ریاضی (۱) – نگاه به گذشته

۱– گزینهٔ «۳» *(محمد حمیدی)*

$$\varnothing' = U \Rightarrow A - \varnothing' = A - U = \varnothing$$

همچنین داریم: $A \cap A' = \varnothing, U - A = A'$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\varnothing \cup \varnothing \cup A' = A'$$

(ریاضی ۱– مجموعه، الگو و دنباله– صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۲– گزینهٔ «۱» *(محمد حمیدی)*

$$\underbrace{\text{۷۰} = \cap \quad -\text{۲}}_{\text{تنیس}}$$

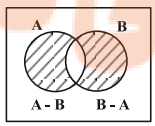
$$۴۰ + ۵۰ - ۲x = ۷۰ \Rightarrow -۲x = ۷۰ - ۹۰$$
$$\Rightarrow -۲x = -۲۰ \Rightarrow x = ۱۰$$

$$\xrightarrow[\text{نه‌والیبال نه‌تنیس}]{} n(A' \cap B') = n((A \cup B)')$$
$$= n(U) - n(A \cup B) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$
$$= ۱۵۰ - ۴۰ - ۵۰ + ۱۰ = ۷۰$$

(ریاضی ۱– مجموعه، الگو و دنباله– صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

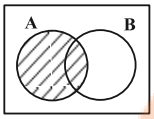
۳– گزینهٔ «۱» *(فرزانه پورعلیرضا)*

اگر نمودار ون را رسم کنیم، می‌بینیم که دو مجموعهٔ $A - B$ و $B - A$ هیچ عضو مشترکی ندارند و جدا از هم هستند.

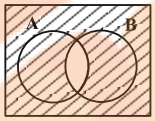


جدا از هم نبودن سایر گزینه‌ها را با نمودار ون بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ «۲»:

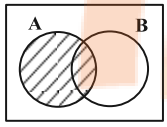


A

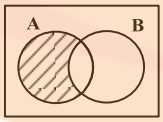


$(A \cap B)'$

گزینهٔ «۳»:

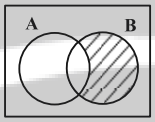


A

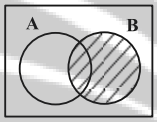


$A \cap B'$

گزینهٔ «۴»:



$B - A$



B

(ریاضی ۱– مجموعه، الگو و دنباله– صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴– گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

الگوی خطی: $t_n = an + b$

حالت اول $\begin{cases} t_۲ = -۲۲ \Rightarrow ۲a + b = -۲۲ \\ t_۵ = -۷ \Rightarrow ۵a + b = -۷ \end{cases}$

$$\Rightarrow a = ۵, b = -۳۲ \Rightarrow t_n = ۵n - ۳۲$$

$$۲ \le ۵n - ۳۲ \le ۱۰ \Rightarrow ۳۴ \le ۵n \le ۴۲ \Rightarrow \begin{cases} n = ۷ \\ n = ۸ \end{cases}$$

حالت دوم $\begin{cases} t_۲ = -۷ \\ t_۵ = -۲۲ \end{cases}$

در این حالت مقدار هیچ جمله‌ای در بازهٔ $[۲,۱۰]$ قرار نمی‌گیرد.

(ریاضی ۱– مجموعه، الگو و دنباله– صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

تلاشی درمسیر موفقیت

۵- گزینهٔ «۲» *(حمید علیزاده)*

$$a_3 = 2^{3a+b} = 1024 = 2^{10} \Rightarrow 3a+b=10 \qquad (*)$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2^{2a+b}}{2^{a+b}} = 2^a = 8 = 2^3 \Rightarrow a = 3$$

$$\xrightarrow{(*)} 9+b=10 \Rightarrow b=1$$

$$b_n = bn + a \xrightarrow[b=1]{a=3} b_n = n+3 \Rightarrow b_{20} = 23$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۶ تا ۲۷)

۶- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

اگر m ، n و ۳، سه جملهٔ متوالی دنباله هندسی باشند، داریم:

$$m^2 = 3n \qquad (1)$$

اگر m ، $n+\frac{1}{6}$ و $\frac{3}{2}$ سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ حسابی باشند، داریم:

$$2m = n + \frac{5}{3} \quad (2)$$

$$2m = \frac{m^2}{3} + \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow m = 1, 5$$

از طرفی چون دنبالهٔ ۳، m و n دنبالهٔ هندسی غیرافزایشی است، پس m نمی‌تواند ۵ باشد، بنابراین:

$$m = 1 \Rightarrow 3n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۷- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

چون قدرنسبت دنباله ۵ است پس تفاضل هر ۲ جملهٔ متوالی برابر ۵ است، لذا:

$$\frac{a_4 - a_3}{a_3 a_4} + \frac{a_5 - a_4}{a_4 a_5} + \cdots + \frac{a_{100} - a_{99}}{a_{99} a_{100}}$$

$$= \left(\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4}\right) + \left(\frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{a_{99}} - \frac{1}{a_{100}}\right)$$

$$= \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_{100}} = \frac{1}{3+10} - \frac{1}{3+495} = \frac{485}{6474}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

جملات متوالی دنبالهٔ هندسی را a ، aq و aq^2 در نظر می‌گیریم، لذا طبق فرض سوال، $5a, 10aq, 20aq^2$ تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند.

$$10aq = \frac{5a + 20aq^2}{2} \Rightarrow 20aq = 5a + 20aq^2$$

$$\xrightarrow{\div 5a} 4q = 1 + 4q^2 \Rightarrow 4q^2 - 4q + 1 = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

با فرض $q = \frac{1}{2}$ جملات دنبالهٔ حسابی به‌صورت $5a$ ، $5a$ و $5a$ در می‌آیند.

حال طبق فرض سوال مجموع ۳ جملهٔ دنبالهٔ حسابی ۳۰ است، لذا:

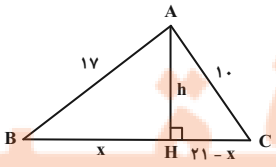
$$5a + 5a + 5a = 30 \Rightarrow 15a = 30 \Rightarrow a = \frac{30}{15} = 2$$

لذا جملات دنبالهٔ هندسی aq^2 و aq و a به‌ترتیب با جایگذاری $a = 2$ و $q = \frac{1}{2}$ برابر است با:

$$2, 1, \frac{1}{2} \Rightarrow 2 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۹- گزینهٔ «۴» *(ایمان نفستین)*



$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 17^2 = 289 \\ (21-x)^2 + h^2 = 10^2 = 100 \end{cases}$$

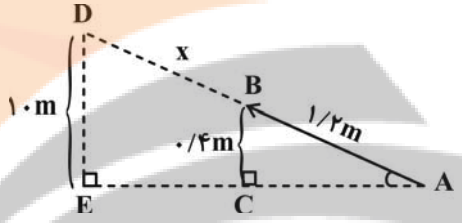
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2+h^2=289 & (1) \\ 441-42x+x^2+h^2=100 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 441-42x+289=100 \Rightarrow x=15$$

$$\Rightarrow 15^2+h^2=289 \Rightarrow h=8 \Rightarrow \tan\hat{B}=\frac{8}{15}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۰- گزینهٔ «۳» *(علی بهره‌مندپور)*



$$\sin\hat{A}=\frac{BC}{AB}=\frac{DE}{AD}$$

$$\frac{0/4}{1/2}=\frac{10}{AD} \Rightarrow AD=30$$

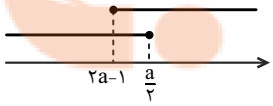
$$\Rightarrow BD=AD-AB=30-1/2=28/8$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

ریاضی (۱) - سؤالات آشنا

۱۱- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

نمایش هندسی بازه‌ها می‌تواند به صورت زیر باشد:



برای اینکه اجتماع دو بازهٔ فوق برابر با مجموعهٔ اعداد حقیقی شود، باید:

$$2a-1 \le \frac{a}{2} \Rightarrow 2a-\frac{a}{2} \le 1 \Rightarrow \frac{3a}{2} \le 1 \Rightarrow a \le \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۳ تا ۵)

۱۲- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

مجموعهٔ A زیرمجموعهٔ یک مجموعهٔ نامتناهی است، بنابراین می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد، پس $A\cap B=A$ می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. به همین ترتیب $B-A$ نیز می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد و از آنجا که $A\subseteq B$، بنابراین $A-B=\varnothing$ همواره متناهی و $A\cup B=B$ همواره نامتناهی است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۵ تا ۷)

۱۳- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

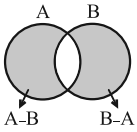
طبق فرض مسأله، داریم:

$$((A-B)\cup(B-A))'=A\cap B$$

می‌دانیم متمم متمم یک مجموعه با خود مجموعه برابر است، پس اگر از طرفین تساوی بالا متمم بگیریم، داریم:

$$(A-B)\cup(B-A)=(A\cap B)' \quad (*)$$

از طرفی با توجه به نمودار ون مقابل، داریم:



$$(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)-(A\cap B)$$

با جایگذاری در رابطه‌ی (*) خواهیم داشت:

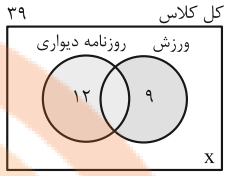
$$(A\cup B)-(A\cap B)=S-(A\cap B) \Rightarrow A\cup B=S$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

با توجه به اطلاعات مسئله نمودار ون رسم شده را داریم که در آن x تعداد نفراتی است که در هیچ‌یک از دو گروه عضو نیستند. از آنجا که تعداد کل نفرات ۳۹ نفر است، داریم:

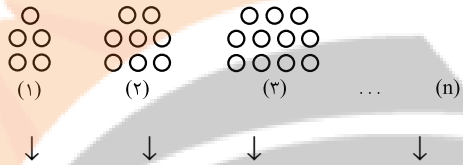
$$۱۲+۹+x=۳۹ \Rightarrow x=۱۸$$



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۱۵- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

راه حل اول: می‌توان الگو را به صورت زیر در نظر گرفت:



بنابراین جملهٔ عمومی الگو به صورت $a_n=۲(n+۱)+n$ یا $a_n=۳n+۲$ است که تعداد نقطه‌ها در شکل دوازدهم برابر خواهد بود با:

$$a_{۱۲}=۳\times۱۲+۲=۳۸$$

راه حل دوم: با دقت در شکل می‌بینیم که در هر مرحله ۳ نقطه به نقطه‌های قبلی اضافه می‌شود. پس الگوی آن خطی است و می‌توان تعداد نقطه‌ها را به صورت $a_n=۳n+b$ در نظر گرفت. از طرفی $a_۱=۵$ است، پس: $۵=۳+b$، در نتیجه: $b=۲$، پس داریم:

$$a_n=۳n+۲ \Rightarrow a_{۱۲}=۳\times۱۲+۲=۳۸$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۱۶- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

تفاضل دو جملهٔ متوالی دنبالهٔ حسابی، همان قدرنسبت است، پس:

$$d=۱۶$$

اگر جملهٔ اول را $t_۱=۱$ و جملهٔ آخر را $t_n=۸۱$ در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$۱, \square, \dots, \square, ۸۱$$

$$t_n=t_۱+(n-۱)d \Rightarrow ۸۱=۱+(n-۱)(۱۶) \Rightarrow ۱۶n=۹۶$$
$$\Rightarrow n=۶$$

پس دنباله ۶ جمله دارد و ۴ جمله بین ۱ و ۸۱ قرار می‌گیرد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

سه جملهٔ متوالی $x-۱$ ، x ، $x+۲$ را در نظر می‌گیریم. جملهٔ وسط، واسطهٔ هندسی دو جملهٔ قبل و بعد خود است، بنابراین:

$$x^۲=(x-۱)(x+۲) \Rightarrow x^۲=x^۲+x-۲ \Rightarrow x-۲=۰$$
$$\Rightarrow x=۲$$

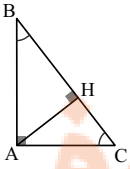
بنابراین سه جملهٔ وسط به صورت ۴، ۲، ۱ است. قدر نسبت برابر با تقسیم دو جملهٔ متوالی بر هم است، بنابراین: $r=\frac{۲}{۱}=۲$، پس خواهیم داشت:

$$\overset{\times۲}{\curvearrowright}\ \overset{\times۲}{\curvearrowright}\ \overset{\times۲}{\curvearrowright}\ \overset{\times۲}{\curvearrowright}$$
$$y\ ,\ ۱\ ,\ ۲\ ,\ ۴\ ,\ z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y\times۲=۱ \Rightarrow y=\frac{۱}{۲} \\ ۴\times۲=z \Rightarrow z=۸ \end{cases} \Rightarrow xyz=(۲)(\frac{۱}{۲})(۸)=۸$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱۸- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*



$$\overset{\Delta}{ABH}: \tan\hat{B}=\frac{AH}{BH} \Rightarrow \frac{۳}{۴}=\frac{AH}{BH} \Rightarrow AH=\frac{۳}{۴}BH$$

قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABH: $AB^۲=BH^۲+AH^۲$

www.konkur.in

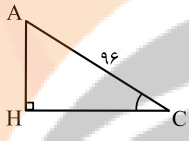
$$\Rightarrow ۴^۲ = BH^۲ + (\frac{۳}{۴}BH)^۲ \Rightarrow ۱۶ = \frac{۲۵}{۱۶}BH^۲$$

$$\Rightarrow BH = \sqrt{\frac{۱۶\times۱۶}{۲۵}} = \frac{۱۶}{۵}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۱۹- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

راه حل اول:



$$\cot\hat{C} = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \ ، \ \cot\hat{C} = \frac{HC}{AH}$$

$$\Rightarrow \frac{HC}{AH} = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow HC = \frac{\sqrt{۵}}{۲}AH$$

با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHC داریم:

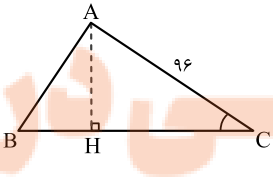
$$AC^۲ = AH^۲ + HC^۲$$

$$\Rightarrow ۹۶^۲ = AH^۲ + (\frac{\sqrt{۵}}{۲}AH)^۲ \Rightarrow AH^۲ + \frac{۵}{۴}AH^۲ = ۹۶^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۴}AH^۲ = ۹۶^۲ \Rightarrow AH^۲ = ۹۶^۲ \times \frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow AH = ۹۶\times\frac{۲}{۳} = ۶۴$$

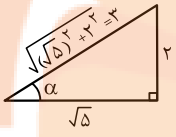
راه حل دوم: در مثلث قائم‌الزاویهٔ ACH ، داریم:



$$\sin\hat{C} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = AC.\sin\hat{C} \quad (*)$$

پس برای تعیین طول AH ، نیاز به دانستن مقدار سینوس زاویهٔ C داریم.

