دفترچه پاسخ

آزمون ۳۰ تیر ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی-کاظم اجلالی-حسن اسماعیلی-عباس اشرفی-مهدی براتی-شاهین پروازی-محمدسجاد پیشوایی-محمد پیمانی محمدابراهیم توزنده‌جانی- محسن جعفریان- عادل حسینی- افشین خاصه‌خان- نسترن زارع- علی ساوجی- علی‌اصغر شریفی- حمید علیزاده کیان کریمی‌خراسانی- لیلا مرادی- مهدی ملارمضانی- علیرضا نعمتی- حمیدرضا نوش‌کاران- جهانبخش نیکنام- فهیمه ولی‌زاده
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب- حنانه اتفاقی- سامان اسپهرم- محبوبه بهادری- محمدابراهیم توزنده‌جانی- حسین حاجیلو- افشین خاصه‌خان- فرزانه خاکپاش- محمد خندان- سوگند روشنی- مجید علایی‌نسب- رسول محسنی‌منش- مهرداد ملوندی- امیر وفائی
	آمار و احتمال وریاضیات گسسته	محمدمهدی ابوترابی- امیرحسین ابومحبوب- علی ایمانی- افشین خاصه‌خان- فرزانه خاکپاش- کیوان دارابی- سیدوحید ذوالفقاری سوگند روشنی- سیدمسعود طایفه- مرتضی فهیم‌علوی
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد- عبدالرضا امینی‌نسب- زهره آقامحمدی- امیرحسین برادران- مهدی حسین‌دوست- سیدابوالفضل خالقی- بیتا خورشید محمدعلی راست‌پیمان- حمید زرین‌کفش- مرتضی شعبانی- فرشاد قنبری- مصطفی کیانی- علیرضا گونه- غلامرضا محبی- امیر محمودی‌انزابی فاروق مردانی- احسان مطلبی- عباس موتاب- سیدمحمدجواد موسوی‌مبارکه- مجتبی نکوئیان
	شیمی	امیرحسین بختیاری- جعفر پازوکی- علی جدی- کامران جعفری- امیر حاتمیان- ایمان حسین‌نژاد- پیمان خواجوی‌مجد- سینا رحمانی‌تبار محمدرضا زهره‌وند- رضا سلیمانی- امیرحسین طیبی- بهنام قازانچایی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	امیر حاتمیان ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان‌تبریزی	سرژ یقیازاریان‌تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳ ۰۲۱

حسابان ۱

۱- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا مجموع ۵۱ جملهٔ اول دنباله حسابی را حساب می‌کنیم:

$a_n = 3n : 3, 6, 9, \ldots$ ؛ دنبالهٔ حسابی

$$\Rightarrow S_{51} = 3(1+2+\ldots+51) = 3\left(\frac{51\times 52}{2}\right) = 3\times 26\times 51$$

برای مجموع جملات دنباله هندسی نیز داریم:

$b_n = 3\times 2^{n-1} : 3, 6, 12, \ldots$ ؛ دنبالهٔ هندسی

$$\Rightarrow S_n = \frac{3(2^n-1)}{2-1} = 3(2^n-1)$$

حال باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم و داریم:

$$S_n > S_{51} \Rightarrow S_n = 3\left(2^n-1\right) > 51\times 26\times 3$$

$$\Rightarrow 2^n > (26\times 51+1) = 1327 \Rightarrow n \geq 11$$

پس حداقل ۱۱ جمله از دنباله هندسی را باید جمع کنیم.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

مجموع n جملهٔ اول یک دنباله هندسی از رابطهٔ $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ به دست می‌آید.

در این سؤال $a_1 = -\frac{1}{4}$ ، $q = -2$ و $n = k+2$ است.

$$\Rightarrow -\frac{43}{4} = -\frac{1}{4}\left(\frac{1-(-2)^{k+2}}{3}\right) \Rightarrow (-2)^{k+2} = -128$$

$$\Rightarrow k+2 = 7 \Rightarrow k = 5$$

۵ واسطه هندسی اضافه کرده‌ایم به طوری که b جملهٔ هفتم این دنباله است:

$$b = -\frac{1}{4}(-2)^6 = -\frac{64}{4} = -16$$

$$\Rightarrow k+b = -11$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(سراسری ریاضی خارج از کشور – ۹۵)*

اگر نمودار تابع درجهٔ دوم $y = ax^2+bx+c$ محور xها را در دو طرف مبدأ مختصات قطع کند، معادلهٔ $ax^2+bx+c = 0$ یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی دارد، بنابراین حاصلضرب ریشه‌ها باید منفی باشد.

$$y = (m+2)x^2+3x+1-m$$

$$\text{حاصلضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{1-m}{m+2} < 0$$

ریشه‌های صورت و مخرج عبارت $\frac{1-m}{m+2}$ برابر با ۱ و ۲- است که عبارت در آنها تغییر علامت می‌دهد. با انتخاب عدد ۲ در بازهٔ آخر، علامت عبارت منفی خواهد شد، بنابراین جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

m		-2		1	
$\frac{1-m}{m+2}$	$-$	تعریف نشده	$+$	0	$-$

$$\frac{1-m}{m+2} < 0 \Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > 1$$

دقت کنید که اگر حاصلضرب ریشه‌ها منفی باشد، شرط $\Delta > 0$ خودبه‌خود برقرار می‌شود.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی ساوجی)*

با توجه به صورت سؤال:

$$2x-1 = y \Rightarrow x = \frac{y+1}{2}$$

این عبارت را در معادلهٔ $x^2-6x+4 = 0$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\left(\frac{y+1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{y+1}{2}\right) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{y^2+2y+1}{4} - 3y - 3 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow y^2+2y+1-12y+4 = 0 \Rightarrow y^2-10y+5 = 0$$

اگر معادلهٔ $ax^2+bx+c = 0$ را به‌صورت $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a} = 0$ بازنویسی کنیم، داریم:

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = -10 \\ \frac{c}{a} = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{a-b+c}{a} = 1-\frac{b}{a}+\frac{c}{a} = 1+10+5 = 16$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(علی‌اصغر شریفی)*

اگر اعداد $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{a}$ و $\frac{b}{c}$ تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، خواهیم داشت:

$$\frac{2a}{b} = \frac{b}{c}+\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{2a}{b} = \frac{b}{a}\times\frac{a}{c}+\frac{c}{a}$$

می‌دانیم که مجموع و حاصلضرب ریشه‌ها در این معادلهٔ درجه دوم به صورت $S = \alpha+\beta = \frac{-b}{a}$ و $P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$ هستند. با جای‌گذاری در عبارت بالا، خواهیم داشت:

$$\frac{-2}{S} = \frac{-S}{P}+P \Rightarrow -2P = -S^2+P^2S \Rightarrow \frac{S^2-2P}{S} = P^2$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha+\beta} = \alpha^2\beta^2$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۶- **گزینهٔ «۲»** *(فهیمه ولی‌زاده)*

ابتدا سمت راست تساوی را ساده‌سازی می‌کنیم:

$$\frac{۲}{x-۱}+\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}=\frac{۲(x)(x+۱)+(۱)(x-۱)(x+۱)+(۱)(x)(x-۱)}{(x-۱)(x)(x+۱)}$$

$$=\frac{۲x^۲+۲x+x^۲-۱+x^۲-x}{(x-۱)(x+۱)(x)}=\frac{۴x^۲+x-۱}{(x+۱)(x-۱)(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{۲x^۲}{x(x-۱)(x+۱)}=\frac{۴x^۲+x-۱}{(x+۱)(x)(x-۱)}\Rightarrow ۲x^۲=۴x^۲+x-۱$$

$$۲x^۲+x-۱=۰\Rightarrow\begin{cases}a=۲\\b=۱\\c=-۱\end{cases}$$

$$b=a+c\Rightarrow\begin{cases}x=-۱ & \text{غ‌ق‌ق (ریشهٔ مخرج)}\\ x=\frac{-c}{a}=\frac{۱}{۲} & \checkmark\end{cases}$$

پس معادله فقط یک جواب دارد.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا نعمتی)*

$$x^۲+x+۱-۳\sqrt{x^۲+x+۱}+۲=۰$$

با تغییر متغیر داریم: $\sqrt{x^۲+x+۱}=t\Rightarrow t^۲-۳t+۲=۰$

$$\Rightarrow (t-۱)(t-۲)=۰\Rightarrow t=۱,۲$$

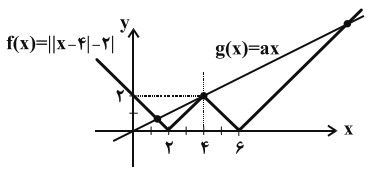
$$\Rightarrow\begin{cases}x^۲+x+۱=۱\Rightarrow x^۲+x=۰\Rightarrow x_۱+x_۲=-۱\\ x^۲+x+۱=۴\Rightarrow x^۲+x-۳=۰\Rightarrow x'_۱+x'_۲=-۱\end{cases}$$

درنتیجه مجموع ریشه‌ها برابر ۲- است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(کیان کریمی‌فراسانی)*

با رسم نمودار تابع f داریم:



چون عرض از مبدأ خط g برابر صفر است، تنها در حالتی که نمودار g از نقطهٔ $(۴,۲)$ بگذرد، نمودارها در ۳ نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند و معادله دارای سه جواب است:

$$\Rightarrow g(۴)=۲\Rightarrow ۴a=۲\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۹- **گزینهٔ «۱»** *(کیان کریمی‌فراسانی)*

برای بدست آوردن مساحت مربع باید فاصلهٔ دو خط موازی AB و CD را بدست آوریم.

$$m_{AB}=m_{CD}\Rightarrow a=۲a-۲\Rightarrow a=۲\Rightarrow\begin{cases}AB:-y+۲x+۶=۰\\CD:-y+۲x+۱=۰\end{cases}$$

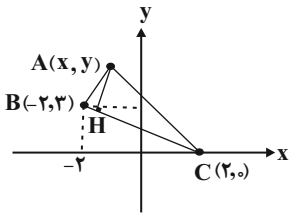
$$\text{طول ضلع مربع = فاصلهٔ } AB \text{ و } CD = \frac{|۶-۱|}{\sqrt{(-۱)^۲+۲^۲}}=\sqrt{۵}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع} = \left(\sqrt{۵}\right)^۲=۵$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(حمید علیزاده)*

چون نقطه $A(x\ ,\ y)$ روی خط $y=-۲x+۳$ واقع است، مختصات آن به صورت $A(x,-۲x+۳)$ است. حال معادلهٔ ضلع BC را نوشته و اندازهٔ ارتفاع AH را محاسبه می‌کنیم. شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:



$$m_{BC}=\frac{y_C-y_B}{x_C-x_B}=\frac{۰-۳}{۲-(-۲)}=-\frac{۳}{۴}$$

$$\xrightarrow{C(۲,۰)} y-۰=\frac{-۳}{۴}(x-۲)$$

$$\Rightarrow \boxed{۳x+۴y-۶=۰}\ (\text{معادلهٔ ضلع } BC)$$

$$\left.\begin{matrix}A(x,-۲x+۳)\\ ۳x+۴y-۶=۰\end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow AH=\frac{|۳x+۴(-۲x+۳)-۶|}{\sqrt{(۳)^۲+(۴)^۲}}=\frac{|-۵x+۶|}{۵}=۲/۲$$

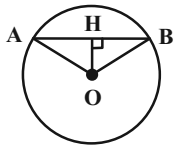
$$\Rightarrow |۵x-۶|=۱۱\Rightarrow ۵x-۶=\pm ۱۱\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{۱۷}{۵}\\ x=-۱\end{cases}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

هندسه ۲

۱۱- **گزینهٔ «۱»** *(هنانه اتفاقی)*

$$\overset{\Delta}{AOB}: OA = OB = R \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$



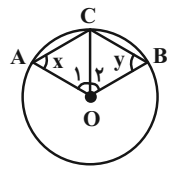
می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ 30°، نصف طول وتر است، پس در مثلث OAH داریم:

$$\hat{A} = 30^\circ \Rightarrow OH = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۳)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(محبوبه بهادری)*

از مرکز دایره به نقطهٔ C وصل می‌کنیم. در این صورت داریم:



$$\overset{\Delta}{OAC}: OA = OC \Rightarrow O\hat{C}A = \hat{A} = x$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = 180^\circ - 2x \qquad (1)$$

$$\overset{\Delta}{OBC}: OB = OC \Rightarrow O\hat{C}B = \hat{B} = y$$

$$\Rightarrow \hat{O}_2 = 180^\circ - 2y \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} A\hat{O}B = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ - 2x + 180^\circ - 2y$$

$$\Rightarrow A\hat{O}B = 360^\circ - 2x - 2y \xrightarrow{\text{زاویهٔ مرکزی } A\hat{O}B}$$

$$\overset{\frown}{ACB} = 360^\circ - 2x - 2y$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۲)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(هنانه اتفاقی)*

ابتدا اندازهٔ زاویهٔ مرکزی $A\hat{O}B = \alpha$ را پیدا می‌کنیم. اگر طول کمان $A'B'$ برابر L' باشد، آن‌گاه داریم:

$$L' = \frac{\pi R'\alpha}{180^\circ} \Rightarrow \frac{10\pi}{3} = \frac{\pi \times 5 \times \alpha}{180^\circ} \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ \times 10}{3 \times 5} = 120^\circ$$

$$\text{مساحت قطاع } AOB = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 2^2 \times 120^\circ}{360^\circ} = \frac{4\pi}{3}$$

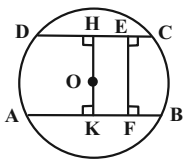
$$\text{مساحت قطاع } A'OB' = \frac{\pi R'^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 5^2 \times 120^\circ}{360^\circ} = \frac{25\pi}{3}$$

$$\text{مساحت ناحیهٔ سایه‌زده} = \frac{25\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} = \frac{21\pi}{3} = 7\pi$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۲)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

از مرکز دایره عمودی بر این دو وتر رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس با فرض $BF = x$ داریم:



$$CH = DH = \frac{CE + DE}{2} = \frac{2+4}{2} = 3$$

$$HE = CH - CE = 3 - 2 = 1$$

$$AK = BK = \frac{AF + BF}{2} = \frac{5+x}{2}$$

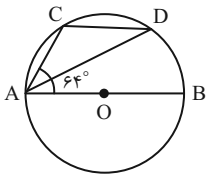
$$KF = BK - BF = \frac{5+x}{2} - x = \frac{5-x}{2}$$

چهارضلعی $HEFK$ مستطیل است، بنابراین داریم:

$$HE = KF \Rightarrow 1 = \frac{5-x}{2} \Rightarrow 5 - x = 2 \Rightarrow x = 3$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۱۳)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(سامان اسپهرم)*



$$B\hat{A}C = 64^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = 2 \times 64^\circ = 128^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AC} = 180^\circ - \overset{\frown}{BC} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$$

