دفترچه شماره ۱

آزمون جامع ۳

جمعه ۱۴۰۲/۰۴/۰۹

آزمودهای سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۴۰	مدت پاسخگویی: ۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	۴۰	اجباری	۱	۴۰	۴۰ دقیقه

تلاشی در مسیر موفقیت

DriQ.com

ریاضیات

۱- اگر $a_n = ۳n+۱$ و $\log_۵ \frac{a_{n-۱}}{a_n} = -۲$ باشد، آن‌گاه مقدار n برابر است با: $\log_۵ \frac{a_۱}{a_۲} + \log_۵ \frac{a_۲}{a_۳} + ... + \log_۵ \frac{a_{n-۱}}{a_n}$

۱) ۳۰ ۲) ۳۱ ۳) ۳۲ ۴) ۳۳

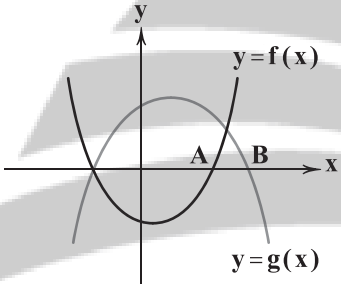
۲- اگر $|۲x-۴| = ۲x-۴$ و $|x-۷| = ۷-x$ باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقدار صحیح عبارت $\frac{۲x+۵}{۳}$ برابر است با:

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۳- اگر $x+۲ = ۲۳\sqrt{۲x}$، آن‌گاه $\sqrt{\frac{\sqrt{x}+\sqrt{۲}}{\sqrt[۴]{۲x}}}$ برابر است با:

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۶}$

۴- در شکل مقابل اگر $f(x) = x^۲ + mx + n$ و $g(x) = -x^۲ - (m-۲)x + ۱۲ - n$ باشد، آن‌گاه طول پاره‌خط AB برابر است با:



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۵

۵- اگر $f(x) = ۴^x$ و $g(x) = \log_۲ x$ باشد، آن‌گاه مجموعه جواب نامعادلهٔ $(fog)(x) \leq (gof)(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۶- مجموع ریشه‌های معادلهٔ $[۲\log_۸ x + \frac{۱}{۳}] = \frac{۱}{۲} + \log_۴ x$ برابر است با: ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) ۴۰ ۲) ۴۱ ۳) ۴۲ ۴) ۴۳

۷- اگر $f(۲x-۱) = g^{-۱}(\frac{x+۱}{x-۳})$، آن‌گاه $(gof)(۷)$ برابر است با:

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

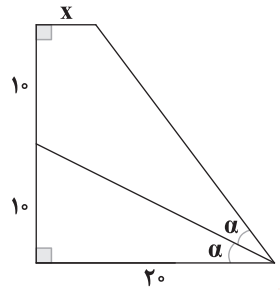
۸- اگر $f(x) = x^{۱۰} + x^۹ + x^۸ + ... + x + ۱$، آن‌گاه $f'(۲)$ برابر است با:

۱) $۹\times۲^{۱۰} + ۱$ ۲) $۹\times۲^{۱۰} - ۱$ ۳) $۱۰^۲ + ۱$ ۴) $۱۰^۲ - ۱$

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

۹- در شکل زیر، مقدار x برابر است با:



۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۱۰- اگر $(0^\circ < \beta < \alpha < 90^\circ)$ و $\sin(\alpha+\beta)=\frac{۴}{۵}$ و $\sin(\alpha-\beta)=\frac{۳}{۵}$ آن‌گاه $\cot\beta$ برابر است با:

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۱- حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{۳x\sqrt{x^۲+x}-۳x^۲+x}{۵\sqrt{x^۲+۳}}$ برابر است با:

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۲- اگر مجانب‌های نمودار توابع $f(x)=-۲+۳^{x+۱}$ و $g(x)=۱+\log_۲(x-۳)$ بر مجانب‌های نمودار $h(x)=\frac{ax+۵}{x+b}$ منطبق باشند، مقدار $a+b$ برابر است با:

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۵ ۴) ۵-

۱۳- اگر $f(x)=ax^۲+bx+c$ و $\lim\limits_{x\to۳}\frac{f(x)}{x^۲-۹}=m$ و $\lim\limits_{x\to۱}\frac{f(x)}{x^۲-۱}=m+۵$، آن‌گاه $f(-۱)$ برابر است با:

۱) ۲۵- ۲) ۳۰- ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۱۴- در بازه‌ای که تقعر نمودار تابع $f(x)=(۵-x)\sqrt[۳]{x^۲}$ رو به بالا است، نمودار تابع $g(x)=x|x^۲-۳|$ کدام ویژگی را دارد؟

۱) همواره صعودی ۲) همواره نزولی ۳) دارای ماکزیمم ۴) دارای مینیمم

۱۵- اگر $(hog)(x)=f(۳x+۱)$ و $g(-۱)=۴$ و $g'(-۱)=۲$ و $h'(۴)=۶$ باشد، آن‌گاه $f'(-۲)$ برابر است با:

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۶- اگر ابعاد یک مستطیل $a^۲$ و $۱۲-a$ باشد، ماکزیمم مساحت آن کدام است؟

۱) ۳۰۰ ۲) ۲۵۶ ۳) ۲۴۰ ۴) ۱۲۸

۱۷- اگر خط Δ در نقطهٔ $(۲, f(۲))$ بر نمودار تابع $f(x)=x^۲+ax$ و در نقطهٔ $(۱, g(۱))$ بر نمودار تابع $g(x)=bx^۳$ مماس باشد، آن‌گاه $a\times b$ برابر است با:

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۸- سه نفر به نام‌های A، B و C به ترتیب و شروع با نفر A سکه‌ای را پرتاب می‌کنند. سکهٔ هر کدام زودتر رو ظاهر شود، برنده اعلام می‌شود. با کدام احتمال B برنده می‌شود؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۴}{۷}$ ۳) $\frac{۸}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۷}$

۱۹- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و $P(A)=\frac{۴}{۵}$ و $P(B)=\frac{۲}{۳}$، حاصل $\frac{P(A'\cap B')}{P(A|B')}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۳) $\frac{۴}{۱۲}$ ۴) $\frac{۳}{۱۲}$

۲۰- ارزش گزارهٔ $(\sim p \Rightarrow q)\vee r$ درست است. احتمال این‌که ارزش گزارهٔ r نادرست باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۲۱- در یک جامعهٔ آماری هر داده را با ۲۵٪ خودش جمع می‌کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چه تغییری می‌کند؟

۱) زیاد می‌شود
۲) کم می‌شود
۳) بستگی به داده‌ها دارد
۴) تغییری نمی‌کند.

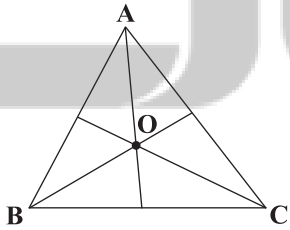
۲۲- در کدام گزینه تمام شاخص‌های مشخص شده از روی نمودار جعبه‌ای قابل به دست آوردن است؟

۱) مد ـ میانه ـ چارک سوم
۲) میانه ـ دامنهٔ میان چارکی (IQR) ـ چارک سوم
۳) مد ـ دامنهٔ میان چارکی (IQR) ـ چارک اول
۴) مد ـ چارک اول ـ دامنهٔ میان چارکی (IQR)

۲۳- در مثلث ABC اگر $AC=۵$ و $AB=۱۲$ و $\hat{A}>۹۰^\circ$ باشد، حدود ضلع BC کدام است؟

۱) $۷<BC<۱۷$ ۲) $۱۳<BC<۱۷$ ۳) $BC<۱۷$ ۴) $BC>۱۳$

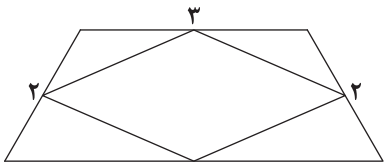
۲۴- محیط و مساحت مثلث شکل زیر به ترتیب ۴۸ سانتی‌متر و ۱۸ سانتی‌متر مربع است. اگر O محل برخورد نیمسازهای مثلث باشد، مجموع فواصل نقطه O از سه ضلع مثلث چند سانتی‌متر است؟



۱) ۱/۷۵
۲) ۲
۳) ۲/۲۵
۴) ۲/۵

محل انجام محاسبات

۲۵- در یک ذوزنقه متساوی‌الساقین، طول قاعده کوچک برابر ۳ و طول یک ساق برابر ۲ و یکی از زوایا 60° است. وسط‌های اضلاع این ذوزنقه را به هم وصل می‌کنیم. مساحت چهارضلعی حاصل کدام است؟



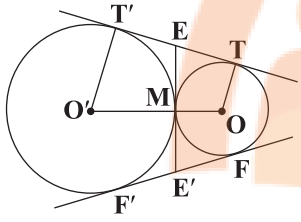
۱) $2\sqrt{3}$

۲) $4\sqrt{3}$

۳) $8\sqrt{3}$

۴) $6\sqrt{3}$

۲۶- دو دایره به شعاع‌های ۱۲ و ۳ مماس برون هستند. اگر TT'، EE' و FF' مماس‌های مشترک این دو دایره باشند، طول EE' کدام است؟



۱) ۶

۲) ۸

۳) ۹

۴) ۱۲

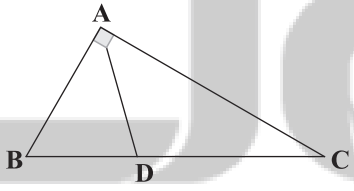
۲۷- مثلث ABC بر دایره‌ای به شعاع r محیط شده است. اگر شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی مثلث برابر ۲، ۳ و ۴ واحد باشند، مساحت مثلث ABC کدام است؟

۱) $12\sqrt{\frac{2}{13}}$ ۲) $12\sqrt{\frac{2}{11}}$ ۳) $14\sqrt{\frac{2}{13}}$ ۴) $14\sqrt{\frac{2}{15}}$

۲۸- دو نقطه $A\begin{vmatrix}4\\2\end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix}2\\5\end{vmatrix}$ در دستگاه مختصات مفروضند. اگر بخواهیم از B به نقطه‌ای دلخواه روی محور yها و سپس به نقطه‌ای دلخواه روی محور xها و سرانجام به نقطه A برویم، طول کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟

۱) $\sqrt{80}$ ۲) $\sqrt{85}$ ۳) ۱۱ ۴) ۱۳

۲۹- مثلث زیر در رأس A قائمه است. اگر طول اضلاع قائمه ۶ و ۸ سانتی‌متر باشد، $AD^2 + \frac{1200}{49}$ کدام است؟



۱) ۴۶

۲) ۴۵

۳) ۴۸

۴) ۵۰

۳۰- اگر $2A = \begin{bmatrix} |A| & -6 \\ |A| & |A| \end{bmatrix}$ و A ماتریسی وارون‌پذیر از مرتبه ۲ باشد، آن‌گاه دترمینان ماتریس $\frac{1}{2}A^4A^{-1}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) صفر ۴) ۲−