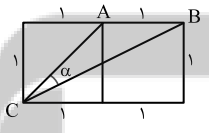
مثلث قائم‌الزاویهٔ شکل زیر نشان می‌دهد که اگر کتانژانت زاویه‌ای $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ باشد، سینوس آن $\frac{۲}{۳}$ است، پس:



$$\xrightarrow{(*)} AH = ۹۶\times\frac{۲}{۳} = ۳۲\times۲ = ۶۴$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۲۰- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*



واضح است که مساحت مثلث ABC برابر $\frac{۱}{۲}$ است. از طرفی داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۲}BC.AC.\sin\alpha$$

هم‌چنین به‌سادگی از رابطهٔ فیثاغورس به‌دست می‌آید که $BC = \sqrt{۵}$ و $AC = \sqrt{۲}$ است؛ بنابراین:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}\sqrt{۵}.\sqrt{۲}.\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

هندسه (۱) – نگاه به گذشته

۲۱– گزینهٔ «۲» *(رحیم مشتاق‌نظم)*

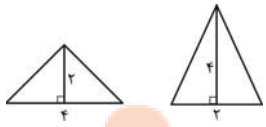
اگر در یک قضیه، جای «فرض» و «حکم» را عوض کنیم به آنچه حاصل می‌شود عکس قضیه گفته می‌شود. بنابراین عکس قضیه، عبارت گزینهٔ «۲» می‌باشد.

(هندسه ۱– صفحهٔ ۲۲)

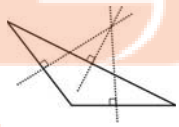
۲۲– گزینهٔ «۴» *(افشین خاصه‌خان)*

بررسی گزینه‌ها:

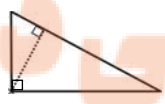
مثال نقض برای گزینهٔ «۱»:



مثال نقض برای گزینهٔ «۲»:



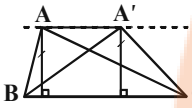
مثال نقض برای گزینهٔ «۳»:



(هندسه ۱– صفحه‌های ۱۸ تا ۲۶)

۲۳– گزینهٔ «۳» *(سینا ممپور)*

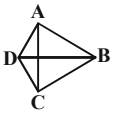
عکس قضیهٔ گزینهٔ (۱)، قضیهٔ شرطی نیست، زیرا اگر مساحت دو مثلث با هم برابر باشند، لزوماً آن دو مثلث، هم‌نهشت نیستند. (به شکل زیر دقت کنید.)



$(S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'BC})$

عکس قضیهٔ گزینهٔ (۲)، قضیهٔ شرطی نیست، زیرا اگر در دو مثلث، زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، آن‌گاه آن دو مثلث با هم متشابه‌اند و لزوماً طول ضلع‌هایشان نظیر به نظیر با هم برابر نیست.

عکس قضیهٔ گزینهٔ (۴)، قضیهٔ شرطی نیست، زیرا اگر دو قطر یک چهارضلعی با هم برابر باشد، لزوماً آن چهارضلعی، مستطیل نیست. (به شکل زیر دقت کنید.)

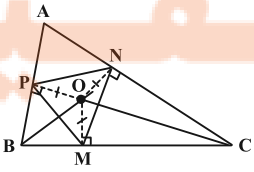


$(AC = BD)$

(هندسه ۱– صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۲۴– گزینهٔ «۱» *(سینا ممپور)*

نقطهٔ O، نقطهٔ همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC است،



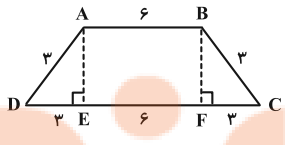
WWW.KONKUR.IR

بنابراین از سه ضلع این مثلث به یک فاصله است و در نتیجه طول سه عمود OM، ON و OP یکسان است. حال چون نقطهٔ O از سه رأس مثلث MNP به یک فاصله می‌باشد، پس نقطهٔ O، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث MNP است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۲۵- گزینهٔ «۱» *(رضا عباسی‌اصل)*

فرض کنیم چهارضلعی ABCD ذوزنقه مفروض باشد، از A و B بر DC عمود می‌کنیم. در این صورت در مثلث‌های قائم‌الزاویه $\overset{\Delta}{ADE}$ و $\overset{\Delta}{BFC}$، طول وتر با یکی از اضلاع قائمه برابر می‌شود و این غیرممکن است.



(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

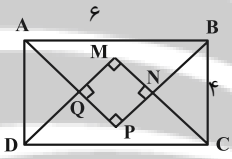
۲۶- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

هرنقطه‌ای که روی محل تلاقی نیمسازهای دو زاویهٔ مجاور مستطیل باشد، از سه ضلع آن به یک فاصله است. مثلاً اگر M محل تلاقی نیمسازهای زوایای C و D در مستطیل ABCD باشد، آن‌گاه داریم:

M از BC و CD به یک فاصله است $\Rightarrow$ M روی نیمساز زاویهٔ C است.

M از AD و CD به یک فاصله است $\Rightarrow$ M روی نیمساز زاویهٔ D است.

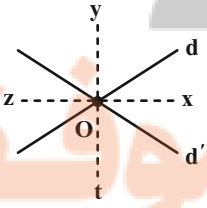
در نتیجه نقطهٔ M از اضلاع BC، CD و AD به یک فاصله می‌باشد. مطابق شکل، نقاط M، N، P و Q که محل تلاقی نیمسازهای داخلی زوایای مجاور مستطیل هستند، هر کدام از سه ضلع مستطیل ABCD، فاصله‌ای یکسان دارند. واضح است که نقطه‌ای وجود ندارد که از هر چهار ضلع این مستطیل، فاصله‌ای برابر داشته باشد.



(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۹)

۲۷- گزینهٔ «۴» *(محبوبه بهادری)*

مجموعهٔ نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله باشند، روی نیمساز زاویه‌های ایجاد شده بین دو خط قرار دارند. حال روی هر کدام از نیم‌خط‌های Ox، Oy، Oz و Ot می‌توان نقطه‌ای پیدا کرد که از دو خط d و d' به فاصلهٔ ۵ واحد باشند.



(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

تلاشی در مسیر موفقیت

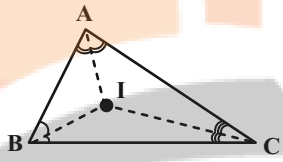
۲۸- گزینهٔ «۲» (محبوبه بهادری)

$$\hat{B} > \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow \frac{\hat{B}}{۲} > \frac{\hat{A}}{۲} > \frac{\hat{C}}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{AIB}: \frac{\hat{B}}{۲} > \frac{\hat{A}}{۲} \Rightarrow AI > BI \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{AIC}: \frac{\hat{A}}{۲} > \frac{\hat{C}}{۲} \Rightarrow CI > AI \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} CI > AI > BI$$



(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

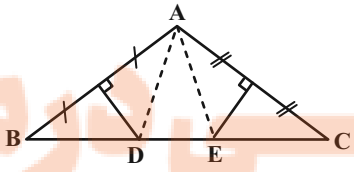
۲۹- گزینهٔ «۲» (محمدابراهیم توزنده‌جانی)

D روی عمودمنصف AB است $\Rightarrow AD = BD$ (۱)

E روی عمودمنصف AC است $\Rightarrow AE = CE$ (۲)

محیط مثلث $ADE = AD + DE + AE$

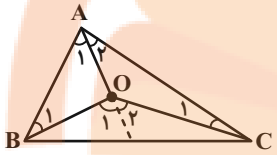
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \text{محیط مثلث } ADE = BD + DE + CE = BC = ۱۲$$



(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۳۰- گزینهٔ «۳» (محمدابراهیم توزنده‌جانی)

$$\begin{cases} OA = OB \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{B}_۱ \\ OA = OC \Rightarrow \hat{A}_۲ = \hat{C}_۱ \end{cases}$$



$$\overset{\Delta}{OAB}: \text{زاویهٔ خارجی } \hat{O}_۱ \Rightarrow \hat{O}_۱ = \hat{A}_۱ + \hat{B}_۱ = ۲\hat{A}_۱ \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{OAC}: \text{زاویهٔ خارجی } \hat{O}_۲ \Rightarrow \hat{O}_۲ = \hat{A}_۲ + \hat{C}_۱ = ۲\hat{A}_۲ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} B\hat{O}C = \hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ = ۲(\hat{A}_۱ + \hat{A}_۲) = ۲ \times ۴۰^\circ = ۸۰^\circ$$

حال اگر O' نقطهٔ همرسی نیمسازهای مثلث BOC باشد، پس BO' و CO' به‌ترتیب نیمسازهای زوایای OBC و OCB هستند و در نتیجه داریم:

$$B\hat{O}'C = ۹۰^\circ + \frac{B\hat{O}C}{۲} = ۹۰^\circ + ۴۰^\circ = ۱۳۰^\circ$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

تلاشگر مسیر موفقیت

فیزیک (۱) – نگاه به گذشته

۳۱– گزینهٔ «۴» *(علی پیراسته)*

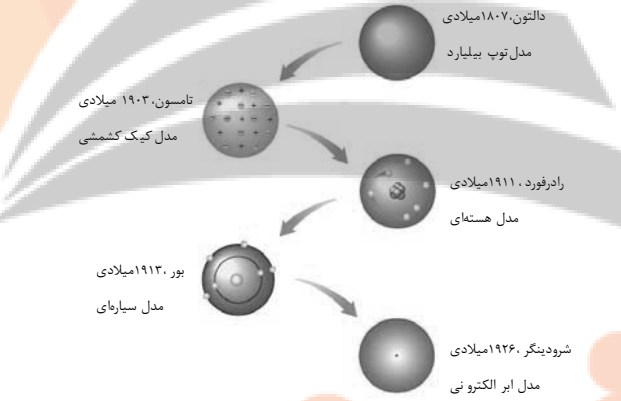
بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) بور مدل سیاره‌ای خود را پس از مدل هسته‌ای رادرفورد مطرح نمود.

۲) شرودینگر کامل‌ترین نظریهٔ اتمی را تحت عنوان مدل ابر الکترونی مطرح نمود.

۳) تامسون مدل کیک کشمشی خود را قبل از مدل هسته‌ای رادرفورد مطرح نمود.

در کل، تکامل نظریهٔ اتمی توسط دانشمندان مختلف مطابق شکل زیر است:



(فیزیک ۱– صفحه‌های ۲ و ۳)

۳۲– گزینهٔ «۳» *(علی پیراسته)*

دقت کنید اولاً کمیت شدت روشنایی کمیتی اصلی در دستگاه اندازه‌گیری SI می‌باشد و یکای آن نیز کندلا (cd) است.

پاسکال $(\frac{kg}{m.s^2})$، ژول $(\frac{kg.m^2}{s^2})$ و نیوتون $(\frac{kg.m}{s^2})$ همگی یکاهای فرعی در SI هستند که به‌ترتیب مربوط به کمیت‌های فشار، انرژی و نیرو می‌باشند.

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۳۳– گزینهٔ «۳» *(علی پیراسته)*

هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم، نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. در مدل‌سازی این سوال هیچ‌گاه نمی‌توان وزن توپ را نادیده گرفت.

برای مدل‌سازی این سوال می‌توان از شکل توپ (چون توپ را نقطه‌ای فرض می‌کنیم)، مقاومت هوا و تغییر وزن توپ با تغییر ارتفاع، صرف‌نظر کرد.

(فیزیک ۱– صفحهٔ ۵)

۳۴– گزینهٔ «۳» *(محمدرضا شیروانی‌زاده)*

ابتدا یکای فرعی انرژی (ژول) را برحسب کمیت‌های اصلی SI به‌دست می‌آوریم.

$$W = F\times d \Rightarrow 1J = 1N.m = 1\frac{kg.m}{s^2}\times m = \frac{kg.m^2}{s^2}$$

پس با توجه به رابطهٔ گرما در صورت سؤال، داریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow [c] = \frac{[Q]}{[m\Delta\theta]} = \frac{J}{kg.K}$$

$$\xrightarrow{J=\frac{kg.m^2}{s^2}} [c] = \frac{\frac{kg.m^2}{s^2}}{\frac{kg.K}{1}} = \frac{m^2}{s^2.K}$$

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۳۵– گزینهٔ «۲» *(محمدرضا شیروانی‌زاده)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱- وزن کمیتی فرعی و برداری است.