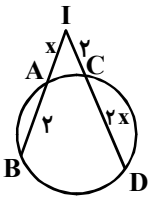
$$\Rightarrow A\hat{D}C = \frac{\overset{\frown}{AC}}{2} = \frac{52^\circ}{2} = 26^\circ$$

از آنجا که مثلث ACD متساوی‌الساقین است، پس داریم:

$$C\hat{A}D = A\hat{D}C = 26^\circ \Rightarrow B\hat{A}D = 64^\circ - 26^\circ = 38^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۶- **گزینهٔ «۴»** (مهرداد ملوندی)



اگر $IA = x$ فرض شود، آنگاه داریم:

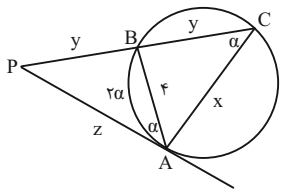
$$IA \times IB = IC \times ID \Rightarrow x(x+2) = 2(2+2x)$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 4 + 4x \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{5} \\ x_2 = 1 - \sqrt{5} < 0 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** (مجید علایی‌نسب)



مطابق شکل طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$PA^2 = PB.PC \Rightarrow z^2 = y.2y \Rightarrow z = y\sqrt{2}$$

اگر اندازهٔ کمان AB را 2α درنظر بگیریم:

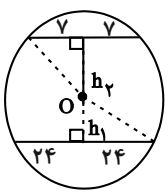
$$\left.\begin{matrix} \text{(زاویهٔ محاطی)} \quad A\hat{C}P = \alpha \\ \text{(زاویهٔ ظلی)} \quad P\hat{A}B = \alpha \\ A\hat{P}B = A\hat{P}C \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\Delta}{PAB} \sim \overset{\Delta}{PAC} \Rightarrow$$

$$\frac{x}{4} = \frac{2y}{z} \xrightarrow{z=y\sqrt{2}} \frac{x}{4} = \frac{2y}{y\sqrt{2}} \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (امیر وفائی)

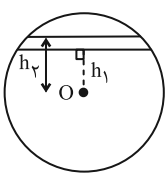
ابتدا فاصلهٔ هر وتر را از مرکز دایره به دست می‌آوریم:



$$h_2 = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$$

$$h_1 = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$$

$$\text{بیشترین فاصلهٔ دو وتر} = h_1 + h_2 = 31$$



$$\text{کمترین فاصلهٔ دو وتر} = h_2 - h_1 = 17$$

بنابراین نسبت بیشترین به کمترین فاصلهٔ این دو وتر برابر $\frac{31}{17}$ است.

(هندسه ۲- دایره: صفحهٔ ۱۳)

۱۹- **گزینهٔ «۴»** (افشین خاصه‌خان)

با فرض $\hat{M} = x$ داریم:

$$BT = BM \xrightarrow{B\hat{M}T} B\hat{T}M = \hat{M} = x$$

(زاویهٔ ظلی) $B\hat{T}M = \frac{\overset{\frown}{BT}}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{BT} = 2x$

$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AT} - \overset{\frown}{BT}}{2} \Rightarrow x = \frac{\overset{\frown}{AT} - 2x}{2} \Rightarrow \overset{\frown}{AT} = 4x$$

$$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AT} = 4x$$

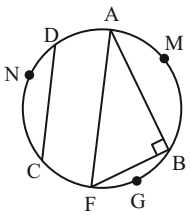
$$\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{AT} + \overset{\frown}{BT} = 360^\circ \Rightarrow 4x + 4x + 2x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 10x = 360^\circ \Rightarrow x = 36^\circ \Rightarrow \hat{M} = 36^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** (مجید علایی‌نسب)

قطر AF را رسم می‌کنیم:



$$\left.\begin{matrix} \overset{\frown}{AMB} + \overset{\frown}{BGF} = 180^\circ \\ \overset{\frown}{AMB} + \overset{\frown}{CND} = 180^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\frown}{BGF} = \overset{\frown}{CND}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} BF = CD \\ AB = 2CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB = 2BF \Rightarrow AB^2 = 4BF^2$$

زاویهٔ $A\hat{B}F$ محاطی روبه‌رو به قطر دایره است. بنابراین $\hat{B} = 90^\circ$ است.

$$\overset{\Delta}{ABF} : (2R)^2 = AB^2 + BF^2 = 5BF^2 = 5CD^2$$

$$\frac{R^2}{CD^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{\pi R^2}{CD^2} = \frac{5\pi}{4}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

آمار و احتمال

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(سید وحید ذوالفقاری)*

نقیض ترکیب شرطی $(p \Rightarrow q)$ به صورت ترکیب عطفی $(p \wedge \sim q)$ است. بنابراین نقیض گزارهٔ «اگر a عددی زوج باشد، آن‌گاه a^2 عددی زوج است» به صورت گزارهٔ «a عددی زوج است و a^2 عددی زوج نیست» می‌باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(فرزانه خاکپاش)*

ترکیب فصلی هر گزاره و نقیض آن، یک گزارهٔ همیشه درست و ترکیب عطفی هر گزاره و نقیض آن، یک گزارهٔ همیشه نادرست است. از طرفی یک ترکیب شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین داریم:

$$[\underbrace{(p \vee \sim p)}_{T} \Rightarrow \underbrace{(q \wedge \sim q)}_{F}] \Rightarrow \sim r \equiv \underbrace{(T \Rightarrow F)}_{F} \Rightarrow \sim r$$

$$\equiv F \Rightarrow \sim r \equiv T$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

گزارهٔ $p \Rightarrow \sim q$ نادرست است، پس گزاره p درست و گزارهٔ $\sim q$ نادرست است، در نتیجه گزارهٔ q درست است. از طرفی هر دو گزارهٔ $q \Rightarrow r$ و q درست هستند، پس گزارهٔ r نیز لزوماً درست است.

حال برای دو گزارهٔ داده شده داریم:

$$(\sim r \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow \sim p) \equiv (F \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

$$(p \wedge q) \Rightarrow (\sim r \Leftrightarrow q) \equiv (T \wedge T) \Rightarrow (F \Leftrightarrow T) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$[p \Rightarrow (p \wedge \sim q)] \Rightarrow \sim p \equiv [\sim p \vee (p \wedge \sim q)] \Rightarrow \sim p$$

$$\equiv [\underbrace{(\sim p \vee p)}_{T} \wedge (\sim p \vee \sim q)] \Rightarrow \sim p$$

$$\equiv (\sim p \vee \sim q) \Rightarrow \sim p \equiv \sim (\sim p \vee \sim q) \vee \sim p$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee \sim p \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_{T} \wedge (q \vee \sim p)$$

$$\equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$1 \le x^2 \le 9 \Rightarrow 1 \le |x| \le 3 \Rightarrow A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: $2x^2 + 5x - 3 \ge 0 \Rightarrow (2x-1)(x+3) \ge 0$

$$\Rightarrow x \ge \frac{1}{2}, x \le -3$$

به ازای $x = -1$ و $x = -2$ نامساوی برقرار نیست، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

گزینهٔ «۲»: $6x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow (2x-1)(3x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

هیچ‌کدام از دو مقدار به A تعلق ندارد، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

گزینهٔ «۳»: $|x-2| \ge 5 \Rightarrow \begin{cases} x-2 \ge 5 \Rightarrow x \ge 7 \\ x-2 \le -5 \Rightarrow x \le -3 \end{cases}$

نامساوی به ازای $x = -3$ برقرار است، پس گزارهٔ سوری درست است.

گزینه «۴»: $|x+1| < 4 \Rightarrow -4 < x+1 < 4 \Rightarrow -5 < x < 3$

نامساوی به ازای $x = 3$ برقرار نیست، پس گزاره سوری نادرست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی خوبیم‌علوی)*

دو مجموعهٔ A و B برابر یکدیگرند، هرگاه اعضای آن‌ها نظیر به نظیر برابر هم باشند. حالت‌های ممکن برای تساوی این دو مجموعه عبارت‌اند از:

حالت اول:
$$\begin{cases} x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow x=0,-1 \\ x+2=2 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

بنابراین به ازای $x=0$، دو مجموعهٔ A و B برابر یکدیگرند.

حالت دوم:
$$\begin{cases} x^2+x=2 \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)=0 \Rightarrow x=-2,1 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

بنابراین به ازای $x=-2$، دو مجموعهٔ A و B برابر یکدیگرند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه شاکپاش)*

یک مجموعهٔ n عضوی دارای 2^n زیرمجموعه است. فرض کنید مجموعهٔ A دارای n عضو باشد. با کاهش ۲ عضو از این مجموعه، تعداد اعضای آن برابر $(n-2)$ خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$2^n - 2^{n-2} = 192 \Rightarrow 2^n - 2^n \times 2^{-2} = 192$$

$$\Rightarrow 2^n - \frac{1}{4}\times 2^n = 192 \Rightarrow \frac{3}{4}\times 2^n = 192$$

$$\Rightarrow 2^n = 256 = 2^8 \Rightarrow n=8$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی } A = \binom{8}{2} = 28$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمهدی ابوترابی)*

زیرمجموعه‌های A_1، A_2، ... و A_n یک افراز برای مجموعهٔ A هستند، هرگاه هیچ‌کدام از A_iها تهی نباشند، اشتراک دوبه‌دوی آنها تهی باشد و اجتماع A_iها برابر مجموعهٔ A گردد. در گزینهٔ «۱» یکی از زیرمجموعه‌ها تهی است. در گزینهٔ «۳»، عضو $\varnothing$ در دو زیرمجموعه مشترک است. در گزینهٔ «۴» عضو c در هیچ‌کدام از زیرمجموعه‌ها وجود ندارد. بنابراین هیچ کدام از این سه‌حالت نمی‌توانند یک افراز برای مجموعهٔ A باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحهٔ ۲۱)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه شاکپاش)*

یک مجموعهٔ n عضوی، دارای 2^n زیرمجموعه است، بنابراین داریم:

$$\frac{2^{n(B)}}{2^{n(A)}} = 2 \Rightarrow 2^{n(B)-n(A)} = 2^1 \Rightarrow n(B)-n(A)=1$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A)+1$$

$$2^{n(A\cup B)} = 256 = 2^8 \Rightarrow n(A\cup B)=8$$

$$n(A\cup B) = n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

$$\Rightarrow 8 = n(A)+(n(A)+1)-1 \Rightarrow 2n(A)=8 \Rightarrow n(A)=4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A = 2^4 = 16$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

گزینهٔ «۱»: عکس قضیهٔ شرطی برقرار نیست. به عنوان مثال نقض، اگر $A=\{1,2\}$، $B=\{1,3\}$ و $C=\{2,3\}$، آن‌گاه $A\cup C = B\cup C = \{1,2,3\}$ ولی $A\neq B$.

گزینه «۲»: عکس قضیهٔ شرطی برقرار نیست. به عنوان مثال نقض، اگر $A=\{1\}$ و $B=\{2\}$، آن‌گاه $B-A=B$ ولی $A\neq\varnothing$.

گزینهٔ «۳»: اگر $A\cup B = A\cap B$، آن‌گاه به روش عضوگیری دلخواه می‌توان نشان داد $A=B$ است، پس عکس قضیهٔ شرطی درست است.

گزینهٔ «۴»: اگر $U=\{1,2,3,4\}$، $A=\{1,2\}$ و $B=\{2,3,4\}$ باشد، آن‌گاه $A\cup B=\{1,2,3,4\}=U$ ولی $B'=\{1\}\neq A$.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

فیزیک ۲

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(سیدمحمد جواد موسوی‌مبارکه)*

می‌دانیم بار الکتریکی جسم همواره مضرب درستی از بار بنیادی e است. (اصل کوانتیده بودن بار) پس ابتدا این شرط را چک می‌کنیم:

$$n=\frac{q}{e}=\frac{۴\times۱۰^{-۱۰}\times۱۰^{-۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۲/۵ \text{ الکترون}$$

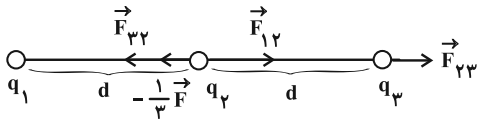
چون n غیرصحیح به‌دست آمد و مضرب درستی از e در اینجا مشاهده نمی‌شود، پس این اتفاق ممکن نیست و گزینهٔ «۱» صحیح است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۴)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

مطابق شکل، نیرویی که $q_۲$ به $q_۳$ وارد می‌کند دارای اندازهٔ F و به طرف راست است، بنابراین بارهای $q_۲$ و $q_۳$ هم‌نام‌اند و در نتیجه نیرویی که $q_۳$ به $q_۲$ وارد می‌کند، دارای اندازهٔ F و به طرف چپ است. با توجه به این‌که اندازهٔ نیروی برایند وارد بر بار $q_۲$ برابر با $\frac{۱}{۳}F$ و به طرف چپ است، در نتیجه اندازهٔ نیرویی که $q_۱$ به $q_۲$ وارد می‌کند برابر با $\frac{۲}{۳}F$ و به طرف راست خواهد بود. بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ نیز هم‌نام هستند.

$$\vec{F}_{t_۲}=\vec{F}_{۳۲}+\vec{F}_{۱۲}\Rightarrow -\frac{\vec{F}}{۳}=-\vec{F}+\vec{F}_{۱۲}\Rightarrow \vec{F}_{۱۲}=\frac{۲\vec{F}}{۳}$$



با استفاده از قانون کولن داریم:

$$\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}}=\frac{|q_۳||q_۲|}{|q_۱||q_۲|}(\frac{r_{۱۲}}{r_{۳۲}})^۲ \xrightarrow[r_{۳۲}=r_{۱۲}]{F_{۳۲}=F,\ F_{۱۲}=\frac{۲}{۳}F}$$

$$\frac{F}{\frac{۲}{۳}F}=\frac{|q_۳|}{|q_۱|}\Rightarrow\frac{|q_۱|}{|q_۳|}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{q_۱}{q_۳}=\frac{۲}{۳}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

فرض می‌کنیم که بار $q_۱<۰$ و بار $q_۲>۰$ باشد و $q_۲=۱/۲|q_۱|$ است. مقدار بار جابه‌جا شده برابر است با: $\Delta q=\frac{۳}{۴}q_۲=۰/۹|q_۱|$

و بارهای نهایی برابرند با: $q'_۲=q_۲-\Delta q=۰/۳|q_۱|$

$q'_۱=-|q_۱|+۰/۹|q_۱|=-۰/۱|q_۱|$

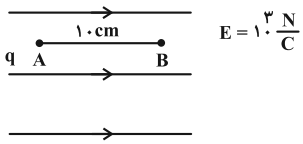
با استفاده از رابطهٔ مقایسه‌ای قانون کولن داریم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_۱|}{|q_۱|}\times\frac{|q'_۲|}{|q_۲|}\times(\frac{r}{r'})^۲ \xrightarrow{r'=\frac{۳}{۲}r}\frac{F'}{F}=\frac{۰/۱|q_۱|}{|q_۱|}\times\frac{۰/۳|q_۱|}{۱/۲|q_۱|}\times\frac{۴}{۹}$$

$$\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{۱}{۹۰}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(مرتضی شعبانی)*