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

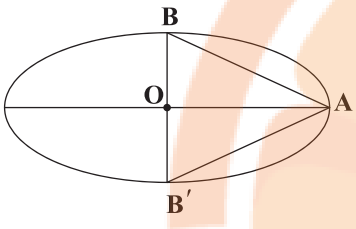
۳۱- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۳\\ ۴ & ۵\end{bmatrix}$ و $A^{۳}=xA+yI$ باشد، $x+y$ کدام است؟

۱) ۵۲ ۲) ۶۳ ۳) ۶۱ ۴) ۶۵

۳۲- از نقطه $A(۱,۲)$ دو مماس بر دایرهٔ $x^{۲}+y^{۲}-۲x+۲y-۲=۰$ رسم کرده‌ایم. معادله خطی که نقاط تماس را به هم متصل می‌کند، کدام است؟

۱) $y=۳$ ۲) $y=\frac{۱}{۳}$ ۳) $x=۳$ ۴) $x=\frac{۱}{۳}$

۳۳- در بیضی مقابل مثلث ABB' متساوی‌الاضلاع است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۳) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$
۴) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

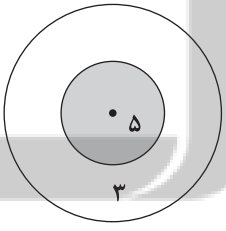
۳۴- اگر $\vec{a}+۲\vec{b}=۴i-j+۵k$ و $\vec{a}+\vec{b}=(۳,-۱,۳)$ باشد، مساحت مثلثی که با دو بردار $۲\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}-\vec{b}$ ساخته شود، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}\sqrt{۱۴}$ ۲) $\frac{۳}{۲}\sqrt{۱۴}$ ۳) $۳\sqrt{۱۴}$ ۴) $۲\sqrt{۱۴}$

۳۵- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ برای m وجود دارد به طوری‌که اگر $۵\mid ۴k+۱$، آن‌گاه $۲۵\mid ۱۶k^{۲}+mk+۶$ باشد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۳۶- تیراندازی به سمت یک هدف، شامل دو دایره هم مرکز تیراندازی می‌کند. اگر او تیر را به دایره‌ای با شعاع کوچک بزند ۵ امتیاز و اگر به دایره بزرگ‌تر و خارج دایره کوچک‌تر بزند، ۳ امتیاز می‌گیرد و چنان‌چه به دایره برخورد نکند، امتیازی دریافت نمی‌کند. اگر این شخص ۱۳ تیر انداخته باشد و ۴۲ امتیاز گرفته باشد، حداکثر چند تیر او به هدف اصابت نکرده است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

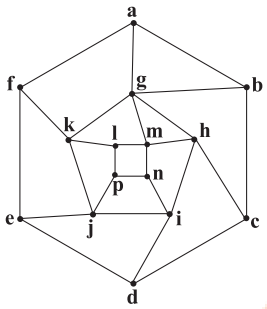
۳۷- در یک گراف کامل تعداد دورها به طول ۶ از تعداد دورها به طول دیگر m که $m\neq ۶$ بیشتر است. در این گراف مجموع مرتبه و اندازه کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۸ ۳) ۳۶ ۴) ۴۵

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

۳۸- در گراف شکل زیر عدد احاطه‌گری کدام است؟



۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۳۹- از مجموعه $A=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ بر روی مجموعه $B=\{۱,۲,۳,۴\}$ چند تابع می‌توان نوشت که این توابع یکنوا باشند؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۱۶ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۰۸

۴۰- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ وجود دارد که نسبت به عدد ۱۵ اول باشند؟

۱) ۵۱ ۲) ۵۲ ۳) ۵۳ ۴) ۵۴

محل انجام محاسبات

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

دفترچه شماره ۲

آزمون جامع ۳

جمعه ۱۴۰۲/۰۴/۰۹

آزمودهای سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

آزمون اختصاصی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۶۵	مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

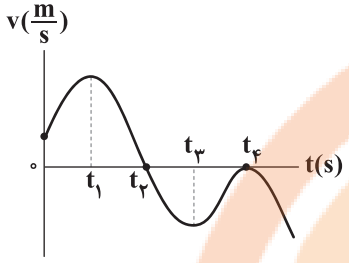
عناوین مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک	۳۵	اجباری	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	اجباری	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

حل ویدئویی سؤالات این دفترچه را در وبسایت DriQ.com مشاهده کنید.

DriQ.com

۴۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در ارتباط با این متحرک صحیح است؟



۱) در بازهٔ زمانی t_2 تا t_4، شتاب متحرک همواره در جهت محور xها است.

۲) متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

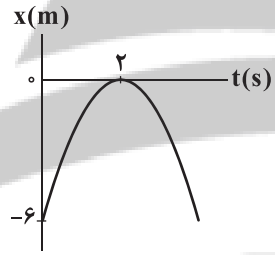
۳) شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4 قرینهٔ شتاب متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است.

۴) شتاب متحرک ۳ بار تغییر جهت می‌دهد.

۴۲- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در حال حرکت است. این متحرک در لحظهٔ $t=0$ در مکان $x_0=-4m$ و در حال حرکت در خلاف جهت محور x است. اگر سرعت ذره در مکان‌های $x_1=0$ و $x_2=6m$ به ترتیب برابر $5\frac{m}{s}$ و $7\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی‌شده توسط متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکتش چند متر است؟

۱) ۲/۲۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۹ ۴) ۱۸

۴۳- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط این متحرک در ثانیهٔ دوم حرکتش، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴/۵

۲) ۳

۳) ۲/۲۵

۴) ۱/۵

۴۴- دلیل استفاده از گرافیت و میله‌های کادمیمی در راکتورهای شکافت هسته‌ای به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

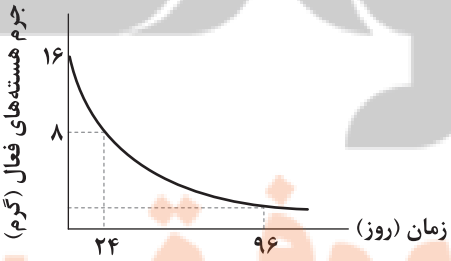
۱) افزایش سرعت نوترون‌ها ـ افزایش سرعت واکنش شکافت

۲) کند کردن نوترون‌ها ـ کنترل آهنگ واکنش شکافت

۳) افزایش سرعت نوترون‌ها ـ کنترل سرعت واکنش شکافت

۴) کند کردن نوترون‌ها ـ افزایش سرعت واکنش شکافت

۴۵- نمودار جرم هسته‌های فعال باقی‌ماندهٔ یک مادهٔ پرتوزا برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. پس از گذشت ۹۶ روز، چند گرم ماده به صورت فعال باقی می‌ماند؟



۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۵

۳) ۱

۴) ۲

محل انجام محاسبات

تلاشی درمسیر موفقیت

۴۶- در اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موج رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ چند برابر طول موج فوتون خط چهارم رشتهٔ براکت $(n'=4)$ است؟

۱) $\frac{16}{3}$ ۲) $\frac{3}{16}$ ۳) $\frac{36}{5}$ ۴) $\frac{5}{36}$

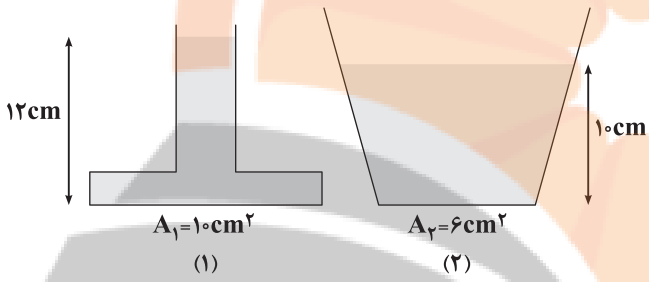
۴۷- یک موج الکترومغناطیس با طول موج λ به سطح فلزی تابیده می‌شود. اگر بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها ۴ برابر تابع کار این فلز و اختلاف طول موج آستانهٔ این فلز و λ برابر ۲۰۰ نانومتر باشد، λ چند نانومتر است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۵۰

۴۸- تابع کار فلزی برابر با $4eV$ است. اگر یک موج الکترومغناطیس با طول موج $155nm$ به سطح این فلز تابیده شود، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌هایی که از سطح آن جدا می‌شوند، برابر چند الکترون‌ولت است؟ $(hc=1240eV.nm)$

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴/۵

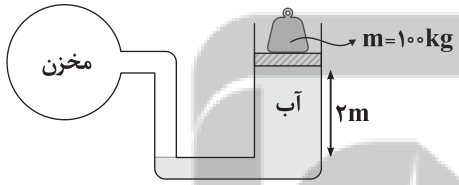
۴۹- با توجه به شکل زیر، اندازهٔ نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع در شکل (۲) چند برابر اندازهٔ نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع در شکل (۱) است؟ (مایع در دو ظرف، یکسان است.)



۱) ۲
۲) $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) ۴

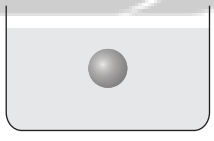
۵۰- در شکل زیر، اگر مساحت پیستون برابر با $100cm^2$ باشد، فشار مخزن چند اتمسفر است؟

$(1atm=10^5\ Pa\ ,\ P_0=10^5\ Pa\ ,\ A=100cm^2\ ,\ \rho_{آب}=1\frac{g}{cm^3}\ ,\ g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۲۲۰۰۰۰
۲) ۲/۲
۳) ۱۲۰۰۰۰
۴) ۱/۲

۵۱- مطابق شکل زیر، جسمی درون آب غوطه‌ور است. با دادن مقداری گرما به آب، دمای آب را از $0^\circ C$ تا $30^\circ C$ افزایش می‌دهیم. وضعیت حرکت جسم درون آب چگونه است؟ (از تغییرات حجم و چگالی جسم صرف‌نظر کنید.)



۱) جسم ته‌نشین می‌شود.
۲) جسم شناور می‌شود.
۳) ابتدا جسم فرو رفته و سپس بالا می‌آید.
۴) ابتدا جسم بالا می‌آید و سپس شروع به فرو رفتن می‌کند.

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

۵۲- به قطعهٔ یخی به جرم ۲kg که دمای آن $-۱۰^\circ C$ است، ۳۷۴kJ گرما می‌دهیم. کدام گزینه نادرست است؟

($L_F = ۳۳۴ \frac{kJ}{kg}$ ، $c_{یخ} = ۲ \frac{kJ}{kg.^\circ C}$ و از اتلاف گرما صرف‌نظر کنید.)

۱) یک کیلوگرم یخ باقی می‌ماند.

۲) یک کیلوگرم یخ ذوب می‌شود.

۳) دمای نهایی صفر درجهٔ سلسیوس می‌شود.

۴) دمای نهایی $-۲^\circ C$ می‌شود.