۳- جریان الکتریکی کمیتی اصلی و نرده‌ای است.

۴- تندی کمیتی فرعی و نرده‌ای است.

(فیزیک ۱– صفحه‌های ۶ و ۷)

تلاشی درمسیر موفقیت

۳۶- گزینهٔ «۴» *(بهنام دیبائی)*

با استفاده از تبدیل واحد زنجیره‌ای ابتدا km را به cm و سپس به فرسنگ تبدیل می‌کنیم.

$$۱۸۷۲\text{km}\times\frac{۱۰^{۲}\text{cm}}{۱۰^{-۳}\text{km}}\times\frac{۱\text{ذرع}}{۱۰۴\text{cm}}\times\frac{۱\text{فرسنگ}}{۶۰۰۰\text{ذرع}}=۳۰۰\text{فرسنگ}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۳۷- گزینهٔ «۳» *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا نیوتون را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم:

$$F=ma\Rightarrow ۱\text{N}=\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^{۲}}$$

$$۲\text{kN}=\frac{x\times\text{mg}\times\text{Gm}}{\text{s}^{n}}$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰^{۳}\left(\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^{۲}}\right)=\frac{x\times۱۰^{-۶}\text{kg}\times۱۰^{۹}\text{m}}{\text{s}^{n}}\Rightarrow\begin{cases}x=۲\\n=۲\end{cases}$$

پس با توجه مقادیر x و n یکای $\frac{\mu g\times m^{-\frac{n}{۲}}}{s^{x}}$ را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{\mu g\times m^{-۱}}{s^{۲}}=۱۰^{-۶}\frac{g}{m.s^{۲}}=۱۰^{-۹}\frac{kg}{m.s^{۲}}=۱\text{nPa}$$

یکای $\frac{kg}{m.s^{۲}}$ یکای فرعی فشار است.

$$\text{Pa}=\frac{\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^{۲}}}{\text{m}^{۲}}=\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^{۲}}$$

پس کمیت داده شده معادل یک نانوپاسکال است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۳۸- گزینهٔ «۳» *(حسین مخدومی)*

ابتدا مساحت زمین را برحسب مترمربع به‌دست می‌آوریم.

$$\text{مساحت زمین ذوزنقه}=\frac{(\text{قاعدهٔ بزرگ}+\text{قاعدهٔ کوچک})}{۲}\times\text{ارتفاع}$$

$$=\frac{(۵+۱۵)}{۲}\times۳۶=۳۶۰\text{hm}^{۲}$$

$$۳۶۰\text{hm}^{۲}\times\frac{(۱۰^{۲})^{۲}\text{m}^{۲}}{۱\text{hm}^{۲}}=۳۶\times۱۰^{۵}\text{m}^{۲}$$

$$\text{آهنگ آبیاری}=\frac{\text{مساحت}}{\text{زمان}}\Rightarrow ۵=\frac{۳۶\times۱۰^{۵}}{t}$$

$$\Rightarrow t=۷/۲\times۱۰^{۵}\text{s}\times\frac{۱\text{h}}{۳۶۰۰\text{s}}\Rightarrow t=۲۰۰\text{h}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۳۹- گزینهٔ «۲» *(علی پیراسته)*

ابتدا طرفین رابطه را برحسب یکاهای اصلی می‌نویسیم. جمع و تفریق در فیزیک هنگامی معتبر است که کمیت‌ها یکای یکسانی داشته باشند، پس یکای هر دو جمله یکسان است.

$$\begin{cases}\frac{m^{۲}}{s^{۴}}=[A](\frac{m}{kg.s^{۲}})\Rightarrow[A]=\frac{kg.m}{s^{۲}}\\\frac{m^{۲}}{s^{۴}}=[B](\frac{m^{۲}}{s^{۴}}\times m)\Rightarrow[B]=\frac{۱}{m}\end{cases}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow\frac{[A]}{[B]}=\frac{\frac{kg.m}{s^{۲}}}{\frac{۱}{m}}=\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}$$

می‌دانیم $\frac{kg.m^{۲}}{s^{۲}}$ یکای فرعی کمیت انرژی است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

تلاشی درمسیر موفقیت

۴۰- گزینهٔ «۴» *(محمدرضا شیروانی‌زاده)*

۱- دقت اندازه‌گیری را می‌توان به حداقل رساند اما به صفر نمی‌توان رساند.

۲- این دماسنج دارای دقت $0/01^\circ C$ می‌باشد.

۳- عدد ۳۲/۸ را باید از بین این داده‌ها حذف کرد و در میانگین‌گیری به‌حساب نیاورد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴۱- گزینهٔ «۱» *(زهره آقامحمدی)*

مقادیر به‌دست آمده در آزمایش‌های ۲ و ۴ نسبتاً دورتر از سایر مقادیر می‌باشد. آن‌ها را از داده‌ها خارج می‌کنیم و از بقیهٔ مقادیر میانگین می‌گیریم.

$$m=\frac{0/04+0/05+0/04+0/05}{4}=0/045g=45mg$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

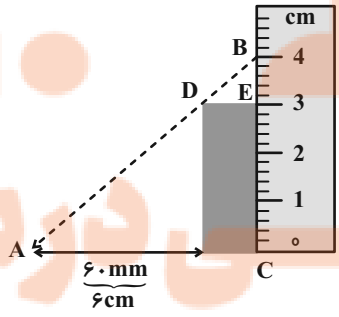
۴۲- گزینهٔ «۲» *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از تشابه دو مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{BDE}$ داریم:

$$\frac{BE}{BC}=\frac{DE}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1cm}{4cm}=\frac{DE}{6+DE}\Rightarrow 6+DE=4DE$$

$$\Rightarrow DE=2cm$$



(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴۳- گزینهٔ «۳» *(زهره آقامحمدی)*

مایع قابل اشتعال $\rho=680\frac{g}{L}=680\frac{kg}{m^3}$

$$\rho_A=1\times10^3\frac{g}{L}=10^3\frac{kg}{m^3}\ ,\ \rho_B=400\frac{kg}{m^3}\ ,\ \rho_C=7000\frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_B<\rho_{مایع}<\rho_A<\rho_C$$

چگالی مایع مناسب برای خاموش کردن شعلهٔ حاصل از مایع اشتعال‌زا باید کمتر از چگالی مایع اشتعال‌زا باشد، پس مایع B مناسب است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۴- گزینهٔ «۳» *(شهرام آموزگار)*

با توجه به رابطهٔ چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_{طلا}+m_{نقره}}{V_{طلا}+V_{نقره}}\Rightarrow \rho_{مخلوط}=\frac{\rho_{طلا}V_{طلا}+\rho_{نقره}V_{نقره}}{V_{طلا}+V_{نقره}}$$

$$\xrightarrow{V_{طلا}=(V_{نقره}-1)cm^3,\ \rho_{طلا}=19\frac{g}{cm^3},\ \rho_{نقره}=10\frac{g}{cm^3}}$$

$$\rho_{مخلوط}=13/6\frac{g}{cm^3}$$

$$13/6=\frac{19V_{طلا}+10(V_{طلا}+1)}{V_{طلا}+V_{طلا}+1}$$

$$13/6\times(2V_{طلا}+1)=19V_{طلا}+10V_{طلا}+10$$

$$\Rightarrow 27/2V_{طلا}+13/6=29V_{طلا}+10$$

$$1/8V_{طلا}=3/6\Rightarrow V_{طلا}=2cm^3\Rightarrow V_{نقره}=2+1=3cm^3$$

بنابراین جرم طلای به‌کار رفته برابر است با:

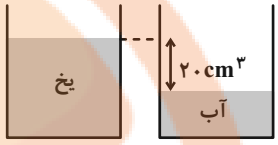
$$m_{طلا}=\rho_{طلا}\times V_{طلا}=19\times2=38g$$

دقت کنید که چون چگالی آلیاژ از میانگین چگالی طلا و نقره پایین‌تر است، لذا نتیجه می‌گیریم که حجم نقرهٔ به کار رفته در آلیاژ بیش‌تر از طلا است، پس حجم نقره $1cm^3$ بیش‌تر از حجم طلا می‌باشد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۵- گزینهٔ «۱» *(بهنام ریبائی)*

با توجه به اینکه $\rho_{\text{یخ}} < \rho_{\text{آب}}$ است، حجم یخ پس از ذوب شدن کاهش می‌یابد، اما جرم آن ثابت است:



$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow ۰/۹V_{\text{یخ}} = ۱V_{\text{آب}} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = ۲۰\text{cm}^۳ \\ V_{\text{آب}} = ۰/۹V_{\text{یخ}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{\text{یخ}} - ۰/۹V_{\text{یخ}} = ۲۰\text{cm}^۳$$

$$\Rightarrow ۰/۱V_{\text{یخ}} = ۲۰\text{cm}^۳$$

$$\Rightarrow V_{\text{یخ}} = ۲۰۰\text{cm}^۳$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۶- گزینهٔ «۱» *(علی پیراسته)*

دقت کنید که ابتدا باید واحدها را استاندارد کنیم و همهٔ آن‌ها را برحسب متر به‌دست آوریم.

$$۲\times۱۰^۲\,\mu\text{m}\times\frac{۱۰^{-۶}\,\text{m}}{۱\mu\text{m}} = ۲\times۱۰^{-۴}\,\text{m}$$

$$۲۰\text{cm}\times\frac{۱۰^{-۲}\,\text{m}}{۱\text{cm}} = ۰/۲\text{m}$$

$$۱/۵\times۱۰^۳\,\text{nm}\times\frac{۱۰^{-۹}\,\text{m}}{۱\text{nm}} = ۱/۵\times۱۰^{-۶}\,\text{m}$$

$$۱\times۱۰^{-۳}\,\text{mm}\times\frac{۱۰^{-۳}\,\text{m}}{۱\text{mm}} = ۱\times۱۰^{-۶}\,\text{m}$$

با توجه به رابطهٔ مقایسه‌ای چگالی و برابری جرم‌ها داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m_{\text{استوانه}}=m_{\text{مکعب}}} \Rightarrow \frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = \frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{استوانه}}}$$

پس حجم استوانه و حجم مکعب را به‌دست آوریم:

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(R^۲ - r^۲)h = ۳\times((۱/۵\times۱۰^{-۶})^۲ - (۱۰^{-۶})^۲)\times۰/۲$$

$$\Rightarrow V_{\text{استوانه}} = ۰/۷۵\times۱۰^{-۱۲}\,\text{m}^۳$$

$$V_{\text{مکعب}} = a^۳ = (۲\times۱۰^{-۴})^۳ = ۸\times۱۰^{-۱۲}\,\text{m}^۳$$

$$\frac{\rho_{\text{استوانه}}}{\rho_{\text{مکعب}}} = \frac{V_{\text{مکعب}}}{V_{\text{استوانه}}} = \frac{۸\times۱۰^{-۱۲}}{۰/۷۵\times۱۰^{-۱۲}} = \frac{۸۰۰}{۷۵} = \frac{۳۲}{۳}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۷- گزینهٔ «۱» *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا جرم هوای موجود در اتاق را محاسبه می‌کنیم:

$$m = \rho V = ۱/۲۵\times۶۰ = ۷۵\text{kg}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{۳۰}{۷۵} = ۰/۴\,\frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۸- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»:

$$۷۶۰۰\times۱۰^۴\,\text{dm} = ۷/۶۰۰\times۱۰^۳\times۱۰^۴\,\text{dm} = ۷/۶۰۰\times۱۰^۷\,\text{dm}$$

$$۷/۶۰۰\times۱۰^۷\,\text{dm} = ۷/۶۰۰\times۱۰^۷\,\text{dm}\times\frac{۱۰^{-۱}\,\text{m}}{۱\text{dm}}\times\frac{۱\text{km}}{۱۰^۳\,\text{m}}$$

$$= ۷/۶۰۰\times۱۰^۷\times۱۰^{-۱}\times۱۰^{-۳} = ۷/۶۰۰\times۱۰^۳\,\text{km}$$

گزینهٔ «۲»:

$$۰/۰۰۴۶\times۱۰^۳\,\text{mm} = ۴/۶\times۱۰^{-۳}\times۱۰^۳\,\text{mm} = ۴/۶\text{mm}$$

$$۴/۶\text{mm} = ۴/۶\text{mm}\times\frac{۱۰^{-۳}\,\text{m}}{۱\text{mm}}\times\frac{۱\text{nm}}{۱۰^{-۹}\,\text{m}} = \frac{۴/۶\times۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۹}}\,\text{nm}$$

$$= ۴/۶\times۱۰^۶\,\text{nm}$$

گزینهٔ «۳»:

$$۵۶۰۰\times۱۰^{-۶}\,km = ۵/۶۰۰\times۱۰^{۳}\times۱۰^{-۶}\,km = ۵/۶۰۰\times۱۰^{-۳}\,km$$

$$۵/۶۰۰\times۱۰^{-۳}\,km = ۵/۶۰۰\times۱۰^{-۳}\,km\times\frac{۱۰^{۳}\,m}{۱\,km}\times\frac{۱\,\mu m}{۱۰^{-۶}\,m}$$

$$=\frac{۵/۶۰۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{۳}}{۱۰^{-۶}}\,\mu m = ۵/۶۰۰\times۱۰^{۶}\,\mu m$$

