



دفترچه پاسخ

آزمون ۲۳ تیر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مهرداد استقلالیان-محمدسجاد پیشوایی-سعید تن آرا-بهرام حلاج-سجاد داوطلب-سهیل ساسانی-حمید علیزاده-نیما کدیوریان	ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-حسین حاجیلو-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-فرزانه خاکپاش-مسعود خندان-سوکند روشنی-سهام مجیدی-پور-نیلوفر مهدوی-سرژ یقیازاریان-تبریزی	هندسه و آمار و احتمال	
خسرو ارغوانی-فرد-زهره آقامحمدی-امیرعلی حاتم‌خانی-محمدعلی راست‌پیمان-مصطفی کیانی-فاروق مردانی-مجتبی نکوئیان	فیزیک	
علی جدی-امیر حاتمیان-امید رضوانی-مرتضی زارعی-محمدرضا زهره‌وند-عادل زواره‌محمدی-مسعود طبرسا-اکبر هنرمند	شیمی	

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه	هندسه و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینه‌نگار	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	محمدرضا راسخ	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	امیر حاتمیان محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	علیرضا همایون‌خواه	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید اختصاصی

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
فرزانه فتح‌اله‌زاده	حروف‌نگار و صفحه‌آرا
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۱

گزینه ۲

(کتاب آبی جامع مسابان)

سمت چپ، مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت a و جمله اول (1) است. بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{1-a^n}{1-a} &= (1+a)(1+a^2)\dots(1+a^{n-1}) \\ \Rightarrow 1-a^n &= (1-a)(1+a)(1+a^2)\dots(1+a^{n-1}) \\ \Rightarrow 1-a^n &= 1-a^{16} \Rightarrow n=16 \end{aligned}$$

(حسابان ۱- فیبر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

گزینه ۱

(سعید تن آرا)

اگر فرض کنیم α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + ax + b = 0$ باشند، $\alpha + 2$ و $\beta + 2$ ریشه‌های معادله $2x^2 - 5bx + a = 0$ خواهند بود. در معادله اول داریم:

$$S_1 = \alpha + \beta = -\frac{a}{2} \quad \text{و} \quad P_1 = \alpha\beta = \frac{b}{2}$$

و در معادله دوم داریم:

$$S_2 = (\alpha + 2) + (\beta + 2) = \frac{\Delta b}{2} \quad \text{و} \quad P_2 = (\alpha + 2)(\beta + 2) = \frac{a}{2}$$

بنابراین:

$$S_2 = \alpha + \beta + 4 = \frac{\Delta b}{2} = \frac{\alpha + \beta = -\frac{a}{2}}{2}$$

$$-\frac{a}{2} + 4 = \frac{\Delta b}{2} \rightarrow \boxed{a + \Delta b = 8}$$

$$P_2 = \alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4 = \frac{a}{2}$$

$$\frac{\alpha + \beta = -\frac{a}{2}}{\alpha\beta = \frac{b}{2}} \rightarrow \frac{b}{2} + 2(-\frac{a}{2}) + 4 = \frac{a}{2} \rightarrow \boxed{2a - b = 8}$$

$$\begin{cases} a + \Delta b = 8 \\ 2a - b = 8 \end{cases} \rightarrow a = 3, b = 1 \rightarrow a + b = 4$$

(حسابان ۱- فیبر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه ۳

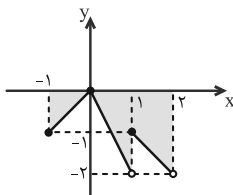
(کتاب آبی جامع مسابان)

تابع را به صورت چندضابطه‌ای نوشته و نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -1 \leq x < 0 & \xrightarrow{|x|=-1} y = -x - 2(-x) = x \\ 0 \leq x < 1 & \xrightarrow{|x|=0} y = 0 - 2x = -2x \\ 1 \leq x < 2 & \xrightarrow{|x|=1} y = x - 2x = -x \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x & , -1 \leq x < 0 \\ -2x & , 0 \leq x < 1 \\ -x & , 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

مساحت ناحیه سایه زده شده برابر است با:



$$S = \frac{1 \times 1}{2} + \frac{1 \times 2}{2} + \frac{1(1+2)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

گزینه ۱

(کتاب آبی جامع مسابان)

با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} f^{-1}(0) = b \Rightarrow f(b) = 0 \\ f^{-1}(a) = \frac{1}{4} \Rightarrow f(\frac{1}{4}) = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{b} - \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow b = 1 \\ \sqrt{\frac{1}{4}} - \frac{1}{\frac{1}{4}} = a \Rightarrow a = \frac{1}{2} - 4 = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = -\frac{7}{2} + 1 = -\frac{5}{2}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

گزینه ۴

(ممرسبار پیشوایی)

ابتدا برد تابع $g(x)$ را می‌یابیم:

$$-1 < |\cos x| - \cos x \leq 0 \Rightarrow R_g = (-1, 0]$$

چون تابع f در بازه $(-1, 0)$ اکیداً یکنواست، با قراردادی ابتدا و انتهای آن در تابع f ، برد تابع $f \circ g$ آن را به دست می‌آوریم:

$$f(-1) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{پس } R_{f \circ g} = \left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right] \text{ است.}$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

گزینه ۳

(کتاب آبی جامع مسابان)

برای تعیین نقاط تقاطع دو نمودار باید معادله زیر را

$$\log_2(x^3 - 2x^2 - 2x + 1) = 1 + \log_2(x + 1) \quad \text{حل کنیم:}$$

$$\log_2(x^3 - 2x^2 - 2x + 1) - \log_2(x + 1) = 1$$

$$\log_2 \frac{x^3 - 2x^2 - 2x + 1}{x + 1} = 1 \Rightarrow \frac{x^3 - 2x^2 - 2x + 1}{x + 1} = 2$$

با تجزیه صورت کسر داریم:

$$(x^3 + 1) - 2x(x + 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1) - 2x(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 - 3x + 1)$$

توجه شود که چون $\frac{\pi}{8}$ کمانی در ناحیه اول است، پس $\sin \frac{\pi}{8}$ مثبت است.

$$A = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{8}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

(کتاب آبی جامع مسابان)

۹- گزینه «۱»

ابتدا توجه کنید که $2 \sin^2 \frac{x}{2} = 1 - \cos x$ ، پس:

$$\sqrt{1 - \cos x} = \sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|$$

اگر $x \rightarrow 0^-$ ، آنگاه $\sin \frac{x}{2} < 0$ در نتیجه $\left| \sin \frac{x}{2} \right| = -\sin \frac{x}{2}$ ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}$$

مزدوج صورت را در صورت و مخرج کسر ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}} \times \frac{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(2+3x) - (2-x)}{(-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2})(\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4x}{(-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2})(\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4}{-\sqrt{2}} \times \frac{x}{\sin \frac{x}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2+3x} + \sqrt{2-x}}$$

با توجه به اینکه $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{k}$ ، حاصل حد اخیر برابر است با:

$$\frac{4}{-\sqrt{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = -2$$

(مسئله ۱- فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

(کتاب آبی جامع مسابان)

۱۰- گزینه «۴»

ابتدا حد چپ تابع را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} [-x] = [-(1^-)] = [-0.99] = -1$$

از آنجا که تابع g در $x=1$ پیوستگی چپ ندارد، بنابراین مقدار تابع g در

$$g(1) = f(1) \neq -1 \quad x=1 \text{ نباید برابر با } -1 \text{ باشد، یعنی:}$$

بنابراین $f(x)$ می‌تواند گزینه (۴) باشد.

(مسئله ۱- فر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

$$\Rightarrow \frac{(x^2-3x+1)(x^2+1)}{x^2+1} = 6$$

بنابراین:

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow x_1, x_2 = \frac{3 \pm \sqrt{9+20}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

از میان دو جواب به دست آمده، جواب $\frac{3-\sqrt{29}}{2}$ از -1 کوچکتر است

و $\log_e(x+1)$ به ازای آن تعریف نمی‌شود. بنابراین معادله فقط یک ریشه دارد و دو نمودار یکدیگر را تنها در یک نقطه به طول مثبت قطع می‌کنند.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۷- گزینه «۱» (مهررادر استقلالیان)

$$\tan 37^\circ = \cot 53^\circ = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan 53^\circ = \frac{4}{3}$$

$$1 + \tan^2 53^\circ = \frac{1}{\cos^2 53^\circ} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 53^\circ} \Rightarrow \cos 53^\circ = \frac{3}{5}$$

$$= \frac{\sin(6\pi - 53^\circ) + \tan(2\pi + 37^\circ) - \sin(9\pi + 53^\circ)}{\tan^2(53^\circ + 53^\circ) - \cos(53^\circ - 53^\circ)}$$

$$= \frac{-\sin 53^\circ + \tan 37^\circ + \sin 53^\circ}{\tan^2 53^\circ + \cos 53^\circ} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{16}{9} + \frac{3}{5}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{107}{45}}$$

$$= \frac{3 \times 45}{4 \times 107} = \frac{135}{428}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۸- گزینه «۳» (سیار داوطلب)

برای حل سؤال از فرمول مثلثاتی $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$ استفاده

می‌کنیم:

$$A = \frac{\cos 2x}{\tan x + \cot x} = \frac{\cos 2x}{\frac{2}{\sin 2x}} = \frac{\sin 2x \cdot \cos 2x}{2} = \frac{1}{4} \sin 4x$$

حال به ازای $x = \frac{\pi}{32}$ خواهیم داشت:

$$A = \frac{1}{4} \sin\left(4 \times \frac{\pi}{32}\right) = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{8}$$

حال برای محاسبه مقدار $\sin \frac{\pi}{8}$ از فرمول مثلثاتی $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