با حرکت در جهت خط‌های میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش خواهد یافت. بنابراین $V_B<V_A$ خواهد بود.

$$|\Delta V|=Ed=۱۰^۳\times۰/۱=۱۰۰V\Rightarrow\Delta V=-۱۰۰V$$

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow -۱۰۰=\frac{(۰/۸-۰/۴)\times۱۰^{-۶}}{q}$$

$$\Rightarrow q=\frac{۴\times۱۰^{-۷}}{-۱۰۰}=-۴\times۱۰^{-۹}C=-۴nC$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۳۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین برادران)*

با توجه به رابطهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای ابتدا میدان الکتریکی را در فاصلهٔ $\frac{d}{۲}$ و $\frac{d}{۴}$ از بار $q_۱$ به‌دست می‌آوریم:

$$E_۱=k\frac{|q_۱|}{|d^۲|}\Rightarrow\frac{E'_۱}{E_۱}=(\frac{d}{d'})^۲\Rightarrow\begin{cases}\frac{E'_۱}{۵\times۱۰^۳}=\frac{d^۲}{(\frac{d}{۲})^۲}\Rightarrow E'_۱=۲\times۱۰^۴\frac{N}{C}\\ \frac{E''_۱}{۵\times۱۰^۳}=\frac{d^۲}{(\frac{d}{۴})^۲}\Rightarrow E''_۱=۸\times۱۰^۴\frac{N}{C}\end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ نیروهای الکتریکی وارد بر بار q در میدان الکتریکی E داریم:

$$F=E|q|\Rightarrow\Delta F=|q|(E''_۱-E'_۱)\xrightarrow[E''_۱=۸\times۱۰^۴\frac{N}{C},E'_۱=۲\times۱۰^۴\frac{N}{C}]{q=۴\times۱۰^{-۶}C}$$

$$\Delta F=۴\times۱۰^{-۶}(۸\times۱۰^۴-۲\times۱۰^۴)=۰/۲۴N$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی نکوئیان)*

مطابق شکل داده شده، کره‌های B و C دارای بار ناهمنام و کره‌های A و B دارای بار همنام هستند. بنابراین کره‌های A و C دارای بار ناهمنام هستند. اندازهٔ بار کرهٔ A از اندازهٔ بار کرهٔ B بزرگ‌تر می‌باشد. همچنین اندازهٔ بار کرهٔ B از اندازهٔ بار C بزرگ‌تر است. پس

$$|q_A|>|q_B|>|q_C|$$

بنابراین با تماس دو کرهٔ A و C بار هر دو کره، همنام با بار کرهٔ A می‌شود؛ پس هر سه کره دارای بار همنام می‌شوند.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** *(مهدی حسین‌دوست)*

به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: نادرست- در فضای بین دو خط میدان، میدان الکتریکی صفر نیست.

گزینهٔ «۲»: نادرست- اگر بار منفی را در نقطهٔ B قرار دهیم، جهت نیروی وارد بر آن مماس بر خط میدانی است که از آن نقطه می‌گذرد و در خلاف جهت خطوط میدان است.

گزینهٔ «۳»: نادرست- خطوط میدان یکدیگر را قطع نمی‌کنند، لذا از نقطهٔ A تنها یک خط میدان می‌گذرد.

گزینهٔ «۴»: درست- تراکم خطوط میدان نشان‌دهندهٔ قوی یا ضعیف بودن میدان است. چون خطوط میدان در نقطهٔ A متراکم‌تر است، لذا میدان در این نقطه قوی‌تر از نقطهٔ B است.

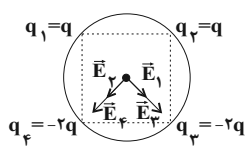
(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(بیتا خورشید)*

ابتدا برای وضعیت داده شده میدان در مرکز دایره را محاسبه می‌کنیم.

$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{R^2}$$

$$\left|\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right| = \frac{kq}{R^2}\sqrt{2}$$



$$E_3 = E_4 = \frac{2kq}{R^2} \Rightarrow \left|\vec{E}_3 + \vec{E}_4\right| = \frac{2kq}{R^2}\sqrt{2}$$

$$E = E_T = 2\sqrt{2}\frac{kq}{R^2} + \sqrt{2}\frac{kq}{R^2} = 3\sqrt{2}\frac{kq}{R^2}$$

بعد از حذف q_1 و q_2 فقط بارهای q_3 و q_4 باقی می‌مانند:

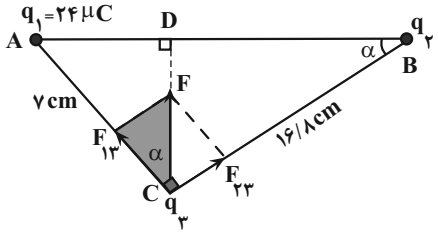
$$E'_T = \left|\vec{E}_3 + \vec{E}_4\right| = \frac{2kq\sqrt{2}}{R^2}$$

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{\frac{2\sqrt{2}kq}{R^2}}{\frac{3\sqrt{2}kq}{R^2}} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

مطابق شکل زیر نیروی F را به دو مؤلفه در امتدادهایی که بارهای q_1 و q_2 به بار q_3 نیرو وارد می‌کنند، تجزیه می‌کنیم. چون بارهای q_2 و q_1، بار q_3 را جذب کرده‌اند، لذا این دو بار، هم‌نامند. از طرفی در مثلث هاشورخورده داریم:



$$\tan\alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} \quad (1)$$

و در مثلث ABC داریم:

$$\tan\alpha = \frac{7}{16/8} \quad (2)$$

بنابراین، داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{7}{16/8} \Rightarrow F_{23} = \frac{7}{16/8}F_{13}$$

$$\Rightarrow \frac{k|q_3||q_2|}{(16/8)^2} = \frac{7}{16/8} \times \frac{k|q_1||q_3|}{7^2}$$

$$\xrightarrow{q_1,q_2 \text{هم‌نامند}} q_2 = \frac{16/8q_1}{7} \Rightarrow q_2 = \frac{16/8 \times 24}{7} = 57/6\mu C$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن صفحه‌های ۵ تا ۹)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(عباس موتاب)*

فقط عبارت‌های «پ» و «ت» درست می‌باشند.

الف) نادرست. میدان الکتریکی خالص فقط درون رساناها صفر است.

ب) نادرست. پتانسیل الکتریکی روی همهٔ نقاط سطوح رسانا یکسان است.

ث) نادرست.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

شیمی ۲

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(ایمان حسین‌نژاد)*

فقط مورد «ب» نادرست است.

بررسی گزینهٔ نادرست:

ب) پیش‌بینی می‌شود که در سال ۲۰۲۵ در جهان به تقریب بیش از ۶۰ میلیارد تن از سوخت‌های فسیلی و فلزها و مواد معدنی استخراج و مصرف می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱ تا ۵)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(سینا رحمانی‌تبار)*

بررسی موارد:

الف) ژرمانیم $(_{۳۲}Ge)$ با عدد اتمی ۳۲ دومین عنصر شبه‌فلز گروه ۱۴ و قلع $(_{۵۰}Sn)$ با عدد اتمی ۵۰ نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴ است.

$۵۰ - ۳۲ = ۱۸$ = اختلاف عدد اتمی

ب) تعداد عنصرهای فلزی تک ظرفیتی دورهٔ چهارم برابر ۵ است.

گروه	۱	۲	۳	۱۲	۱۳
عنصر	K^+	$Ca^{۲+}$	$Sc^{۳+}$	$Zn^{۲+}$	$Ga^{۳+}$

پ) با توجه به نمودار ۱ صفحهٔ ۱۳ کتاب شیمی یازدهم بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین ۲ عنصر متوالی $_{۱۳}Al$ از گروه ۱۳ و $_{۱۴}Si$ از گروه ۱۴ می‌باشد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عنصرهای A، B و C و D به ترتیب $_{۲۱}Sc$ ، $_{۲۴}Cr$ ، $_{۲۹}Cu$ و $_{۳۰}Zn$ هستند. عبارت (۳) نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: کاتیون پایدار عنصر اسکاندیم، $_{۲۱}Sc^{۳+}$ می‌باشد.

$$_{۲۱}Sc^{۳+} : ۱s^۲\,۲s^۲\,۲p^۶\,۳s^۲\,۳p^۶$$

$$\left.\begin{array}{l}(l=۱)\text{ با }e^-\text{ تعداد }=۱۲\\(l=۰)\text{ با }e^-\text{ تعداد }=۶\end{array}\right\}\Rightarrow \frac{۱۲}{۶}=۲$$

گزینهٔ «۲»: لایهٔ ظرفیت عنصر $_{۳۰}Zn$ به صورت $۴s^۲\,۳d^{۱۰}$ است مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی این الکترون‌ها برابر است با:

$۵۸ = ۱۰(۳+۲) + ۲(۴+۰)$ = مجموع n و l الکترون‌های لایهٔ ظرفیت $_{۳۰}Zn$

$$۳d \rightarrow \begin{cases} n=۳ \\ l=۲ \end{cases} \qquad ۴s \rightarrow \begin{cases} n=۴ \\ l=۰ \end{cases}$$

گزینهٔ «۳»: کروم $(_{۲۴}Cr)$ دارای ۲ اکسید CrO و $Cr_۲O_۳$ است، در اکسید $Cr_۲O_۳$ شمار کاتیون‌ها $\frac{۲}{۳}$ برابر شمار آنیون‌ها است و آرایش الکترونی یون $Cr^{۳+}$:

$$_{۲۴}Cr^{۳+} : ۱s^۲\,۲^۲\,۲p^۶\,۳s^۲\,۳p^۶\,۳d^۳$$

۳ الکترون با $l=۲$ دارد.

گزینهٔ «۴»: آرایش الکترونی عنصر $_{۲۹}Cu$:

$$_{۲۹}Cu : ۱s^۲\,۲s^۲\,۲p^۶\,۳s^۲\,۳p^۶\,۳d^{۱۰}\,\underbrace{۴s^۱}_{\text{۱ زیرلایهٔ نیمه‌پر}}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

موارد «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی موارد:

الف) درست؛ ششمین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی، آهن $(_{۲۶}Fe)$ می‌باشد که در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت $(Fe_۲O_۳)$ است.

ب) نادرست؛ در میان عنصرهای دورهٔ چهارم، $_{۲۹}Cu$ و $_{۳۰}Zn$ از دستهٔ d و ۶ عنصر از دستهٔ p که شامل $_{۳۱}Ga$ ، $_{۳۲}Ge$ ، $_{۳۳}As$ ، $_{۳۴}Se$ ، $_{۳۵}Br$ و $_{۳۶}Kr$ هستند که زیرلایه ۳d کاملاً پر دارند (در مجموع ۸ عنصر) و ۲ عنصر $_{۲۴}Cr$ و $_{۲۵}Mn$ زیرلایهٔ ۳d نیمه پر دارند.

پ) نادرست؛ اولین فلز واسطه‌ای که زیرلایهٔ ۳d آن پر می‌شود عنصر $_{۲۹}Cu$ است.

$$_{۲۹}Cu : [_{۱۸}Ar]\,۳d^{۱۰}\,۴s^۱$$

مجموع n و l الکترون‌های ظرفیت $_{۲۹}Cu$

$$= ۱۰(۳+۲) + ۱(۴+۰) = ۵۴$$

ت) درست؛ اسکاندیم $_{۲۱}Sc$ نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم است که در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴۵- **گزینهٔ «۲»** *(علی جدی)*

واکنش‌پذیری کربن (C) بیشتر از آهن (Fe) است پس واکنش $۲Fe + CO_۲ \rightarrow ۲FeO + C$ به‌طور طبیعی انجام نمی‌شود و واکنش‌پذیری فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

مقایسهٔ واکنش‌پذیری در ۳ گزینهٔ دیگر به صورت زیر می‌باشد که یعنی هر سه واکنش به‌طور طبیعی انجام می‌شود و در آن‌ها واکنش‌پذیری فراورده‌ها کمتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

۱) واکنش‌پذیری: $Na > Zn$

۲) واکنش‌پذیری: $K > Cu$

۳) واکنش‌پذیری: $K > Fe$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(بهنام قازانچایی)*

معادلهٔ موازنه شده واکنش:

$$Fe_2O_3 + 3CO \rightarrow \underline{2Fe} + 3CO_2$$

$$?\ ton\ ,\ 80\% \qquad 2800 \times 50 = 140000\ kg = 140\ ton$$

$$?\ ton\ Fe_2O_3 = 140\ ton\ Fe \times \frac{10^6\ g\ Fe}{1\ ton\ Fe} \times \frac{1\ mol\ Fe}{56\ g\ Fe}$$

$$\times \frac{1\ mol\ Fe_2O_3}{2\ mol\ Fe} \times \frac{160\ g\ Fe_2O_3}{1\ mol\ Fe_2O_3} \times \frac{1\ ton\ Fe_2O_3}{10^6\ g\ Fe_2O_3}$$

$$\times \underbrace{\frac{100}{75}}_{\text{بازده}} \times \underbrace{\frac{100}{80}}_{\text{درصدخلوص}} = \frac{140 \times 160 \times 100 \times 100}{56 \times 2 \times 75 \times 80} = 333/33$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۵)

۴۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا زهره‌وند)*

$$\text{درصد خلوص } \% = \frac{\text{مقدار ماده‌خالص}}{\text{مقدار ماده‌ناخالص}} \times 100\%$$

$$\text{سنگ معدن } 1000\ kg = \text{سنگ معدن } 1\ ton$$

$$75 = \frac{x}{1000} \times 100 \Rightarrow x = 750\ kg\ Fe_3O_4$$

$$1\ mol\ Fe_3O_4 \sim 3\ mol\ Fe$$

$$?\ kg\ Fe = 750\ kg\ Fe_3O_4 \times \frac{1000\ g\ Fe_3O_4}{1\ kg\ Fe_3O_4}$$

$$\times \frac{1\ mol\ Fe_3O_4}{232\ g\ Fe_3O_4} \times \frac{3\ mol\ Fe}{1\ mol\ Fe_3O_4} \times \frac{56\ g\ Fe}{1\ mol\ Fe}$$

$$\times \frac{1\ kg\ Fe}{1000\ g\ Fe} \simeq 543\ kg\ Fe \quad \text{مقدار نظری}$$

$$\text{بازده درصدی واکنش } \% R = \frac{\text{مقدار عملی فراورده}}{\text{مقدار نظری فراورده}} \times 100\%$$

$$= \frac{270}{543} \times 100\% \simeq 50\%$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(کامران جعفری)*

خاصیت نافلزی هالوژن‌ها: $F > Cl > Br > I$

و تنها گزینه‌ای که خاصیت نافلزی هالوژن‌ها را به ترتیب درست نشان می‌دهد گزینهٔ «۲» می‌باشد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین بختیاری)*

ابتدا ۲ معادله فرایند هابر و سوختن گاز آمونیاک را می‌نویسیم:

۱) $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$

۲) $4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(l)$

ابتدا از مقدار N_2 مقدار NH_3 و سپس با استفاده از معادلهٔ (۲) مقدار گاز NO را برحسب لیتر محاسبه می‌کنیم. باید توجه داشته اگر فراورده‌ها در شرایط STP باشند (دما $0^\circ C$ و فشار $1atm$) آب به صورت مایع از گازها جدا می‌شود.

$$840\ g\ N_2 \times \frac{1\ mol\ N_2}{28\ g\ N_2} \times \frac{2\ mol\ NH_3}{1\ mol\ N_2} \times \frac{4\ mol\ NO}{4\ mol\ NH_3}$$

$$\times \frac{22/4\ L\ NO}{1\ mol\ NO} \times \underbrace{\frac{60}{100}}_{\text{بازده درصدی واکنش}} = 806/4\ L \text{ گاز } NO$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** *(رضا سلیمانی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: طلا در طبیعت به شکل فلزی و عنصری خود نیز یافت می‌شود اما مقدار آن در معادن طلا بسیار کم است.