گزینهٔ «۴»:

$$۰/۰۰۸۵\times۱۰^{-۴}\,cm = ۸/۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۴}\,cm$$

$$=۸/۵\times۱۰^{-۷}\,cm$$

$$۸/۵\times۱۰^{-۷}\,cm = ۸/۵\times۱۰^{-۷}\,cm\times\frac{۱۰^{-۲}\,m}{۱\,cm}\times\frac{۱\,dm}{۱۰^{-۱}\,m}$$

$$=\frac{۸/۵\times۱۰^{-۷}\times۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۱}}\,dm = ۸/۵\times۱۰^{-۸}\,dm$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۹- گزینهٔ «۲»

(محمدرضا شیروانی‌زاده)

با استفاده از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲-\Delta V}$$

$$\Delta V = ۰/۲(V_۱+V_۲) = ۱۱۰\,cm^{۳}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{۶۰۰+۸۵۰}{۵۵۰-۱۱۰} = \frac{۱۴۵۰}{۴۴۰} \simeq ۳/۳\,\frac{g}{cm^{۳}} \simeq ۳۳۰۰\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۰- گزینهٔ «۱»

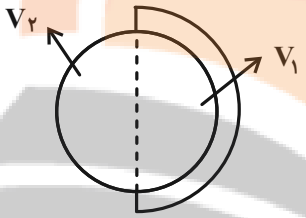
(سعید اردم)

ابتدا چگالی جسم کروی را حساب کنیم:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^{۳} = \frac{۴}{۳}\times۳\times۴^{۳} = ۲۵۶\,cm^{۳}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{۳۸۴}{۲۵۶} = ۱/۵\,\frac{g}{cm^{۳}} = ۱۵۰۰\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

برای محاسبهٔ چگالی جدید جسم کافی است حجم هستهٔ کروی (نیمی از پوستهٔ آن کنده شده) و جرم پوستهٔ کنده‌شده را حساب کنیم. دو نیم کره داریم یکی به شعاع ۴cm و دیگری به شعاع ۳cm



$$V = V_۱ + V_۲$$

$$V = \frac{۴}{۶}\times۳\times۴^{۳} + \frac{۴}{۶}\times۳\times۳^{۳} = ۱۲۸+۵۴ = ۱۸۲\,cm^{۳}$$

حجم پوستهٔ کنده شده $V' = ۲۵۶-۱۸۲ = ۷۴\,cm^{۳}$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{m}{۷۴} \Rightarrow m = ۳۷\,g$$

$$\rho' = \frac{۳۸۴-۳۷}{۱۸۲} \simeq ۱/۹۰\,\frac{g}{cm^{۳}} \simeq ۱۹۰۰\,\frac{kg}{m^{۳}}$$

بنابراین چگالی جسم $۴۰۰\,\frac{kg}{m^{۳}}$ افزایش یافته است.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

تلاشی درمسیر موفقیت

شیمی (۱) – نگاه به گذشته

۵۱– گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

شکل درست عبارات نادرست:

ب) اورانیم دو ایزوتوپ دارد ^{235}U و ^{238}U که ^{235}U اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود.

پ) در یک نمونه طبیعی عنصر هیدروژن یک رادیوایزوتوپ وجود دارد.

ت) به اتم‌های یک عنصر که عدد اتمی یکسان ولی عدد جرمی متفاوت دارند ایزوتوپ می‌گویند.

ث) طیف نشری خطی لیتیم در ناحیهٔ مرئی دارای ۴ خط طیفی است ولی پیوسته نیستند.

(شیمی ۱– کیهان زادگاه الفبای هستی– صفحه‌های ۵، ۶، ۸، ۱۵ و ۲۳)

۵۲– گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

برای حل قسمت «ت» کافی است عدد اتمی گاز بی‌اثر قبلی را با عدد اتمی عنصر موردنظر جمع نمود یعنی:

$$۱۸ + ۸ = ۲۶$$

(شیمی ۱– کیهان زادگاه الفبای هستی– صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

۵۳– گزینهٔ «۳» *(پویا رستگاری)*

در هنگام عبور نور خورشید از منشور پرتویی که بیشترین انرژی (کمترین طول موج) را دارا می‌باشد، بیشترین شکست هنگام عبور از منشور را نیز دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نخستین عنصر تولید شده در واکنش‌گاه هسته‌ای ، تکنسیم است. تکنسیم در دستهٔ d بوده و یک فلز می‌باشد، با توجه به جدول اتمی، جرم اتمی میانگین آن برخلاف سایر عناصر نوشته نشده است.

گزینهٔ «۲»: ایزوتوپی که از آن جهت ایجاد یک سنجه برای اندازه‌گیری جرم اتم‌ها استفاده شده است، ایزوتوپ $^{12}_{6}C$ است، در ساختار این ایزوتوپ شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها با هم برابر است.

گزینهٔ «۴»: با توجه به متن کتاب درسی درست است!

(شیمی ۱– کیهان زادگاه الفبای هستی– صفحه‌های ۷ تا ۲۰)

۵۴– گزینهٔ «۲» *(پویا رستگاری)*

عبارت‌های ب و پ درست می‌باشند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت الف): فضاپیماهای وویجر مأموریت داشتند از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون عبور کنند اما نمی‌توان گفت این سیاره‌ها فقط از عناصر گازی تشکیل شده‌اند.

عبارت ب): فراوان‌ترین عنصر نافلزی موجود در سیارهٔ زمین اکسیژن است که با توجه به نمودارهای صفحهٔ ۳ کتاب درسی درصد فراوانی آن در سیارهٔ زمین از سیارهٔ مشتری بیشتر است.

عبارت پ): سحابی‌ها طی کاهش دما و متراکم شدن گازهای هیدروژن و هلیم به‌وجود آمدند. با واکنش‌های انجام شده در ستاره‌های موجود در سحابی‌ها از این عناصر، عناصری مانند کربن، لیتیم و ... به‌وجود می‌آید. (هیدروژن و لیتیم هم‌گروه‌اند.)

عبارت ت): خورشید نزدیک‌ترین ستاره به زمین است اما واکنش تبدیل هیدروژن به هلیم یک واکنش هسته‌ای می‌باشد.

عبارت ث): تکنسیم یکی از عناصر دورهٔ پنجم است که به‌صورت مصنوعی ساخته می‌شود.

(شیمی ۱– کیهان زادگاه الفبای هستی– صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۷)

تلاشی درمسیر موفقیت

۵۵- گزینهٔ «۲» *(پویا رستگاری)*

در دورهٔ چهارم عناصر پتاسیم (K) و وانادیم (V) تنها عناصر تک‌حرفی‌اند بنابراین از ۱۸ عنصر موجود در این دوره ۱۶ عنصر نماد دو حرفی دارند. بنابراین نسبت موردنظر برابر با ۸ می‌شود. از طرفی تعداد عناصر دورهٔ سوم نیز برابر با ۸ عنصر می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ایزوتوپ $^{25}_{12}Mg$ کمترین فراوانی را در بین ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم دارد. ذرات داخل هسته همان نوترون و پروتون می‌باشند که تعدادشان مجموعاً ۲۵ عدد است. ذرات خارج هسته همان الکترون‌ها هستند که برابر با عدد اتمی می‌باشند یعنی برابر با ۱۲ می‌شود. اختلاف آن‌ها برابر با $۱۳ = ۱۲ - ۲۵$ است اما عناصر موجود در دورهٔ پنجم ۳۲ عدد می‌باشند.

گزینهٔ «۳»: فراوانی ایزوتوپ ^{235}U تنها ۰/۷ درصد است.

گزینهٔ «۴»: نخستین عناصری که پس از مهبانگ، از ذرات زیر اتمی به‌وجود آمدند. هیدروژن و هلیم بوده است که فراوان‌ترین عناصر موجود در سیارهٔ مشتری می‌باشند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۵۶- گزینهٔ «۱» *(پویا رستگاری)*

موارد اول، دوم و چهارم نادرست می‌باشند.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: برای مثال عناصر هیدروژن و لیتیم هر دو در طیف نشری خطی خود، ۴ خط دارند.

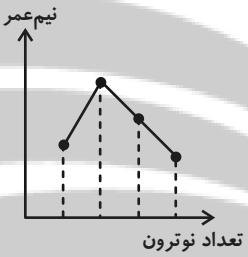
مورد دوم: رنگ شعلهٔ لیتیم سرخ رنگ است با توجه به نمودارها طول موج A دو برابر طول موج B است. رنگ شعلهٔ مس سبزرنگ می‌باشد. طول موج رنگ سرخ برابر با ۷۰۰ نانومتر است که طول موج B با توجه به نمودار برابر با ۳۵۰ نانومتر می‌باشد که در گسترهٔ مرئی قرار نمی‌گیرد.

مورد سوم: هیدروژن فراوان‌ترین عنصر سیارهٔ مشتری است که با توجه به نمودار صفحهٔ ۲۳ کتاب درسی تراکم خطوط طیف نشری خطی در نواحی پرانرژی بیشتر است.

مورد چهارم: بیشترین فراوانی ایزوتوپ عنصر لیتیم مربوط به ایزوتوپ $^{7}_{3}Li$ می‌باشد اما تعداد عناصر دو حرفی دورهٔ سوم برابر با ۶ عنصر است.

(Ar, Cl, Si, Al, Mg, Na)

مورد پنجم: نمودار مربوط به شکل مقابل است:



$(^{4}_{1}H)(^{5}_{1}H)(^{6}_{1}H)(^{7}_{1}H)$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۶، ۱۰، ۱۱، ۲۲ و ۲۳)

۵۷- گزینهٔ «۴» *(پویا رستگاری)*

جرم مولی CH_4 برابر با ۱۶ گرم بر مول و جرم مولی O_3 برابر با ۴۸ گرم بر مول است. با توجه به اینکه جرم مولی O_3، ۳ برابر جرم مولی CH_4 است. در جرم‌های برابر می‌توان گفت تعداد مول CH_4، ۳ برابر تعداد مول O_3 است. پس می‌توانیم تعداد مول O_3 را x و تعداد مول CH_4 را ۳x در نظر بگیریم. حال شمار اتم‌ها را در این دو نمونه از ماده به‌دست می‌آوریم:

$$?\,atm\,CH_4 : 3x\,mol\,CH_4 \times \frac{5\,mol\,atm}{1\,mol\,CH_4} \times \frac{6/02\times10^{23}\,atm}{1\,mol\,atm}$$

$$= 15x \times 6/02 \times 10^{23}\,atm$$

$$?\,atm\,O_3 : x\,mol\,O_3 \times \frac{3\,mol\,atm}{1\,mol\,O_3} \times \frac{6/02\times10^{23}\,atm}{1\,mol\,atm}$$

$$= 3x\times6/02\times10^{23}\,atm$$

با توجه به‌صورت سوال اختلاف شمار اتم‌ها برابر با $3/612\times10^{24}$ شده است:

$$15x\times6/02\times10^{23} - (3x\times6/02\times10^{23}) = 3/612\times10^{24}$$

$$\Rightarrow x = 0/5\,mol$$

بنابراین ۱/۵ مول CH_4 داریم که معادل با ۲۴ گرم از آن است. $\frac{1}{11}$ مول CO_2 نیز جرمی معادل با ۴ گرم از این ماده دارد؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{24}{4} = 6$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵۸- گزینهٔ «۳» *(عباس هنرجو)*

عبارت‌های آ و پ نادرست‌اند.

بررسی برخی عبارت‌ها:

عبارت آ) نادرست؛ ایزوتوپ‌های یک عنصر در برخی خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی با یکدیگر تفاوت دارند.

عبارت ب) درست؛ $z = \frac{A - X + \text{بار}}{2} \Rightarrow z = \frac{69-10+3}{2} = 31$

$^{69}_{31}X$ و $^{71}_{31}Y$ با هم ایزوتوپ هستند.

عبارت پ) نادرست؛ با توجه به اطلاعات داده شده:

$$\begin{cases} z A^{3+} \text{ در تعداد الکترون‌ها} = z - 3 \\ z' B^{2-} \text{ در تعداد الکترون‌ها} = z' + 2 \end{cases} \Rightarrow z - 3 = z' + 2$$

$$\Rightarrow z' = z - 5$$

از آن‌جا که مجموع تعداد پروتون‌های این دو یون برابر ۲۱ است:

$$z + z' = 21 \Rightarrow z + (z-5) = 21 \Rightarrow z = 13 \quad z' = 8$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۵ و ۶)

۵۹- گزینهٔ «۱» *(عباس هنرجو)*

آ) درست؛ گروه ۱۱ $\Rightarrow$ عدد اتمی $= \frac{A - \Delta X}{2} \Rightarrow \frac{65-7}{2} = 29$

ب) نادرست؛ عنصر ما قبل $_{36}Kr$ با عنصر ما قبل گاز نجیب $_{54}Xe$ هم‌گروه است که عدد اتمی آن ۵۳ است.

پ) نادرست؛ $\text{عدد اتمی} = \frac{\text{عدد جرمی} - \Delta x + \text{بار}}{2} = \frac{75-12+3}{2} = 33$

گروه ۱۵ $\rightarrow {}_{33}As$

گروه ۱۴ $\rightarrow {}_{14}Si$

ت) نادرست؛ $A - n$ برابر تعداد پروتون‌هاست. در اغلب اتم‌ها تعداد نوترون‌ها بیشتر از پروتون است. به جز $_1^1H$ که فاقد نوترون است و در مواردی نیز تعداد نوترون و پروتون برابرند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰ و ۱۲)

۶۰- گزینهٔ «۳» *(عباس هنرجو)*

با توجه به اطلاعات مربوط به A^{2+} می‌توان نوشت:

$$A^{2+}\begin{cases} e = 78 \\ p = 78+2 = 80 \\ n = p + (0/5p) \end{cases}$$

$$\Rightarrow n = 1/5p \Rightarrow n = 1/5\times80 = 120$$

$$A = n + p = 120 + 80 = 200$$

$$50\,g\,A \times \frac{1\,mol\,A}{200\,g\,A} \times \frac{6/02\times10^{23}\,A}{1\,mol\,A} \times \frac{120\,n}{1\,\text{اتم}\,A} = 18/06\times10^{24}$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۵ و ۱۴ تا ۱۹)

www.konkur.in

۶۱- گزینهٔ «۱» *(هدی بهاری‌پور)*

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

آ) نادرست؛ از ^{235}U برای سوخت راکتور استفاده می‌شود.