استفاده می‌کنیم:

$$\sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

هندسه ۲

۱۱- گزینه «۳»

(افشین فاضلخان)

فرض کنید $\widehat{BC} = 2x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 2x \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{2}{3}\widehat{AD} = \frac{4}{3}x$$

AC قطر دایره است، بنابراین داریم:

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow \frac{4}{3}x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{2 \times 36^\circ}{2} = 36^\circ$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲- گزینه «۲»

(فرزانه فاکپاش)

شعاع هر دایره عددی مثبت است، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} R > 0 &\Rightarrow 3m + 7 > 0 \Rightarrow m > -\frac{7}{3} \\ R' > 0 &\Rightarrow 1 - m > 0 \Rightarrow m < 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} -\frac{7}{3} < m < 1 \quad (1)$$

شرط متداخل بودن دو دایره C و C' آن است که $|R - R'| < OO'$.
بنابراین داریم:

$$|R - R'| > OO' \Rightarrow |(3m + 7) - (1 - m)| > 2$$

$$\Rightarrow |4m + 6| > 2 \Rightarrow \begin{cases} 4m + 6 > 2 \Rightarrow 4m > -4 \Rightarrow m > -1 \\ 4m + 6 < -2 \Rightarrow 4m < -8 \Rightarrow m < -2 \end{cases} \quad (2)$$

اشتراک جواب‌های (۱) و (۲) به صورت بازه $(-\frac{7}{3}, -2) \cup (-1, 1)$

است و در نتیجه تنها به ازای عدد صحیح $m = 0$ دو دایره متداخل‌اند.

(هنر سه ۲- رایره: صفحه ۲۰)

۱۳- گزینه «۱»

(سرژ یقیا:اریان تبریزی)

طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع‌های R و R' برابر $2\sqrt{RR'}$ است، بنابراین داریم:

$$AB = CD = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{6 \times 2} = 4\sqrt{3}$$

اندازه مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج یک دایره بر آن دایره، برابر یکدیگرند. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} MA = MT \\ MB = MT \end{aligned} \right\} \Rightarrow MT = \frac{MA + MB}{2} = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\left. \begin{aligned} ND = NT \\ NC = NT \end{aligned} \right\} \Rightarrow NT = \frac{ND + NC}{2} = \frac{CD}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$MN = MT + NT = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۴- گزینه «۳»

(امیرحسین ایومیبوب)

اگر r شعاع دایره محاطی داخلی و r_a, r_b, r_c شعاع دایره‌های محاطی خارجی مثلث ABC باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 1$$

اگر h_a, h_b, h_c طول ارتفاع‌های این مثلث باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow h_a = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

(هنر سه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۵، ۲۶، ۲۹ و ۳۰)

۱۵- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

بازتاب نسبت به خط L_1 ، قطاع هاشورخورده را در جایگاه (۳) و سپس بازتاب نسبت به خط L_1' ، آن را در جایگاه (۴) قرار می‌دهد.

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۶- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

طبق تعریف تجانس داریم:

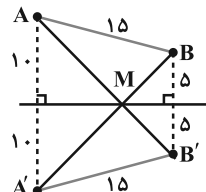
$$\left. \begin{aligned} OA' = k_1 \times OA \\ OA'' = k_2 \times OA \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{OA'}{OA''} = \frac{k_1}{k_2} \Rightarrow OA' = \frac{k_1}{k_2} \times OA''$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱۷- گزینه «۲»

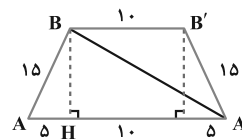
(کتاب آبی)

با توجه به مسأله اول هرون، برای پیدا کردن طول حداقل مسیر $AM + MB$ ، قرینه دو نقطه A و B را نسبت به خط d پیدا می‌کنیم. چهارضلعی $ABB'A'$ یک دوزنقه متساوی‌الساقین است. با توجه به برابری $AM = A'M$ خواهیم داشت:



$$AM + MB = A'M + MB = A'B$$

بنابراین مسئله، تبدیل می‌شود به پیدا کردن قطر دوزنقه متساوی‌الساقینی که قاعده‌های آن ۱۰ و ۲۰ و ساق آن ۱۵ واحد است.



مطابق شکل در مثلث ABH داریم:

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200}$$

هم‌چنین در مثلث $A'BH$ داریم:

$$A'B = \sqrt{BH^2 + A'H^2} = \sqrt{200 + 225} = \sqrt{425} = 5\sqrt{17}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هنرسی و کاربردها: صفحه ۵۴)

۱۸- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 49 \times 6 + 64 \times 3 = AD^2 \times 9 + 3 \times 6 \times 9$$

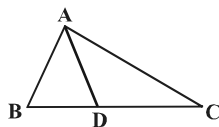
$$\Rightarrow 9AD^2 = 324 \Rightarrow AD^2 = 36 \Rightarrow AD = 6$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

۱۹- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

اگر D پای نیمساز داخلی زاویه A روی ضلع BC باشد، آن‌گاه:



$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \quad (*)$$

بیا این که «اگر فرض شود در مثلثی مجذور طول نیمساز داخلی زاویه A برابر با حاصل‌ضرب اضلاع آن زاویه است»، به زبان ریاضی به‌صورت $AD^2 = AB \cdot AC$ است. از مقایسه این تساوی با قضیه $(*)$ داریم:

$$\begin{cases} AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \\ AD^2 = AB \cdot AC \end{cases} \Rightarrow BD \cdot DC = 0 \quad (**)$$

از تساوی $(**)$ می‌توان نتیجه گرفت که $BD = 0$ یا $CD = 0$ که چنین چیزی غیرممکن است. زیرا هیچ‌گاه نقطه D نمی‌تواند بر B یا C منطبق شود، از آن‌جا که فرض اولیه ما را به نتیجه نادرست رساند، می‌توان نتیجه گرفت که فرض اولیه نادرست بوده است.

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۷۱)

۲۰- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

ابتدا با استفاده از قضیه هرون مساحت مثلث را به‌دست می‌آوریم:

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{4+5+7}{2} = 8$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$= \sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)} = 4\sqrt{6}$$

خواسته مسئله طول بلندترین ارتفاع مثلث است که بر کوچک‌ترین ضلع مثلث $(a = 4)$ وارد می‌شود.

$$S = \frac{a \times h_a}{2} \Rightarrow 4\sqrt{6} = \frac{4 \times h_a}{2} \Rightarrow h_a = 2\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۲»

(سوکندر روشنی)
الف) عددی حقیقی مانند X وجود ندارد که تمام اعداد حقیقی بزرگتر یا مساوی آن باشند، بنابراین گزاره «الف» نادرست است.
ب) عددی حقیقی مانند X وجود ندارد که مجموع آن با هر عدد حقیقی دیگر برابر صفر باشد، پس گزاره «ب» نادرست است.
ج) رابطه درست است زیرا:

$$\begin{aligned} [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p &\equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p \\ &\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F] \Rightarrow \sim p \equiv (\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p \\ &\equiv \sim (\sim p \wedge \sim q) \vee \sim p \equiv (p \vee q) \vee \sim p \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \vee q \equiv T \end{aligned}$$

د) رابطه درست است زیرا:

$$\begin{aligned} \sim (p \Rightarrow q) &\equiv \sim (\sim p \vee q) \\ &\equiv p \wedge \sim q \end{aligned}$$

(آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۵)

۲۲- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

$$\begin{aligned} (A - B) \cup [(B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)] \\ &= (A \cap B') \cup [(B' \cup C)' \cap \underbrace{((B' \cup A) \cap B')}_{\text{جذب: } B'}] \\ &= (A \cap B') \cup \underbrace{[(B' \cup C)' \cap B']}_{\text{جذب: } B'} = (A \cap B') \cup B' = B' \end{aligned}$$

که طبق مطلوب سؤال متمم آن مجموعه B است.

(آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۳- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)
مضارب طبیعی عدد ۷ که کوچکتر از ۴۰ باشند عبارتند از: $A = \{7, 14, 21, 28, 35\}$ و چون باید زیرمجموعه شامل عدد ۷، سه عضوی باشد، یکی از حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد.

عدد ۷

۲ عضو	۲ عضو
-------	-------

الف) $\binom{4}{2} \binom{2}{2} = 6$

عدد ۷

۲ عضو	۱ عضو	۱ عضو
-------	-------	-------

ب) $\frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1} \binom{1}{1}}{2!} = 6$

$$\Rightarrow 6 + 6 = 12$$

(آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه ۲۱)

۲۴- گزینه «۲»

(کتاب آبی)
 $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ ، یک دنباله هندسی تشکیل می‌دهند، بنابراین اگر قدرنسبت دنباله را برابر q فرض کنیم، آنگاه داریم:

$$\begin{aligned} P(a) &= \frac{1}{p}, P(b) = \frac{1}{p}q, P(c) = \frac{1}{p}q^2 \\ P(a) + P(b) + P(c) &= 1 \Rightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{p}q + \frac{1}{p}q^2 = 1 \\ \Rightarrow q^2 + q - 1 &= 0 \Rightarrow q = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ q = \frac{-\sqrt{5}-1}{2} < 0 \text{ غ.ق.ق.} \end{cases}$$

(مقدار احتمال یک پیشامد نمی‌تواند منفی باشد.)

$$P(b) = \frac{1}{p}q = \frac{1}{p} \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

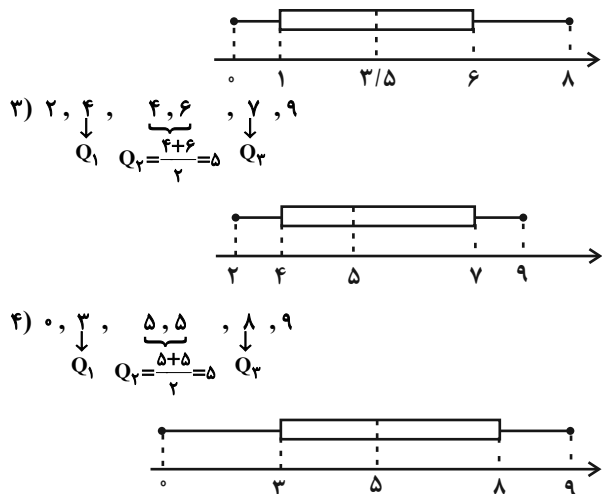
۲۵- گزینه «۲»

(سیرممد رضا فسینی فر)
ابتدا جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم.

p	q	~p	p ⇒ q	~p ∨ q	~p ⇔ q	~p ∧ q
د	د	ن	د	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	ن

تنها در ردیف اول جدول، ارزش هر دو گزاره p و q درست است، پس احتمال درست بودن دو گزاره p و q در صورت درستی هر کدام از گزاره‌های $p \Rightarrow q$ یا $~p \vee q$ (این دو گزاره هم‌ارز هستند)، برابر $\frac{1}{3}$ و در صورت درستی گزاره $~p \wedge q$ ، برابر صفر است. در صورت درستی گزاره $p \Leftrightarrow q$ ، امکان درست بودن هر دو گزاره p و q وجود ندارد و احتمال آن نیز برابر صفر است.