گزینهٔ «۲»: استخراج طلا همانند دیگر فعالیت‌های صنعتی آثار زیان‌باز زیست محیطی بر جای می‌گذارد.

گزینهٔ «۴»: فلز طلا به اندازه‌ای چکش‌خوار و نرم است که چند گرم از آن را می‌توان با چکش‌کاری به صفحه‌ای با مساحت چند مترمربع تبدیل کرد.

(شیمی ۲- صفحهٔ ۱۷)

ریاضی ۱

۵۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمد پیمانی)*

با مشخص کردن اعضای مجموعهٔ A، B و C، حاصل $(C-A)$ و $(A-B)$ را بدست می‌آوریم:

$$A=\{۱,۲,۳,۴\}$$

$$B=\{۳,۴,۵,۶,۷\}$$

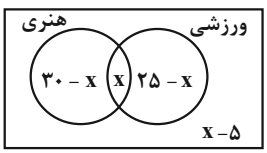
$$C=\{۴,۵\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C-A=\{۵\} \\ A-B=\{۱,۲\} \end{cases} \Rightarrow (C-A)\cup(A-B)=\{۱,۲,۵\}$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسن اسماعیلی)*

اگر تعداد دانش‌آموزهای مشترک هر دو نوع مسابقه را برابر x در نظر بگیریم با توجه به نمودار ون داریم:



تعداد نفرات منفی نمی‌شود، پس باید:

$$\begin{cases} ۳۰-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۳۰ \\ x\geq ۰ \\ ۲۵-x\geq ۰ \Rightarrow x\leq ۲۵ \\ x-۵\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۵ \end{cases} \Rightarrow ۵\leq x\leq ۲۵$$

تعداد دانش‌آموزهایی که می‌توانند در هر دو مسابقه شرکت کرده باشند، با توجه به نمودار ون برابر x است، پس حداکثر مقدار آن به ازای $x=۲۵$ یعنی برابر ۲۵ است. تعداد دانش‌آموزهایی که می‌توانند فقط در یک مسابقه شرکت کرده باشند، برابر $(۳۰-x)+(۲۵-x)=۵۵-۲x$ می‌باشد، پس حداکثر مقدار آن به ازای $x=۵$ یعنی برابر ۴۵ می‌تواند باشد.

$$\text{جواب نهایی}=\frac{۲۵}{۴۵}=\frac{۵}{۹}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** *(شاهین پروازی)*

مجموعهٔ نشان داده شده به صورت $[a,+\infty)-(a,b)$ است. پس داریم:

$$۳x-۲=x^۲ \Rightarrow x^۲-۳x+۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=۲ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اگر } x=۱} [۱,+\infty)-(۱,۲) \Rightarrow a=۱, b=۲$$

$$\xrightarrow{\text{اگر } x=۲} \text{غ‌ق‌ق}[۴,+\infty)-(۴,۴)$$

$$\Rightarrow (۱-a^۲, b-a)=(۰,۱)$$

طول این بازه برابر ۱ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۳ تا ۵)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

جملهٔ عمومی دنباله خطی را $a_n=\alpha n+\beta$ در نظر می‌گیریم، مجموع سه جمله اول برابر $a_۱+a_۲+a_۳$ و مجموع سه جمله دوم برابر $a_۴+a_۵+a_۶$ است.

$$a_۱+a_۲+a_۳=(\alpha+\beta)+(۲\alpha+\beta)+(۳\alpha+\beta)=۶\alpha+۳\beta$$

$$a_۴+a_۵+a_۶=(۴\alpha+\beta)+(۵\alpha+\beta)+(۶\alpha+\beta)=۱۵\alpha+۳\beta$$

$$\frac{۱۵\alpha+۳\beta}{۶\alpha+۳\beta}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۵\alpha+\beta}{۲\alpha+\beta}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow ۱۵\alpha+۳\beta=۴\alpha+۲\beta$$

$$\Rightarrow \beta=-۱۱\alpha \Rightarrow a_n=\alpha n-۱۱\alpha=\alpha(n-۱۱)$$

در این دنباله جمله یازدهم برابر صفر است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

فرض کنیم ۴ جمله این دنباله به‌صورت $a, aq, aq^۲, aq^۳$ باشد.

$$\begin{cases} a-aq=۳۵ \\ aq^۲-aq^۳=۵۶۰ \end{cases} \Rightarrow \frac{aq^۲(۱-q)}{a(۱-q)}=\frac{۵۶۰}{۳۵}$$

$$\Rightarrow q^۲=۱۶ \xrightarrow{q<۰} q=-۴$$

$$\Rightarrow a-a(-۴)=۳۵ \Rightarrow a=۷$$

$$۷,-۲۸,۱۱۲,-۴۴۸ \Rightarrow \text{مجموع چهارجمله}=-۳۵۷$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(دانیال ابراهیمی)*

در دنبالهٔ حسابی، جملهٔ عمومی به‌صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است که a_1 و d به ترتیب جملهٔ اول و قدرنسبت این دنباله هستند. همچنین اگر m، n و p سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، رابطهٔ $mp = n^2$ برقرار است. بنابراین برای جملات چهارم، نهم و سیزدهم از دنبالهٔ حسابی داریم:

$$a_4 a_{13} = (a_9)^2 \Rightarrow (a_1+3d)(a_1+12d) = (a_1+8d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 15a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 16a_1d + 64d^2$$

$$\Rightarrow 28d^2 + a_1d = 0 \xrightarrow{d\neq 0} 28d + a_1 = 0 \Rightarrow a_{29} = 0$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو، دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی براتی)*

در الگوی t_n اختلاف جملات ثابت نیست و این اختلاف جملات، دنباله حسابی (الگوی خطی) می‌سازند. پس t_n یک الگوی درجه دوم است. این دنبالهٔ حسابی که از اختلاف جملات دنباله درجه دوم به وجود می‌آید را با a_n نشان می‌دهیم:

$$\underbrace{t_1 , t_2 , t_3}_{a_1 \quad a_2 \quad a_3} , t_4 , \ldots$$

قدر نسبت این دنباله حسابی ۵ و جمله اول آن ۶ است، بنابراین:

$$3 , 9 , 20 , 36 , 57 , \ldots$$

$$\begin{array}{ccccc} & 6 & 11 & 16 & 21 \\ & \searrow^{5} & \searrow^{5} & \searrow^{5} & \end{array}$$

$$a_n = 6 + (n-1)\times 5 = 5n + 1$$

با توجه به الگوی درجه دوم، واضح است که $t_{49} - t_{46}$ برابر است با:

$$a_{46} + a_{47} + a_{48}$$

$$\underbrace{t_1 , t_2 , t_3}_{a_1 \quad a_2 \quad a_3} , t_4 , \ldots , t_{46} , \underbrace{t_{47} , t_{48} , t_{49}}_{a_{46} \quad a_{47} \quad a_{48}} , \ldots$$

$$a_{46} + a_{47} + a_{48} =$$

$$5\times 46 + 1 + 5\times 47 + 1 + 5\times 48 + 1 = 5(46+47+48) + 3$$

$$= 5\times 141 + 3 = 708$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

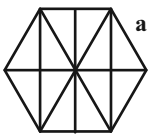
۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(محسن جعفریان)*

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2}\times 7\times 4\times \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\times 7\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

$$\text{مساحت متوازی‌الاضلاع} = 4\times 7\sqrt{3} = 28\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(مهدی ملارمضانی)*



شش‌ضلعی منتظم به مساحت $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ از ۱۲ مثلث هم‌نهشت تشکیل شده است که مساحت هر کدام برابر $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2$ است. حال ذوزنقه هاشورخورده صورت سؤال، از ۳ مثلث اینچنین تشکیل شده است، پس مساحت آن برابر $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^2$ است.

$$\Rightarrow S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^2 \xrightarrow{a^2 = \frac{1}{\sqrt{3}}} S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{3}{8}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۶۰- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

می‌دانیم که اگر دو زاویهٔ α و β متمم باشند، روابط $\tan\alpha = \cot\beta$ و $\tan\beta = \cot\alpha$ برقرارند، پس در این سؤال دو زاویه $4x$ و $72^\circ - 2x$ متمم یکدیگر هستند، در نتیجه داریم:

$$72^\circ - 2x + 4x = 90^\circ \Rightarrow 2x = 18^\circ \Rightarrow x = 9^\circ$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

فیزیک ۱

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(حمید زرین‌کفش)*

سه کمیت دما، مقدار ماده و شدت روشنایی جزو کمیت‌های اصلی در SI بوده و نرده‌ای هستند که یکای آن‌ها به‌ترتیب کلوین، مول و کندلا (شمع) می‌باشد. دقت کنید که کیلوگرم، یکای SI کمیت جرم است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۷)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیر محمودی‌انزابی)*

اگر طلا را با اندیس (۱) و نقره را با اندیس (۲) نمایش دهیم، داریم:

$$\text{جرم کل} = ۲۵۰g \Rightarrow m_۱ + m_۲ = ۲۵۰g \quad (۱)$$

$$\text{حجم کل} = ۱۸/۲۵cm^۳ \Rightarrow V_۱ + V_۲ = ۱۸/۲۵cm^۳$$

$$\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲} = ۱۸/۲۵cm^۳$$

$$\xrightarrow[\rho_۲=۱۰\frac{g}{cm^۳}]{\rho_۱=۱۹\frac{g}{cm^۳}} \frac{m_۱}{۱۹} + \frac{m_۲}{۱۰} = ۱۸/۲۵cm^۳$$

$$\Rightarrow ۱۰m_۱ + ۱۹m_۲ = ۳۴۶۷/۵g \qquad (۲)$$

حالا با حل دستگاه معادله‌های (۱) و (۲)، می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \begin{cases} m_۱ + m_۲ = ۲۵۰g \\ ۱۰m_۱ + ۱۹m_۲ = ۳۴۶۷/۵g \end{cases}$$

ضرب کردن طرفین معادلهٔ (۱) در عدد (۱۰-) و سپس جمع کردن طرفین معادله‌ها با هم:

$$\Rightarrow \begin{cases} -۱۰m_۱ - ۱۰m_۲ = -۲۵۰۰g \\ ۱۰m_۱ + ۱۹m_۲ = ۳۴۶۷/۵g \end{cases}$$

$$۹m_۲ = ۹۶۷/۵ \Rightarrow m_۲ = ۱۰۷/۵g$$

بنابراین:

$$\text{درصد جرمی نقره} = \frac{m_۲}{m_۱ + m_۲} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۷/۵}{۲۵۰} \times ۱۰۰ = ۴۳\%$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد قنبری)*

جرم تلفن همراه برابر میانگین مقادیر داده شده می‌باشد. در محاسبهٔ میانگین، عددی که فاصلهٔ زیادی از سایر مقادیر داشته باشد، به حساب نمی‌آید. در این‌جا ۸۰/۵g را کنار می‌گذاریم.

$$\text{جرم تلفن همراه} = \frac{۹۷/۳ + ۹۸/۱ + ۹۷/۷ + ۹۶/۹}{۴} = ۹۷/۵g$$

دقت اندازه‌گیری برابر کوچک‌ترین مقداری است که یک وسیلهٔ اندازه‌گیری می‌تواند اندازه بگیرد. در این‌جا، کم‌ترین مقدار اندازه‌گیری برابر ۰/۱g است. بنابراین داریم:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = ۰/۱g = ۰/۱ \times ۱۰^{-۳}kg \Rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = ۱۰^{-۴}kg$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

$$۵۴ \times ۱۰^۳ \frac{g.cm^۲}{s^۳} = ۵۴ \times ۱۰^۳ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۴} \frac{kg.m^۲}{s^۳}$$

$$= ۵۴ \times ۱۰^{-۴} \frac{kg.m^۲}{s^۳} \quad (I)$$

$$۱\frac{kg(\mu m)^۲}{(ms)^۳} = ۱ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{kg.m^۲}{۱۰^{-۹}s^۳} = ۱۰^{-۳} \frac{kg.m^۲}{s^۳} \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow ۵۴ \times ۱۰^۳ \frac{g.cm^۲}{s^۳} = ۵/۴ \frac{kg(\mu m)^۲}{(ms)^۳}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۶۵- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

حجم آب خارج شده در مدت ۴ ساعت برابر $۵ \times ۱۲۰ = ۶۰۰cc$ است. آهنگ خروج آب برابر است با:

$$\frac{۶۰۰}{۴} \frac{cc}{\text{ساعت}} = ۱۵۰ \frac{cc}{\text{ساعت}}$$

$$۱۵۰ \frac{cc}{h} \times \frac{۱h}{۶۰min} \times \frac{۱m^۳}{۱۰^۶cc} \times \frac{۱۰^۹mm^۳}{۱m^۳} = ۲/۵ \times ۱۰^۳ \frac{mm^۳}{min}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۱۰)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون کره را ذوب کرده و با آن استوانه می‌سازیم، حجم کره و پوستهٔ استوانه‌ای یکسان است.

$$V_{\text{استوانه}} = V_{\text{کره}} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \pi(R^۲ - r^۲)h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{۸۱۰}{۱۰} = ۳(۲^۲ - ۱^۲) \times h \Rightarrow ۸۱ = ۹h \Rightarrow h = ۹cm$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا باید آهنگ خروج آب از شیلنگ را برحسب $\frac{L}{h}$ (لیتر بر ساعت) به‌دست آوریم. برای این کار، با استفاده از قاعدهٔ تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$۲۵۰\frac{cm^۳}{s}=۲۵۰\frac{\cancel{cm^۳}}{\cancel{s}}\times\frac{۱\,\cancel{m^۳}}{۱۰^۶\,\cancel{cm^۳}}\times\frac{۱۰^۳\,L}{۱\,\cancel{m^۳}}\times\frac{۳۶۰۰\,\cancel{s}}{۱h}$$

$$=۹۰۰\frac{L}{h}$$

به عبارت دیگر، در هر ساعت ۹۰۰ لیتر آب وارد استخر می‌شود، بنابراین پس از ۲ ساعت، ۱۸۰۰ لیتر آب وارد استخر می‌شود. بنابراین:

$$\text{ظرفیت خالی استخر}=۳۰۰۰-۱۸۰۰=۱۲۰۰L$$

$$\text{ظرفیت خالی استخر بر حسب درصد}=\frac{۱۲۰۰}{۳۰۰۰}\times۱۰۰=۴۰\%$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۱۰)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

در ابتدا، چون چگالی جسم A، ۲۰ درصد بیشتر از چگالی جسم B است، داریم:

$$\rho_A=\rho_B+۰/۲\rho_B\Rightarrow\rho_A=۱/۲\rho_B\quad(۱)$$

اکنون حجم ظاهری هر دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}V_{A\,\text{ظاهری}}=V_A=\frac{۴}{۳}\pi R^۳ \\ V_{B\,\text{ظاهری}}=V_B=\pi R^۲(\frac{۱}{۲}R)=\frac{۱}{۲}\pi R^۳\end{cases}\Rightarrow V_A>V_B\quad(۲)$$

از طرف دیگر، چون جرم هر دو جسم یکسان است، داریم:

$$m_A=m_B\Rightarrow\rho_A V_{A\,\text{واقعی}}=\rho_B V_{B\,\text{واقعی}}\xrightarrow[V_{\text{واقعی}}=V']{(۱)}$$

$$۱/۲\rho_B V'_A=\rho_B V'_B$$

$$\Rightarrow\frac{۶}{۵}V'_A=V'_B\Rightarrow V'_B>V'_A\quad(۳)$$

از رابطه‌های (۲) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت که استوانهٔ B توپر و کرهٔ A توخالی است.