ب) نادرست؛ فراوانی $^{235}U \rightarrow$ کمتر از ۰/۷ درصد است.

پ) نادرست؛ یون یدید با یونی که حاوی $^{99}_{43}Tc$ است، اندازهٔ مشابهی دارد.

ت) نادرست؛ تکنسیم و فسفر رادیوایزوتوپ ساخته شده در ایران است (طبق کتاب درسی)

ث) درست؛ در کتاب درسی به رادیوایزوتوپ فسفر اشاره شده است. پس حداقل یک رادیوایزوتوپ را دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۶۲- گزینهٔ «۲» *(هدی بهاری‌پور)*

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

آ) درست؛ هیدروژن فقط یک ایزوتوپ بدون نوترون دارد و آن هم $^{1}_{1}H$ است.

ب) نادرست؛ ایزوتوپ نوترون‌دار پایدار هیدروژن $\leftarrow {}^{2}_{1}H$

پایدارترین ایزوتوپ اکسیژن $\leftarrow {}^{16}_{8}O$

$${}^{2}_{1}H_2\,{}^{16}O \Rightarrow 2(2)+16=20\,g.mol^{-1}$$

پس نادرست است.

پ) نادرست؛ ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن $^{3}_{1}H$ است که جرم مولی آن برابر $3\,g.mol^{-1}$

ت) نادرست؛ پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن $\leftarrow {}^{3}_{1}H$

ث) درست؛ هیدروژن تنها یک رادیوایزوتوپ طبیعی دارد $\leftarrow {}^{3}_{1}H$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحهٔ ۶)

۶۳- گزینهٔ «۴» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

$$\begin{cases} N+N'=19 \\ N-N'=1 \end{cases} \Rightarrow N'=9$$

در دو عنصر متوالی اختلاف اعداد اتمی یک می‌باشد بنابراین خواهیم داشت:

$$Z+Z'=Z'+1+Z'=17 \Rightarrow Z'=8$$

$$\frac{N'}{Z'}=1/125$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

۶۴- گزینهٔ «۲» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

شکل درست عبارات نادرست:

آ) نور مرئی گستره محدود و باریکی از بی‌نهایت طول موج را به خود اختصاص می‌دهد.

پ) طیف نشری خطی لیتیم در ناحیهٔ مرئی شامل چهار خط طیفی به رنگ‌های قرمز، زرد، آبی و نیلی می‌باشد چون لیتیم در شعله نشر قرمز دارد حتما باید خط ناحیه قرمز نیز بین خطوط باشد.

ت) با تغییر آنیون یک نمک فلزی خطوط طیفی آن تغییر نمی‌کند. زیرا نشر به اتم فلزی بستگی دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۶۵- گزینهٔ «۱» *(امیر حاتمیان)*

فقط عبارت «ب» نادرست است.

بررسی عبارت «ب»: ویجر ۱، ۲، مأموریت تهیهٔ شناسنامهٔ فیزیکی و شیمیایی سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون با گذر از کنار آن‌ها را داشتند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحهٔ ۲)

۶۶- گزینهٔ «۳» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$n-p=۴$$
$$\underline{n+p=۵۲}$$
$$۲n=۵۶ \Rightarrow n=۲۸ \Rightarrow ۲۸-p=۴ \Rightarrow p=۲۴$$

$$NO_۲^+ \Rightarrow \text{تعداد الکترون‌ها} = (۱\times ۷)+(۲\times ۸)-۱=۲۲$$

اختلاف خواسته‌شده : $۲۸-۲۲=۶$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۶۷- گزینهٔ «۲» *(حمید ذبحی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $^{۶}_{۳}Li = ٪۶ , ^{۷}_{۳}Li = ٪۹۴$

گزینهٔ «۲»: هر چه فراوانی یک ایزوتوپ بیشتر باشد، پایداری آن نیز بیشتر است.

گزینهٔ «۳»: در عنصر $^{۹۹}_{۴۳}Tc$، نسبت شمار نوترون به پروتون کوچک‌تر از ۱/۵ است.

گزینهٔ «۴»:

$$\frac{n}{p} \geq ۱/۵ \Rightarrow \frac{n}{p}+۱ \geq ۱/۵+۱ \Rightarrow \frac{n+p}{p} \geq ۲/۵ \Rightarrow \frac{A}{Z} \geq ۲/۵$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۶۸- گزینهٔ «۴» *(محمد عظیمیان‌زواره)*

عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) در بین ۸ عنصر فراوان زمین و مشتری دو عنصر مشترک (S, O) وجود دارد.

ب) عنصر آهن فراوان‌ترین عنصر در زمین و عنصر **He** (هلیم) دومین عنصر فراوان در مشتری می‌باشد.

پ) درست

$A: {}_{۲۶}Fe$
$D: {}_{۶}C$
$E: {}_{۱۵}P$
$G: {}_{۸}O$
$M: {}_{۲}He$

ت) تفاوت عدد اتمی $_{۲۶}Fe$ و $_{۱۵}P$ برابر ۱۱ می‌باشد (عدد اتمی منیزیم برابر ۱۲ است.)

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های۳ و ۱۰ تا ۱۲)

۶۹- گزینهٔ «۴» *(علیرضا کیانی‌دوست)*

$$^{۸۱}X^- : n-e=۱۰ \rightarrow n-(p+۱)=۱۰ \Rightarrow \begin{cases} n-p=۱۱ \\ n+p=۸۱ \end{cases}$$

$$۲n=۹۲ \rightarrow n=۴۶$$

$p=۴۶-۱۱=۳۵ \Rightarrow$ دورهٔ ۴ و گروه ۱۷

اختلاف شماره دوره و گروه $=۱۷-۴=۱۳$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های۵، ۶ و ۱۲ تا ۱۵)

۷۰- گزینهٔ «۳» *(منصور سلیمانی‌ملکان)*

یازدهمین خانهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی مربوط به $_{۲۹}Cu$ است.

ابتدا جرم مولی عنصر را تعیین کنید.

راه تستی:

$$\frac{۰/۸}{x}=\frac{۷۵/۲۵\times ۱۰^{۲۰}}{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}} \Rightarrow x=۶۴ \Rightarrow n=۶۴-۲۹=۳۵$$

$$\frac{۰/۱۲}{۶۴}=\frac{x}{۳۵} \qquad x=۰/۰۶۵$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی- صفحه‌های ۵، ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

تلاشی در تسخیر موفقیت

حسابان (۱) - نگاه به آینده

۷۱- گزینهٔ «۴» *(محمد حمیدی)*

طبق مسأله S_n برابر ۱۰۲۶ است، پس داریم:

$$۶,-۱۲,۲۴,\ldots \Rightarrow S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}=\frac{۶(۱-(-۲)^n)}{۱-(-۲)}$$

$$=۲(۱-(-۲)^n)=۱۰۲۶\Rightarrow ۱-(-۲)^n=۵۱۳$$

$$\Rightarrow (-۲)^n=-۵۱۲=(-۲)^۹\Rightarrow n=۹$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۷۲- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

$$a_n=S_n-S_{n-۱}\Rightarrow a_۱۰=S_۱۰-S_۹$$

$$S_۱۰=\frac{۵(۱۰)^۲+۳(۱۰)}{۲}=۲۶۵$$

$$\Rightarrow a_۱۰=۲۶۵-۲۱۶=۴۹$$

$$S_۹=\frac{۵(۹)^۲+۳(۹)}{۲}=۲۱۶$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۳- گزینهٔ «۲» *(محمد حمیدی)*

مضرب ۹ یعنی $۹k$ $(k\in\mathbb{Z})$ و چون دو رقمی‌های مضرب ۹ را می‌خواهیم، پس:

$$۹<۹k\le ۹۹\xrightarrow{\div ۹}۱<k\le ۱۱\Rightarrow k=\underbrace{۲,۳,۴,\ldots,۱۱}_{\text{۱۰تامضرب۹}}$$

با توجه به مقادیر به‌دست آمده برای k، می‌توانیم مضرب‌های دو رقمی ۹ را پیدا کنیم که عبارتند از:

$$۱۸,۲۷,\ldots,۹۹\Rightarrow a_۱=۱۸,d=۹$$

$$S_۱۰=\frac{۱۰}{۲}(۱۸+۹۹)=۵\times ۱۱۷=۵۸۵$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۴- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

$$a_۱+a_۲+a_۳+a_۴=۲۶$$

$$a_{۱۹۷}+a_{۱۹۸}+a_{۱۹۹}+a_{۲۰۰}=۲۳۷۸$$

$$\Rightarrow (a_۱+a_{۲۰۰})+(a_۲+a_{۱۹۹})+(a_۳+a_{۱۹۸})+(a_۴+a_{۱۹۷})$$

$$=۲۶+۲۳۷۸=۲۴۰۴\Rightarrow ۴(a_۱+a_{۲۰۰})=۲۴۰۴$$

$$\Rightarrow a_۱+a_{۲۰۰}=۶۰۱$$

$$S_{۲۰۰}=\frac{۲۰۰}{۲}[a_۱+a_{۲۰۰}]=۱۰۰\times ۶۰۱=۶۰۱۰۰$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۵- گزینهٔ «۲» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

$$\frac{a_۱a_۲a_۳}{(a_۴)^۳}=\frac{a_۱\times a_۱q\times a_۱q^۲}{(a_۱q^۳)^۳}=۶۴$$

$$\Rightarrow \frac{a_۱^۳q^۳}{a_۱^۳q^۹}=۶۴\Rightarrow q^۶=\frac{۱}{۶۴}\Rightarrow q=\pm\frac{۱}{۲}$$

اگر $q=-\frac{۱}{۲}$ باشد در این‌صورت جملات دنباله یک در میان مثبت و منفی می‌شوند که قابل‌قبول نیست. در حالت $q=\frac{۱}{۲}$ نیز دنباله در صورتی نزولی می‌شود که جملهٔ اول، مثبت باشد که در آن صورت داریم:

$$\frac{S_۶}{a_۱}=\frac{\frac{a_۱(۱-q^۶)}{۱-q}}{a_۱}=\frac{۱-\frac{۱}{۶۴}}{۱-\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۶۳}{۶۴}}{\frac{۱}{۲}}=\frac{۶۳}{۳۲}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۷۶- گزینهٔ «۴» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

دنبالهٔ حسابی با ۲۰ جمله، قدرنسبت d و جملهٔ اول ۳-:

$$-۳,a_۲,a_۳,\ldots,a_{۲۰}$$

با حذف جملات با شمارهٔ زوج، دنبالهٔ زیر با قدرنسبت $۲d$ حاصل می‌شود.

$$-۳,a_۳,a_۵,\ldots,a_{۱۹}$$

مجموع ۲۰ جمله با قدرنسبت d:

$$S_{۲۰}=\frac{۲۰}{۲}[۲(-۳)+۱۹d]=۱۰(-۶+۱۹d)$$

مجموع ۱۰ جمله با قدرنسبت $۲d$:

$$S'_{۱۰}=\frac{۱۰}{۲}[۲(-۳)+۹(۲d)]=۵(-۶+۱۸d)$$

در نتیجه:

$$\frac{S'_{۱۰}}{S_{۲۰}}=\frac{۵(-۶+۱۸d)}{۱۰(-۶+۱۹d)}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow d=\frac{۳}{۸}$$

$$a_{۲۰}=a_۱+۱۹(d)=-۳+۱۹(\frac{۳}{۸})=\frac{۳۳}{۸}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۷- گزینهٔ «۲» *(علی آزاد)*

$$a_n=\frac{۱\times۲\times۳\times\cdots\times n}{۲\times۴\times۶\times\cdots\times۲n}=\frac{۱}{\underbrace{۲\times۲\times۲\times\cdots\times۲}_{n\text{تا}}}=\frac{۱}{۲^n}=۲^{-n}$$

دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت $\frac{۱}{۲}$ $\Rightarrow a_۳=\frac{۱}{۸}$ $a_۲=\frac{۱}{۴}$ $a_۱=\frac{۱}{۲}$

$$\Rightarrow S_{۱۳}=\frac{a_۱(۱-r^{۱۳})}{۱-r}=\frac{\frac{۱}{۲}(۱-(\frac{۱}{۲})^{۱۳})}{\frac{۱}{۲}}$$

$$=۱-\frac{۱}{۲^{۱۳}}=\frac{۲^{۱۳}-۱}{۲^{۱۳}}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۷۸- گزینهٔ «۳» *(علی آزاد)*

$$۱۰\alpha+۴\beta=۷\alpha+۳\alpha+۷\beta-۳\beta=۷(\alpha+\beta)+۳(\alpha-\beta)$$