(آمار و احتمال، احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)



(آمار و احتمال، آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

گزینه «۴» - ۲۹ (کتاب آبی)

با توجه به این که از بین ۴۵۰ نفر، قرار است یک نمونه ۳۰ تایی انتخاب کنیم، پس از میان هر ۱۵ نفر، دقیقاً یک نفر باید انتخاب شود. از آن جا که باقی مانده تقسیم ۸۲ بر ۱۵، برابر ۷ است، پس اعداد انتخابی به صورت $۱۵k + ۷$ ($k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq ۲۹$) می‌باشند که در نتیجه عدد ۴۰۲ نمی‌تواند در میان اعداد انتخابی قرار گیرد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

گزینه «۳» - ۳۰ (کتاب آبی)

واریانس جامعه برابر ۸۱ است، پس انحراف معیار برابر است با:

$$\sigma = \sqrt{81} = 9$$

اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم و μ میانگین جامعه باشد، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

بنابراین:

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 22/75 - 26/75 = \frac{4 \times 9}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{4 \times 9}{6} = 6 \Rightarrow n = 36$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

گزینه «۳» - ۲۶ (سولدر روشنی)

اگر پیشامدهای واکسن نزدن، تزریق یک دوز واکسن و تزریق دو دوز واکسن را به ترتیب با B_1 , B_2 و B_3 و پیشامد ابتلا به کرونا را با A نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = 1 \Rightarrow 6x + 2x + 3x = 1$$

$$\Rightarrow 11x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{11}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(B_1) = \frac{6}{11} \\ P(B_2) = \frac{2}{11} \\ P(B_3) = \frac{3}{11} \end{cases}$$

حال طبق قانون بیز داریم:

$$P(B_3 | A) = \frac{P(B_3)P(A | B_3)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{3}{11} \times \frac{10}{100}}{\frac{6}{11} \times \frac{45}{100} + \frac{2}{11} \times \frac{22}{100} + \frac{3}{11} \times \frac{10}{100}}$$

$$= \frac{30}{270 + 44 + 30} = \frac{30}{344} = \frac{15}{172}$$

(آمار و احتمال، احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

گزینه «۴» - ۲۷ (افشین فاضل‌نژاد)

$$\text{واریانس اولیه} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{24} - \bar{x})^2}{24} = 5$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{24} - \bar{x})^2 = 120$$

با افزودن داده‌ای برابر با میانگین به ۲۴ داده اولیه، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند.

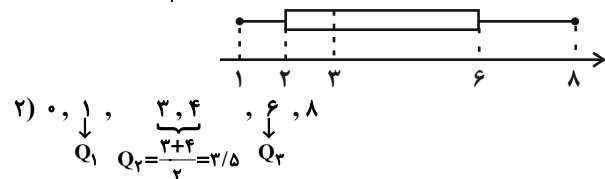
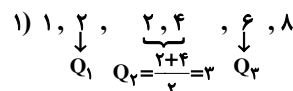
$$\text{واریانس جدید} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{24} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{25}$$

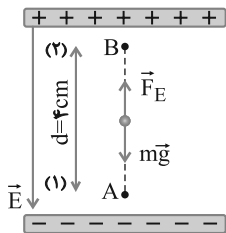
$$= \frac{120 + 0}{25} = 4/8 \Rightarrow \frac{4/8}{5} = 0/96$$

(آمار و احتمال، آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

گزینه «۱» - ۲۸ (نیلوفر مهدوی)

داده‌های هر گزینه را مرتب کرده سپس نمودار جعبه‌ای هر یک را بررسی می‌کنیم.





$$E = 1/2 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

$$W_{mg} = mgd \cos \theta = 1 \times 10^{-11} \times 10 \times 4 \times 10^{-2} \times \cos 18^\circ$$

$$\Rightarrow W_{mg} = -4 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$W_E = F_E d \cos \theta = |q| E d \cos \theta$$

$$\Rightarrow W_E = 1 \times 10^{-15} \times 1/2 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-2} \times \cos 0$$

$$\Rightarrow W_E = 4/8 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$W_t = W_E + W_{mg} = 4/8 \times 10^{-12} + (-4 \times 10^{-12})$$

$$\Rightarrow W_t = 0/8 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$W_t = K_B - K_A \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m v_B^2 - 0$$

$$\Rightarrow 0/8 \times 10^{-12} = \frac{1}{2} \times 10^{-11} \times v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 0/16$$

$$\Rightarrow v_B = 0/4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۱»

(کتاب فیزیک کلاور ریاضی)

با توجه به سری (الکتروسیسته مالشی) داده شده، با مالش جسم A به C، بار مثبت و C بار منفی پیدا خواهند کرد؛ یعنی الکترون‌ها از A به C منتقل شده‌اند. (رد گزینه‌های «۲» و «۴»)

$$C \text{ مقدار بار} = 17/6 \times 10^{-19} \text{ C} \Rightarrow q_C = -17/6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$q_C = -ne \Rightarrow -17/6 \times 10^{-19} \text{ C} = n(-1/6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = 11$$

پس ۱۱ الکترون از A به C منتقل شده است.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۳ تا ۵)

۳۲- گزینه «۴»

(مهم‌علی راست‌پیمان)

با توجه به نیروی وارد بر بار ۴ میکروکولنی، بزرگی میدان الکتریکی را می‌توان در نقطه M، در فضای بین دو صفحه محاسبه کرد.

$$E = \frac{F}{|q|} \Rightarrow E = \frac{0/2}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow E = 5 \times 10^4 \frac{V}{m}$$

اختلاف پتانسیل دو صفحه A و B:

$$V_A - V_B = Ed \Rightarrow V_A - 0 = 5 \times 10^4 \times 4 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow V_A = 2000 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۳۳- گزینه «۲»

(کتاب فیزیک کلاور ریاضی)

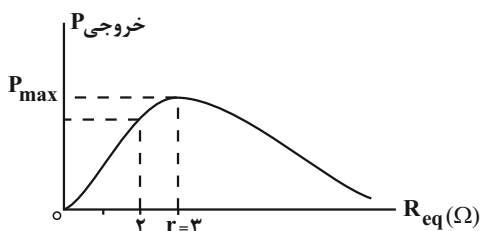
در این جابه‌جایی دو نیرو بر ذره وارد می‌شود، نیروی وزن و نیروی الکتریکی. چون ذره دارای بار منفی است، نیروی الکتریکی در خلاف جهت خط‌های میدان و رو به بالا است. کار این دو نیرو را تعیین کرده و سپس از قضیه کار - انرژی جنبشی، تبدی ذره را در نقطه B به دست می‌آوریم:

۳۴- گزینه «۳»

(مبتنی کلوئیان)

ابتدا شکل ساده شده‌ای از مدار الکتریکی را رسم می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطه انرژی الکتریکی مصرف شده، مقاومت R_1 را می‌یابیم.

می بینیم مقاومت معادل مدار می تواند از حداقل 2Ω به حداکثر 3Ω برسد. با توجه به این که وقتی مقاومت معادل مدار برابر مقاومت درونی باتری می شود، توان خروجی باتری به بیشینه مقدار خود می رسد، لذا، با افزایش مقاومت رثوستا، مقاومت معادل مدار نیز افزایش می یابد و حداکثر به $R_{eq} = r = 3\Omega$ می رسد. بنابراین توان خروجی مولد پیوسته افزایش می یابد.



اگر به نمودار توان خروجی مولد بر حسب مقاومت معادل مدار که در بالا رسم شده است دقت کنید، نشان می دهد با افزایش مقاومت معادل از 2Ω به 3Ω توان خروجی باتری نیز افزایش می یابد.

دقت کنید، چون مقاومت رثوستا به حداکثر مقدار خود می رسد، لذا مقاومت معادل نمی تواند از 3Ω بیشتر شود. در صورتی که مقاومت معادل از حداقل 2Ω به حداکثر، بیشتر از 3Ω می رسید، توان خروجی باتری، ابتدا افزایش و سپس کاهش می یافت.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای پیران مستقیم؛ صفحه های ۵۳ تا ۷۷)

۳۶- گزینه «۱» (کتاب فیزیک کنکور ریاضی)

با افزایش شدت نور، بر تعداد حامل های بار الکتریکی LDR که از نیم رسانای خالص (مانند سیلیسیم) ساخته شده، افزوده شده و در نتیجه از مقاومت الکتریکی آن کاسته می شود.