بنابراین، چون استوانهٔ B توپر است، لذا حجم واقعی و ظاهری آن با هم برابر است. در این حالت داریم:

$$V_B=V'_B=\frac{۱}{۲}\pi R^۳$$

در نتیجه حجم واقعی کرهٔ A برابر است با:

$$V'_A=\frac{۵}{۶}V'_B=\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۲}\pi R^۳=\frac{۵}{۱۲}\pi R^۳$$

اکنون می‌توانیم حجم حفرهٔ داخل کره A را محاسبه کنیم:

$$V_{\text{حفره}}=V_{\text{ظاهری A}}-V_{\text{واقعی A}}=V_A-V'_A\Rightarrow$$

$$V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\pi R^۳-\frac{۵}{۱۲}\pi R^۳=\frac{۱۱}{۱۲}\pi R^۳$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۶۹- **گزینهٔ «۱»** *(احسان مطلبی)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

الف) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیک در طول زمان همواره معتبر نیستند و ممکن است دستخوش تغییر شوند.

ج) در هنگام مدل‌سازی یک پدیده فیزیکی باید اثرهای جزئی را نادیده بگیریم، نه اثرات مهم و تعیین‌کننده را.

مورد «ب» صحیح است.

بنابراین، تنها عبارت ب درست است.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(مصطفی کیانی)*

برای سازگاری یکاهای دو طرف رابطه، باید یکای هر یک از عبارت‌های سمت راست معادلهٔ $x=\frac{۱}{۲}AFa+Bva$ با یکای عبارت سمت چپ (x) که در SI برحسب متر (m) است، یکسان باشند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$[x]=[AFa]\Rightarrow[x]=[A]\times[F]\times[a]$$

$$\xrightarrow[[F]=N=\frac{kg.m}{s^۲}]{[x]=m\,,[a]=\frac{m}{s^۲}}m=[A]\times\frac{kg.m}{s^۲}\times\frac{m}{s^۲}\Rightarrow[A]=\frac{s^۴}{kg.m}$$

$$[x]=[Bva]\Rightarrow[x]=[B]\times[v]\times[a]$$

$$\xrightarrow{[v]=\frac{m}{s}}m=[B]\times\frac{m}{s}\times\frac{m}{s^۲}\Rightarrow[B]=\frac{s^۳}{m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحهٔ ۱۱)

حسابان ۲

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمدسجاد پیشوایی)*

با توجه به این‌که $|x|=\begin{cases}x & x\geq ۰\\ -x & x<۰\end{cases}$ و همچنین نمودار f که در اعداد نامنفی تعریف شده است، خواهیم داشت:

$$y=۲f(x-|x|)\xrightarrow{x\geq ۰}y=۲f(x-x)$$

$$\Rightarrow y=۲f(۰)\Rightarrow y=۲(۱)\Rightarrow y=۲$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(عباس اشرفی)*

نقطهٔ (a,b) روی نمودار $y=۱-f(۱-x)$ قرار دارد، پس نقطهٔ $(۱-a,۱-b)$ روی نمودار خود تابع $y=f(x)$ قرار دارد.

همچنین اگر نقطهٔ $(۱-a,۱-b)$ روی نمودار $y=f(x)$ باشد، نقطهٔ $(\frac{۲-a}{۳},۳-۲b)$ روی نمودار تابع $y=۲f(۳x-۱)+۱$ قرار دارد.

از آن‌جایی که نمودار تابع $y=۲f(۳x-۱)+۱$ از مبدأ مختصات می‌گذرد، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۲-a}{۳}=۰\Rightarrow a=۲\\ ۳-۲b=۰\Rightarrow b=\frac{۳}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow a+b=\frac{۷}{۲}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(لیلا مرادی)*

با توجه به شکل اعداد حقیقی بازهٔ $[-۳,۵]$ را می‌توان در تابع داده شده به‌جای x قرار داد:

$$-۳\leq x\leq ۵\xrightarrow{\times ۳}-۹\leq ۳x\leq ۱۵\xrightarrow{+۶}-۳\leq ۳x+۶\leq ۲۱$$

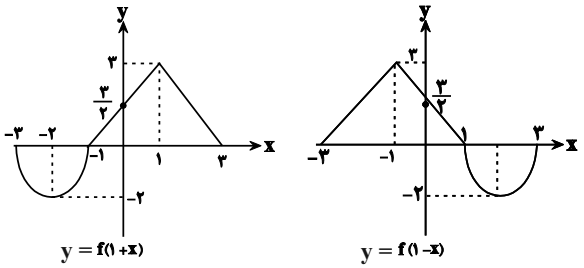
این یعنی بازهٔ $[-۳,۲۱]$ برابر دامنهٔ تابع f است، بنابراین:

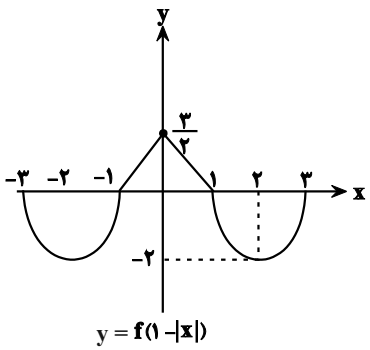
$$D_f=[-۳,۲۱]\Rightarrow D_g:-۳\leq\frac{x}{۲}\leq ۲۱\Rightarrow -۶\leq x\leq ۴۲$$

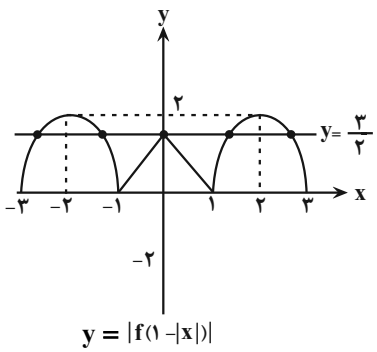
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

به کمک رسم نمودار، معادله را حل می‌کنیم. بنابراین به ترتیب $y=f(۱+x)$، $y=f(۱-x)$، $y=f(۱-|x|)$ و در نهایت $y=|f(۱-|x|)|$ را رسم می‌کنیم:







با توجه به نمودار، خط $y=\frac{۳}{۲}$ منحنی را در ۵ نقطه قطع می‌کند.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

نقطهٔ $(۴,۵)$ روی نمودار $y=f(۱+x)+a$ قرار دارد، پس:

$$۵=f(۱+۴)+a\Rightarrow f(۵)=۵-a\Rightarrow(۵,۵-a)\in f$$

از طرفی نقطهٔ $(b,۴)$ نیز روی نمودار $y=f(۲x-۱)$ قرار دارد، پس:

$$۴=f(۲b-۱)\Rightarrow(۲b-۱,۴)\in f$$

این دو نقطه متناظر با یک نقطه در تابع f هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} ۲b-۱=۵ \\ ۴=۵-a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=۳ \\ a=۱ \end{cases} \Rightarrow a+b=۴$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۶- **گزینهٔ «۴»** (نسترن زارع)

کافی است مراحل گفته‌شده را به‌صورت معکوس از آخر به اول انجام دهیم:

ابتدا $\frac{۱}{۳}$ واحد در جهت عمودی منقبض می‌کنیم:

$$y=-\frac{۱}{۳}|۳x-۱۲|=-|x-۴|$$

سپس آن را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم: $y=|x-۴|$

و در انتها ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم: $y=|x-۲|$

(حسابان۲ - تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۸)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** (حمیدرضا نوش‌کاران)

در ابتدا برای محاسبهٔ $f(۲)$، $x=-۱$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f(۲)=۴(-۱)^۲+۱۲(-۱)+۲۰-f(۲) \Rightarrow f(۲)=۶$$

$$\Rightarrow f(-۲x)=۴x^۲+۱۲x+۱۴ \Rightarrow f(x)=x^۲-۶x+۱۴$$

حال نمودار تابع f را طبق الگوی گفته شده انتقال می‌دهیم:

$$y=f(x) \xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} y=f(x-۱)=x^۲-۸x+۲۱$$

$$\xrightarrow{\text{انعکاس نسبت به محور y ها}} y=f(-x-۱)=x^۲+۸x+۲۱$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

تابع $y=f(\frac{x}{۳})$ محور xها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع می‌کند، پس نقطهٔ $(۳\ ,\ ۰)$ روی نمودار تابع $y=f(\frac{x}{۳})$ قرار دارد، بنابراین:

$$y=f(\frac{x}{۳}) \xrightarrow[y=۰]{x=۳} ۰=f(\frac{۳}{۳}) \Rightarrow f(۱)=۰$$

بنابراین نمودار تابع $y=f(x)$ محور xها را در نقطهٔ $(۰\ ,\ ۱)$ قطع می‌کند و در تابع $y=f(x+۲)$، این نقطه به نقطهٔ $(۰\ ,\ -۱)$ تبدیل می‌شود.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

$$g(x)=۱+|۲(x+۱)|-۱=۲|x+۱|$$

برای پیدا کردن نقاط برخورد توابع f و g، آنها را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم:

$$۱+|۲x|=۲|x+۱|$$

$$\begin{cases} x<-۱: ۱-۲x=-۲x-۲ \Rightarrow ۱=-۲ & \text{امکان‌ناپذیر} \\ -۱\le x<۰: ۱-۲x=۲x+۲ \Rightarrow ۴x=-۱ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۴} & \text{ق ق} \\ x\ge ۰: ۱+۲x=۲x+۲ \Rightarrow ۱=۲ & \text{امکان‌ناپذیر} \end{cases}$$

طول نقطهٔ برخورد $x=-\frac{۱}{۴}$ است. عرض این نقطه برابر است.

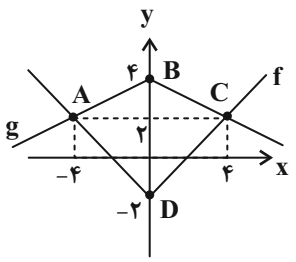
$$f(-\frac{۱}{۴})=۱+۲|\frac{۱}{۴}|=\frac{۳}{۲}$$

(حسابان ۲ - تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم.

برای رسم نمودار تابع g، طول هر نقطه تابع f باید دو برابر شود و عرض هر نقطه قرینه شده و سپس ۲ واحد اضافه گردد.



مختصات نقاط A و C به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$|x|-۲=-|\frac{x}{۲}|+۴=-\frac{۱}{۲}|x|+۴ \Rightarrow |x|=۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A=-۴ \\ x_C=۴ \end{cases}, y_A=y_C=۲$$

قطرهای چهارضلعی $ABCD$ بر هم عمودند و مساحت آن برابر نصف حاصل‌ضرب اندازه قطرهاست.

$$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}AC\times BD=\frac{۱}{۲}\times ۸\times ۶=۲۴$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

هندسه ۳

۸۱- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

جمع یک ماتریس و قرینهٔ آن برابر ماتریس صفر است نه عدد صفر، یعنی داریم:

$$A+(-A)=(-A)+A=\bar{0}$$

بنابراین گزینهٔ «۱» نادرست است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

A یک ماتریس ۱×۴ و B یک ماتریس ۳×۱ است، بنابراین تنها ماتریس BA قابل تعریف است، چون تعداد ستون‌های ماتریس B برابر تعداد سطرهای ماتریس A است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۱۷)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا درایه‌های ماتریس A را می‌نویسیم:

$$A=\begin{bmatrix} x+۱ & x+۲ & x+۳ \\ ۲x+۱ & ۲x+۲ & ۲x+۳ \end{bmatrix}$$

در نتیجه با توجه به این‌که مجموع درایه‌ها برابر ۳۰ است، داریم:

$$۹x+۱۲=۳۰\Rightarrow ۹x=۱۸\Rightarrow x=۲$$

بنابراین مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس A برابر است با:

$$۳x+۶=۳(۲)+۶=۱۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

$$(۲A+۳B)+۳(A-B)=۵A$$

$$\Rightarrow ۵A=\begin{bmatrix} -۱ & ۴ \\ -۲ & ۹ \end{bmatrix}+۳\begin{bmatrix} ۲ & -۳ \\ ۴ & -۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۵ & -۵ \\ ۱۰ & ۰ \end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix}$$

$$A-B=\begin{bmatrix} ۲ & -۳ \\ ۴ & -۳ \end{bmatrix}\Rightarrow B=\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۲ & -۳ \\ ۴ & -۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$A+B=\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $=۴$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

در یک ماتریس اسکالر، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی همگی برابر یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} ۲b-۳=۰\Rightarrow b=\frac{۳}{۲} \\ a+۲b=۰\Rightarrow a+۳=۰\Rightarrow a=-۳ \\ c-۱=a-b=-\frac{۹}{۲}\Rightarrow c=-\frac{۷}{۲} \end{cases}$$

$$a+b+c=-۳+\frac{۳}{۲}-\frac{۷}{۲}=-۵$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۱۲)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

ابتدا ماتریس B را می‌نویسیم:

$$B=\begin{bmatrix} b_{۱۱} & b_{۱۲} \\ b_{۲۱} & b_{۲۲} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -a_{۱۱} & -a_{۲۱} \\ -a_{۱۲} & -a_{۲۲} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱-a^{۲} & ۸ \\ -۲b & -c \end{bmatrix}$$