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=۷$$

$$\alpha>\beta\Rightarrow\alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{۴۹-۴}}{۱}=\sqrt{۴۵}=۳\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow ۱۰\alpha+۴\beta=۷(۷)+۳(۳\sqrt{۵})=۴۹+۹\sqrt{۵}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۹- گزینهٔ «۲» *(وحید راهتی)*

$$x^۲-۵x-۸=۰\Rightarrow\begin{cases}S=\alpha+\beta=۵\\P=\alpha\beta=-۸\end{cases}$$

چون α و β ریشه‌های معادلهٔ $x^۲-۵x-۸=۰$ هستند، پس در معادله صدق می‌کنند:

$$\alpha^۲-۵\alpha-۸=۰\Rightarrow\alpha^۲-۵\alpha=۸$$

$$\beta^۲-۵\beta-۸=۰\Rightarrow\beta^۲-۵\beta=۸$$

$$A=\frac{\alpha^۲-۵\alpha}{\beta}+\frac{\beta^۲-۵\beta}{\alpha}=\frac{۸}{\beta}+\frac{۸}{\alpha}=\frac{۸\alpha+۸\beta}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{۸(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=\frac{۸(۵)}{-۸}=-۵$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۰- گزینهٔ «۳» *(احسان غنی‌زاده)*

$$۴x^۲-۵x-۴=۰\xrightarrow{\text{ریشه }\alpha}۴\alpha^۲-۵\alpha-۴=۰$$

$$\Rightarrow ۴\alpha^۲=۵\alpha+۴$$

از طرفی $\alpha\beta=-۱$ و $\alpha+\beta=\frac{۵}{۴}$، پس داریم:

$$A=-۴\alpha^۲(\alpha\beta)+۵\beta=-(۵\alpha+۴)(-۱)+۵\beta$$

$$=۵(\alpha+\beta)+۴=۵(\frac{۵}{۴})+۴=\frac{۴۱}{۴}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

حسابان (۱) - سؤالات آشنا

۸۱- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

اعداد طبیعی فرد، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول ۱ و قدرنسبت ۲ می‌دهند. با توجه به دسته‌بندی مورد نظر:

$$\underset{\downarrow}{\{۱\}}\ ,\ \underset{\downarrow\ \downarrow}{\{۳\ ,\ ۵\}}\ ,\ \underset{\downarrow\ \downarrow\ \downarrow}{\{۷\ ,\ ۹\ ,\ ۱۱\}}\ ,\ \ldots$$

$$a_۱\quad a_۲\ a_۳\quad a_۴\ a_۵\ a_۶$$

$$a_{۱+۲}\qquad a_{۱+۲+۳}$$

شمارهٔ جملهٔ آخر دستهٔ چهلم، برابر است با:

$$۱+۲+۳+\ldots+۴۰=\frac{۴۰\times۴۱}{۲}=۸۲۰$$

پس باید جملهٔ ۸۲۰ اُم از یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول ۱ و قدرنسبت ۲ را محاسبه کنیم:

$$a_n=a_۱+(n-۱)d\Rightarrow a_{۸۲۰}=۱+(۸۲۰-۱)\times۲=۱۶۳۹$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۸۲- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

از آنجایی که:

$$S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$$

$$S_{20}=\frac{20}{2}(2a_1+19d)=10(2a_1+19d)$$

$$S_{12}=\frac{12}{2}(2a_1+11d)=6(2a_1+11d)$$

$$S_{20}=3S_{12}\Rightarrow 10(2a_1+19d)=3\times 6(2a_1+11d)$$

$$\Rightarrow 10a_1+95d=18a_1+99d$$

$$\Rightarrow 8a_1=-4d\Rightarrow d=-2a_1$$

$a_3=6$، پس $a_1+2d=6$، بنابراین:

$$a_1+2(-2a_1)=6\Rightarrow a_1=-2$$

و در نتیجه $d=4$ و از آنجا:

$$a_{10}=a_1+9d=-2+9(4)=34$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۸۳- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

صورت و مخرج کسر، مجموع دو دنبالهٔ هندسی هستند.

$$\frac{t^{11}+t^{10}+t^9+\ldots+t+1}{t^9+t^6+t^3+1}\xrightarrow[b_1=1\ ,\ q'=t^3]{a_1=1\ ,\ q=t}\frac{\frac{1(1-t^{12})}{1-t}}{\frac{1(1-(t^3)^4)}{1-t^3}}$$

$$=\frac{1-t^3}{1-t}=\frac{(1-t)(1+t+t^2)}{1-t}=1+t+t^2\quad (*)$$

از آنجا که $t^2+t=(t+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$، پس:

$$\xrightarrow{(*)}(t+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}=(\frac{\sqrt{5}}{2})^2+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}=\frac{8}{4}=2$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۸۴- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

اگر بین دو عدد a و b، n واسطهٔ هندسی قرار دهیم، قدر نسبت دنبالهٔ هندسی حاصل از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$q^{n+1}=\frac{b}{a}\Rightarrow q^7=\frac{16\sqrt{2}}{2}\Rightarrow q=\sqrt[7]{8\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow q=(8\sqrt{2})^{\frac{1}{7}}=(2^3\sqrt{2})^{\frac{1}{7}}=(2^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{7}}=\sqrt{2}$$

می‌توانیم S_8 را بیابیم:

$$S_8=\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}\Rightarrow S_8=\frac{2(1-(\sqrt{2})^8)}{1-\sqrt{2}}=\frac{30}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow S_8=\frac{30(\sqrt{2}+1)}{2-1}=30(\sqrt{2}+1)$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۸۵- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

در هر دنبالهٔ هندسی، $S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ بنابراین:

$$\begin{cases}S_3=136\\ S_6=153\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}S_3=a_1\times\frac{1-q^3}{1-q}=136\\ S_6=a_1\times\frac{1-q^6}{1-q}=153\end{cases}\Rightarrow\frac{S_3}{S_6}=\frac{136}{153}$$

$$\Rightarrow\frac{1-q^3}{1-q^6}=\frac{8}{9}\Rightarrow\frac{1-q^3}{(1-q^3)(1+q^3)}=\frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{1+q^3}=\frac{8}{9}\Rightarrow q^3=\frac{1}{8}\Rightarrow q=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{a_1}{a_5}=\frac{a_1}{a_1q^4}=\frac{1}{q^4}=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4}=16$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۸۶- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل‌ضرب آن دو ریشه برابر است، یعنی $S=\frac{1}{P}$، بنابراین:

$$3x^2+(2m-1)x+(2-m)=0\Rightarrow\begin{cases}S=-\frac{b}{a}=-\frac{2m-1}{3}\\ P=\frac{c}{a}=\frac{2-m}{3}\end{cases}$$

$$S=\frac{1}{P}\Rightarrow-\frac{2m-1}{3}=\frac{3}{2-m}\Rightarrow(2m-1)(m-2)=9$$

$$\Rightarrow ۲m^۲ - ۴m - m + ۲ = ۹ \Rightarrow ۲m^۲ - ۵m - ۷ = ۰$$

$$\Rightarrow (۲m - ۷)(m + ۱) = ۰ \Rightarrow m = -۱ \quad , \quad m = \frac{۷}{۲}$$

اما به ازای $m = -۱$ معادلـه ریشـهٔ حقیقـی نـدارد، زیـرا Δ ی آن منفـی خواهد بود، پس $m = \frac{۷}{۲}$ قابل قبول است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

طرفین تساوی $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = ۲$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$\alpha + \beta - ۲\sqrt{\alpha\beta} = ۴ \Rightarrow S - ۲\sqrt{P} = ۴$$

از طرفی در معادلهٔ $۲x^۲ - (m+۲)x + \frac{۱}{۸} = ۰$ داریم:

$$\begin{cases} S = -\frac{b}{a} = -\frac{-(m+۲)}{۲} = \frac{m+۲}{۲} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{\frac{۱}{۸}}{۲} = \frac{۱}{۱۶} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{S - ۲\sqrt{P} = ۴} \frac{m+۲}{۲} - ۲\sqrt{\frac{۱}{۱۶}} = ۴ \Rightarrow \frac{m+۲}{۲} - \frac{۱}{۲} = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{m+۲}{۲} = ۴ + \frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲} \Rightarrow m + ۲ = ۹ \Rightarrow m = ۷$$

اگـر $m = ۷$ باشـد، $\Delta > ۰$، $-\frac{b}{a} > ۰$ و $\frac{c}{a} > ۰$ اسـت. پـس معادلـه دو ریشهٔ مثبت دارد و $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}$ تعریف شده است.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۸- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، آنگاه:

$$\alpha = \beta + ۲ \Rightarrow \alpha - \beta = ۲ \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۱۵^۲ - ۴(۳)(m)}}{۳} = ۲ \Rightarrow ۲۲۵ - ۱۲m = ۳۶$$

$$\Rightarrow ۱۲m = ۱۸۹ \Rightarrow m = \frac{۱۸۹}{۱۲} = \frac{۶۳}{۴}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

برای آنکه معادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲ - ۳x + ۲a - ۱ = ۰$ دو ریشهٔ هـم‌علامـت داشته باشد، باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$(۱): \ \Delta > ۰ \Rightarrow \Delta = (-۳)^۲ - ۴(۲a - ۱) = ۱۳ - ۸a > ۰$$

$$\Rightarrow a < \frac{۱۳}{۸} \quad (I)$$

$$(۲): P > ۰ \Rightarrow P = ۲a - ۱ > ۰ \Rightarrow a > \frac{۱}{۲} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I) \cap (II)} \frac{۱}{۲} < a < \frac{۱۳}{۸} \rightarrow ۰/۵ < a < ۱/۶۲۵$$

در بین گزینه‌ها فقط گزینهٔ (۴) در نامعادله‌ی فوق صدق نمی‌کند.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۹۰- گزینهٔ «۱» *(کتاب آبی)*

از معادلهٔ $x = x^۲ - ۴$، داریم:

$$x^۲ - x - ۴ = ۰ \Rightarrow S = \frac{-b}{a} = -\frac{-۱}{۱} = ۱ \ , \ P = \frac{c}{a} = -۴$$

اگر مجموع و حاصلضرب ریشه‌های معادلهٔ مـورد نظـر را S' و P' بنـامیم، داریم:

$$S' = (x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}) + (x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}) = (x_۱^۳ + x_۲^۳) + (\frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲})$$

$$= S^۳ - ۳PS + \frac{S}{P} = ۱ + ۱۲ - \frac{۱}{۴} = \frac{۵۱}{۴}$$

$$P' = (x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲})(x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}) = x_۱^۳ x_۲^۳ + x_۱^۲ + x_۲^۲ + \frac{۱}{x_۱ x_۲}$$

$$= P^۳ + S^۲ - ۲P + \frac{۱}{P} = -۶۴ + ۱ + ۸ - \frac{۱}{۴} = \frac{-۲۲۱}{۴}$$

$$\xrightarrow{x^۲ - S'x + P' = ۰} x^۲ - \frac{۵۱}{۴}x - \frac{۲۲۱}{۴} = ۰$$

$$\xrightarrow{\times ۴} ۴x^۲ - ۵۱x - ۲۲۱ = ۰ \Rightarrow ۴x^۲ = ۵۱x + ۲۲۱$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

هندسه (۲) – نگاه به آینده

۹۱– گزینهٔ «۴» *(هانیه اتفاقی)*

اگر طول کمان $\overset{\frown}{AB}$ برابر L و $A\hat{O}B=\alpha$ (α برحسب درجه) باشد، آنگاه داریم:

$$L=\frac{\pi R\alpha}{180^\circ}\Rightarrow\frac{10\pi}{3}=\frac{\pi\times 4\alpha}{180^\circ}\Rightarrow\alpha=\frac{180^\circ\times 10}{3\times 4}=150^\circ$$

(هندسه ۲– صفحهٔ ۱۲)

۹۲– گزینهٔ «۱» *(هانیه اتفاقی)*

$$\overset{\Delta}{AOB}: OA=OB=R\Rightarrow\hat{A}=\hat{B}=\frac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ$$

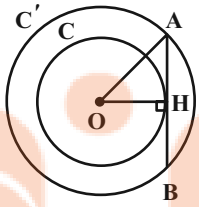
می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30°، نصف طول وتر است، پس در مثلث OAH داریم:

$$\hat{A}=30^\circ\Rightarrow OH=\frac{1}{2}OA=\frac{1}{2}\times 6=3$$

(هندسه ۲– صفحهٔ ۱۳)

۹۳– گزینهٔ «۴» *(مجبوبه بهادری)*

مطابق شکل فرض کنید AB وتری از دایرهٔ C' باشد که بر دایرهٔ C مماس است. از مرکز دایره عمود OH را بر این وتر رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

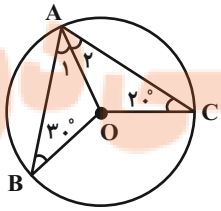


$$\overset{\Delta}{OAH}: AH^2=OA^2-OH^2=10^2-8^2=100-64$$
$$\Rightarrow AH=6\Rightarrow AB=2\times 6=12$$

(هندسه ۲– صفحهٔ ۱۳)

۹۴– گزینهٔ «۲» *(مجبوبه بهادری)*

از مرکز دایره به نقطهٔ A وصل می‌کنیم. در این صورت داریم:



$$\overset{\Delta}{AOB}: OA=OB\Rightarrow\hat{A}_1=\hat{B}=30^\circ\qquad(1)$$

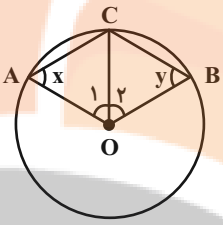
$$\overset{\Delta}{AOC}: OA=OC\Rightarrow\hat{A}_2=\hat{C}=20^\circ\qquad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}\hat{A}=\hat{A}_1+\hat{A}_2=30^\circ+20^\circ=50^\circ$$