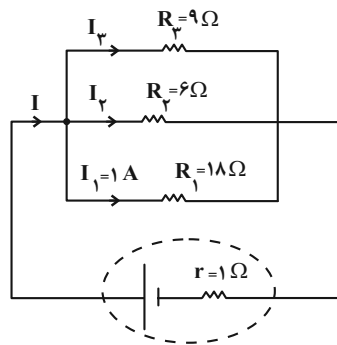
دقت کنید که کاهش مقاومت به صورت غیر خطی می باشد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای پیران مستقیم؛ صفحه ۵۹)

۳۷- گزینه «۴» (فاروق مردانی)

طبق رابطه میدان مغناطیسی داخل سیملوله داریم:

$$B_A = \frac{\mu_0 N A I_A}{L_A}$$



$$U = R_1 I_1^2 t \quad U = 12/96 \times 10^3 \text{ J} \quad \rightarrow 12/96 \times 10^3 = R_1 \times 1^2 \times 720$$

$$\Rightarrow R_1 = 18\Omega$$

اکنون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 را که با اختلاف پتانسیل دو سر مولد یکسان است، به دست می آوریم:

$$V = V_1 = R_1 I_1 = 18 \times 1 \Rightarrow V = 18 \text{ V}$$

در نهایت با محاسبه مقاومت معادل مقاومت های موازی و استفاده از رابطه

$$V = \frac{R_{eq} \cdot \mathcal{E}}{R_{eq} + r}$$

نیروی محرکه مولد را پیدا می کنیم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{1+3+2}{18} \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$V = \frac{R_{eq} \mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow 18 = \frac{3\mathcal{E}}{3+1} \Rightarrow \mathcal{E} = 24 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای پیران مستقیم؛ صفحه های ۵۳ تا ۷۷)

۳۵- گزینه «۱» (امیرعلی هاتم فانی)

می دانیم مقاومت رثوستا بین صفر تا بی نهایت تغییر می کند. بنابراین ابتدا حداکثر و حداقل مقاومت معادل مدار را می یابیم. برای مقاومت های موازی 1Ω و رثوستا (R) داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 0 \Rightarrow \frac{1}{R'} = 1 + \frac{1}{0} \Rightarrow \frac{1}{R'} = 1 + \infty \\ \frac{1}{R'} = \frac{1}{1} + \frac{1}{R} \Rightarrow R' = \frac{1}{1 + \infty} = 0 \\ R = \infty \Rightarrow \frac{1}{R'} = 1 + \frac{1}{\infty} \Rightarrow \frac{1}{R'} = 1 + 0 \Rightarrow R' = 1\Omega \end{array} \right.$$

$$R_{eq}(\min) = 0 + 2 = 2\Omega \quad , \quad R_{eq}(\max) = 1 + 2 = 3\Omega$$

بنابراین داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \frac{1/7 \times 10^{-8} \times 12 \times 10^{-2}}{12 \times 10^{-6}} = 1/7 \times 10^{-4} \Omega$$

$$\varepsilon = RI = 1/7 \times 10^{-4} \times 0/2 = 34 \times 10^{-6} V$$

اکنون داریم:

$$\vec{\varepsilon} = -A \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad A = \pi r^2 = 3 \times (2 \times 10^{-2})^2 = 12 \times 10^{-4} m^2$$

$$34 \times 10^{-6} = -12 \times 10^{-4} \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = \frac{34 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-4}}$$

$$= 2/8 \times 10^{-2} = 0/28 \frac{T}{s}$$

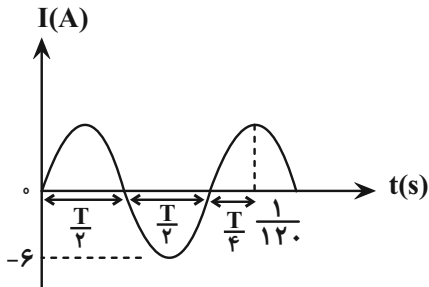
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۶)

(القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(فسر و ارغوانی فرر)

۴- گزینه «۴»

با توجه به نمودار، ابتدا T را می‌یابیم:



$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{1}{120} \Rightarrow T = \frac{1}{150}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/150} = 300\pi \frac{rad}{s}$$

حال طبق رابطه جریان متناوب، داریم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = 6 \sin 300\pi t$$

$$\xrightarrow{t = \frac{1}{1200} s} I = 6 \sin \left(300\pi \times \frac{1}{1200} \right) = 6 \sin \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} A$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۵)

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 20}{1} = 8\pi \times 10^{-4} T = 8\pi G \quad \leftarrow \text{جهت } \vec{B}_A$$

$$B_B = \frac{\mu_0 N_B I_B}{L_B}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 125 \times 8}{1} = 4\pi \times 10^{-4} T = 4\pi G \quad \rightarrow \text{جهت } \vec{B}_B$$

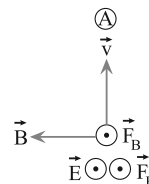
جهت میدان مغناطیسی برآیند \leftarrow

$$B_T = B_A - B_B = 8\pi - 4\pi \Rightarrow B_T = 4\pi G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۳۸- گزینه «۱» (کتاب فیزیک کتلور ریاضی)

بزرگی نیروی خالص از طرف میدان مغناطیسی و الکتریکی زمانی بیشینه است که این دو نیرو هم‌راستا و هم‌جهت باشند با توجه به این که جهت میدان الکتریکی برون سو است نیروی حاصل از میدان الکتریکی نیز برون سو خواهد بود بنابراین می‌بایست نیروی حاصل از میدان مغناطیسی نیز برون سو باشد.



که با توجه به جهت میدان مغناطیسی (که به طرف چپ است) جهت سرعت ذره بردار الزاماً می‌بایست به طرف بالا (جهت A) باشد.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

(مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۳۹- گزینه «۱» (کتاب فیزیک کتلور ریاضی)

در این مسئله، بر حلقه‌ای میدان مغناطیسی \vec{B} به‌طور عمود اعمال می‌شود، می‌خواهیم آنتگ تغییر میدان مغناطیسی $\left(\frac{\Delta B}{\Delta t}\right)$ را که جریان $0/2 A$ در حلقه القا می‌کند، به‌دست آوریم.

برای حل باید از رابطه نیروی محرکه القایی $\vec{\varepsilon}$ استفاده کنیم. برای این کار

$$\text{ابتدا باید مقاومت سیم را از رابطه } R = \rho \frac{L}{A} \text{ بیابیم.}$$

$$L = 2\pi r = 2 \times (3) \times 2 = 12 cm = 0/12 m$$

$$A = \pi r^2 \xrightarrow{r = 2 mm = 2 \times 10^{-3} m} A = 3 \times (2 \times 10^{-3})^2$$

$$= 12 \times 10^{-6} m^2$$

شیمی ۲

۴۱- گزینه «۱»

(ممد رضا زهرهوند)

عنصر C: کربن به صورت گرافیت رسانایی الکتریکی دارد.

عنصر Si: سیلیسیم یک شبه فلز است و الکترون به اشتراک می گذارد.

عنصر Sn: قلع یک فلز است و سطح صیقلی دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۹)

۴۲- گزینه «۲»

(کتاب جامع)

در مورد آ: در واکنش هایی که به طور طبیعی انجام می شوند واکنش پذیری

فرآورده ها از واکنش پذیری واکنش دهنده ها کمتر است.

پس واکنش پذیری Fe از واکنش پذیری Ti کمتر است همچنین

واکنش پذیری Fe از Na نیز کمتر است.

در مورد ب: واکنش $TiCl_4 + Na \rightarrow NaCl + Ti$ انجام پذیر است.

در مورد پ: در واکنش های انجام پذیر، پایداری فرآورده ها بیشتر از پایداری

واکنش دهنده هاست بنابراین Fe از Na پایدارتر است.

در مورد ت: در واکنش $TiCl_4 + 4Na \rightarrow 4NaCl + Ti$ مجموع

ضرایب برابر ۱۰ و در واکنش $FeO + 2Na \rightarrow Na_2O + Fe$ مجموع

ضرایب برابر ۵ است.

در مورد ث: استخراج Ti از استخراج آهن دشوارتر است زیرا واکنش پذیری

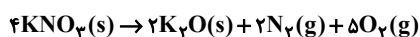
Ti بیشتر از واکنش پذیری Fe است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه های ۲۰ تا ۲۵)

۴۳- گزینه «۳»

(مسعود طبرسا)

ابتدا واکنش را موازنه کنید:



میزان تجزیه شدن همان بازده واکنش است. در این مسئله بازده ۷۵٪ است.

$$\frac{30}{3} \times \frac{101gKNO_3 \text{ خالص}}{100gKNO_3 \text{ خالص}} \times \frac{1molKNO_3}{101gKNO_3 \text{ خالص}} = 10/5L(N_2, O_2)$$

$$\frac{10/5L(N_2, O_2)}{1mol(N_2, O_2)} \times \frac{25L(N_2, O_2)}{1mol(N_2, O_2)} = 10/5L(N_2, O_2)$$

$$100 \times \frac{حجم عملی (N_2, O_2)}{10/5} = 75 \Rightarrow 100 \times \frac{مقدار نظری}{مقدار عملی} = 75$$

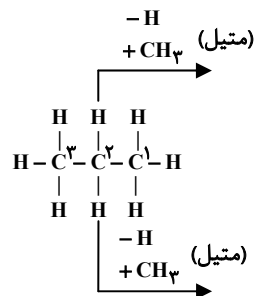
$$\Rightarrow (N_2, O_2) \text{ حجم عملی} = 7/875L$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۲۳)