دو ماتریس A و B مساوی یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} ۱-a^۲=a^۲-۱\Rightarrow ۲a^۲=۲\Rightarrow a^۲=۱\Rightarrow a=\pm ۱ \\ ۲b=۸\Rightarrow b=۴ \\ c=-c\Rightarrow ۲c=۰\Rightarrow c=۰ \end{cases}$$

$$\max(۲a+۳b+۴c)=۲(۱)+۳(۴)+۴(۰)=۱۴$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

طبق تعریف ماتریس‌های A و B داریم:

$$A=\begin{bmatrix} ۰ & -۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ & ۱ \end{bmatrix} \quad , \quad B=\begin{bmatrix} -۱ & -۲ \\ ۱ & ۲ \\ -۱ & -۲ \end{bmatrix}$$

$$C=AB=\begin{bmatrix} ۰ & -۱ & -۲ \\ ۳ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ & -۲ \\ ۱ & ۲ \\ -۱ & -۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۲ & -۴ \end{bmatrix}$$

بنابراین درایهٔ $C_{۱۲}$ بزرگ‌ترین درایهٔ ماتریس C است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** (فرزانه خاکپاش)

ABC = درایهٔ سطر اول و ستون دوم (A سطر اول) $\times B\times$ (C ستون دوم)

$$=\begin{bmatrix} ۱ & -۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۲ & ۰ \\ -۱ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} -۳ & -۴ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}=۳-۸+۳=-۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** (فرزانه خاکپاش)

چون حاصل ضرب AB موجود است، پس B یک ماتریس اسکالر ۳×۳ است. با فرض $B=\begin{bmatrix} k & ۰ & ۰ \\ ۰ & k & ۰ \\ ۰ & ۰ & k \end{bmatrix}$ داریم:

$$AB=\begin{bmatrix} -۱ & ۲ & ۳ \\ -۲ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۵ & -۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k & ۰ & ۰ \\ ۰ & k & ۰ \\ ۰ & ۰ & k \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -k & ۲k & ۳k \\ -۲k & k & ۲k \\ ۰ & ۵k & -۴k \end{bmatrix}$$

$$AB \text{ مجموع درایه‌های } = ۶k=۱۸\Rightarrow k=۳$$

$$B \text{ مجموع درایه‌های } = ۳k=۳\times ۳=۹$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

$$\begin{bmatrix} ۱ & -۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & ۲ & ۱ \\ ۱ & -x & -۱ \\ -۱ & ۱ & x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ -۱ \\ x \end{bmatrix}=۰$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x-۳ & ۲x+۳ & x+۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ -۱ \\ x \end{bmatrix}=۰$$

$$\Rightarrow x(x-۳)-(۲x+۳)+x(x+۳)=۰$$

$$\Rightarrow x^۲-۳x-۲x-۳+x^۲+۳x=۰$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۲x-۳=۰$$

$\Delta=(-۲)^۲-۴(۲)(-۳)=۲۸>۰\Rightarrow$ معادله دو جواب حقیقی متمایز دارد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

ریاضیات گسسته

۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر $a+b$ عددی زوج باشد، آنگاه a و b یا هر دو زوج هستند که در این صورت ab عددی زوج است و یا هر دو فرد هستند که در این‌صورت ab عددی فرد است ولی در صورتی که $a+b$ عددی فرد باشد، آنگاه از بین a و b یکی زوج و دیگری فرد است که در این‌صورت ab قطعاً عددی زوج می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

طبق مثال‌ها و تمرینات کتاب درسی، درستی گزارهٔ «الف» به روش اثبات بازگشتی، گزارهٔ «ب» به روش برهان خلف و گزارهٔ «پ» به روش اثبات مستقیم ثابت می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۴ تا ۸)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$x^۲+y^۲=(x+y)^۲ \Rightarrow x^۲+y^۲=x^۲+y^۲+۲xy \Rightarrow ۲xy=۰$$
$$\Rightarrow x=۰ \text{ یا } y=۰$$

بنابراین به ازای هیچ مقدار غیر صفر x و y، رابطه برقرار نیست.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۸)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

تنها گزینهٔ «۳» هر دو عدد گنگ و مثبت بوده و حاصل‌ضرب آن‌ها گویا است. پس این گزینه مثال نقضی برای حکم ارائه شده است.

$$\begin{cases} ۳-\sqrt{۵}>۰ \\ ۳+\sqrt{۵}>۰ \end{cases} \Rightarrow (۳-\sqrt{۵})(۳+\sqrt{۵})=۳^۲-(\sqrt{۵})^۲=۴$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

مثال نقض گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» عبارتند از:

گزینهٔ «۱»: $n=۵$

گزینهٔ «۲»: $n=۴$

گزینهٔ «۴»: $\underset{\text{گویا}}{۰} \times \underset{\text{گنگ}}{\sqrt{۲}}=۰$

برای اثبات گزینهٔ «۳» داریم:

$$۴k+۱=۴n(n+۱)+۱=۴n^۲+۴n+۱=(۲n+۱)^۲$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(مرتضی فهیم‌علوی)*

دو گزارهٔ $A-B=A$ و $A\cap B=\varnothing$ هم‌ارز هستند ولی به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها داریم:

گزینهٔ «۱»: اگر $A=\{۱\}$ و $B=\{۲\}$ و $C=\{۱,۲\}$ باشند، آنگاه $A\cup C=B\cup C=\{۱,۲\}$، ولی $A\neq B$.

گزینـهٔ «۲»: اگـر $A=\{1\}$ و $B=\{1,2\}$ باشـند، آنگـاه $A\subseteq B$، ولـی $B-A=\{2\}\neq\varnothing$.

گزینـهٔ «۴»: اگـر $A=\{1\}$ و $B=\{1,2\}$ باشـند، آنگـاه $A\subseteq B$، ولـی $A\cap B=\{1\}\neq B$.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(مرتضی خویی‌علوی)*

عکس قضیهٔ شرطی $a>1\Rightarrow a^2>1$ برقـرار نیسـت. بـه عنـوان مثـال اگـر $a=-2$ باشد، آنگاه $a^2>1$ و $a<1$ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(کیوان دارابی)*

$$\text{گویا}=\text{گویا}\times\text{گویا}\Rightarrow 3\alpha+3\beta=3(\alpha+\beta)=\text{گویا}$$

از طرفی با برهان خلف می‌توان نشان داد که $2\alpha+3\beta$ گنگ است.

برهان خلف:

$$\alpha,\beta\in Q',\ 2\alpha+3\beta\in Q,\ \alpha+\beta\in Q\Rightarrow 2\alpha+3\beta-2(\alpha+\beta)\in Q$$

$$\Rightarrow\beta\in Q$$

که خلاف فرض است.

روش دوم: می‌توان با برهان خلف نشان داد که مجموع یک عدد گنگ با یک عدد گویا عددی گنگ است، بنابراین:

$$2\alpha+3\beta=2(\alpha+\beta)+\beta=\text{گنگ}+\text{گویا}=\text{گنگ}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(سید مسعود طایفه)*

می‌توان همه اعداد ۱ تا ۶ را درعبارت جایگذاری کرد (درنظر گرفتن همه حالات). تنها اعدادی که $\frac{n^2(n-1)^2}{4}$ را به عددی زوج تبدیل می‌کنند ۴ و ۵ هستند.

از طرفی با اثبات مستقیم می‌توان نشان داد که $4|n$ یا $4|n-1$، اما هیچکدام را به تنهایی نمی‌توان نتیجه گرفت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

۱۰۰- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

اگـر $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ باشـد، آن‌گـاه $\sin\theta>0$ و $\cos\theta>0$ و در نتیجـه داریم:

$$\tan\theta+\cot\theta\geq 2\Leftrightarrow\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\geq 2$$

$$\xrightarrow{\times\sin\theta\cos\theta}\quad\sin^2\theta+\cos^2\theta\geq 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\Leftrightarrow\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin\theta\cos\theta\geq 0\Leftrightarrow(\sin\theta-\cos\theta)^2\geq 0$$

رابطهٔ اخیر بدیهی است و تمام روابط برگشت‌پذیر هستند، پـس حکـم ثابـت می‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

فیزیک ۳

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

با توجه به نمودار، متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ تغییر جهت داده است. بنابراین برای محاسبهٔ مسافت طی شده باید بازهٔ زمانی صفر تا $۴s$ را به دو بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ و $۲s$ تا $۴s$ تقسیم کنیم و جابه‌جایی در هر بازهٔ زمانی را محاسبه کرده و سپس اندازهٔ آن‌ها را با هم جمع کنیم. داریم:

$$\left.\begin{matrix} t_۰ = ۰ : x_۰ = -۱۰m \\ t_۲ = ۲s : x_۲ = ۳۰m \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x_۱ = x_۲ - x_۰ = ۳۰ - (-۱۰) = ۴۰m$$

$$\left.\begin{matrix} t_۲ = ۲s : x_۲ = ۳۰m \\ t_۴ = ۴s : x_۴ = -۳۰m \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x_۲ = x_۴ - x_۲ = -۳۰ - ۳۰ = -۶۰m$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۴۰ + |-۶۰| = ۱۰۰m$$

برای محاسبهٔ جابه‌جایی داریم:

$$\left.\begin{matrix} t_۰ = ۰ : x_۰ = -۱۰m \\ t_۴ = ۴s : x_۴ = -۳۰m \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x = x_۴ - x_۰ = -۳۰ - (-۱۰) = -۲۰m$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = ۲۰m$$

در نهایت نسبت مسافت به اندازهٔ بردار جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$\frac{l}{|\Delta x|} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(سیدابوالفضل خالقی)*

طول مسیرهای رفت و برگشت یکسان و برابر با Δx است. با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط، زمان طی هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

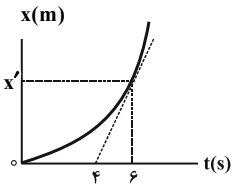
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} ۵ = \dfrac{\Delta x}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = \dfrac{\Delta x}{۵} \\ ۳ = \dfrac{\Delta x}{\Delta t_۲} \Rightarrow \Delta t_۲ = \dfrac{\Delta x}{۳} \end{cases}$$

حال از رابطهٔ تندی متوسط استفاده می‌کنیم. داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\Delta x + \Delta x}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{۲\Delta x}{\frac{\Delta x}{۵} + \frac{\Delta x}{۳}} \Rightarrow s_{av} = \frac{۳۰}{۸} = ۳/۷۵ \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۸)

۱۰۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*



شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. بنابراین اگر فرض کنیم مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر با x' باشد، سرعت در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر است با:

شیب خط مماس در لحظهٔ $v = ۶s$

$$\Rightarrow v = \frac{x' - ۰}{۶ - ۴} \Rightarrow v = \frac{x'}{۲}$$

از طرفی با توجه به تعریف سرعت متوسط، در بازهٔ زمانی صفر تا $۶s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{x' - ۰}{۶ - ۰} \Rightarrow v_{av} = \frac{x'}{۶}$$

در نتیجه:

$$\frac{v}{v_{av}} = \frac{\frac{x'}{۲}}{\frac{x'}{۶}} = ۳$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

گزارهٔ «د» غلط است. وقتی جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند، ممکن است جهت حرکت آن تغییر نکند و در این حالت تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(فاروق مردانی)*

برای پاسخ به این سؤال لازم است بدانیم:

۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان، معرف سرعت لحظه‌ای است.

۲) شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان معرف شتاب لحظه‌ای است.

۳) در حرکت بر خط راست، در حرکت شتاب‌دار تندشونده، بردارهای سرعت و شتاب هم جهت $(av > ۰)$ و در حرکت شتاب‌دار کندشونده، خلاف جهت یکدیگرند. $(av < ۰)$.

اکنون به بررسی هریک از نمودارها می‌پردازیم:

الف) سرعت خلاف جهت محور x – شتاب در جهت محور x، چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است، یعنی در خلاف جهت محور x است. از طرف دیگر، چون اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار در حال کاهش است، تندی نیز در حال کاهش است، لذا حرکت شتاب‌دار کندشونده است. در نتیجه، چون $v < ۰$ است، باید $a > ۰$ باشد. یعنی شتاب در جهت محور x است.

ب) سرعت خلاف جهت محور x – شتاب در جهت محور x. چون نمودار سرعت – زمان، زیر محور زمان است $v < ۰$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان مثبت است، $a > ۰$ است.

پ) سرعت در خلاف جهت محور x – شتاب در جهت محور x (همان توضیح قسمت الف)

ت) سرعت در جهت محور x – شتاب در خلاف جهت محور x. چون نمودار سرعت – زمان بالای محور زمان است، $v > ۰$ می‌باشد، از طرف دیگر، چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان منفی است، $a < ۰$ است.

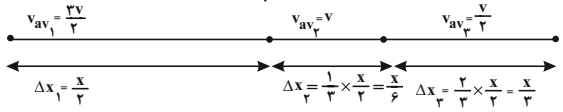
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۰۶- **گزینهٔ «۲»** *(بیتا خورشید)*

طول مسیر مسابقه برای هر دو دونده یکسان است که آن را برابر x فرض می‌کنیم. با توجه به اینکه سرعت‌های متوسط در مسیرها برحسب v داده شده است، می‌توان زمان هر قسمت را برحسب x و v به‌دست آورد. بنابراین با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\text{دوندهٔ } A \Rightarrow v_{av_A} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \xrightarrow[v_{av_A} = v]{\Delta x_A = x} v = \frac{x}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = \frac{x}{v}$$

برای دوندهٔ B با توجه به شکل زیر داریم:



$$\text{دوندهٔ B} \Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\Delta x_1}{v_{av_1}} + \frac{\Delta x_2}{v_{av_2}} + \frac{\Delta x_3}{v_{av_3}}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{3v}{2}} + \frac{\frac{x}{6}}{v} + \frac{\frac{x}{3}}{\frac{v}{2}} \Rightarrow \Delta t_B = (\frac{1}{3}\times\frac{x}{v}) + (\frac{1}{6}\times\frac{x}{v}) + (\frac{2}{3}\times\frac{x}{v})$$

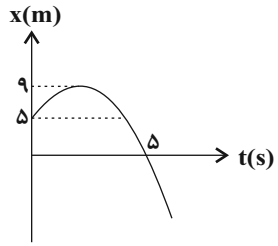
$$\xrightarrow{\frac{x}{v}=\Delta t_A} \Delta t_B = \frac{1}{3}\Delta t_A + \frac{1}{6}\Delta t_A + \frac{2}{3}\Delta t_A \Rightarrow \Delta t_B = \frac{7}{6}\Delta t_A$$

$$\Rightarrow \Delta t_A = \frac{6}{7}\Delta t_B$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(غلامرضا محبی)*

$$\text{مسافت از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ عبور از مبدأ مکان} = |۹-۵|+|۵-۹|+|۹-۰| = ۱۳\,m$$



$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۳}{۵}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱۰۸- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

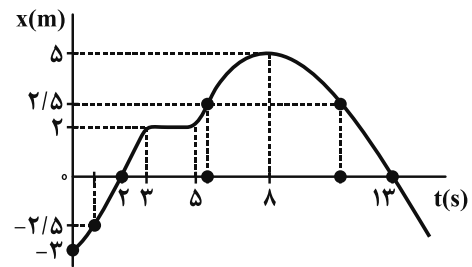
هر یک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزارهٔ «الف»: متحرک یک‌بار و در لحظهٔ $۸s$، تغییر جهت می‌دهد. (غلط)

گزارهٔ «ب»: متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ و همچنین در بازهٔ زمانی $۸s$ تا $۱۳s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان می‌باشد که جمعاً $۷s$ در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. (غلط)

گزارهٔ «ج»: متحرک سه بار در فاصلهٔ $۲/۵m$ مبدأ قرار می‌گیرد؛ یک‌بار قبل از لحظهٔ $t=۲s$، یکبار در بازهٔ زمانی $۵s$ تا $۸s$ و بار دیگر در بازهٔ زمانی $۸s$ تا $۱۳s$. (غلط)

گزارهٔ «د»: متحرک دو بار و در لحظات $۲s$ و $۱۳s$، از مبدأ مکان می‌گذرد. (صحیح)



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۱۰۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

بررسی عبارات:

الف) نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، چون $v>۰$ است، بنابراین متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است، لذا $v_{av}>۰$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون در این بازهٔ زمانی شیب خطی که دو نقطه از نمودار را به هم متصل می‌کند، منفی است، بنابراین $a_{av}<۰$ خواهد بود.