۵۳- اگر در حجم ثابت، فشار مقدار معینی گاز کامل با دمای $۲۷^\circ C$ را ۵۰ درصد کاهش دهیم. دمای گاز ..... درجهٔ سلسیوس ..... می‌یابد.

۱) ۲۷ ـ کاهش ۲) ۲۷ ـ افزایش ۳) ۱۵۰ ـ افزایش ۴) ۱۵۰ ـ کاهش

۵۴- کدام گزینه در مورد فرایند هم‌دما درست نیست؟

۱) در فرایند هم‌دما، تغییر انرژی درونی گاز کامل، صفر است.

۲) در فرایند هم‌دما، فشار و حجم با هم رابطهٔ وارون دارند.

۳) در فرایند هم‌دما، گاز کامل گرما مبادله نمی‌کند.

۴) در فرایند هم‌دما، مخزن گاز کامل در تماس با منبع گرما، دارای دمای ثابت است.

۵۵- در یک میدان الکتریکی یکنواخت، بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -۰/۸\mu C$ از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در نقاط A و B به ترتیب $-۲۰\mu J$ و $+۲۰\mu J$ باشد، کدام گزینه در ارتباط با پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A درست است؟

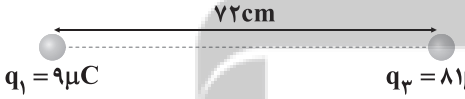
۱) پتانسیل الکتریکی این نقطه برابر صفر است.

۲) با پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B برابر و عددی مثبت است.

۳) از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B، ۵۰ ولت بیشتر است.

۴) از پتانسیل الکتریکی نقطهٔ B، ۵۰ ولت کم‌تر است.

۵۶- در شکل زیر، بار $q_۲$ را در نقطه‌ای قرار می‌دهیم تا سه ذرهٔ باردار $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ در حال تعادل قرار بگیرند. اندازهٔ بار $q_۲$ چند میکروکولن است؟



۱) ۴۰/۵ ۲) ۲۰/۲۵

۳) ۱۰/۱۲۵ ۴) ۵/۰۶۲۵

۵۷- دو کرهٔ رسانای باردار A و B به ترتیب دارای شعاع‌های ۴cm و ۸cm و بارهای $+۶\mu C$ و $+۵۴\mu C$ هستند. چگالی سطحی بار کرهٔ B چند برابر چگالی سطحی بار کرهٔ A است؟ ($\pi = ۳$)

۱) $\frac{۹}{۲}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۹}$

۵۸- یک بالابر الکتریکی می‌تواند در هر دقیقه ۳۰kg بار را تا ارتفاع ۸ متری با سرعت ثابت بالا ببرد. توان متوسط این بالابر چند وات است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

۵۹- در ماشینی، توان مفید، $\frac{۱}{۴}$ توان تلف‌شده است. بازده این ماشین چند درصد است؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۸۰ ۴) ۸۵

۶۰- شخصی به جرم $۸۰kg$، درون آسانسوری ایستاده است. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ و به صورت تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند، اندازهٔ نیرویی که شخص به آسانسور وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۶۰۰ ۲) ۸۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱۲۰۰

۶۱- دو نیروی هم‌اندازه و عمود بر هم $\vec{F}$، تنها نیروهای خارجی هستند که بر جسمی اثر می‌کنند. اگر پس از چهار ثانیه، تکانهٔ این جسم ۳۰ واحد SI افزایش یابد، بزرگی هر یک از این نیروهای خارجی چند نیوتون است؟

۱) $۷/۵\sqrt{۲}$ ۲) ۷/۵ ۳) $۳/۷۵\sqrt{۲}$ ۴) ۳/۷۵

۶۲- به جسم ساکنی به جرم $۵kg$ که روی سطح افقی قرار دارد، یک نیروی افقی متغیر با زمان که تغییرات اندازهٔ این نیرو برحسب زمان در SI به صورت $F=۱۰t^۲-۸$ است، وارد می‌شود. اگر مبدأ زمان، لحظهٔ شروع اعمال نیرو به جسم ساکن فرض شود، اندازهٔ نیروی اصطکاک بین جسم و سطح افقی در پایان ثانیهٔ دوم، چند برابر اندازهٔ نیروی اصطکاک بین جسم و سطح افقی در ابتدای ثانیهٔ دوم است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین سطح افقی و جسم به ترتیب ۰/۴ و ۰/۲ فرض شود و $g=۱۰\frac{N}{kg}$)

۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۲۰

۶۳- یک آهنربای میله‌ای را به دو قسمت تقسیم کرده و میخی به انتهای یک قسمت آن جذب شده است. کدام گزینه صحیح است؟

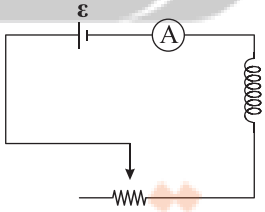
۱) قطب‌های A، C و F همگی می‌توانند قطب N باشند.

۲) قطب‌های A، C و E همگی می‌توانند قطب S باشند.

۳) قطب‌های A و F هر دو می‌توانند قطب N باشند.

۴) قطب‌های B و D همنام ولی با قطب F ناهمنام هستند.

۶۴- در مدار زیر با ..... مقاومت رئوستا، نیروی محرکهٔ خودالقاوری با جریانی در ..... جریان اصلی در مدار ایجاد می‌شود.



۱) افزایش ـ جهت

۲) افزایش ـ خلاف جهت

۳) کاهش ـ جهت

۴) افزایش یا کاهش ـ جهت

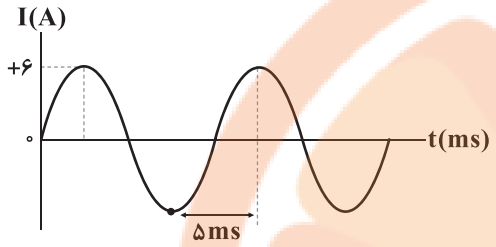
محل انجام محاسبات

تلاشی درمسیرموفقیت

۶۵- از سیملوله‌ای فاقد هستهٔ آهنی با ۴۰۰ دور سیم و سطح مقطع $۶cm^۲$، جریان ۸ آمپر عبور می‌کند و انرژی ذخیره‌شده در آن $۴۸mJ$ می‌باشد. بزرگی میدان مغناطیسی روی محور این سیملوله چند واحد SI است؟

۱) ۵۰ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۵

۶۶- شکل زیر نمودار جریان متناوبی را نشان می‌دهد که از یک رسانای ۰/۴ اهمی می‌گذرد. در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ بیشینهٔ نیروی محرکهٔ القایی در این مقاومت چند ولت است؟



۱) ۲/۴
۲) ۴/۸
۳) ۱/۲
۴) ۰/۶

۶۷- یک آونگ ساده را در دو حالت به نوسان در می‌آوریم. در حالت اول، آونگ در آسانسوری که بر روی ماه با شتاب $۳\frac{m}{s^۲}$ به صورت تندشونده به سمت بالا در حال حرکت است، به نوسان درمی‌آید و در حالت دوم، آونگ در آسانسوری که بر روی زمین با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، به نوسان درمی‌آید. دورهٔ نوسان این آونگ در زمین چند برابر دورهٔ نوسان آن در ماه است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$، جرم و شعاع زمین به ترتیب ۸۰ و ۴ برابر ماه است و دمای آونگ ثابت فرض شود.)

۱) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۲) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ۳) $\sqrt{\frac{۵}{۸}}$ ۴) $\sqrt{\frac{۸}{۵}}$

۶۸- اگر توان متوسط انتقالی موج A، ۴ برابر توان متوسط انتقالی موج B و دامنهٔ موج A نصف دامنهٔ موج B باشد، در این صورت طول موج A چند برابر طول موج B است؟ (هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند.)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) $\frac{۱}{۸}$

۶۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) فاصلهٔ بین یک قله و درهٔ مجاور آن در امواج دایره‌ای روی سطح آب برابر با طول موج است.

ب) با تغییر محیط انتشار موج، بسامد ثابت می‌ماند، ولی طول موج تغییر می‌کند.

ج) در انتشار امواج درون آب، با افزایش عمق، طول موج افزایش می‌یابد.

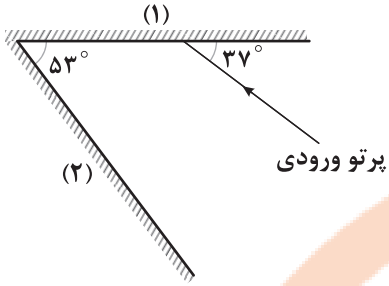
د) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی برای امواج مکانیکی با مربع دامنه ($A^۲$) و مربع بسامد ($f^۲$) موج متناسب است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

۷۰- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری به سطح آینهٔ تخت (۱) می‌تابد. پرتوی خروجی از این مجموعه چند درجه نسبت به پرتوی ورودی منحرف شده است؟



۱) ۵۳
۲) ۳۷
۳) ۱۲۷
۴) ۱۸۰

۷۱- ضریب شکست محیط شفاف A، ۱/۵ و ضریب شکست محیط شفاف B برابر ۲ است. اگر یک پرتوی نور تک‌رنگی مسافت ۴۰ متر را در محیط A در مدت‌زمان t طی کند، این پرتو مسافت ۲۴۰ متر را در محیط B در چه مدت‌زمانی طی می‌کند؟

۱) ۴t
۲) ۶t
۳) ۸t
۴) ۱۰t

۷۲- انرژی مکانیکی یک سامانهٔ جرم ـ فنر که با دامنهٔ ۱۰cm نوسان می‌کند، برابر با ۲۰J است. اگر ۴ برابر جرم اولیه به آن اضافه و دامنه را ۴cm کاهش دهیم، انرژی مکانیکی سامانه چند ژول می‌شود؟

۱) ۱/۶
۲) ۳/۶
۳) ۷/۲
۴) ۳/۲

۷۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) تندی حرکت الکترون‌های آزاد در رسانا، خیلی کم‌تر از بزرگی سرعت سوق آن‌ها می‌باشد.

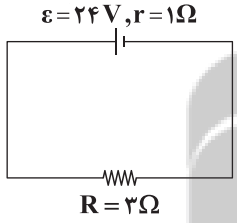
ب) در اثر فروریزش الکتریکی، همهٔ خازن‌ها می‌سوزند.

ج) دیود نورگسیل یک رسانای غیراهمی است.

د) عبارت ظرفیت الکتریکی را نخستین بار ولتا در تشابه با ظرفیت گرمایی به کار برد.

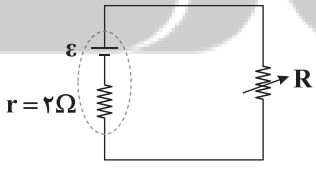
۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۷۴- در مدار شکل زیر، مقاومت R چند برابر شود تا توان مصرفی آن تغییری نکند؟



۱) ۹
۲) $\frac{۱}{۹}$
۳) ۳
۴) $\frac{۱}{۳}$

۷۵- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا را روی ۲Ω تنظیم کرده باشیم و توان مصرفی آن برابر P باشد، مقاومت رئوستا را حداقل چند اهم تغییر دهیم تا توان مصرفی آن ۴ درصد تغییر کند؟



۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) ۳
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) ۶

محل انجام محاسبات

تلاشی درمسیرموفقیت

حل ویدئویی سؤالات این دفترچه را در وبسایت DriQ.com مشاهده کنید.