۴۴- گزینه «۳»

(کتاب جامع)

سومین عضو آلکان ها، پروپان (C_3H_8) است.



$$2000g \times 1.0c \times (\theta - 20) + 1000g \times c \times (\theta - 125) = 0$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^3 (\theta - 20) + (\theta - 125) = 0 \Rightarrow 21\theta - 525 = 0 \Rightarrow \theta = 25^\circ C$$

هرگاه دو جسم با دو دمای مختلف در تماس با یکدیگر قرار گیرند، مقدار

گرمایی که جسم داغ از دست می‌دهد برابر مقدار گرمایی است که جسم

سرد دریافت می‌کند تا در نهایت دمای دو جسم برابر شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(کتاب جامع)

گزینه ۱» ۴۶-



$$\Delta H = [\Delta H_{C=C} + \Delta H_{O-H}] - [\Delta H_{C-C} + \Delta H_{C-O} + \Delta H_{C-H}]$$

$$-5.0 = (61.0 + x) - (35.0 + 36.0 + 41.0) \Rightarrow x = 46.0$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

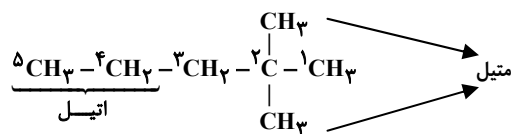
(عادل زواره‌ممدی)

گزینه ۲» ۴۷-

گشنیز: عامل الکلی - زردچوبه: عامل کتونی - میخک: عامل کتونی

رازبانه: عامل اتری - دارچین: عامل آلدهیدی - بادام: عامل آلدهیدی

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)



نام ترکیب جدید، «۲، ۲-دی‌متیل پنتان» با فرمول مولکولی C_7H_{16}

است. جرم مولی ترکیب برابر است با:

$$(7 \times 12 + 16 \times 1 = 100 : g.mol^{-1})$$

$$(3 \times 12 + 8 \times 1 = 44 : g.mol^{-1})$$

$56 g.mol^{-1}$ است.

اختلاف تعداد اتم‌های موجود در ساختار جدید، با تعداد اتم‌های هیدروژن

موجود در نفتالن ($C_{10}H_8$) برابر ۱۵ است.

مطابق ساختار جدید، کربن شماره ۲، با هیچ اتم هیدروژنی پیوند اشتراکی

ندارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و ۴۲)

(امید رضوانی)

گزینه ۲» ۴۵-

مجموع گرمایی که کاسه داغ آهنی از دست می‌دهد و گرمایی که آب درون

کاسه دریافت می‌کند برابر صفر است.

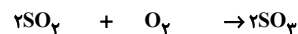
$$Q_{آب} + Q_{آهن} = 0$$

$$(m_{آب} \times c_{آب} \times \Delta\theta_{آب}) + (m_{آهن} \times c_{آهن} \times \Delta\theta_{آهن}) = 0$$

۴۸- گزینه ۴»

(کتاب جامع)

مقدار اولیه O_2 را a در نظر می‌گیریم. با توجه به این که مقدار مصرفی مواد واکنش‌دهنده در واکنش را نمی‌دانیم، از پارامتر x استفاده می‌کنیم، اما باید به این نکته هم توجه داشته باشیم که واکنش‌دهنده‌ها به نسبت ضرایب استوکیومتری با هم واکنش می‌دهند، پس اگر فرض کنیم که x مول از O_2 در واکنش مصرف می‌شود، هم‌زمان $2x$ مول از SO_2 هم در واکنش مصرف خواهد شد و $2x$ مول نیز SO_3 تولید خواهد شد.



مول‌های ثانویه $10-2x$ $a-x$ $2x$

در رابطه بالا، دو پارامتر a و x مجهول هستند، می‌توانیم مقدار x را با استفاده از سرعت واکنش به دست آوریم:

$$\bar{R}_{SO_3} = \frac{\bar{R}_{SO_2}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{SO_2} = 2 \times \bar{R}_{SO_3}$$

واکنش $\Rightarrow \bar{R}_{SO_2} = 2 \times 0.4 = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}.s^{-1}$

$$\bar{R}_{SO_2} = 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L.s}} \times 1\text{L} = 0.4 \text{ mol.s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{SO_2} = + \frac{\Delta n_{SO_2}}{\Delta t} = \frac{\text{تعداد مول } SO_2 \text{ تولید شده}}{\Delta t} \Rightarrow 0.4 = \frac{2x}{50}$$

$$\Rightarrow 2x = 50 \times 0.4 = 20 \Rightarrow x = 10 \text{ mol}$$

اکنون که مقدار x را به دست آوردیم، می‌توانیم با استفاده از معادله زیر، مقدار پارامتر a را تعیین نماییم:

$$13 = 10 + a - x \Rightarrow 13 = 10 + a - 10 \Rightarrow a = 3 \text{ mol}$$

با در دست داشتن x و a ، درصد مصرف O_2 در واکنش به صورت زیر

محاسبه می‌شود:

$$O_2 \text{ مصرف} \% = \frac{\text{تعداد مول } O_2 \text{ مصرف شده}}{\text{تعداد مول } O_2 \text{ اولیه}} \times 100 = \frac{x}{a} \times 100$$

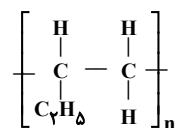
$$= \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ و ۹۰ تا ۹۱)

۴۹- گزینه ۲»

(کتاب جامع)

در اثر پلیمری شدن، باید پیوند دوگانه باز شود و با مولکول‌های دیگر واکنش دهد. پس ساختار را طوری رسم می‌کنیم که دو سوی پیوند دوگانه، باز باشد:



(شیمی ۲- پوشاک نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۳ و ۱۰۴ و ۱۰۵)

۵۰- گزینه ۲»

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۹)

ΔH واکنش =

(مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها) - (مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها)

$$\Delta H \text{ واکنش} = [\Delta H_{(N \equiv N)} + 2 \times \Delta H_{(H-H)}] - [\Delta H_{(N-N)} + 4 \Delta H_{(N-H)}]$$

$$\Delta H \text{ واکنش} = [(941) + 2(435)] - [(159) + 4(389)] = 96 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 3/01 \times 10^{25} \text{ H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{6/02 \times 10^{23} \text{ H}_2} \times \frac{96 \text{ kJ}}{2 \text{ mol H}_2} = 2400 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۴»

(کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات گسسته)

ابتدا از بین ۸ مدرسه، ۲ مدرسه را انتخاب می‌کنیم و سپس از میان ۶ دانش‌آموز هر مدرسه، ۲ نفر را انتخاب می‌نماییم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{8}{2} \times \binom{6}{2} = 28 \times 15 = 420$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون‌شماردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۲- گزینه «۳»

(کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات گسسته)

برای این که عدد رو شده در هر پرتاب، کوچک‌تر از اعداد رو شده پرتاب‌های قبل باشد، ابتدا از میان اعداد ۱ تا ۶، سه عدد را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. حال در میان سه عدد متمایز انتخاب شده، کافی است اعداد را به‌ترتیب از بزرگ به کوچک، به پرتاب‌های اول، دوم و سوم اختصاص دهیم تا حالت مورد نظر مسئله تأمین شود. بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

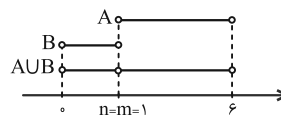
$$P(A) = \frac{\binom{6}{3}}{6 \times 6 \times 6} = \frac{20}{216} = \frac{5}{54}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۵۳- گزینه «۱»

(کتاب آبی جامع مسابان)

با توجه به اطلاعات مسئله، دو بازه باید به‌صورت زیر باشند:



$$n + m = 1 + 1 = 2$$

بنابراین:

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۳ تا ۵)

۵۴- گزینه «۴»

(نیم‌گریبان)

ابتدا فرجه‌ها را یکسان می‌کنیم تا بتوانیم رادیکال‌ها را در هم ضرب کنیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$A = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times 2}{\sqrt{6^4}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times 2}{2\sqrt{6^4}}$$

$$\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times 2}{\sqrt{6^4}} = \frac{16 \times 9}{6^2 \times 20} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{128}{8^2} = \frac{128}{\left(\frac{9}{20}\right)^2} = \frac{128}{\frac{81}{400}} = \frac{128 \times 400}{81} = \frac{2^7}{2^9} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ و ۶۳ تا ۶۶)

۵۵- گزینه «۲»

(سویل ساسانی)

معلوم است که باید معادله $f(x) = 1$ را حل کنیم و نقطه تلاقی با طول مثبت را m بنامیم. اما قبل از آن باید معادله $f(x)$ را بنویسیم. صفرهای تابع، ۱ و -۳ هستند و نقطه $(-1, -2)$ در تابع صدق می‌کند پس داریم:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\rightarrow y = a(x + 3)(x - 1) \quad (-1, -2)$$

$$-2 = a(2)(-2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x + 3)(x - 1) \xrightarrow{f(x)=1} \frac{(x + 3)(x - 1)}{2} = 1$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x^2 + 2x - 3 = 2 \Rightarrow x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\Delta = 4 + 20 = 24$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{24}}{2} = -1 \pm \sqrt{6} \xrightarrow{m > 0} \sqrt{6} - 1 = m$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۵۶- گزینه «۳»

(بهرام علاج)

در این گونه نامعادلات باید حاصل کسر به ازای ابتدا و انتهای بازه جواب، برابر با ابتدا یا انتهای محدوده گفته شده باشد، پس دو حالت وجود دارد:

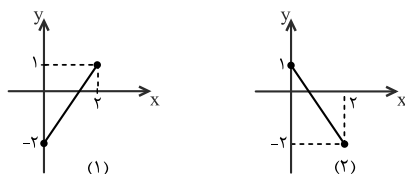
$$\xrightarrow{\text{حالت ۱}} \begin{cases} 3a + 2 = -1 \Rightarrow 3a + 2b = 1 \\ 3b - 3 \\ 6a + 2 = 5 \Rightarrow 6a - 3b = -17 \\ 6b - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{7}{36}, b = \frac{19}{36} \rightarrow b - a = \frac{13}{18}$$

۵۸- گزینه «۲»

(کتاب آبی جامع مسابان)

نمودار تابع خطی با دامنه $[0, 2]$ و برد $[-2, 1]$ به دو حالت زیر می‌تواند باشد:



در نمودار (۱)، نقاط $(0, -2)$ و $(2, 1)$ روی خط قرار دارند. بنابراین:

$$y - 1 = \frac{1 - (-2)}{2 - 0}(x - 2) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x - 2$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} - 2 = -1$$

در نمودار (۲)، نقاط $(0, 1)$ و $(2, -2)$ روی خط قرار دارند. بنابراین:

$$y - 1 = \frac{-2 - 1}{2 - 0}(x - 0) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + 1$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} + 1 = 0$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

۵۹- گزینه «۲»

(عمید علیزاده)

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightarrow \frac{\frac{1}{2} \times AB \times 8 \times \sin 60^\circ}{\frac{1}{2} \times AB \times 6 \times \sin \alpha} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{6 \sin \alpha} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightarrow \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۶۰- گزینه «۴»

(کتاب آبی جامع مسابان)

$$\cos x \sqrt{1 + \tan^2 x} = 1 \Rightarrow \cos x \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{|\cos x|} = 1 \Rightarrow |\cos x| = \cos x \Rightarrow \cos x > 0$$

(I) انتهای کمان x در ناحیه اول یا چهارم است.

$$\frac{\tan x}{1 + 2 \cos x} < 0 \xrightarrow{\cos x > 0} \tan x < 0 \Rightarrow 1 + 2 \cos x > 0$$

(II) انتهای کمان x در ناحیه دوم یا چهارم است.

انتهای کمان x در ناحیه چهارم است. اشتراک (I), (II)

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

$$\Rightarrow -1 < \frac{-\frac{7}{36}x + 2}{\frac{19}{36}x - 3} < 5$$

به طول مثال $x=0$ $\rightarrow -1 < -\frac{2}{3} < 5$ (مورد قبول)

$$\rightarrow \begin{cases} 3a + 2 = 5 \Rightarrow 3a - 15b = -17 \\ 3b - 3 \\ 6a + 2 = -1 \Rightarrow 6a + 6b = 1 \\ 6b - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{29}{36}, b = \frac{35}{36} \rightarrow b - a = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{-\frac{29}{36}x + 2}{\frac{35}{36}x - 3} < 5$$

$\xrightarrow{x=0} -1 < -\frac{2}{3} < 5$ (مورد قبول)

حاصل $b - a$ در حالت اول و دوم به ترتیب $\frac{16}{9}$ و $\frac{13}{18}$ است که حالت

اول کمتر است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۵۷- گزینه «۲»

(کتاب آبی جامع مسابان)

برای آنکه رابطه A یک تابع باشد، باید در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی،

مؤلفه اول برابر نداشته باشند، بنابراین:

$$(3, m^2) = (3, m+2) \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

با جایگذاری این مقادیر m و تشکیل رابطه داریم:

$$\Rightarrow A = \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\}$$

پس به ازای $m = -1$ تابع است.

$$\Rightarrow A = \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\}$$

پس به ازای $m = 2$ تابع نیست. بنابراین فقط $m = -1$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

هندسه ۱

۶۱- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومیبوب)

قضیه‌ای را می‌توان به صورت دو شرطی نوشت که عکس آن نیز خود یک قضیه باشد (عکس قضیه نیز درست باشد). از طرفی عکس هر قضیه با جابجایی فرض و حکم آن قضیه نوشته می‌شود.

گزینه «۱»: عکس قضیه: «اگر در دو مثلث، زوایای نظیر به نظیر برابر یکدیگر باشند، آن‌گاه آن دو مثلث هم‌نهشت هستند.»

عکس قضیه درست نیست. مثلاً هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه هم‌نهشت نیستند.

گزینه «۲»: عکس قضیه: «اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه چهارضلعی لوزی است.»

عکس قضیه درست نیست. اگر در یک متوازی‌الاضلاع، اضلاع مجاور برابر هم نباشند، آن متوازی‌الاضلاع، لوزی نیست.

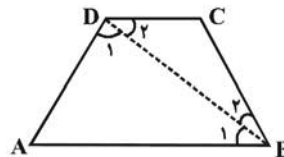
گزینه «۳»: عکس قضیه: «اگر دو مثلث محیط برابر داشته باشند، آن‌گاه هم‌نهشت هستند.» عکس قضیه درست نیست. مثلاً دو مثلث یکی به اضلاع ۳، ۴ و ۵ و دیگری به اضلاع ۴، ۴ و ۴، محیط برابر دارند ولی هم‌نهشت نیستند.

گزینه «۴»: عکس قضیه: «اگر ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع مثلثی برابر باشند، آن دو ضلع نیز برابرند.» عکس قضیه درست است.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هنرسی و استرلال: صفحه ۲۵)

۶۲- گزینه «۴»

(کتاب آبی)



$$\left. \begin{aligned} AB > AD &\Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{B}_1 \\ BC > CD &\Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{B}_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 + \hat{D}_2 > \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{D} > \hat{B} \quad (1)$$

به همین ترتیب ثابت می‌شود که: $\hat{C} > \hat{A} \quad (2)$

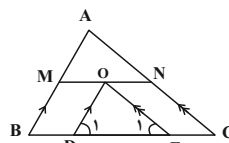
$$\xrightarrow{(2), (1)} \hat{C} + \hat{D} > \hat{A} + \hat{B}$$

$$\Rightarrow \hat{C} + \hat{D} > 180^\circ$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هنرسی و استرلال: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۶۳- گزینه «۱»

(مسعود فخرانی)



$$\Delta ABC: \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} OD \parallel AB, \text{ مورب } BD &\Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_1 \\ OE \parallel AC, \text{ مورب } CE &\Rightarrow \hat{C} = \hat{E}_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta ODE \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{OD}{AB} \quad (*)$$

$OD = BM \Rightarrow$ چهارضلعی MODB متوازی‌الاضلاع است

$$\Rightarrow OD = \frac{1}{2} AB$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{AB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{(*)} \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = \frac{1}{2} BC \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{DE}{MN} = 1$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱)

۶۴- گزینه «۳»

(سوام میبری پور)

با توجه به شکل و از اینکه $\hat{BDF} = \hat{FEC}$ و $\hat{DFB} = \hat{EFC}$ ، دو مثلث DFB و EFC بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند که با نوشتن

$$\frac{EC}{DB} = \frac{FC}{BF} \Rightarrow \frac{5}{DB} = \frac{4}{8} \Rightarrow DB = 10$$

نسبت تشابه اضلاع داریم. از طرف دیگر دو مثلث ADC و AEB نیز بنا به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، زیرا $\hat{A} = 90^\circ$ مشترک و $\hat{AEB} = \hat{ADC}$ است. با نوشتن

نسبت تشابه اضلاع در این دو مثلث و با فرض $AE = x$ داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{12}{x+5} = \frac{x}{2} \Rightarrow x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x+8)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \text{ غق ق} \\ x = 3 \Rightarrow AE = 3 \end{cases}$$

بنابراین $AB = 12$ و $AC = 8$ است. با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث

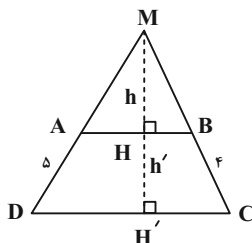
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 12^2 + 8^2 = 208 \quad \text{داریم: } ABC$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$

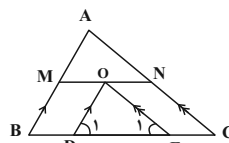
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۶۵- گزینه «۴»

(افشین فاصه‌فان)



(مسعود فخرانی)



$$\Delta ABC: \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

۶۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 9 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 20 = b + 2i \Rightarrow b \text{ زوج}$$

از فرض سؤال خواهیم داشت: $i \geq 3$ و $b \geq 5$. پس:

$$20 = b + 2i \xrightarrow{b \geq 5, i \geq 3} b = 6, 8, 10, 12, 14$$

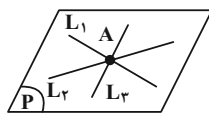
b	6	8	10	12	14
i	7	6	5	4	3

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

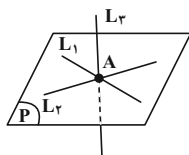
۶۹- گزینه «۲»

(مسین هاجیلو)

اگر خط L_3 ، دو خط L_1 و L_2 را در نقطه مشترک آنها یعنی نقطه A قطع کند، آن‌گاه سه خط از یک نقطه می‌گذرند. اگر خط L_3 در صفحه گذرنده از دو خط متقاطع L_1 و L_2 قرار داشته باشد، یک صفحه شامل این سه خط وجود دارد (شکل ۱) و در صورتی که خط L_3 در داخل صفحه گذرنده از دو خط L_1 و L_2 قرار نداشته باشد، هیچ صفحه‌ای شامل این سه خط وجود ندارد (شکل ۲).



شکل ۱



شکل ۲

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۷۰- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

برای اینکه نمای راست مورد نظر دیده شود، کافی است ۳ مکعب کوچک بالاترین ردیف، تمام ۶ مکعب کوچک ردیف دوم از بالا و ۳ مکعب کوچک واقع در ردیف دوم از جلو و ردیف سوم از بالا را به طور کامل برداریم.