(هندسه ۲– صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۹۵– گزینهٔ «۴» *(مجبوبه بهادری)*

از مرکز دایره به نقطهٔ C وصل می‌کنیم. در این‌صورت داریم:



$$\overset{\Delta}{OAC}: OA=OC\Rightarrow O\hat{C}A=\hat{A}=x$$
$$\Rightarrow\hat{O}_1=180^\circ-2x\qquad(1)$$

$$\overset{\Delta}{OBC}: OB=OC\Rightarrow O\hat{C}B=\hat{B}=y$$
$$\Rightarrow\hat{O}_2=180^\circ-2y\qquad(2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}A\hat{O}B=\hat{O}_1+\hat{O}_2=180^\circ-2x+180^\circ-2y$$
$$\Rightarrow A\hat{O}B=360^\circ-2x-2y$$

$$\xrightarrow{A\hat{O}B\ \text{زاویهٔ مرکزی}}\overset{\frown}{ACB}=360^\circ-2x-2y$$

(هندسه ۲– صفحهٔ ۱۲)

۹۶– گزینهٔ «۳» *(هانیه اتفاقی)*

ابتدا زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}B=\alpha$ را پیدا می‌کنیم. اگر طول L' برابر $A'B'$ باشد، آنگاه داریم:

$$L'=\frac{\pi R'\alpha}{180^\circ}\Rightarrow\frac{10\pi}{3}=\frac{\pi\times 5\times\alpha}{180^\circ}\Rightarrow\alpha=\frac{180^\circ\times 10}{3\times 5}=120^\circ$$

$$\text{مساحت قطاع }AOB=\frac{\pi R^2\alpha}{360^\circ}=\frac{\pi\times 2^2\times 120^\circ}{360^\circ}=\frac{4\pi}{3}$$

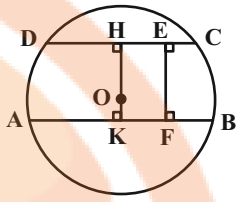
$$\text{مساحت قطاع }A'OB'=\frac{\pi R'^2\alpha}{360^\circ}=\frac{\pi\times 5^2\times 120^\circ}{360^\circ}=\frac{25\pi}{3}$$

$$\text{مساحت ناحیهٔ سایه‌زده}=\frac{25\pi}{3}-\frac{4\pi}{3}=\frac{21\pi}{3}=7\pi$$

(هندسه ۲– صفحهٔ ۱۲)

۹۷- گزینهٔ «۴» *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

از مرکز دایره عمودی بر این دو وتر رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس با فرض $BF = x$ داریم:



$$CH = DH = \frac{CE + DE}{۲} = \frac{۲+۴}{۲} = ۳$$

$$HE = CH - CE = ۳ - ۲ = ۱$$

$$AK = BK = \frac{AF + BF}{۲} = \frac{۵+x}{۲}$$

$$KF = BK - BF = \frac{۵+x}{۲} - x = \frac{۵-x}{۲}$$

چهارضلعی $HEFK$ مستطیل است، بنابراین داریم:

$$HE = KF \Rightarrow ۱ = \frac{۵-x}{۲} \Rightarrow ۵ - x = ۲ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow BF = ۳$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۱۳)

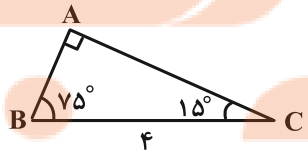
۹۸- گزینهٔ «۳» *(محمد فندان)*

در هر دایره مجموع اندازهٔ کمان‌های تشکیل دهندهٔ آن برابر ۳۶۰° است. داریم:

$$\overset{\frown}{AB} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۵} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۶} \Rightarrow \begin{cases} \overset{\frown}{AC} = ۵\overset{\frown}{AB} \\ \overset{\frown}{BC} = ۶\overset{\frown}{AB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BC} + \overset{\frown}{AC} = ۱۲\overset{\frown}{AB} = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overset{\frown}{AB} = ۳۰^\circ \\ \overset{\frown}{AC} = ۱۵۰^\circ \\ \overset{\frown}{BC} = ۱۸۰^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{زاویهٔ محاطی}} \begin{cases} \hat{C} = ۱۵^\circ \\ \hat{B} = ۷۵^\circ \\ \hat{A} = ۹۰^\circ \end{cases}$$



با توجه به قائمه بودن زاویهٔ A، BC قطر دایره است.

مثلث ABC مثلثی قائم‌الزاویه است که دارای یک زاویه ۱۵° است، در این مثلث طول ارتفاع وارد بر وتر $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است. پس مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱ = ۲$$

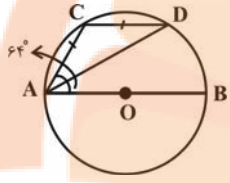
بنابراین داریم:

$$S_{\text{قسمت هاشورخورده}} = S_{\text{نیم‌دایره}} - S_{\Delta ABC}$$

$$= \frac{۱}{۲}(\pi \times ۲^۲) - ۲ = ۲\pi - ۲$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۹۹- گزینهٔ «۱» *(سامان اسپهرم)*



$$B\hat{A}C = ۶۴^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۲ \times ۶۴^\circ = ۱۲۸^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AC} = ۱۸۰^\circ - \overset{\frown}{BC} = ۱۸۰^\circ - ۱۲۸^\circ = ۵۲^\circ$$

$$\Rightarrow A\hat{D}C = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} = \frac{۵۲^\circ}{۲} = ۲۶^\circ$$

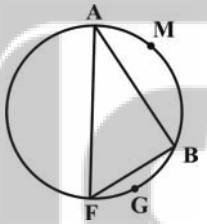
از آن‌جا که مثلث ACD متساوی‌الساقین است، پس داریم:

$$C\hat{A}D = A\hat{D}C = ۲۶^\circ \Rightarrow B\hat{A}D = ۶۴^\circ - ۲۶^\circ = ۳۸^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۰۰- گزینهٔ «۳» *(مجید علایی‌نسب)*

قطر AF را رسم می‌کنیم:



$$\left.\begin{matrix} \overset{\frown}{AMB} + \overset{\frown}{BGF} = ۱۸۰^\circ \\ \overset{\frown}{AMB} + \overset{\frown}{CND} = ۱۸۰^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{BGF} = \overset{\frown}{CND}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} BF = CD \\ AB = ۲CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB = ۲BF$$

زاویهٔ $A\hat{B}F$ محاطی روبه‌رو به قطر دایره است بنابراین ۹۰° است.

$$\overset{\Delta}{ABF} : (۲R)^۲ = AB^۲ + BF^۲ = ۵BF^۲ = ۵CD^۲$$

$$\frac{R^۲}{CD^۲} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{\pi R^۲}{CD^۲} = \frac{۵\pi}{۴}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

فیزیک (۲) – نگاه به آینده

۱۰۱– گزینهٔ «۴» *(بهنام دیبائی)*

برحسب اینکه بار میله بیشتر، کمتر و یا مساوی بار الکتروسکوپ باشد، زاویه تعیین می‌شود. در نتیجه به مقدار بار میله بستگی دارد.

(فیزیک ۲– صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱۰۲– گزینهٔ «۲» *(پوریا علاقه‌مند)*

با توجه به کوانتومی بودن بار الکتریکی، n می‌بایست یک عدد صحیح باشد.

نادرست $n=\frac{q}{e}\Rightarrow \xrightarrow{\text{الف}} n=\frac{۵/۴\times۱۰^{-۱۸}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=\frac{۵۴}{۱/۶}=۳۳/۷۵$

نادرست $\xrightarrow{\text{ب}} n=\frac{۸/۲\times۱۰^{-۱۸}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=\frac{۸۲}{۱/۶}=۵۱/۲۵$

درست $\xrightarrow{\text{پ}} n=\frac{۱۱/۲\times۱۰^{-۱۸}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=\frac{۱۱۲}{۱/۶}=۷۰$

درست $\xrightarrow{\text{ت}} n=\frac{۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۵$

پس فقط دو مورد می‌تواند مربوط به بار الکتریکی یک جسم باشد.

(فیزیک ۲– صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۰۳– گزینهٔ «۳» *(پوریا علاقه‌مند)*

الف) صحیح است؛ چون یکدیگر را دفع می‌کند، بارشان هم‌نام است.

ب) صحیح است؛

فرض $\text{بار A}\leftarrow+\text{بار B}\leftarrow+\text{بار C}\leftarrow+\text{بار D}\leftarrow$ منفی یا خنثی که در هر صورت جذب می‌کند

پ) صحیح است؛ چون نیروی دافعه وارد شده است.

ت) غلط است؛ چون طبق استدلال بار D خنثی یا مخالف B است، پس همدیگر را جذب می‌کنند.

(فیزیک ۲– صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۰۴– گزینهٔ «۴» *(حسین مفرومی)*

روش مالش برای باردار کردن دو جسم خنثی (چه رسانا و چه نارسانا) کاربرد دارد.

(فیزیک ۲– صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۰۵– گزینهٔ «۳» *(مهدی باغستانی)*

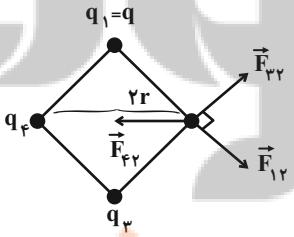
برای اینکه بار ذرهٔ $۲q$ به $-۳q$ برسد، باید بار $-۵q$ از ذره‌ای که در نقطهٔ A قرار دارد به ذره‌ای که در نقطهٔ B قرار دارد، منتقل شود. در این‌صورت بار ذره‌ای که در نقطهٔ A قرار دارد $+۵q$ تغییر کرده و برابر $۶q$ می‌شود:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{|q'_A|\times|q'_B|}{|q_A|\times|q_B|}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲=\frac{۶q\times۳q}{q\times۲q}\times(\frac{r}{۲r})^۲=\frac{۶\times۳}{۲\times۴}=\frac{۹}{۴}$$

(فیزیک ۲– صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۰۶– گزینهٔ «۱» *(پوریا علاقه‌مند)*

شعاع دایره را r در نظر گرفته و بارها تشکیل مربعی به ضلع $\sqrt{۲}r$ را می‌دهند. نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ را رسم می‌کنیم. برای آنکه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ صفر باشد، باید برآیند $\vec{F}_{۳۲}$ و $\vec{F}_{۱۲}$ با $\vec{F}_{۴۲}$ خنثی شود. q و Q هم‌نام باشند، می‌تواند برایند صفر باشد.



$$F_{۳۲}=F_{۱۲}=\frac{k|q||Q|}{(\sqrt{۲}r)^۲}=\frac{k|q||Q|}{۲r^۲}$$

دو نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ و $\vec{F}_{۳۲}$ عمود و هم‌اندازه هستند، بنابراین برآیند آن‌ها برابر

است با:

$$F' = F_{۱۲} \times \sqrt{۲} \Rightarrow F' = \frac{k|q||Q|}{۲r^۲}\sqrt{۲}$$

$$F_{۴۲} = \frac{k|Q||\frac{۱}{۲}Q|}{۴r^۲} = \frac{kQ^۲}{۸r^۲}$$

$$F_{۴۲} = F' \Rightarrow \frac{kQ^۲}{۸r^۲} = \frac{k|q||Q|}{۲r^۲}\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{Q}{q} = ۴\sqrt{۲}$$

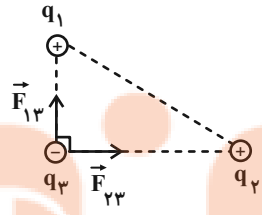
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۰۷- گزینهٔ «۳» *(معصومه افضلی)*

ابتدا فاصله دو بار $q_۱$ و $q_۳$ را با رابطهٔ فیثاغورس محاسبه می‌کنیم:

$$r_{۱۳} = \sqrt{۵^۲ - ۴^۲} = ۳cm$$

سپس نیروهای وارد بر بار $q_۳$ را رسم و محاسبه می‌کنیم:



$$F_{۲۳} = k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲} \Rightarrow F_{۲۳} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۲\times۱۰^{-۶} \times ۱\times۱۰^{-۶}}{(۴\times۱۰^{-۲})^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۲۳} = ۱۱/۲۵N \Rightarrow \vec{F}_{۲۳} = ۱۱/۲۵\vec{i}\ (N)$$

$$F_{۱۳} = k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲} \Rightarrow F_{۱۳} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۱\times۱۰^{-۶} \times ۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}$$

$$\Rightarrow F_{۱۳} = ۴۰N \Rightarrow \vec{F}_{۱۳} = ۴۰\vec{j}\ (N)$$

$$\vec{F}_{net} = ۱۱/۲۵\vec{i} + ۴۰\vec{j}\ \ (N)$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(سعید منبری)*

با توجه به رابطه میدان الکتریکی $E = \frac{F}{q}$ واحد میدان الکتریکی در SI برابر $\frac{N}{C}$ است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۰۹- گزینهٔ «۲» *(امیر ستارزاده)*

با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_۱'||q_۲'|}{|q_۱||q_۲|} \times (\frac{r}{r'})^۲ \xrightarrow{r=r'}$$

$$\frac{۲۴}{۲۵} = \frac{(q-x)(q+x)}{q^۲} \Rightarrow \frac{۲۴}{۲۵} = \frac{q^۲ - x^۲}{q^۲}$$

$$۲۴q^۲ = ۲۵q^۲ - ۲۵x^۲ \Rightarrow ۲۵x^۲ = q^۲$$

$$\Rightarrow \frac{x}{q} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{x}{q} = ۲۰٪$$

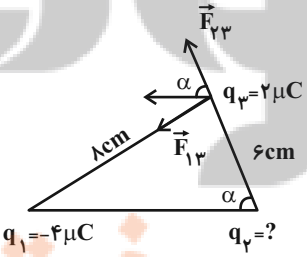
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۱۰- گزینهٔ «۴» *(امیر ستارزاده)*

با توجه به موازی بودن بردار F و وتر و قضیه خطوط موازی و مورب می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha = \frac{۸}{۶} \Rightarrow \frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{k\frac{|q_۱||q_۳|}{۶۴}}{k\frac{|q_۲||q_۳|}{۳۶}} = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۳} = \frac{۳۶|q_۱|}{۶۴|q_۲|} = \frac{۳۶\times۴}{۶۴|q_۲|} \Rightarrow |q_۲| = \frac{۲۷}{۱۶}\mu C$$



بار $q_۲$ بار مثبت $q_۳$ را دفع کرده پس بار $q_۲$ نیز مثبت است.

$$q_۲ = \frac{۲۷}{۱۶}\mu C$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

شیمی (۲) – نگاه به آینده

۱۱۱– گزینهٔ «۱» *(محسن هاری)*

بررسی موارد:

مورد اول نادرست؛ در تولید فرآورده‌ها برخی مواد دور ریخته می‌شود.