شیمی

DriQ.com

۷۶- در آرایش الکترونی اتم عنصر A به تعداد ۷ الکترون وجود دارد که جمع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی آن‌ها برابر با ۴ است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با A درست است؟

- A می‌تواند هم عنصری اصلی و هم جزو عنصرهای واسطه باشد.
- فرمول اکسید A می‌تواند به یکی از صورت‌های A_2O، AO و A_2O_3 باشد.
- تاکنون عنصر A در طبیعت به حالت آزاد یافت نشده است.
- برای استخراج A به حالت خالص باید نمک‌های مذاب آن را برقکافت کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۷- اگر شمار اتم‌ها در نمونه‌ای از آلومینیم سولفات، دو برابر شمار اتم‌ها در نمونه‌ای از شکر باشد، شمار یون‌های موجود در آلومینیم سولفات، چند برابر شمار مولکول‌های موجود در شکر است؟ $(C=12, H=1, O=16, Al=27, S=32 : g.mol^{-1})$

۱) ۱۵/۸۸ ۲) ۱۰/۵۸ ۳) ۵/۲۹ ۴) ۲۶/۴۷

۷۸- عنصر A دارای چهار ایزوتوپ با جرم‌های m، m+2، m+3 و m+4 در مقیاس amu بوده که فراوانی ایزوتوپ دوم به ترتیب ۱۵، ۳۰ و ۹۰ برابر ایزوتوپ‌های اول، سوم و چهارم است. اگر جرم اتمی میانگین عنصر A برابر ۵۵/۹۳amu باشد، m کدام است؟

۱) ۵۴ ۲) ۵۵ ۳) ۵۶ ۴) ۵۷

۷۹- در ساختار لوویس کدام گونه، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی، عدد بزرگ‌تری است؟

۱) شکر ۲) مالتوز ۳) اوره ۴) اتیلن گلیکول

۸۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آرگون درست است؟

- پس از هلیم، فراوان‌ترین گاز نجیب سیاره مشتری است.
- این گاز را می‌توان به صورت صددرصد خالص از تقطیر جزء به جزء هوای مایع تهیه کرد.
- نقطه جوش آن از هر کدام از عنصرهای نیتروژن و اکسیژن بالاتر است.
- استفاده از آرگون در جوشکاری، موجب استحکام بیشتر و افزایش طول عمر فلز جوشکاری می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

تلاشی در مسیر موفقیت

۸۱- غلظت یون سدیم در مخلوطی شامل ۲۰۰ گرم محلول سدیم سولفات (۲۸۴ppm) و ۱۸۰۰ گرم محلول سدیم فسفات (۴۹۲ppm) چند میلی‌گرم بر لیتر است؟ $(Na=۲۳ , P=۳۱ , O=۱۶ , S=۳۲ : g.mol^{-۱} , d_{\text{محلول‌ها}} \simeq ۱ g.mL^{-۱})$

۱) ۱۹۵/۵ ۲) ۱۵۲/۵ ۳) ۲۹۹ ۴) ۲۲۹

۸۲- برای تهیه دو دسی لیتر محلول ۴۰ درصد جرمی پتاسیم نیترات با چگالی $۱/۲ g.mL^{-۱}$، چند میلی‌لیتر از محلول ۶ مولار آن را باید با مقدار کافی آب مخلوط کرد؟ $(KNO_۳ \simeq ۱۰۰ g.mol^{-۱})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۶۰

۸۳- چهار دسی‌لیتر محلول ۲/۵M آلومینیم سولفات را با دو دسی‌لیتر محلول ۲M مس (II) سولفات مخلوط می‌کنیم و سپس حجم محلول را با اضافه کردن آب خالص به ۰/۸ متر مکعب می‌رسانیم. غلظت یون‌های آلومینیم، مس (II) و سولفات در محلول نهایی به ترتیب چند مولار است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) $۲/۵\times۱۰^{-۳} , ۵\times۱۰^{-۴} , ۴/۲۵\times۱۰^{-۳}$ ۲) $۲/۵\times۱۰^{-۳} , ۳/۲\times۱۰^{-۴} , ۳/۸\times۱۰^{-۳}$

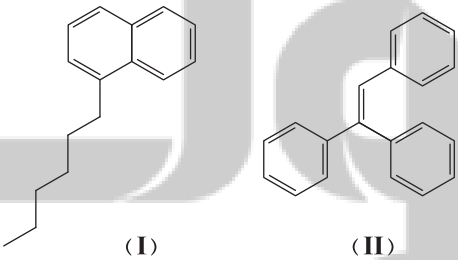
۳) $۱/۲۵\times۱۰^{-۳} , ۳/۲\times۱۰^{-۴} , ۴/۲۵\times۱۰^{-۳}$ ۴) $۱/۲۵\times۱۰^{-۳} , ۵\times۱۰^{-۴} , ۳/۸\times۱۰^{-۳}$

۸۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- منظور از محلول‌های غیرآبی، محلول‌هایی است که ماده حل‌شونده آن‌ها یک ترکیب آلی باشد.
- چروکیده شدن خیار در آب شور، نمونه‌ای از اسمز معکوس است.
- آب و هگزان به مقدار ناچیزی در یک‌دیگر حل می‌شوند.
- برای جدا کردن میکروب‌ها و ترکیب‌های آلی فرار از آب آلوده، روش تقطیر کارایی ندارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ساختارهای (I) و (II) درست است؟


(I) (II)

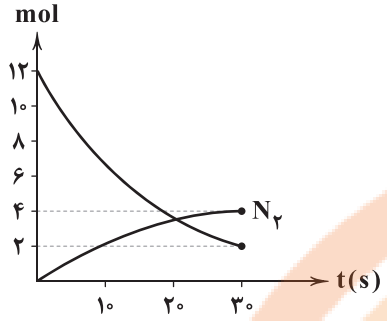
- جرم مولی ساختار (I) دو برابر جرم مولی پارازایلن است.
- جرم مولی ساختار (II) دو برابر جرم مولی نفتالن است.
- شمار اتم‌های کربن ساختار (II) برابر با شمار اتم‌های هیدروژن هپتیل بنزوات است.
- هر مول از ساختار (I) برای سوختن کامل در مقایسه با هر مول ساختار (II)، دو مول اکسیژن کم‌تر مصرف می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

تلاشی درمسیرموفقیت

۸۶- نمودار زیر مربوط به واکنش تجزیه آمونیاک به گازهای سازنده آن است. با توجه به آن، بازده درصدی واکنش کدام و سرعت متوسط تولید فراورده‌ای که انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد، چند مول بر دقیقه است؟



۱) ۸۰ و ۸

۲) ۸۰ و ۲۴

۳) ۶۶/۷ و ۸

۴) ۶۶/۷ و ۲۴

۸۷- اگر گاز اکسیژن حاصل از تجزیه مقدار معینی هیدروژن پراکسید ناخالص با آلدهید موجود در بادام واکنش داده و بر اثر سوختن کامل آلدهید در شرایط STP، مقدار ۶/۷۲L گاز کربن دی‌اکسید تولید شود، مجموع جرم آب تولید شده در دو واکنش چند گرم بوده است؟ $(H_2O = 18 g.mol^{-1})$

۱) ۸/۴۸ ۲) ۱۴/۶۵ ۳) ۱۷/۹۲ ۴) ۱۱/۲۳

۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- عنصری با عدد اتمی ۳۲ جریان گرما را از خود عبور می‌دهد.
- عنصری با عدد اتمی ۳۴ در اثر ضربه خرد می‌شود.
- واکنش‌پذیری عنصری با عدد اتمی ۳۷ بیشتر از واکنش‌پذیری عنصری با عدد اتمی ۲۰ است.
- عنصری با عدد اتمی ۲۹ در مقایسه با عنصری با عدد اتمی ۳۰، تمایل بیشتری به تشکیل کاتیون دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۹- یک قطعهٔ مکعبی از فلز اورانیم با دمای $142/25^\circ C$ در یک لیتر آب سنگین (D_2O) با دمای $32^\circ C$ انداخته می‌شود. اگر دمای تعادل برابر $36^\circ C$ باشد، هر ضلع مکعب برابر چند سانتی‌متر است؟

$(c_{D_2O} = 4/25 , c_U = 0/15 : J.g^{-1}.^\circ C^{-1} , d_{D_2O} = 1/2 , d_U = 20 : g.cm^{-3})$

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۹۰- با توجه به واکنش‌های زیر اگر یک مول الکل چوب بر اثر تجزیه به گاز هیدروژن و ساده‌ترین آلدهید (A) تبدیل شود، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟ (ΔH واکنش‌های داده شده بر مبنای معادله‌های موازنه‌شده با کوچک‌ترین ضرایب صحیح است.)

a) آمونیاک → هیدروژن + هیدرازین $\quad \Delta H = -183 kJ$

b) هیدروژن + نیتروژن + A → الکل چوب + هیدرازین $\quad \Delta H = -37 kJ$

c) آمونیاک → هیدروژن + نیتروژن $\quad \Delta H = -92 kJ$

۱) ۵۴ ۲) ۴۵ ۳) ۲۳۸ ۴) ۲۸۳

محل انجام محاسبات

۹۱- برای تبدیل ۱۲/۶g از هر کدام از گازهای اتان و پروپن به اتم‌های گازی سازندهٔ آن‌ها به ترتیب به ۱۲۱۸ و ۱۰۵۶ کیلوژول گرما نیاز است. میانگین آنتالپی پیوند $C=C$ چند کیلوژول بر مول است؟ $(H=1, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۴۵۰ ۲) ۴۷۰ ۳) ۵۶۰ ۴) ۶۲۰

۹۲- اگر پس از گذشت ۷۵ ثانیه از آغاز واکنش استری شدن ترفتالیک اسید و متانول، ۴/۸۵ گرم استر تولید شود، سرعت تولید آب چند مول بر دقیقه است؟ $(C=12, H=1, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۰۲ ۲) ۰/۰۴ ۳) ۰/۰۳ ۴) ۰/۰۶

۹۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با پلی‌استیرن درست است؟

- شمار پیوندهای دوگانه در ساختار مونومر آن، نصف شمار اتم‌های هیدروژن مونومر آن است.
- جزو پلیمرهای ماندگار طبقه‌بندی می‌شود و زیست تخریب‌ناپذیر است.
- در ساخت ظروف یکبار مصرف غذا به کار می‌رود.
- در هر واحد تکرارشونده از آن، ۲۰ پیوند کووالانسی وجود دارد.