بنابراین حداقل تعداد مکعب‌های برداشته شده، برابر $3 + 6 + 3 = 12$ است.

(هنرسه ۱- تقسیم فضایی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

دو مثلث MAB و MCD متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه است، پس داریم:

$$\frac{MH}{MH'} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{h}{h+h'} = \frac{6}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{h}{h'} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}h \times AB}{\frac{1}{2}h'(AB+CD)} = \frac{h}{h'} \times \frac{AB}{AB+CD} = 2 \times \frac{6}{6+9} = \frac{12}{15} = 0.8$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۵)

۶۶- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

$$(n+1) + \frac{(n+1)(n-2)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2n(2n-3)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2n+2+n^2-n-2}{2} = \frac{2n^2-3n}{2}$$

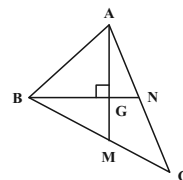
$$\Rightarrow n^2+n = 2n^2-3n \Rightarrow n^2-4n = 0$$

$$\Rightarrow n(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 4 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه ۵۵)

۶۷- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)



از برخورد ۳ میانه هر مثلث، ۶ مثلث کوچک ایجاد می‌شود که مساحت آنها برابر است، پس مطابق شکل داریم:

$$S_{BMG} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} \times 36 = 6$$

از طرفی در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند،

$$BG = \frac{2}{3} BN = \frac{2}{3} \times 6 = 4$$

بنابراین داریم:

$$S_{BMG} = \frac{1}{2} BG \times GM \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 4 \times GM \Rightarrow GM = 3$$

$$\Delta BMG : BM^2 = BG^2 + GM^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BM = 5$$

$$\Rightarrow BC = 2 \times 5 = 10$$

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها: صفحه ۶۷)

فیزیک ۱

۷۱- گزینه «۳»

(زهره آقاممدری)

با توجه به اینکه جرم مایع ۰/۴ برابر جرم فلز است، داریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} \frac{m}{\rho_{\text{فلز}}} \quad (*)$$

حجم ماده سازنده کره (حفره - $V_{\text{کره}}$) برابر است با:

$$V_{\text{مایع}} = \frac{4}{3} \pi R_{\text{حفره}}^3 = 4 \times 2^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ماده سازنده}} = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{کره}}^3 - R_{\text{حفره}}^3) = 4 \times (3^3 - 2^3) = 4 \times 19 \text{ cm}^3$$

با استفاده از رابطه (*) داریم:

$$V_{\text{مایع}} \rho_{\text{مایع}} = V_{\text{ماده سازنده کره}} \rho_{\text{کره}} \rightarrow 0/4 \rho_{\text{کره}} = V_{\text{ماده سازنده کره}} \rho_{\text{کره}} \quad (*)$$

$$\rho_{\text{کره}} = \frac{5/7 \times 32}{0/4 \times 4 \times 19} = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

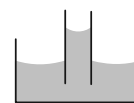
۷۲- گزینه «۳»

(کتاب فیزیک کتلور ریاضی)

وقتی نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه بیش‌تر از نیروی

هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع باشد (مانند آب و شیشه) مایع در لوله

بالاتر از سطح مایع درون ظرف بوده و سطح آن به شکل فرورفته درمی‌آید.

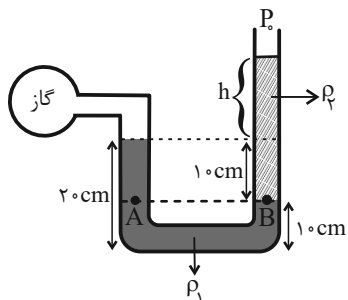


(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۲)

۷۳- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_l g h_1 = \rho_l g h_2 + P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho_l g h_2 - \rho_l g h_1$$

$$\Rightarrow P_g = \rho_l g h_2 - \rho_l g h_1 \xrightarrow{P_g = 1/7 \text{ kPa} = 1/7 \times 10^3 \text{ Pa}}$$

$$\Rightarrow 1/7 \times 10^3$$

$$= 1/7 \times 10^3 \times 10 \times (0/1 + h) - 6/8 \times 10^3 \times 10 \times 0/1$$

$$\Rightarrow 17 \times 10^3 \times (0/1 + h) = 8/5 \times 10^3$$

$$\Rightarrow 0/1 + h = 0/5 \Rightarrow h = 0/4 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۷۴- گزینه «۴»

(کتاب فیزیک کتلور ریاضی)

دقت کنید که چون کار نیروی \vec{F}_1 ، نصف کار کل و کار نیروی \vec{F}_2 ، از نصف کار

کل بیشتر است، نتیجه می‌گیریم که یک نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت

وجود دارد، زیرا اگر اصطکاک نبود، مجموع کار نیروی \vec{F}_1 و کار نیروی \vec{F}_2 الزاماً

باید برابر با W_f ، (کار کل) می‌شد. بنابراین نیروهای وارد بر جسم به صورت

شکل زیر می‌باشد:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow m \times 10 \times 200 - 125000 = \frac{1}{2}m \times (40^2 - 10^2)$$

$$\Rightarrow 2000m - 125000 = 750m \Rightarrow 2250m = 125000$$

$$\Rightarrow m = 60 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱، کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۷۶- گزینه «۱» (کتاب فیزیک کنکور ریاضی)

با استفاده از رابطه بین مقیاس دمای فارنهایت و سلسیوس، داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta F = F_2 - F_1 = 27^\circ F}{\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 4\theta_1 - \theta_1 = 3\theta_1}$$

$$27 = \frac{9}{5} \times 3\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = 5^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۷۷- گزینه «۲» (زهره آقاممدری)

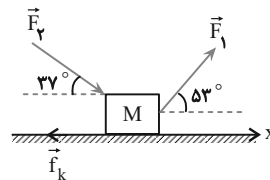
چون پس از تعادل گرمایی یخ ذوب نشده داریم، بنابراین دمای تعادل صفر درجه سلسیوس است و می‌توان نوشت:

$$\boxed{\text{یخ } 0^\circ C} \xrightarrow{Q_f = m_p L_f} \boxed{\text{آب } 0^\circ C}$$

$$\boxed{\text{آب } 5^\circ C} \xrightarrow{Q = m_1 c \Delta\theta} \boxed{\text{آب } 0^\circ C}$$

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = 0 \Rightarrow m_1 c \Delta\theta + m_p L_f = 0 \Rightarrow \frac{c = 4/2 \frac{J}{g \cdot K}, L_f = 336 \frac{J}{g}}{\Delta\theta = 0 - 5 = -5^\circ C}$$

$$m_1 \times 4/2 \times (-5) + m_p \times 336 = 0 \Rightarrow m_1 = 1/6 m_p \quad (1)$$



حال به کمک داده‌های مسئله داریم:

$$W_{F_1} = \frac{1}{2} W_t \xrightarrow{W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k}}$$

$$W_{F_1} = \frac{1}{2} (W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k}) \Rightarrow 2W_{F_1} = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow W_{F_1} = W_{F_2} + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = W_{F_1} - W_{F_2} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم که $W_{F_2} = \frac{5}{6} W_t$ ، بنابراین:

$$W_{F_2} = \frac{5}{6} W_t \Rightarrow W_{F_2} = \frac{5}{6} (W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k})$$

$$\Rightarrow 6W_{F_2} = 5W_{F_2} + 5(W_{F_1} + W_{f_k}) \Rightarrow W_{F_2} = 5(W_{F_1} + W_{f_k})$$

در ادامه به کمک تساوی (۱) خواهیم داشت:

$$W_{F_2} = 5(W_{F_1} + W_{f_k}) \Rightarrow W_{F_2} = 10W_{F_1} - 5W_{F_2}$$

$$\Rightarrow 6W_{F_2} = 10W_{F_1} \xrightarrow{\frac{W_{F_2} = F_2 d \cos 37^\circ}{W_{F_1} = F_1 d \cos 53^\circ}}$$

$$6 \times F_2 \times d \times \cos 37^\circ = 10 \times F_1 \times d \times \cos 53^\circ$$

$$\Rightarrow 6F_2 \times 0/8 = 10F_1 \times 0/6 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۵- گزینه «۱» (مصطفی کیانی)

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، داریم:



هم حجم را به دست می آوریم. دقت کنید، فرایند AB هم دما، فرایند BC هم حجم و فرایند CA بی دررو است. در ضمن در فرایند هم حجم $W = 0$ و در فرایند بی دررو $Q = 0$ می باشد. در این چرخه چون $V_A > V_C$ است، $W_{CA} < 0$ می باشد.