ب) نادرست است. در نمودار سرعت - زمان، جهت حرکت (جهت بردار سرعت) در لحظاتی عوض می‌شود که نمودار، محور زمان را قطع کند. بنابراین در این نمودار در لحظه‌های t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در لحظهٔ t_2 جهت بردار شتاب تغییر کرده است.

پ) درست است. می‌دانیم بردار سرعت متوسط و جابه‌جایی متوسط در یک بازهٔ زمانی همواره هم‌جهت‌اند. در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 که نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان است، $v<۰$ می‌باشد، لذا متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. بنابراین در این بازهٔ زمانی $v_{av}<۰$ می‌باشد. هم‌چنین، چون شیب خطی که دو نقطه از نمودار را در این بازهٔ زمانی به هم وصل می‌کند، مثبت است، $a_{av}>۰$ خواهد بود.

ت) درست است. در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 که نمودار بالای محور زمان است، $v>۰$ می‌باشد. هم‌چنین در این بازهٔ زمانی که شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در هر لحظه مثبت می‌باشد، $a>۰$ است. بنابراین، a و v هر دو در جهت محور x هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گونه)*

گزینهٔ «۱»: نادرست است. تندی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 درحال افزایش و از لحظهٔ t_1 تا لحظهٔ t_2 در حال کاهش است.

گزینهٔ «۲»: نادرست است. متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شده و علامت سرعت تغییر کند. می‌بینیم در لحظهٔ t_1، علامت سرعت تغییر نکرده (از صفر تا t_2 سرعت منفی است.) و اندازهٔ آن نیز صفر نشده است.

گزینهٔ «۳»: نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، اندازهٔ سرعت در جهت منفی درحال افزایش است. بنابراین، حرکت تندشونده می‌باشد. در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، اندازهٔ سرعت در جهت منفی درحال کاهش است، لذا حرکت کندشونده است؛ درنتیجه، در مجموع، حرکت، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

گزینهٔ «۴»: درست است. با توجه به رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ و $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، چون در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، $\Delta v<۰$ و هم‌چنین $\Delta x<۰$ است، لذا $a_{av}<۰$ و $v_{av}<۰$ هستند. یعنی بردار شتاب متوسط و بردار سرعت متوسط، هم‌جهت‌اند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۳)

شیمی ۳

۱۱۱- **گزینهٔ «۳»** *(سینا رحمانی تبار)*

طبق نمودار صفحهٔ ۳ کتاب درسی از سال ۱۳۳۰ تاکنون امید به زندگی در مناطق کم‌برخوردار همواره کمتر از میانگین جهانی و نواحی برخوردار بوده است که شامل ۵۰ سال گذشته نیز می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: شاخص امید به زندگی از سال ۱۳۳۰ تا ۱۳۹۰ در نواحی برخوردار و کم‌برخوردار افزایش یافته است.

گزینهٔ «۲»: با افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.

گزینهٔ «۴»: پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها در راستای ارتقای سلامت و بهداشت در شاخص امید به زندگی نقش پررنگی ایفا می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(بهنام قازانچایی)*

موارد «الف»، «پ» و «ت» نادرست هستند.

بررسی موارد:

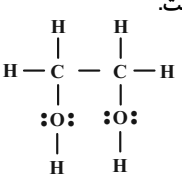
الف) نادرست؛ روغن زیتون با فرمول $C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$ و چربی کوهان شتر با فرمول $C_{۵۷}H_{۱۱۰}O_۶$ می‌باشد با توجه به تعداد هیدروژن بیشتر چربی کوهان شتر، ترکیبی سیرشده‌تر است و تعداد الکترون پیوندی بیشتری دارد.

ب) درست

$$\text{بنزین } C_۸H_{۱۸} \Rightarrow \frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{۸\times۱۲}{۱۸\times۱} \simeq ۵/۳$$

پ) نادرست؛ کلوئید مخلوط ناهمگن می‌باشد که پایدار است و ته‌نشین نمی‌شود. نور به هنگام عبور از کلوئید پخش می‌شود.

ت) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای ۹ پیوند اشتراکی است.



ث) درست؛

$$?\,\text{تعداد اتم } C_{۲۵}H_{۵۲} = ۷/۰۴\,g\,C_{۲۵}H_{۵۲} \times \frac{۱\,mol\,C_{۲۵}H_{۵۲}}{۳۵۲\,g\,C_{۲۵}H_{۵۲}} \times \frac{۷۷\,mol\,\text{اتم}}{۱\,mol\,C_{۲۵}H_{۵۲}} \times \frac{N_A\,\text{اتم}}{۱\,mol\,\text{اتم}}$$

$$?\,\text{تعداد اتم } C_{۲۵}H_{۵۲} = ۱/۵۴\,N_A$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(علی بدری)*

موارد «ب» و «ت» درست است.

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ مخلوط پایدار شده آب و روغن با استفاده از صابون، کلوئید است.

ب) درست؛ ذرات حل‌شونده در مخلوط کلوئید و محلول برخلاف سوسپانسیون در آب ته‌نشین نمی‌شوند و پایدار هستند.

پ) نادرست؛ ذره‌های تشکیل‌دهندهٔ سوسپانسیون پس از مدتی ته‌نشین می‌شوند در نتیجه سوسپانسیون پایدار نیست.

ت) درست؛ متن کتاب صفحه‌های ۶ و ۷ کتاب درسی

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(سینا رحمانی تبار)*

فرمول عمومی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی با زنجیر هیدروکربن سیرشده به صورت:

$$\frac{\text{جرم C}}{\text{جرم H}} = \frac{۱۲(n+۶)}{۱(۲n+۱+۴)} = ۷/۶۸$$

$$\Rightarrow ۱۲n+۷۲ = ۱۵/۳۶n+۳۸/۴ \Rightarrow ۳/۳۶n = ۳۳/۶ \Rightarrow n = ۱۰$$

$$C_nH_{۲n+۱}C_۶H_۴SO_۳^-Na^+ \xrightarrow{n=۱۰} C_{۱۶}H_{۲۵}SO_۳^-Na^+$$

$$\text{جرم مولی پاک‌کننده} = ۱۶(۱۲)+۲۵(۱)+۳۲+۳(۱۶)+۲۳ = ۳۲۰\,mol$$

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{۳\times۱۶}{۳۲۰}\times۱۰۰ = ۱۵٪$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸ و ۹ و ۱۰)

۱۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

عبارت‌های «پ» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) عسل دارای مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل $(-OH)$ دارند.

ب) چربی را می‌توان مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلندزنجیر دانست.

پ) طبق متن کتاب درسی صفحهٔ ۶ درست است.

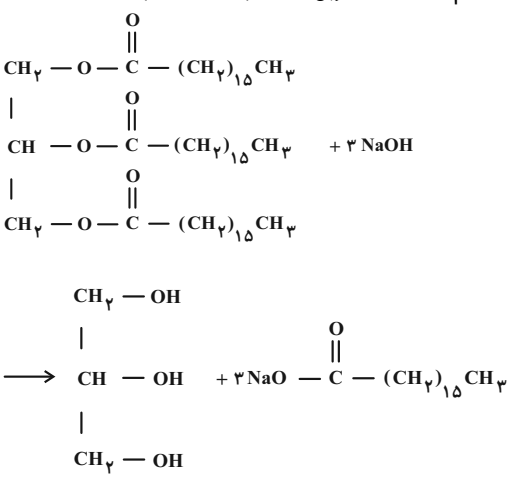
ت) مخلوط آب و روغن ناپایدار است اما اگر مقداری صابون به این مخلوط اضافه کنیم یک مخلوط پایدار ایجاد می‌شود که به ظاهر همگن است. مخلوط مورد نظر کلوئید می‌باشد.

ث) درست مطابق متن کتاب درسی صفحهٔ ۷

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۷)

۱۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(بهنام قازانچایی)*

فرمول اتانول به صورت $C_۲H_۵OH$ می‌باشد که دارای ۶ اتم هیدروژن است. لذا تعداد اتم‌های آن ۵۴ کربن است. $(۹\times۶ = ۵۴)$



$$?\,\text{صابون ناخالص (kg)} = ۲/۱۲\times۱۰^۳\,g\,\text{استر سنگین} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} \times \frac{۱\,mol\,\text{استر سنگین}}{۸۴۸\,g\,\text{استر سنگین}} \times \frac{۳\,mol\,\text{صابون}}{۱\,mol\,\text{استر سنگین}}$$

$$\times\frac{\text{صابون خالص }292\text{g}}{\text{صابون }1\text{mol}}\times\frac{\text{صابون ناخالص }100\text{g}}{\text{صابون خالص }75\text{g}}$$
$$\times\frac{\text{صابون ناخالص }1\text{kg}}{\text{صابون ناخالص }1000\text{g}}$$
$$=\text{صابون ناخالص }2/336\,\text{kg}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۱۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

عبارت‌های «ب» و «ت» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛

$$2RCOONH_4(aq)+CaCl_2(aq)\rightarrow(RCOO)_2Ca(s)+2NH_4Cl(aq)$$

بنابراین به ازای مصرف هر مول از این صابون، یک مول آمونیوم کلرید تولید می‌شود.

ب) نادرست؛ نمک‌های منیزیم و کلسیم اسیدهای چرب در آب نامحلول هستند.

پ) درست؛ چون اسید چرب ناقطبی بوده و در آب که قطبی است حل نمی‌شود اما صابون چون دارای سر قطبی نیز می‌باشد در نتیجه از طریق سر قطبی می‌تواند در آب حل شود.

ت) نادرست؛ ذره‌های صابون وقتی وارد چربی می‌شوند به کمک بخش ناقطبی خود در آن پخش می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸، ۹ و ۱۰)

۱۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(علی جدی)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش سوختن کامل یک اسید چرب با فرمول مولکولی $C_nH_{2n+1}COOH$ به صورت زیر است:

$$C_nH_{2n+1}COOH+(\frac{3n+1}{2})O_2\rightarrow(n+1)CO_2+(n+1)H_2O$$

مطابق اطلاعات مسأله داریم:

$$\frac{n+1}{\frac{3n+1}{2}}=\frac{7}{10}\Rightarrow\frac{2n+2}{3n+1}=\frac{7}{10}$$
$$\Rightarrow 20n+20=21n+7\Rightarrow n=13$$

بنابراین فرمول شیمیایی اسید چرب به صورت $C_{13}H_{27}COOH$ و فرمول شیمیایی صابون مایع فاقد، عنصر فلزی آن به صورت $C_{13}H_{27}COONH_4$ است.

$$\text{جرم مولی صابون مورد نظر}=\overset{C}{(13\times12)}+\overset{H}{(27\times1)}+\overset{C}{12}+\overset{O}{2(16)}$$
$$+\overset{N}{14}+\overset{H}{4(1)}=245\,g.mol^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(جعفر پازوکی)*

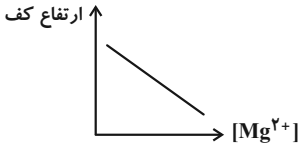
موارد «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ وجود آنزیم در صابون‌ها، درصد لکه‌های باقی‌مانده روی لباس را کاهش می‌دهد.

ب) درست؛ با افزایش غلظت یون Mg^{2+} در آب سخت قدرت پاک‌کنندگی صابون کاهش یافته و ارتفاع کف حاصل نیز کاهش می‌یابد.

ارتباط بین ارتفاع کف حاصل با غلظت یون Mg^{2+} موجود در آب در نمودار نشان داده شده است.



پ) درست؛ با افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی یک صابون افزایش می‌یابد و ارتفاع کف حاصل تا یک حدی بالا می‌رود و بعد ثابت می‌ماند. ارتباط بین افزایش دما و قدرت پاک‌کنندگی صابون (درصد لکه باقی‌مانده) به صورت زیر است:

ت) نادرست؛ پارچه‌هایی که از پلیمری شدن الکل‌ها و اسیدهای دوعاملی به دست می‌آید پلی‌استر است که نسبت به پارچه‌های نخی چسبندگی بیشتری با لکه‌های چربی دارند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2RCOONa(aq)+MgCl_2(aq)\rightarrow(RCOO)_2Mg(s)+2NaCl(aq)$$

$$?\,g\,MgCl_2=175/5\,g\,NaCl\times\frac{1\,mol\,NaCl}{58/5\,g\,NaCl}$$
$$\times\frac{1\,mol\,MgCl_2}{2\,mol\,NaCl}\times\frac{95\,g\,MgCl_2}{1\,mol\,MgCl_2}=142/5\,g\,MgCl_2$$

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}}\times10^6$$
$$=\frac{142/5\,g\,MgCl_2}{2m^3\times\frac{1000L}{1m^3}\times\frac{1000mL}{1L}\times\frac{1g}{1mL}}\times10^6=71/25$$

$$?\,g\,Mg^{2+}=142/5\,g\,MgCl_2\times\frac{1\,mol\,MgCl_2}{95\,g\,MgCl_2}$$
$$\times\frac{1\,mol\,Mg^{2+}}{1\,mol\,MgCl_2}\times\frac{24\,g\,Mg^{2+}}{1\,mol\,Mg^{2+}}=36\,g\,Mg^{2+}$$

$$?\,g\,\text{صابون}=36\,g\,Mg^{2+}\times\frac{1\,mol\,Mg^{2+}}{24\,g\,Mg^{2+}}$$
$$\times\frac{2\,mol\,\text{صابون}}{1\,mol\,Mg^{2+}}\times\frac{236\,g\,\text{صابون}}{1\,mol\,\text{صابون}}$$
$$?\,g\,\text{صابون}=708\,g$$

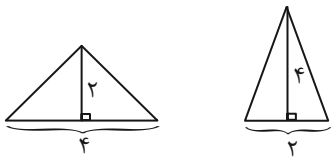
$$\text{درصد رسوب صابون}\ \frac{\text{جرم صابون مصرفی}}{\text{جرم صابون اولیه}}\times100\%$$
$$=\frac{708}{885}\times100\%=80\%$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶، ۸ و ۹)

هندسه ۱

۱۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

دو مثلث با مساحت یکسان لزوماً هم نهشت نیستند مانند مثلث‌های شکل زیر:



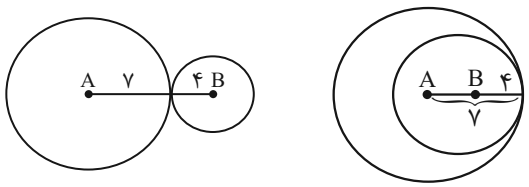
گزینه‌های «۲» و «۳»: در مثلث قائم الزاویه، نقطهٔ همرسی عمود منصف‌های اضلاع وسط وتر و نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها روی رأس قائمه (در هر دو حالت روی مثلث) است.