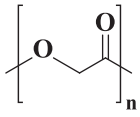
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- از نظر نوع عنصرهای سازنده، پلی‌سیانو اتن و دی‌متیل آمین، مشابه هم هستند.
- درصد خلوص اتن مورد استفاده در واکنش تولید پلی‌اتن سنگین بیشتر از واکنش تولید پلی‌اتن سبک است.
- واکنش استری شدن یک واکنش برگشت‌پذیر بوده و برای افزایش سرعت واکنش در هر دو جهت، می‌توان از یک اسید آلی استفاده کرد.
- از نظر همگن یا ناهمگن بودن، مخلوط ویتامین D و آب وضعیت مشابهی با شیر دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۵- پلیمر A که ساختار آن به صورت زیر است از یک نوع مونومر تشکیل شده است. اگر یک مول از مونومر آن در حالت گازی به اتم‌های گازی سازندهٔ آن تبدیل شود، چند کیلوژول گرما مصرف می‌شود؟



پیوند	C−H	C−C	O−H	C−O	C=O
$\Delta H(kJ.mol^{-1})$	۴۱۵	۳۵۰	۴۶۵	۳۶۰	۷۵۰

۱) ۳۸۵۰
۲) ۳۵۸۰
۳) ۲۷۵۵
۴) ۲۵۷۵

محل انجام محاسبات

۹۶- چگالی گاز اسیدی HA در دمای $91^\circ C$ و فشار $0/667atm$ برابر $0/60 g.L^{-1}$ است. اگر ۸/۱ گرم از این گاز را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول حاصل را به ۱۲ لیتر برسانیم، غلظت مولی یون‌های هیدرونیوم موجود در محلول برابر $1/5\times10^{-3} mol.L^{-1}$ می‌شود. درصد یونش اسید HA کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۶ ۳) ۸ ۴) ۶

۹۷- در فرمول ساختاری پاک‌کنندهٔ غیرصابونی A، ۴ پیوند $C=C$ و در فرمول شیمیایی آن، ۳۱ اتم هیدروژن وجود دارد. نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی اکسیژن در این پاک‌کننده کدام است؟ $(C=12, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۴/۷۵ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۷۵

۹۸- pH محلول ۰/۰۰۵M اسید ضعیف HA $(K_a=5\times10^{-4})$ به تقریب کدام است؟ (در صورت نیاز $\sqrt{0/41}$ را معادل ۰/۶۴ در نظر بگیرید، $\log 3 \simeq 0/47$)

۱) ۲/۸۹ ۲) ۴/۸۹ ۳) ۲/۱۱ ۴) ۲/۸۰

۹۹- در نوعی سلول سوختی از هیدرازین به عنوان سوخت استفاده می‌شود. به ازای تولید ۲۵/۶ گرم فراورده در این سلول، چند الکترون بین اکسنده و کاهنده مبادله می‌شود؟ $(N=14, H=1, O=16: g.mol^{-1})$ (فراورده‌های این سلول، گاز نیتروژن و H_2O است.)

۱) $9/632\times10^{22}$ ۲) $9/632\times10^{23}$ ۳) $4/816\times10^{22}$ ۴) $4/816\times10^{23}$

۱۰۰- اگر نسبت تغییر عدد اکسایش هر اتم اکسنده به تغییر عدد اکسایش هر اتم کاهنده در واکنش‌های (I)، (II) و (III) را به ترتیب با a، b و c نشان دهیم، کدام مقایسه درست است؟

I) $PbS+NO_3^-+H^+ \rightarrow S+NO+H_2O+Pb^{2+}$

II) $MnO_4^-+H_2C_2O_4+H^+ \rightarrow Mn^{2+}+CO_2+H_2O$

III) $Au+HCl+HNO_3 \rightarrow HAuCl_4+NO_2+H_2O$

۱) $a>c>b$ ۲) $b>c>a$ ۳) $a>b>c$ ۴) $b>a>c$

۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در برقکافت آب در اطراف قطب منفی، محیط قلیایی شده و گاز با چگالی کم‌تر تولید می‌شود.
- در شرایط یکسان، پتانسیل کاهشی یون روی، منفی‌تر از پتانسیل کاهشی یون قلع (II) است.
- محلول نمک‌های فلزهای قلیایی را نمی‌توان در ظرفی از جنس طلا یا پلاتین نگه‌داری کرد.
- برای حفاظت از لوله‌های نفتی و جلوگیری از خوردگی آهن می‌توان از فلزهای با واکنش‌پذیری کم مانند مس استفاده کرد.

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

تلاشی درمسیر موفقیت

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در محلول سبز رنگ نمک وانادیم، آرایش الکترونی یون این فلز، مشابه آرایش الکترونی یک گاز نجیب است.
- شعاع یون آهن در هیدروکسیدی از آن که قرمز رنگ است در مقایسه با هیدروکسید سبزرنگ آن، بزرگ‌تر است.
- در یون سیلیکات همانند سیلیس و سیلیسیم کربید، هر اتم Si به ۴ اتم دیگر متصل است.
- بین الماس و گرافیت، میانگین طول پیوند کربن ـ کربن در دگر شکل پایدارتر، کوتاه‌تر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۳- آنتالپی فروپاشی شبکه بلور کدام دوترکیب یونی، تفاوت کم‌تری با هم دارند؟

۱) NaBr و KCl ۲) KF و LiBr ۳) NaF و LiCl ۴) NaF و NaCl

۱۰۴- در یک ظرف ۱۰ لیتری در دمای ثابت، ۱ مول گاز AB وارد می‌کنیم و در آن را می‌بندیم. فشار گاز AB در ابتدا ۳ اتمسفر است. تجزیهٔ AB به گازهای A و B در دمای ظرف به طور جزیی صورت می‌گیرد و تعادل $AB(g) \rightleftharpoons A(g)+B(g)$ برقرار می‌شود. هرگاه فشار کل مخلوط در حال تعادل ۴/۵ اتمسفر باشد، ثابت تعادل کدام است؟ (فشار کل یک مخلوط گازی با تعداد کل مولکول‌های گاز در مخلوط، متناسب است.)

۱) ۰/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۱۵

۱۰۵- داده‌های جدول مقابل مربوط به واکنش تعادلی $2A(g)+X(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$ است. چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

θ(°C)	K
۲۵	$۲/۷\times۱۰^{۳}$
۲۰۰	۶/۵
۴۰۰	۰/۰۲۵

- افزایش دما سبب افزایش سرعت واکنش رفت و افزایش شمار مول‌های گازی موجود در ظرف می‌شود.
- واکنش در دمای اتاق پیشرفت قابل ملاحظه‌ای دارد.
- این واکنش همانند فرایند هابر، گرماده بوده و مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش‌دهنده‌های آن، کوچک‌تر از مجموع آنتالپی پیوندهای فراورده است.
- اثر کاهش دما بر این واکنش و مقدار ثابت تعادل آن، مشابه اثر افزایش غلظت A است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

ترنج بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

محل انجام محاسبات

دفترچه شماره ۳

آزمون جامع ۳

جمعه ۱۴۰۲/۰۴/۰۹

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤالاتی که باید پاسخ دهید: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۱۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۴۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

تلاشی در مسیر موفقیت

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (حتی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

دوازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری ـ حسین نادری مفید ابراهیم‌پور ـ مجید فرهمندپور خشایار خاکی	محدثه کارگرفرد ـ مهدی وارسته ندا فرهختی ـ مینا نظری
فیزیک	ارسلان رحمانی امیررضا خوینی‌ها رضا کریم‌زاده ـ حسین شهبازی مسعود قره‌خانی ـ شهاب نصیری	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی ـ میلاد عزیزی	ایمان زارعی ـ رضیه قربانی

فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت‌نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ مهناز کاظمی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ حدیث فیض‌الهی ـ ملیکا کاشانی

به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نماییم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

- مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir
- مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

- برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.
- تماس تلفنی با اولیا حداقل یک‌بار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].
- بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۶۴۲۰—۰۲۱ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.

در گاج، بهترین صدا، صدای دانش‌آموز است.

تلاش در مسیر موفقیت

ریاضیات

۱ ۴

$$\log_{۵}\frac{a_۱}{a_۲}+\log_{۵}\frac{a_۲}{a_۳}+\ldots+\log_{۵}\frac{a_{n-۱}}{a_n}=-۲$$

$$\Rightarrow \log_{۵}\frac{a_۱}{a_۲}\times\frac{a_۲}{a_۳}\times\ldots\times\frac{a_{n-۱}}{a_n}=-۲$$

$$\Rightarrow \log_{۵}\frac{a_۱}{a_n}=-۲\Rightarrow\frac{a_۱}{a_n}=۵^{-۲}\Rightarrow\frac{۴}{۳n+۱}=\frac{۱}{۲۵}\Rightarrow n=۳۳$$

۲ ۱

$$\begin{cases}|۲x-۴|=۲x-۴\Rightarrow ۲x-۴\geq ۰\Rightarrow x\geq ۲\\ |x-۷|=۷-x\Rightarrow ۷-x\geq ۰\Rightarrow x\leq ۷\end{cases}\Rightarrow ۲\leq x\leq ۷$$

$$\frac{۹}{۳}\leq\frac{۲x+۵}{۳}\leq\frac{۱۹}{۳}$$

بزرگ‌ترین مقدار صحیح $\frac{۲x+۵}{۳}$ برابر ۶ است.

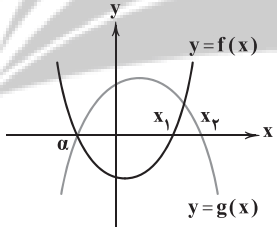
۳ ۳

$$x+۲=۲۳\sqrt{۲x}\Rightarrow x+۲\sqrt{۲x}+۲=۲۵\sqrt{۲x}$$

$$\Rightarrow(\sqrt{x}+\sqrt{۲})^۲=۲۵\sqrt{۲x}\Rightarrow\sqrt{x}+\sqrt{۲}=۵\sqrt[۴]{۲x}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{x}+\sqrt{۲}}{\sqrt[۴]{۲x}}=۵\Rightarrow\sqrt{\frac{\sqrt{x}+\sqrt{۲}}{\sqrt[۴]{۲x}}}=\sqrt{۵}$$

۴ ۲



$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha+x_۱=-m\\ \alpha+x_۲=-m+۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-\alpha-x_۱=m\\ \alpha+x_۲=-m+۲\end{cases}$$

$$x_۲-x_۱=۲\Rightarrow AB=۲$$

۵ ۱

$$f(g(x))\leq g(f(x))\Rightarrow f(\log_۲ x)\leq g(۴^x)\Rightarrow ۴^{\log_۲ x}\leq\log_۲ ۴^x$$

$$\Rightarrow x^۲\leq ۲x\Rightarrow x^۲-۲x\leq ۰\Rightarrow ۰\leq x\leq ۲\Rightarrow\begin{cases}x=۰ & \text{غ ق ق}\\ x=۱\\ x=۲\end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب $\{۱,۲\}$ است.