مورد دوم نادرست؛ همهٔ مواد به‌کار رفته در تولید دوچرخه، از کرهٔ زمین به‌دست می‌آیند.

مورد سوم درست؛ برای ساخت دوچرخه از فولاد نیز استفاده می‌شود، گسترش صنعت خودرو مدیون فولاد است.

مورد چهارم نادرست؛ در نهایت همهٔ مواد به طبیعت بازمی‌گردند (هرچند به کندی).

(شیمی ۲– قدر هدایای زمینی را بدانیم– صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲– گزینهٔ «۳» *(پویا رستگاری)*

به غیر از مورد دوم سایر موارد جای خالی را به‌طور درست تکمیل می‌کنند.

عناصر دورهٔ ۲ تا ۶ گروه چهاردهم شامل کربن (نافلز)، سیلیسیم (شبه فلز)، ژرمانیم (شبه فلز)، قلع (فلز) و سرب (فلز) می‌باشد.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: سه عنصر غیرفلزی (کربن، سیلیسم و ژرمانیم) و دو عنصر فلزی در این محدوده داریم. $\frac{۳}{۲} = ۱/۵$

مورد دوم: همهٔ عناصر این محدوده رسانایی الکتریکی دارند و به جز عنصر کربن سایر عناصر رسانای گرما هستند. بنابراین نسبت موردنظر $\frac{۵}{۴}$ یا ۱/۲۵ می‌شود، از طرفی سه عنصر غیرفلزی (کربن، سیلیسم و ژرمانیم) الکترون به اشتراک می‌گذارند و دو عنصر فلزی این محدوده (قلع و سرب) الکترون می‌دهند بنابراین نسبت موردنظر برابر با $\frac{۳}{۲}$ یا ۱/۵ می‌شود.

مورد سوم: در بین عناصر این محدوده تنها کربن است که سطح صیقلی ندارد، از طرفی به‌جز عنصر کربن سایر عناصر رسانایی گرمایی دارند، بنابراین اختلاف اینها برابر با ۳ می‌باشد. فلزات این محدوده یعنی قلع و سرب چکش‌خوار بوده و سه عنصر دیگر چکش‌خوار نیستند.

مورد چهارم: همهٔ عناصری که رسانایی گرمایی دارند (همهٔ عناصر این محدوده به جز کربن)، سطح صیقلی نیز دارند (همهٔ عناصر این محدوده به‌جز کربن)

مورد پنجم: عناصری که چکش‌خوار نیستند عناصر کربن، سیلیسم و ژرمانیم می‌باشند که الکترون به اشتراک می‌گذارند و دارای رسانایی الکتریکی نیز هستند.

(شیمی ۲– قدر هدایای زمینی را بدانیم– صفحهٔ ۷)

۱۱۳– گزینهٔ «۴» *(پویا رستگاری)*

بررسی تمدن‌ها از گذشته تاکنون نشان می‌دهد توسعهٔ جوامع انسانی به توانمندی افراد هوشمند گره‌خورده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ورقه‌های فلزی که در ساخت دوچرخه از آن‌ها استفاده می‌شود از فراوری سنگ معدن تولید می‌شوند. همچنین لاستیک‌های دوچرخه نیز از فراوری نفت‌خام حاصل می‌گردند.

گزینهٔ «۲»: منابع شیمیایی در کرهٔ زمین به‌طور یکسان توزیع نشده‌اند؛ پس می‌توان گفت پراکندگی این منابع عامل پیدایش تجارت جهانی است.

گزینهٔ «۳»: از سال ۲۰۰۵ تا به امروز میزان استخراج و مصرف مواد معدنی بیشتر از سوخت‌های فسیلی بوده و انتظار داریم این روند تا سال ۲۰۳۰ ادامه داشته باشد.

(شیمی ۲– قدر هدایای زمینی را بدانیم– صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۱۴– گزینهٔ «۳» *(پویا رستگاری)*

موارد دوم و چهارم نادرست می‌باشند.

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: عناصر فلزی با نماد دو حرفی شامل Na، Mg، Al و عناصر

WWW.KONKUR.IR

نافلزی با نماد تک حرفی شامل P و S می‌شود.

مورد دوم: عناصر Na، Mg، Al و Si در این دوره رسانایی الکتریکی دارند، عناصر Si، P، S و Cl نیز الکترون به اشتراک می‌گذارند.

مورد سوم: رادیوایزوتوپی از عنصر فسفر در ایران ساخته شده است.

مورد چهارم: در این دوره از چپ به راست با افزایش تعداد پروتون خصلت نافلزی افزایش می‌یابد اما تعداد لایه‌های الکترونی ثابت است.

مورد پنجم: در آرایش الکترونی عناصر سدیم و فسفر زیرلایهٔ نیمه‌پر دیده می‌شود:

$$\left.\begin{matrix} {}_{11}Na : [Ne]3s^1 \\ {}_{15}P : [Ne]3s^2 3p^3 \end{matrix}\right\}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۱۵- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین قرائی)*

مورد اول: درست؛

۱- عناصر با قابلیت فقط از دست دادن الکترون ← فلزات Na، Mg و Al ← ۳ تا در دورهٔ سوم

۲- عناصر با قابلیت اشتراک گذاشتن Cl, S, P, Si ← ۴ ← تا در دوره سوم

مورد دوم: درست؛

$$\left.\begin{matrix} \text{بیش‌ترین خاصیت فلزی دوؤ} \leftarrow {}_{11}Na \\ \text{بیش‌ترین خاصیت نافلزی دوؤ} \leftarrow {}_{17}Cl \end{matrix}\right\} \leftarrow \text{اختلاف ۶ تا}$$

شمار عناصر جامد دورهٔ سوم ← Na, Mg, Al, Si, P, S ←۶تا

مورد سوم: درست؛ عنصر با رسانایی الکتریکی کم شبه فلزات می‌باشند.

عبارت آخر: نادرست؛ He جز گازهای نجیب است که جزء دستهٔ s می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۱۶- گزینهٔ «۲» *(پویا رستگاری)*

تنها عبارت «آ» نادرست است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت الف) علم شیمی را می‌توان مطالعهٔ هدف‌دار، منظم و هوشمندانهٔ رفتار عنصرها و مواد برای یافتن روندها و الگوهای رفتار فیزیکی و شیمیایی آن‌ها دانست.

عبارت ب): برای تشخیص نوع عناصر فلزی موجود در یک ماده، می‌توانیم از بررسی رنگ شعلهٔ آن ماده و طیف نشری خطی حاصل از آن استفاده کنیم.

عبارت پ): عناصر فلزی در هر چهار دستهٔ s، p، d و f جدول تناوبی و عناصر شبه فلزی تنها در دستهٔ p جدول تناوبی جای دارند.

عبارت ت): با توجه به متن کتاب درسی درست است!

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۶ تا ۹)

۱۱۷- گزینهٔ «۲» *(امیرحسین مرتضوی)*

موارد «الف»، «ب» و «ج» صحیح هستند.

بررسی موارد:

مورد الف و ب) هر چه از دوره دوم به سمت پایین می‌آییم شعاع اتمی بیشتر می‌شود در نتیجه خاصیت فلزی و به تبع آن تمایل به از دست دادن الکترون نیز بیشتر می‌شود.

مورد ج) هر چه در گروه از بالا به پایین می‌رویم، تعداد لایه‌های الکترونی و شعاع اتمی افزایش پیدا می‌کنند.

مورد د) تغییرات رسانایی الکتریکی در گروه ۱۴ منظم نیست به‌صورتی که کربن (گرافیت) دارای رسانایی الکتریکی خوبی است اما دو شبه فلز بعد از آن دارای رسانای الکتریکی اندک هستند و دوباره بعد از آن‌ها دو فلز قلع و سرب دارای رسانایی بسیار بالایی هستند!

مورد هـ) هر چه از بالا به سمت پایین می‌آییم خاصیت فلزی افزایش پیدا می‌کند در نتیجه شکنندگی باید کاهش پیدا کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۱۱۸- گزینهٔ «۳»

(ایمان حسین‌نژاد)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: عناصری که دارای شمار الکترون‌های ظرفیت یکسان باشند، می‌توانند هم‌گروه باشند، اما الزاماً همهٔ عناصر یک گروه دارای شمار الکترون‌های ظرفیت برابر نیستند؛ برای مثال هلیم که جزو عناصر گروه ۱۸ جدول تناوبی است، برخلاف سایر عناصر این گروه دارای ۲ الکترون ظرفیت است.

گزینهٔ «۲»: عنصرها در جدول تناوبی، براساس بنیادی‌ترین ویژگی آن‌ها یعنی عدد اتمی (**Z**) چیده شده‌اند.

گزینهٔ «۴»: در ۴ دورهٔ اول جدول تناوبی، ۳۶ عنصر وجود دارد که در دوره‌های ۲ تا ۴ و در گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ قرار دارند؛ بنابراین از میان ۳۶ عنصر موجود، ۱۸ عنصر متعلق به دستهٔ **p** هستند، پس دقیقاً ۵۰٪ عناصر دورهٔ یک تا چهار متعلق به دستهٔ **p** هستند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۶ تا ۹)

۱۱۹- گزینهٔ «۴»

(ایمان حسین‌نژاد)

ژرمانیم نوعی شبه‌فلز است که خواص فیزیکی آن مشابه خواص فیزیکی فلزات است. در جدول داده شده پنج عنصر **A**، **B**، **D**، **E** و **F** فلز هستند؛ بنابراین گزینهٔ «۴» نادرست است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: عنصر فلوئور (**L**) بیشترین خاصیت نافلزی را در میان عناصر جدول تناوبی دارد. در هر دوره از جدول تناوبی، کمترین واکنش‌پذیری متعلق به عنصری از گروه ۱۸ است، پس در دورهٔ سوم نیز عنصر **N** (آرگون) کمترین واکنش‌پذیری را دارد.

گزینهٔ «۲»: با توجه به آرایش الکترونی دو عنصر **K** (سلنیم) و **E** (منیزیم) این دو عنصر به‌ترتیب دارای ۸ و ۴ زیرلایهٔ الکترونی اشغال شده هستند:

$$_{34}Se: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4$$

$$_{12}Mg: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$$

گزینهٔ «۳»: عناصر شبه‌فلزی (نیمه‌رسانا) نقش برجسته‌ای در گسترش صنایع الکترونیک داشته‌اند. عنصر **G** همان عنصر سیلیسیم است که نوعی شبه‌فلز محسوب می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۶ تا ۹)

۱۲۰- گزینهٔ «۱»

(ایمان حسین‌نژاد)

عنصرهای **X** و **Z** به‌ترتیب کلسیم و ژرمانیم از گروه‌های ۲ و ۱۴ جدول تناوبی هستند؛ بنابراین عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): هر دو عنصر دارای جلای فلزی بوده و سطحی براق دارند. هر دو عنصر نیز رسانای جریان الکتریسیته هستند، با این تفاوت که رسانایی عناصر شبه‌فلزی مانند ژرمانیم ضعیف‌تر از فلزات است.

عبارت (ب): شبه‌فلزات مانند ژرمانیم اغلب چکش‌خوار نبوده و در اثر ضربه خرد شده و نمی‌توان از آن‌ها ورقه تولید کرد.

عبارت (پ): با توجه به آرایش الکترونی این دو عنصر، به‌ترتیب در کلسیم و ژرمانیم ۴ و ۵ زیرلایهٔ ۲ الکترونی وجود دارد، اما هر دو عنصر در دورهٔ چهارم جدول تناوبی قرار دارند.

$$_{32}Ge: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$$

$$_{20}Ca: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$$

عبارت (ت): عنصر کلسیم در واکنش با نافلزات با از دست دادن الکترون تشکیل کاتیون می‌دهد، اما عنصر ژرمانیم در واکنش با سایر عناصر تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون دارد.

عبارت (ث): عنصر ژرمانیم در گروه ۱۴ جدول تناوبی قرار دارد که هر سه نوع رفتار نافلزی، شبه‌فلزی و فلزی در آن دیده می‌شود، اما عنصر کلسیم در گروه ۲ جدول تناوبی قرار دارد و در این گروه تنها عناصر فلزی دیده می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم- صفحه‌های ۶ تا ۹)