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}$$

$$\frac{\Delta U_{\text{چرخه}} = 0}{\Delta U_{AB} = 0} \rightarrow 0 = 0 + W_{BC} + Q_{BC} + W_{CA} + Q_{CA}$$

$$\frac{W_{BC} = 0, Q_{CA} = 0}{W_{CA} = -160 \text{ J}} \rightarrow 0 = 0 + Q_{BC} - 160 + 0 \Rightarrow Q_{BC} = 160 \text{ J}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه های ۱۳۱ تا ۱۴۰)

(کتاب فیزیک کنکور ریاضی)

۸- گزینه «۳»

این طرحواره متعلق به یخچال است، زیرا دستگاه در حال دریافت کار از محیط است. همان طور که می دانیم یخچال توسط کاری که از محیط دریافت می کند گرمای $Q_L > 0$ را از منبع دما پایین (A) دریافت کرده و گرمای $Q_H < 0$ را به محیط بیرون (منبع دما بالا B) می دهد. در یخچال ها قانون اول ترمودینامیک به صورت مقابل نوشته می شود:

$$|Q_H| - Q_L - W = 0$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه ۱۴۷)

از طرف دیگر، چون مجموع آب حاصل از ذوب یخ و آب موجود در ظرف برابر 650 g است، لذا می توان نوشت:

$$m_1 + m_2 = 650 \text{ g} \quad (2)$$

$$\frac{(1), (2)}{\rightarrow} \rightarrow 1/6 m_2 + m_2 = 650 \Rightarrow 2/6 m_2 = 650$$

$$\Rightarrow m_2 = 250 \text{ g}, m_1 = 1/6 \times 250 = 400 \text{ g}$$

در نهایت، درصد یخ ذوب شده برابر است با:

$$\text{درصد یخ ذوب شده} = \frac{m_2}{m_{\text{یخ}}} \times 100 = \frac{250}{500} \times 100 = 50\%$$

(فیزیک ۱، دما و گرما: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

(کتاب فیزیک کنکور ریاضی)

۷۸- گزینه «۳»

با استفاده از قانون گازهای کامل، می توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow P\Delta V = nR\Delta T$$

$$\Rightarrow 1/5 \times 10^5 \times (-4 \times 10^{-3}) = 3 \times 8 \times \Delta T \Rightarrow \Delta T = -25 \text{ K} = -25^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه های ۱۲۲ و ۱۲۳)

(مصطفی کیانی)

۷۹- گزینه «۱»

می دانیم در یک چرخه کامل و در فرایند هم دما $\Delta U = 0$ است، با توجه به

این که $\Delta U = Q + W$ است، به صورت زیر گرمای مبادله شده در فرایند

شیمی ۱

گزینه «۳» -۸۱

(علی بری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: جرم اتمی میانگین یک عنصر را می‌توان با استفاده از اطلاعات

موجود در جدول دوره‌ای به دست آورد.

گزینه «۲»: جرم هر پروتون، $1/0073 \text{ amu}$ است.

گزینه «۴»: بعضی از ردیف‌های جدول دوره‌ای، کمتر و یا بیش از ۸ گروه

دارند.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

گزینه «۱» -۸۲

(کتاب جامع)

$$A_1 X^+ \begin{cases} n-p=2(+1) \Rightarrow n=2+p \\ \text{جرم} = \text{جرم پروتون} + \text{جرم نوترون} = p+(2+p)=2p+2 \end{cases}$$

$$A_2 X^{2+} \begin{cases} n'-p=2(2) \Rightarrow n'=4+p \\ \text{جرم} = p+(4+p)=2p+4 \end{cases}$$

$$A_3 X^{3+} \begin{cases} n''-p=2(3) \Rightarrow n''=6+p \\ \text{جرم} = p+(6+p)=2p+6 \end{cases}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{[(2p+2) \times 25] + [(2p+4) \times 50] + [(2p+6) \times 25]}{100}$$

$$= 2p+4 = 52 \Rightarrow p=24$$

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

گزینه «۳» -۸۳

(امیر خاتمیان)

جرم آمونیاک را x گرم و جرم متان را $(20-x)$ گرم در نظر می‌گیریم:

$$? g H = x g NH_3 \times \frac{1 \text{ mol } NH_3}{17 g NH_3} \times \frac{3 \text{ mol } H}{1 \text{ mol } NH_3} \times \frac{1 g H}{1 \text{ mol } H} = \frac{3}{17} x g H$$

$$? g H = (20-x) g CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 g CH_4} \times \frac{4 \text{ mol } H}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{1 g H}{1 \text{ mol } H}$$

$$= \frac{(20-x)}{4} g H$$

$$\frac{3}{17} x + \frac{1}{4} (20-x) = 4 \Rightarrow x = 13/6 g \text{ جرم آمونیاک}$$

$$\text{جرم متان } 20 - 13/6 = 6/4 g$$

$$? \text{ اتم } C = 6/4 g CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16 g CH_4} \times \frac{1 \text{ mol } C}{1 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ اتم } C}{1 \text{ mol } C} = 2/408 \times 10^{23} \text{ اتم } C$$

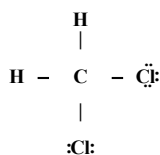
(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه «۱» -۸۴

(کتاب جامع)

فرمول دی‌کلرومتان به صورت CH_2Cl_2 است و ساختار لوویس آن به صورت

مقابل است.



در این ترکیب ۴ جفت الکترون پیوندی و ۶ جفت الکترون ناپیوندی وجود

دارد.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

رپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۸۵- گزینه «۲»

(مرتضی زارعی)

در سؤال اشاره شده است که عناصر A, E, X, Y, D, Z از عناصر اصلی می باشد پس جزء واسطه ها نیستند. بررسی عبارت ها:

عبارت اول: در ترکیب AE که مجموع قدر مطلق بار آن ۲ است پس A^{+} و E^{-} می باشد که قطعاً A از گروه ۱ و E از گروه ۱۷ بوده و یون حاصل از آن ها به آرایش گاز نجیب می رسد.

عبارت دوم: ترکیب XY نمی تواند کلسیم فسفید باشد چون Ca^{2+} و P^{3-} و مجموع قدرمطلق بارهای آن برابر ۵ است.

هم چنین می تواند X^{+} و Y^{3-} باشد که باز هم کلسیم فسفید نخواهد بود.

عبارت سوم: اگر کاتیون و آنیون هم الکترون باشد با توجه به اینکه عناصر اصلی چهار تناوب اول هستند D^{3+} همان Al^{3+} بوده و Z^{3-} همان N^{3-} است و بین آن ها $5 = 1 - (3 - 7)$ عنصر وجود دارد.

عبارت چهارم: در تمام ترکیبات یونی مجموع بار الکتریکی کاتیون ها و آنیون ها برابر است.

(شیمی ۱- کیهان، زاگره القباوی هستی، صفحه های ۳۸ و ۳۹)

۸۶- گزینه «۲»

(کتاب جامع)

نام صحیح ترکیب هایی که به درستی نام گذاری نشده اند، عبارت اند از:

CO: کربن مونوکسید

SO_۲: گوگرد تری اکسید

N_۲O: دی نیتروژن مونوکسید

CS_۲: کربن دی سولفید

(شیمی ۱- رد پای گلزها در زندگی، صفحه های ۵۳ و ۵۵)

۸۷- گزینه «۲»

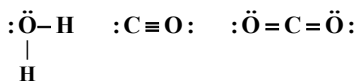
(اکبر هنرمند)

بررسی عبارت ها:

(آ) در بین فرآورده های حاصل از سوختن آن ها، H_۲O و CO_۲، گاز گلخانه ای محسوب می شوند اما CO و SO_۲ گاز گلخانه ای محسوب نمی شوند.

(ب) گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم گاز طبیعی بیشتر از یک گرم بنزین است.

(پ) فرآورده های مشترک حاصل از سوختن سوخت های فسیلی، H_۲O، CO و CO_۲ هستند که به ترتیب ۲، ۳ و ۴ پیوند اشتراکی وجود دارد.

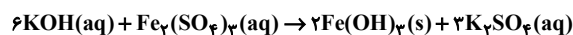


(ت) کم آلاینده ترین سوخت ها (هیدروژن) از مجموع قیمت سایر سوخت های فسیلی گران تر است.

(شیمی ۱- رد پای گلزها در زندگی، صفحه های ۷۲ و ۷۳)

۸۸- گزینه «۲»

(کتاب جامع)



$$? \text{gFe}(\text{OH})_3 = 300 \text{ mL KOH} \times \frac{0.2 \text{ mol KOH}}{1000 \text{ mL KOH}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol Fe}(\text{OH})_3}{6 \text{ mol KOH}} \times \frac{107 \text{ g Fe}(\text{OH})_3}{1 \text{ mol Fe}(\text{OH})_3} = 2 / 14 \text{ g Fe}(\text{OH})_3$$

$$? \text{ mol K}_2\text{SO}_4 = 300 \text{ mL KOH} \times \frac{0.2 \text{ mol KOH}}{1000 \text{ mL KOH}}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol K}_2\text{SO}_4}{6 \text{ mol KOH}} = 0.1 \text{ mol K}_2\text{SO}_4$$

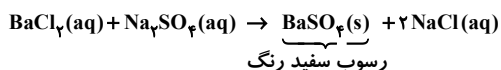
$$M = \frac{n}{V} = \frac{0.1 \text{ mol}}{0.5 \text{ L}} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۹۸ تا ۱۰۰)

۸۹- گزینه «۱»

(کتاب جامع)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده ها به واکنش دهنده ها برابر $\frac{3}{2}$ می باشد.

بررسی گزینه ها:

گزینه «۲»: تصاویر (۱) تا (۴) به ترتیب محلول سدیم سولفات، محلول باریم کلرید، رسوب باریم سولفات و محلول سدیم کلرید را نمایش می دهند.

گزینه «۳»: طی واکنش، رسوب باریم سولفات ایجاد می شود. از این واکنش می توان برای شناسایی یون Ba^{2+} در محلول های آبی استفاده کرد.

گزینه «۴»: رنگ رسوب های نقره کلرید و باریم سولفات سفید می باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۸۹ و ۹۰)

۹۰- گزینه «۳»

(کتاب جامع)

عبارت های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت ها:

(آ) نادرست: در روش تقطیر برخلاف دو روش دیگر علاوه بر میکروپها، ترکیب های آلی فرار نیز در آب باقی می ماند.

(ب) درست است.

(پ) درست: هرچه گشتاور دو قطبی کمتر باشد انحلال پذیری در هگزان که مولکولی ناقطبی است بیشتر خواهد بود.

(ت) درست است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی، صفحه های ۱۰۷، ۱۱۲، ۱۱۸ تا ۱۲۰)