۶ ۳

فرض می‌کنیم $\log_۲ x=y$

$$[\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۳}\log_۲ x]=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\log_۲ x\Rightarrow[\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۳}y]=(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}y)\in\mathbb{Z}\quad(۱)$$

$$\frac{y+۱}{۲}=k\in\mathbb{Z}\Rightarrow y=۲k-۱$$

$$(۱)\Rightarrow[\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۳}(۲k-۱)]=k\Rightarrow[k+\frac{k-۱}{۳}]=k\Rightarrow[\frac{k-۱}{۳}]=۰$$

$$۰\leq\frac{k-۱}{۳}<۱\Rightarrow ۱\leq k<۴$$

$$\Rightarrow\begin{cases}k=۱\Rightarrow y=۱\Rightarrow\log_۲ x=۱\Rightarrow x=۲\\ k=۲\Rightarrow y=۳\Rightarrow\log_۲ x=۳\Rightarrow x=۸\\ k=۳\Rightarrow y=۵\Rightarrow\log_۲ x=۵\Rightarrow x=۳۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow x_۱+x_۲+x_۳=۴۲$$

۷ ۳

$$f(۲x-۱)=g^{-۱}(\frac{x+۱}{x-۳})\Rightarrow g(f(۲x-۱))=g(g^{-۱}(\frac{x+۱}{x-۳}))$$

$$\Rightarrow g(f(۲x-۱))=\frac{x+۱}{x-۳}\xrightarrow{x=۴}(gof)(۷)=۵$$

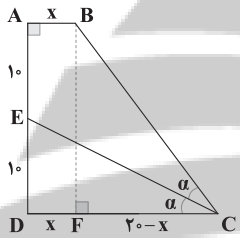
۸ ۱

$$f(x)=۱+x+x^۲+\ldots+x^{۱۰}=۱\times\frac{۱-x^{۱۱}}{۱-x}$$

$$f'(x)=\frac{-۱۱x^{۱۰}(۱-x)+۱(۱-x^{۱۱})}{(۱-x)^۲}\Rightarrow f'(۲)=۱۱\times۲^{۱۰}+۱-۲^{۱۱}$$

$$f'(۲)=۲^{۱۰}(۱۱-۲)+۱=۹\times۲^{۱۰}+۱$$

۹ ۳

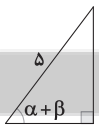


$$\Delta EDC:\tan\alpha=\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱}{۲}$$

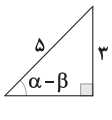
$$\Delta BFC:\tan۲\alpha=\frac{۲۰}{۲۰-x}$$

$$\text{می‌دانیم}:\tan۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha}\Rightarrow\frac{۲۰}{۲۰-x}=\frac{۲\times\frac{۱}{۲}}{۱-\frac{۱}{۴}}\Rightarrow x=۵$$

۱۰ ۴

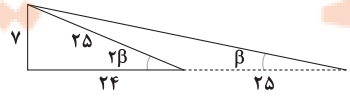


$$\Rightarrow\tan(\alpha+\beta)=\frac{۴}{۳}$$



$$\Rightarrow\tan(\alpha-\beta)=\frac{۳}{۴}$$

$$\tan۲\beta=\tan((\alpha+\beta)-(\alpha-\beta))=\frac{\frac{۴}{۳}-\frac{۳}{۴}}{۱+\frac{۴}{۳}\times\frac{۳}{۴}}\Rightarrow\tan۲\beta=\frac{۷}{۲۴}$$



$$\Rightarrow\tan\beta=\frac{۷}{۲۴+۲۵}=\frac{۱}{۷}\Rightarrow\cot\beta=۷$$

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۱ ۲

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x(۳\sqrt{x^۲+x}-(۳x-۱))(۳\sqrt{x^۲+x}+(۳x-۱))}{(۵\sqrt{x^۲+۳})(۳\sqrt{x^۲+x}+(۳x-۱))}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x(۹x^۲+۹x-۹x^۲+۶x-۱)}{۵|x|(۳|x|+۳x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{۱۵x^۲}{۳۰x^۲}=\frac{۱}{۲}$$

۱۲ ۴

$f(x)=-۲+۳^{x+۱}\Rightarrow$ مجانب $y=-۲$

$g(x)=۱+\log_۲(x-۳)\Rightarrow$ مجانب $x=۳$

$$h(x)=\frac{ax+۵}{x+b}\Rightarrow\text{مجانب‌ها}\begin{cases}x=-b\\y=a\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-b=۳\\a=-۲\end{cases}\Rightarrow a+b=-۵$$

۱۳ ۲

$$\lim_{x\to۳}\frac{f(x)}{x^۲-۹}=m\Rightarrow\begin{cases}f(۳)=۰\\\frac{f'(۳)}{۶}=m\end{cases}(۱)$$

$$\lim_{x\to۱}\frac{f(x)}{x^۲-۱}=m+۵\Rightarrow\begin{cases}f(۱)=۰\\\frac{f'(۱)}{۲}=m+۵\end{cases}(۲)$$

$$f(x)=ax^۲+bx+c=a(x-۱)(x-۳)\Rightarrow\begin{cases}f'(۱)=-۲a\\f'(۳)=۲a\end{cases}$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow\frac{۲a}{۶}+۵=\frac{-۲a}{۲}\Rightarrow a=-\frac{۱۵}{۴}$$

$$f(x)=-\frac{۱۵}{۴}(x-۱)(x-۳)\Rightarrow f(-۱)=-۳۰$$

۱۴ ۳

$$f(x)=۵x^{\frac{۲}{۳}}-x^{\frac{۵}{۳}}\Rightarrow f'(x)=\frac{۱۰}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}-\frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}}$$

$$\Rightarrow f''(x)=\frac{۱۰}{۹}\times\frac{-x-۱}{\sqrt[۳]{x^۴}}$$

در بازهٔ $(-\infty,-۱)$ تقعر نمودار تابع f رو به بالا است.

$$g(x)=\begin{cases}-x^۳+۳x:-\sqrt{۳}\le x\le\sqrt{۳}\\x^۳-۳x:x\le-\sqrt{۳}\text{ یا }x\ge\sqrt{۳}\end{cases}$$

$$\Rightarrow g'(x)=\begin{cases}-۳x^۲+۳ & -\sqrt{۳}<x<\sqrt{۳}\\۳x^۲-۳ & x>\sqrt{۳}\text{ یا }x<-\sqrt{۳}\end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{۳}$		-۱		۱		$\sqrt{۳}$	$+\infty$
g'	+	‖	−	۰	+	۰	−	‖	+

تابع g در بازهٔ $(-\infty,-۱)$ دارای ماکزیمم است.

۱۵ ۴

$$۳f'(۳x+۱)=g'(x)\times h'(g(x))$$

$$\xrightarrow{x=-۱}۳f'(-۲)=g'(-۱)\times h'(g(-۱))$$

$$\Rightarrow ۳f'(-۲)=۲h'(۴)\Rightarrow ۳f'(-۲)=۲\times۶\Rightarrow f'(-۲)=۴$$

۱۶ ۲

$$S=a^۲(۱۲-a)\Rightarrow S=۱۲a^۲-a^۳\Rightarrow S'=۲۴a-۳a^۲=۰$$

$$\Rightarrow a=۰,a=۸$$

$$Max(S)=۶۴(۱۲-۸)=۲۵۶$$

۱۷ ۲

$$\begin{cases}f(x)=x^۲+ax\Rightarrow f'(x)=۲x+a\Rightarrow m_\Delta=۴+a\\g(x)=bx^۳\Rightarrow g'(x)=۳bx^۲\Rightarrow m_\Delta=۳b\end{cases}\Rightarrow ۴+a=۳b$$

$$(۲,f(۲))\in\Delta,(۱,g(۱))\in\Delta\Rightarrow m_\Delta=\frac{f(۲)-g(۱)}{۲-۱}$$

$$m_\Delta=\frac{۴+۲a-b}{۱}\xrightarrow{\text{اکنون}}۴+۲a-b=۳b\Rightarrow ۴+۲a=۴b$$

$$\begin{cases}a-۳b=-۴\\a-۲b=-۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۲\\b=۲\end{cases}\Rightarrow a\times b=۴$$

۱۸ ۱

$A=A$ برنده شدن $=\frac{۱}{۲}$ $B=B$ برنده شدن $=\frac{۱}{۲}$ $C=C$ برنده شدن $=\frac{۱}{۲}$

$A'=A$ باختن $=\frac{۱}{۲}$ $B'=B$ باختن $=\frac{۱}{۲}$ $C'=C$ باختن $=\frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow B$ احتمال برنده شدن $=A'B+A'B'C'A'B+A'B'C'A'B'C'A'B+\cdots$

$$=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}+(\frac{۱}{۲})^۵+(\frac{۱}{۲})^۸+\cdots$$

حاصل عبارت فوق برابر حد مجموع یک دنبالهٔ هندسی خواهد بود.

$$S=\frac{a_۱}{۱-q}=\frac{\frac{۱}{۴}}{۱-(\frac{۱}{۲})^۳}=\frac{\frac{۱}{۴}}{۱-\frac{۱}{۸}}=\frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۷}{۸}}=\frac{۲}{۷}$$

۱۹ ۱

اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند A' و B، B' و A، و B' و A' نیز مستقل خواهند بود. بنابراین داریم:

$$P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۵},P(B')=۱-P(B)=\frac{۱}{۳}$$

$$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')=\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۱۵}$$

$$P(A|B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A)\times P(B')}{P(B')}=P(A)=\frac{۴}{۵}$$

$$\frac{P(A'\cap B')}{P(A|B')}=\frac{\frac{۱}{۱۵}}{\frac{۴}{۵}}=\frac{۵}{۶۰}=\frac{۱}{۱۲}$$

۲۰ ۲

تعداد حالاتی که گزاره $(\sim p\Rightarrow q)\vee r$ درست باشد برابر ۶ است $n(S)=۶$ و تعداد حالاتی که از بین این ۶ حالت، r نادرست است برابر ۲ حالت است. پس $n(A)=۲$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$$

p	q	r	$\sim p$	$\sim p\Rightarrow q$	$(\sim p\Rightarrow q)\vee r$
د	د	د	ن	د	د
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	د
ن	د	د	د	د	ن
ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	د	د	ن
ن	ن	ن	د	ن	ن

۲۱ **۴** هنگامی که به داده‌ای ۲۵٪ خودش را اضافه می‌کنیم (یعنی $x_i + \frac{۲۵}{۱۰۰}x_i = ۱/۲۵x_i$) در واقع هر داده را در عدد ۱/۲۵ ضرب کرده‌ایم. پس داریم:

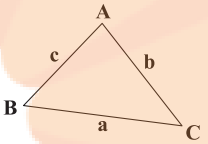
$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} : \text{داده‌های قدیم}$$

$$CV = \frac{۱/۲۵\times\sigma}{۱/۲۵\times\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} : \text{داده‌های جدید}$$

بنابراین ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند.