گزینهٔ «۴»: نقطهٔ همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مثلث همواره درون مثلث است.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(مجید علایی‌نسب)*

نقطهٔ مورد نظر باید هم روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ و هم روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۴ قرار داشته باشد. چون تنها یک نقطه با این شرایط وجود دارد، پس این دو دایره تنها یک نقطهٔ مشترک دارند که به یکی از دو صورت زیر امکان‌پذیر است:



$L = ۷ + ۴ = ۱۱$ $\qquad$ $L = ۷ - ۴ = ۳$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۲۳- **گزینهٔ «۱»** *(رسول محسنی‌منش)*

فرض کنید $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{۲} = \frac{\hat{C}}{۳} = \frac{\hat{D}}{۴} = \alpha$ **باشد، داریم:**

$$\hat{A} = \alpha \text{ و } \hat{B} = ۲\alpha \text{ و } \hat{C} = ۳\alpha \text{ و } \hat{D} = ۴\alpha$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha + ۲\alpha + ۳\alpha + ۴\alpha = ۳۶۰^\circ$$

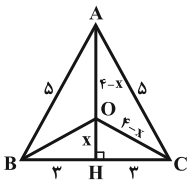
$$\Rightarrow ۱۰\alpha = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۳۶^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = ۳۶^\circ, \hat{B} = ۷۲^\circ, \hat{C} = ۱۰۸^\circ, \hat{D} = ۱۴۴^\circ$$

مجموع زوایای مجاور A و D و همچنین مجموع زوایای مجاور B و C برابر ۱۸۰° است، پس نیمسازهای زوایای A و D و همچنین نیمسازهای زوایای B و C برهم عمودند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحهٔ ۱۸)

۱۲۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*



نقطهٔ O، نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABH، طول AH را به‌دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

با فرض $OH = x$، $OA = ۴ - x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = ۴ - x$ می‌باشد، حال با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ OCH، داریم:

$$OC^۲ = OH^۲ + CH^۲ \Rightarrow (۴ - x)^۲ = x^۲ + ۹$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۸x + x^۲ = x^۲ + ۹ \Rightarrow ۸x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۸} = ۰/۸۷۵$$

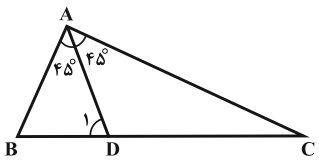
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۲۵- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

در رسم نیمساز یک زاویه و خطی عمود بر یک خط از نقطه‌ای روی آن یا غیرواقع بر آن، حداقل سه کمان باید رسم شود، ولی رسم خطی موازی با یک خط از نقطه‌ای غیرواقع بر آن،مستلزم رسم خطی عمود بر آن از نقطه‌ای غیرواقع بر آن و سپس رسم خطی عمود بر خط اخیر از نقطه‌ای روی آن است که بنابراین در مجموع نیاز به رسم حداقل ۶ کمان دارد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱۲۶- **گزینهٔ «۲»** (حسین حاجیلو)



در مثلث ABD، داریم:

$$AD > AB \Rightarrow \hat{B} > \hat{D}_1 \qquad (1)$$

$$\hat{B} + \hat{D}_1 = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \qquad (2)$$: از طرفی

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2\hat{B} > 135^\circ \Rightarrow \hat{B} > 67/5^\circ$$

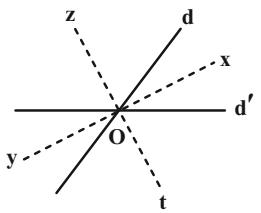
از طرفی $\hat{B} < 90^\circ$، در نتیجه: $67/5^\circ < B < 90^\circ$

$$\Rightarrow \max(\beta - \alpha) = 90^\circ - 67/5^\circ = 22/5^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

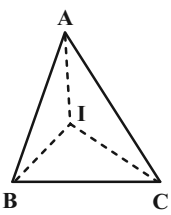
۱۲۷- **گزینهٔ «۴»** (محبوبه بهادری)

نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله باشند، روی نیمساز زاویه‌های ایجاد شده بین دو خط قرار دارند. حال روی هر کدام از نیم‌خط‌های Ox، Oy، Oz و Ot می‌توان نقطه‌ای پیدا کرد که از دو خط d و d' به فاصلهٔ ۵ واحد باشند.



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۲۸- **گزینهٔ «۲»** (محبوبه بهادری)



$$\hat{B} > \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} > \frac{\hat{A}}{2} > \frac{\hat{C}}{2}$$

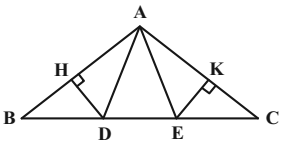
$$\overset{\Delta}{AIB}: \frac{\hat{B}}{2} > \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow AI > BI \qquad (1)$$

$$\overset{\Delta}{AIC}: \frac{\hat{A}}{2} > \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow CI > AI \qquad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} CI > AI > BI$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۱۲۹- **گزینهٔ «۲»** (محمدابراهیم توزنده‌جانی)



D روی عمود منصف AB است $\Rightarrow AD = BD$ (۱)

E روی عمود منصف AC است $\Rightarrow AE = CE$ (۲)

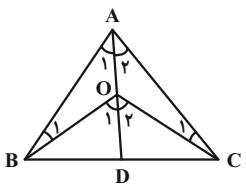
$$\text{محیط مثلث } ADE = AD + DE + AE \xrightarrow{(1),(2)}$$

$$\text{محیط مثلث } ADE = BD + DE + CE = BC = 12$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۳۰- **گزینهٔ «۳»** (محمدابراهیم توزنده‌جانی)

اگر O نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها در مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



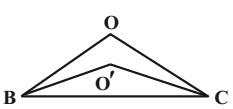
$$\begin{cases} OA = OB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \\ OA = OC \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_1 \end{cases}$$

$\overset{\Delta}{OAB}$ زاویهٔ خارجی: $\hat{O}_1 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 2\hat{A}_1$ (۱)

$\overset{\Delta}{OAC}$ زاویهٔ خارجی: $\hat{O}_2 \Rightarrow \hat{O}_2 = \hat{A}_2 + \hat{C}_1 = 2\hat{A}_2$ (۲)

$$\xrightarrow{(1),(2)} B\hat{O}C = \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 2(\hat{A}_1 + \hat{A}_2) = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

حال اگر O' نقطهٔ همرسی نیمسازهای مثلث BOC باشد، پس BO' و CO' به ترتیب نیمسازهای زوایای OBC و OCB هستند و در نتیجه داریم:



$$B\hat{O}'C = 90^\circ + \frac{B\hat{O}C}{2} = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی)*

عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ چهار عنصر فراوان سیارهٔ مشتری بـه ترتیـب هیـدروژن (H)، هلیم (He)، کربن (C) و اکسیژن (O) می‌باشد که فقط کربن در کـره زمین به حالت جامد می‌باشد.

ب) نادرست؛ هر چه دمای سـتاره بیشـتر باشـد، شـرایط تشـکیل عنصـرهای سنگین‌تر مانند طلا فراهم می‌شود.

پ) نادرست؛ فراوان‌ترین عنصر سیارهٔ مشـتری (عنصـر هیـدروژن)، نخسـتین عنصری است که پس از مهبانگ پا به عرصهٔ جهان گذاشت.

ت) درست؛ در زمین، درصد فراوانی همهٔ عنصرها کمتر از ۵۰ است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۳۲- **گزینهٔ «۱»** *(سینا رحمانی‌تبار)*

ذره‌های زیر اتمی : n , p , e

$$n+p+e=۲۸۰ \xrightarrow[e=p]{n=۱/۵p}$$

$$۱/۵p+p+p=۲۸۰ \Rightarrow ۳/۵p=۲۸۰$$

$$p=\frac{۲۸۰}{۳/۵}=۸۰$$

$$n=۱/۵\times ۸۰=۱۲۰ \qquad A=n+p=۲۰۰$$

نماد خود عنصر، $^{۲۰۰}_{۸۰}X$ است پاسخ گزینه‌ای است که عدد اتمی یکسـان بـا X ولی عدد جرمی متفاوت با ۲۰۰ داشته باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(علی جدی)*

۴ مولکول با جرم مولی ۴۶ می‌توان ساخت.

$$^{۱۴}C\ ^{۱۶}O\ ^{۱۶}O \ , \ ^{۱۳}C\ ^{۱۶}O\ ^{۱۷}O \ ,$$

$$^{۱۲}C\ ^{۱۶}O\ ^{۱۸}O \ , \ ^{۱۲}C\ ^{۱۷}O\ ^{۱۷}O$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام قازانچایی)*

عنصر E، ^{۴۳}Tc است. بنابراین عدد اتمی عناصـر دیگـر بـه صـورت زیـر تعریف می‌شود.

گروه	۳	۴	۵	۶	۷	۸
عنصر	^{۳۹}A	^{۴۰}B	^{۴۱}C	^{۴۲}D	^{۴۳}E	^{۴۴}F

و عنصر A با عدد اتمی ۳۹ با عنصر Sc با عدد اتمی ۲۱ هم‌گروه است و اختلاف عدد اتمی گاز نجیب دورهٔ دوم ($_{10}Ne$) با عدد اتمی عنصر $_{42}D$ برابر است با:

$42 - 10 = 32$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** (کامران جعفری)

موارد «الف»، «ب» و «ت» درست هستند و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

تودهٔ سرطانی دارای رشد و تکثیر سلولی زیاد است. بنابراین نیاز به مصرف بالای انرژی دارد.

غذای اصلی سلول‌ها گلوکز است بنابراین در سلول سرطانی گلوکز زیادی مصرف می‌شود. با ورود گلوکز نشان‌دار شده به بدن سلول سرطانی قابل تشخیص است زیرا گلوکزهای پرتوزا به تعداد زیادی وارد آن می‌شوند. اما از بین بردن سلول سرطانی، بخشی از درمان است. در صورتی که در سؤال موارد مرتبط با تشخیص خواسته شده است و مورد «پ» مورد قبول نیست.

(شیمی ۱- صفحهٔ ۹)

۱۳۶- **گزینهٔ «۴»** (امیر حاتمیان)

ابتدا باید جرم اتمی تمام ایزوتوپ‌های A و B را محاسبه کنیم تا سنگین‌ترین و سبک‌ترین ایزوتوپ هر عنصر مشخص شود:

$$\bar{M}_A = \frac{(80\times 27)+(10\times 28)+(10\times x)}{100} = 27/3 \Rightarrow x = 29$$

ایزوتوپ‌های A: $^{27}A \quad ^{28}A \quad ^{29}A$

$$\bar{M}_B = \frac{(75\times y)+(25\times 38)}{100} = 39/5 \Rightarrow y = 40$$

ایزوتوپ‌های B: $^{38}B \quad ^{40}B$

$$\left.\begin{array}{l} A_2B_3 \text{ سبک‌ترین } = 2(27)+3(38) = 168 \\ A_2B_3 \text{ سنگین‌ترین } = 2(29)+3(40) = 178 \end{array}\right\}$$

$\Rightarrow$ اختلاف جرم $= 178 - 168 = 10$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۳۷- **گزینهٔ «۳»** (جعفر پازوکی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مقایسهٔ فراوانی ایزوتوپ‌های لیتیم و کلر به صورت زیر است:

$^{7}Li > {}^{6}Li$

$^{37}Cl < {}^{35}Cl$

گزینهٔ «۲»: جرم اتمی عنصرها با عدد جرمی آن‌ها متفاوت است و جرم اتم‌ها را حتی با ترازوهای بسیار دقیق هم نمی‌توان اندازه گرفت.

گزینهٔ «۴»: جرم ۱ مول از عنصر $_{1}^{1}H$ برابر $1g$ می‌باشد.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۳۸- **گزینهٔ «۲»** (پیمان خوابوی‌مجد)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$2/2g\ CO_2 \times \frac{1mol\ CO_2}{44g\ CO_2} \times \frac{3mol\ \text{اتم}}{1mol\ CO_2} \times \frac{N_A\ \text{اتم}}{1mol\ \text{اتم}} = \frac{3N_A}{20}$$

گزینهٔ «۲»:

$$0/05mol\ SF_4 \times \frac{4mol\ F\ \text{اتم}}{1mol\ SF_4} \times \frac{N_A\ F\ \text{اتم}}{1mol\ \text{اتم}\ F} = \frac{N_A}{5}\ \text{اتم}\ (F)$$

گزینهٔ «۳»:

$$4/2g\ Fe \times \frac{1mol\ Fe}{56g\ Fe} \times \frac{6/02\times10^{23}\ Fe\ \text{اتم}}{1mol\ Fe} = 4/515\times10^{22}$$

گزینهٔ «۴»:

$$N_A\ H_2O \times \frac{1mol\ H_2O}{N_A\ H_2O} \times \frac{2mol\ H}{1mol\ H_2O} \times \frac{1g\ H}{1mol\ H} = 2g\ H$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** (رضا سلیمانی)

موارد «ب» و «ت» نادرست هستند.

شکل درست عبارت‌ها:

ب) نور زرد لامپ‌های آزادراه‌ها و خیابان‌ها به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌هاست.

ت) امواج نشر شده از کنترل تلویزیون نامرئی بوده و با وسیله‌ای مثل دوربین گوشی قابل رؤیت هستند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۴۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین بختیاری)

رنگ لامپ‌ها به دلیل نشر نور به وسیلهٔ الکترون‌های برانگیخته شده می‌باشد.

(شیمی ۱-صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)