از زغال سنگ و گرمای زمین برحسب کیلوگرم به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق برابر است با:

$$0/9 - 0/03 = 0/87$$

بنابراین:

$$600 \text{ کیلووات ساعت} \times \frac{0/87 \text{ kg CO}_2}{\text{یک کیلو وات ساعت}} = 522 \text{ kg CO}_2$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

۶۶- گزینه «۴»

درستی عبارت (ت): دمای جوش اوزون بیشتر از دمای جوش اکسیژن است. بنابراین در دمایی که اوزون از حالت گاز به مایع تبدیل می‌شود، اکسیژن به حالت گاز می‌باشد.

نادرستی عبارت (الف): ساختار مولکول اوزون و اکسیژن به صورت زیر است:



تعداد الکترون‌های پیوندی در مولکول اوزون بیشتر از مولکول اکسیژن است. نادرستی عبارت (ب): واکنش‌پذیری گاز اوزون بیشتر از گاز اکسیژن است. به همین دلیل در شرایط یکسان پایداری آن کمتر از O_2 است.

نادرستی عبارت (پ): در مولکول اوزون، همه اتم‌های اکسیژن از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

۶۷- گزینه «۱»

برای شناسایی یون Ba^{2+} از یون سولفات (SO_4^{2-}) استفاده می‌کنند که با هم رسوب سفید رنگ BaSO_4 را تولید می‌کنند. واکنش موازنه شده آن‌ها به صورت زیر می‌باشد:



$$\frac{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها}} = \frac{3}{2}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی - صفحه‌های ۱۹ و ۹۰)

۴

۳

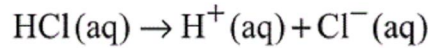
۲

۱ ✓

۶۸- گزینه ۳»

(کتاب آبی)

از انحلال هیدروکلریک اسید، یون‌های زیر تولید می‌شود:



هر مول Cl^- هم‌ارز با یک مول HCl است.

$$\begin{aligned} & 10 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{109/5 \text{ g Cl}^-}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Cl}^-}{35/5 \text{ g Cl}^-} \\ & \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Cl}^-} \times \frac{36/5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{36/5 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{1/2 \text{ g محلول}} \\ & = 2/57 \text{ mL محلول} \end{aligned}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۴

۳✓

۲

۱

۶۹- گزینه ۱»

(کتاب آبی)

$$\text{جرم محلول} = 0/3 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1/2 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 360 \text{ g}$$

$$\text{جرم حل شونده} = 0/3 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} \times \frac{294 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 88/2 \text{ g}$$

$$\text{جرم حلال} = 360 - 88/2 = 271/8 \text{ g}$$

در دمای 35°C انحلال‌پذیری پتاسیم دی کرومات ۲۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. در نتیجه:

$$? \text{ g K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 = 271/8 \text{ g آب} \times \frac{20 \text{ g K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7}{100 \text{ g آب}}$$

$$= 54/36 \text{ g K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$$

در نتیجه درصد جرمی از محلول که به صورت رسوب در آمده است به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{88/2 - 54/36}{360} \times 100 = 9/4 \%$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱✓

۷۰- گزینه ۳»

(کتاب آبی)

HF توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد به همین دلیل نقطه جوش آن بیشتر از HCl است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۴

۳✓

۲

۱