۲۲ **۲** روی نمودار جعبه‌ای، دامنهٔ میان چارکی ، میانه، چارک سوم و اول مشخص است.

۲۳ **۲** **نکته:** در هر مثلث داریم:



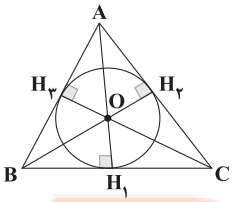
$$۱)\ \hat{A} > ۹۰^\circ \Rightarrow a^۲ > b^۲ + c^۲$$

$$۲)\ |b-c| < a < b+c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^۲ > ۱۴۴+۲۵ \Rightarrow a^۲ > ۱۶۹ \Rightarrow a > ۱۳ & (۱) \\ ۷ < a < ۱۷ & (۲) \end{cases}$$

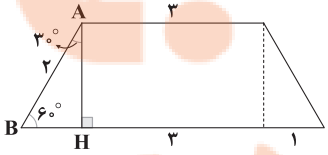
$$(۱)\cap(۲) \Rightarrow ۱۳ < a < ۱۷ \Rightarrow ۱۳ < BC < ۱۷$$

۲۴ **۳** مرکز دایره محاطی مثلث نقطه همرسی سه نیمساز است. شعاع این دایره فاصله این نقطه از هر یک از سه ضلع مثلث می‌باشد.



$$\begin{cases} OH_۱ + OH_۲ + OH_۳ = ۳r = ۳\times\frac{S}{p} = ۳\times\frac{۱۸}{۲۴} = ۲/۲۵ \\ r = \frac{S}{P} \end{cases}$$

۲۵ **۱** چون در ذوزنقه متساوی‌الساقین قطرها هم‌اندازه هستند، چهارضلعی حاصل یک لوزی است و مساحت آن نصف مساحت ذوزنقه است.



ابتدا مساحت ذوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$BH = ۱\ ,\ AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲ = \sqrt{۳}$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{(۳+۵)\times\sqrt{۳}}{۲} = ۴\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت لوزی} = \frac{۱}{۲}\times۴\sqrt{۳} = ۲\sqrt{۳}$$

۲۶ **۴** می‌دانیم مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره با هم برابرند.

$$\begin{cases} EM = ET = ET' \Rightarrow EM = \frac{TT'}{۲} \\ ME' = FE' = F'E' \Rightarrow ME' = \frac{FF'}{۲} \end{cases} \Rightarrow EM = ME' = \frac{TT'}{۲}$$

$$\xrightarrow{TT'=FF'} EE' = TT'$$

بنابراین داریم:

$$EE' = ۲\sqrt{RR'} = ۲\sqrt{۳\times۱۲} = ۱۲$$

۲۷ **۱** اگر r_a و r_b و r_c شعاع‌های سه دایرهٔ محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، آن‌گاه: (اثبات در کتاب درسی)

الف) $\frac{۱}{r} = \frac{۱}{r_a} + \frac{۱}{r_b} + \frac{۱}{r_c}$

ب) $r.r_a.r_b.r_c = S^۲$

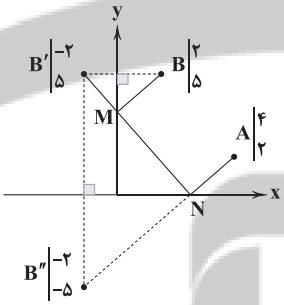
اثبات) $r.r_a.r_b.r_c = \frac{S}{P}\times\frac{S}{P-a}\times\frac{S}{P-b}\times\frac{S}{P-c}$

$$= \frac{S^۴}{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \frac{S^۴}{S^۲} = S^۲$$

$$\frac{۱}{r} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} = \frac{۶+۴+۳}{۱۲} = \frac{۱۳}{۱۲} \Rightarrow r = \frac{۱۲}{۱۳}$$

$$S = \sqrt{\frac{۱۲}{۱۳}\times۲\times۳\times۴} = ۱۲\sqrt{\frac{۲}{۱۳}}$$

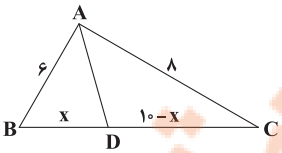
۲۸ **۲**



$$\text{مسیر BMNA} = BM + MN + NA \xrightarrow{BM = B'M} \underbrace{B'M + MN}_{B''N} + NA = B''N + NA = B''A = \sqrt{(۴+۲)^۲ + (۲+۵)^۲}$$

$$= \sqrt{۳۶+۴۹} = \sqrt{۸۵}$$

۲۹ **۳** می‌دانید که: اگر AD نیمساز زاویه A باشد، آن‌گاه:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{۶}{۸} = \frac{x}{۱۰-x} \Rightarrow ۳۰-۳x = ۴x$$

$$\Rightarrow x = \frac{۳۰}{۷} \Rightarrow ۱۰-x = \frac{۴۰}{۷}$$

$$AD^۲ = AB\times AC - BD\times DC$$

$$\Rightarrow AD^۲ = ۶\times۸ - \frac{۳۰}{۷}\times\frac{۴۰}{۷} = ۴۸ - \frac{۱۲۰۰}{۴۹}$$

تلاشی درمسیر موفقیت

۳۰ **۴** یادآوری چند ویژگی:

۱) $|rA|=r^n|A| \quad , \quad r\in\mathbb{R}$

۲) $|A^n|=|A|^n$

۳) $|I|=1$

$$2A=\begin{bmatrix}|A| & -6\\ |A| & |A|\end{bmatrix} \xrightarrow{\text{از طرفین دترمینان می‌گیریم}}$$

$$4|A|=|A|^2+6|A| \Rightarrow |A|^2+2|A|=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases}|A|=0 \Rightarrow \text{غیرقابل‌قبول}\\ |A|=-2 \Rightarrow |\frac{1}{2}A^4A^{-1}|=\frac{1}{4}|A|^3=\frac{1}{4}\times(-2)^3=-2\end{cases}$$

۳۱ **۴**

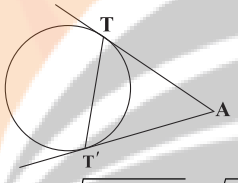
نکته: در ماتریس $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ رابطهٔ $A^2=(a+d)A-(ad-bc)I$ برقرار است.

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & 5\end{bmatrix} \Rightarrow A^2=7A+2I$$

$$\xrightarrow{\times A} A^3=7A^2+2A=7(7A+2I)+2A=51A+14I$$

$$x=51,\ y=14 \Rightarrow x+y=65$$

۳۲ **۲** ابتدا طول قطعه مماس را به دست می‌آوریم:



$$AT=\sqrt{f(x_0,y_0)}=\sqrt{1+4-2+4-2}=\sqrt{5}$$

سپس به مرکز A و شعاع $\sqrt{5}$ دایره‌ای رسم می‌کنیم. وتر مشترک این دایره و دایره اصلی خطی است که نقاط تماس را به هم وصل می‌کند.

$$(x-1)^2+(y-2)^2=5 \Rightarrow x^2+y^2-2x-4y=0$$

معادله وتر مشترک به صورت زیر است.

$$(x^2+y^2-2x+2y-2)-(x^2+y^2-2x-4y)=0 \Rightarrow 6y-2=0$$

$$\Rightarrow y=\frac{1}{3}$$

۳۳ **۳** OA ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع ABB' است. بنابراین داریم:

$$OA=\frac{\sqrt{3}}{2}BB' \Rightarrow a=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2b \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$e=\sqrt{1-(\frac{b}{a})^2}=\sqrt{1-(\frac{1}{\sqrt{3}})^2}=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

۳۴ **۲**

$$\begin{cases}\vec{a}+2\vec{b}=(4,-1,5)\\ \vec{a}+\vec{b}=(3,-1,3)\end{cases} \xrightarrow{(-)} \vec{b}=(1,0,2),\ \vec{a}=(2,-1,1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\vec{a}-\vec{b}=(1,-1,-1)\\ 2\vec{a}+\vec{b}=(5,-2,4)\end{cases}$$

$$(2\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 5 & -2 & 4\\ 1 & -1 & -1\end{vmatrix}=(6,9,-3)$$

$$S=\frac{1}{2}|(2\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}-\vec{b})|=\frac{1}{2}\sqrt{6^2+9^2+(-3)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{3^2(4+9+1)}=\frac{3}{2}\sqrt{14}$$

۳۵ **۱**

$$5|4k+1 \Rightarrow 5^2|(4k+1)^2 \Rightarrow 25|16k^2+8k+1 \quad (1)$$

$$5|4k+1 \Rightarrow 5\times5|5(4k+1) \Rightarrow 25|20k+5 \quad (2)$$

$$\begin{cases}(1),(2) \Rightarrow 25|16k^2+28k+6\\ 25|25 \Rightarrow 25|25nk\end{cases} \Rightarrow 25|16k^2+(28+25n)k+6$$

بنابراین $m=28+25n$ است که $n\in\mathbb{Z}$

$$0<m<100 \Rightarrow 0<28+25n<100 \Rightarrow -28<25n<72$$

$$\Rightarrow -\frac{28}{25}<n<\frac{72}{25} \Rightarrow n\in\{-1,0,1,2\}$$

$$\Rightarrow m=\{3,28,53,78\}$$

۳۶ **۳** اگر تعداد تیرهای ۵ و ۳ امتیازی این شخص به ترتیب x و y باشد، داریم:

$$5x+3y=42$$

$$3y\overset{5}{\equiv}42 \Rightarrow y\overset{5}{\equiv}14 \Rightarrow y\overset{5}{\equiv}4 \Rightarrow y=5k+4$$

$$5x+15k+12=42 \Rightarrow 5x=-15k+30 \Rightarrow x=-3k+6$$

$$\begin{cases}x\geq0 \Rightarrow -3k+6\geq0 \Rightarrow k\leq2\\ y\geq0 \Rightarrow 5k+4\geq0 \Rightarrow k\geq-\frac{4}{5}\\ x+y\leq13 \Rightarrow 2k+10\leq13 \Rightarrow k\leq\frac{3}{2}\end{cases} \Rightarrow -\frac{4}{5}\leq k\leq\frac{3}{2} \Rightarrow k\in\{0,1\}$$

$$k=0 \Rightarrow \begin{cases}x=6\\ y=4\\ \text{تیرهای به هدف نخورده}=3\end{cases}$$

$$k=1 \Rightarrow \begin{cases}x=3\\ y=9\\ \text{تیرهای به هدف نخورده}=1\end{cases}$$

بنابراین حداکثر ۳ تیر به هدف نخورده است.

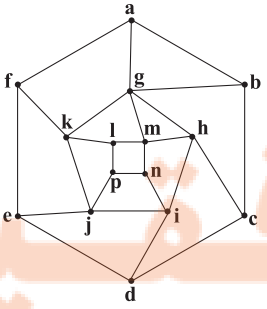
۳۷ **۲** در گراف K_p تعداد دورها به طول $(p-1)$ از تعداد دورها به طول‌های دیگر بیشتر است، پس:

$$p-1=6 \Rightarrow p=7$$

$$q=\frac{p(p-1)}{2}=21$$

$$q+p=21+7=28$$

۳۸ **۲** در این گراف $n=15$ و $\Delta=5$ است.



$$\gamma(G)\geq\left\lceil\frac{n}{\Delta+1}\right\rceil \Rightarrow \gamma(G)\geq\left\lceil\frac{15}{6}\right\rceil \Rightarrow \gamma(G)\geq3$$

مجموعه احاطه‌گر مینیمم $=\{g,p,e,d\}$

بنابراین عدد احاطه‌گری این گراف ۴ است.

تلاشی در مسیر موفقیت

۳۹ **۴** این توابع به صورت زیر هستند:

$f=\{(۱,\bigcirc),(۲,\bigcirc),(۳,\bigcirc),(۴,\bigcirc),(۵,\bigcirc)\}$

که از بین اعداد $\{۱,۲,۳,۴\}$ باید ۵ عضو برای برد تابع انتخاب شود، اگر تعداد اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ انتخابی به ترتیب $x_۱$ ، $x_۲$ ، $x_۳$ و $x_۴$ باشد، داریم:

$$x_۱+x_۲+x_۳+x_۴=۵$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی}=\binom{n+k-۱}{k-۱}=\binom{۸}{۳}=۵۶$$

اگر مثلاً اعداد انتخابی $(۱,۱,۲,۳,۳)$ باشد، به ۲ طریق می‌توان توابع یکنوا را نوشت.

تابع صعودی $f_۱=\{(۱,۱),(۲,۱),(۳,۲),(۴,۳),(۵,۳)\}$

تابع نزولی $f_۲=\{(۱,۳),(۲,۳),(۳,۲),(۴,۱),(۵,۱)\}$

بنابراین $۵۶\times۲=۱۱۲$ تابع می‌توان نوشت اما ۴ تا از این توابع ثابت هستند و تنها به یک مدل می‌توان آن‌ها را به صورت یکنوا نوشت مثل $\{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۱,۵)\}$ پس $۱۱۲-۴=۱۰۸$ تابع یکنوا می‌توان نوشت.

۴۰ **۳** $S=\{۱,۲,۳,\ldots,۹۹\}\Rightarrow|S|=۹۹$

اگر مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰ که مضارب ۳ و ۵ باشند به ترتیب با A و B نشان دهیم، داریم:

$$|A|=[\frac{۹۹}{۳}]=۳۳$$

$$|B|=[\frac{۹۹}{۵}]=۱۹$$

$$|A\cap B|=[\frac{۹۹}{[۵,۳]}]=۶$$

$$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|\Rightarrow|A\cup B|=۳۳+۱۹-۶=۴۶$$

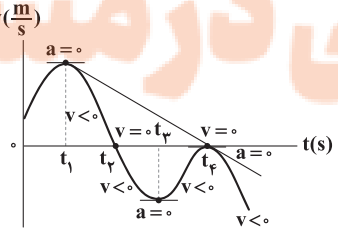
$$|\overline{A\cup B}|=|S|-|A\cup B|=۹۹-۴۶=۵۳$$

فیزیک

۴۱ **۴** **بررسی گزینه‌ها:**

۱) در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ نمودار سرعت ـ زمان، نزولی و شیب آن منفی است، پس شتاب $a<۰$ است و در بازهٔ زمانی $t_۳$ تا $t_۴$ نمودار سرعت ـ زمان، صعودی و شیب آن مثبت است، پس $a>۰$ است. (✗)

۲) متحرک یک بار در لحظهٔ $t_۲$ که $v=۰$ شده و علامت سرعت عوض شده است، تغییر جهت داده است. لحظهٔ $t_۴$، لحظهٔ تغییر جهت متحرک محسوب نمی‌شود، زیرا $v=۰$ شده، ولی علامت v تغییر نکرده و در هر دو طرف $t_۴$ نمودار سرعت زیر محور t بوده و علامت آن منفی است. (✗)



۳) شتاب متوسط برابر با شیب خطی است که لحظات $t_۱$ و $t_۲$ را به هم وصل می‌کند که با توجه به نمودار بالا شیب این خط، نزولی و منفی است، بنابراین شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ نیز منفی است، پس این دو قرینه نیستند. (✗)

۴) شتاب متحرک یعنی شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان، ۳ بار صفر شده است، بنابراین شتاب ۳ بار تغییر علامت داده است. (✓)

۴۲ **۲** با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a\Delta x_۱\xrightarrow{\Delta x_۱=۶-۰=۶m}۷^۲-۵^۲=۲\times a\times۶\Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$$

هم‌چنین می‌دانیم مکان اولیهٔ متحرک در $x_۰=-۴m$ است.

حال با توجه به اطلاعاتی که از مکان‌های $x_۰$ ، $x_۱$ داریم دوباره با کمک معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_۱^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x_۲\xrightarrow{\Delta x_۲=۴m}۵^۲-v_۰^۲=۲\times۲\times۴\Rightarrow v_۰^۲=۹$$

چون در صورت سؤال گفته‌شده که سرعت اولیهٔ متحرک در خلاف جهت محور x است، پس داریم:

$$v_۰=-۳\frac{m}{s}$$

بنابراین معادلهٔ سرعت ـ زمان این متحرک برابر است با:

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=-۳\frac{m}{s}]{a=۲\frac{m}{s^۲}}v=۲t-۳$$

لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد، برابر است با:

$$v=۲t-۳\xrightarrow{v=۰}t=\frac{۳}{۲}s$$

معادلهٔ مکان ـ زمان را نوشته و به کمک آن مسافت طی‌شده را در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۳s$ به دست می‌آوریم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times۲\times t^۲+(-۳t)-۴\Rightarrow x=t^۲-۳t-۴$$

حال یک بار از $t_۰=۰$ تا $t_۱=\frac{۳}{۲}s$ ثانیه جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم و بار دیگر از $t_۱=\frac{۳}{۲}s$ تا $t_۲=۳s$، بنابراین:

$$\begin{cases}t_۰=۰\Rightarrow x_۰=-۴m\\ t_۱=\frac{۳}{۲}s\Rightarrow x_۱=(\frac{۳}{۲})^۲-۳\times\frac{۳}{۲}-۴=-\frac{۲۵}{۴}m\end{cases}$$

$$\Rightarrow\Delta x=x_۱-x_۰=-\frac{۲۵}{۴}-(-۴)=-۲/۲۵m\Rightarrow l_۱=۲/۲۵m$$

$$t_۲=۳s\Rightarrow x_۲=۳^۲-۳\times۳-۴=-۴m$$

$$\Delta x_۲=x_۲-x_۱=-۴-(-\frac{۲۵}{۴})=۲/۲۵m\Rightarrow l_۲=۲/۲۵m$$

بنابراین: $l_{کل}=l_۱+l_۲=۴/۵m$

۴۳ **۴** ابتدا به کمک تکنیک حرکت معکوس از ۲ تا صفر ثانیه مقدار شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+\cancel{v_۰}t\Rightarrow-۶=\frac{۱}{۲}\times a\times۲^۲\Rightarrow a=-۳\frac{m}{s^۲}$$

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow۶=\frac{۱}{۲}\times(-۳)\times۲^۲+v_۰\times۲\Rightarrow۲v_۰=۱۲$$

$$\Rightarrow v_۰=۶\frac{m}{s}$$

تلاشی در مسیر موفقیت

حال از آن‌جایی که از صفر تا ۲ ثانیه، متحرک ۶ متر حرکت کرده با محاسبهٔ جابه‌جایی آن در ثانیهٔ اول و تفاضل آن از عدد ۶ می‌توانیم مقدار جابه‌جایی متحرک را در ثانیهٔ دوم حرکتش حساب کنیم:

$$t=۱s\text{ تا }t=۰:\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}\times(-۳)\times۱+۶\times۱=۴/۵m$$

بنابراین جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوم حرکتش برابر است با:

$$\Delta x_۲=۶-۴/۵=۱/۵m$$

در نتیجه:

$$v_۲=\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲}=\frac{۱/۵}{۱}=۱/۵\frac{m}{s}$$

۴۴ گزینهٔ ۲ در راکتورهای شکافت هسته‌ای، برای افزایش احتمال جذب نوترون‌ها توسط $^{۲۳۵}_{۹۲}U$ باید به وسیلهٔ موادی از قبیل گرافیت، نوترون‌ها را کند کرد.

برای کنترل آهنگ واکنش شکافت و کنترل تعداد نوترون‌های آزادشده، از میله‌هایی از جنس کادمیم استفاده می‌شود.

۴۵ گزینهٔ ۳ می‌دانیم جرم مادهٔ پرتوزای باقی‌مانده از رابطهٔ $m=m_۰(\frac{۱}{۲})^n$ به دست می‌آید که در آن $n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$ می‌باشد.

به کمک نمودار و با توجه به خواستهٔ سؤال، مدت‌زمان سپری‌شده (t) برابر با ۹۶ روز است، هم‌چنین نیمه‌عمر ماده نیز ۲۴ روز است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$n=\frac{۹۶}{۲۴}=۴$$

$$m=m_۰(\frac{۱}{۲})^n\xrightarrow[n=۴]{m_۰=۱۶g}m=۱۶\times\frac{۱}{۲^۴}=۱۶\times\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow m=۱g$$

۴۶ گزینهٔ ۲ با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ داریم:

$$\begin{cases}\text{رشتهٔ بالمر}:\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۲^۲}-\frac{۱}{\infty})=\frac{R}{۴}\Rightarrow\lambda=\frac{۴}{R}\\ \text{رشتهٔ براکت}:\frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۱}{۴^۲}-\frac{۱}{۸^۲})=\frac{۳R}{۶۴}\Rightarrow\lambda'=\frac{۶۴}{۳R}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{\frac{۴}{R}}{\frac{۶۴}{۳R}}=\frac{۳}{۱۶}$$

۴۷ گزینهٔ ۱ با استفاده از رابطهٔ $K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_۰$ داریم:

$$K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_۰\xrightarrow{\div W_۰}\frac{K_{max}}{W_۰}=\frac{\frac{hc}{\lambda}-W_۰}{W_۰}$$

$$\xrightarrow[W_۰=\frac{hc}{\lambda_۰}]{K_{max}=۴W_۰}۴=\frac{\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda_۰}}{\frac{hc}{\lambda_۰}}\Rightarrow۴=\frac{\frac{۱}{\lambda}-\frac{۱}{\lambda_۰}}{\frac{۱}{\lambda_۰}}$$

$$\Rightarrow۴=\frac{\frac{۱}{\lambda}}{\frac{۱}{\lambda_۰}}-۱\Rightarrow۴=\frac{\lambda_۰}{\lambda}-۱\Rightarrow۴=\frac{\lambda_۰-\lambda}{\lambda}$$

$$\xrightarrow{\lambda_۰-\lambda=۲۰۰nm}۴=\frac{۲۰۰}{\lambda}\Rightarrow\lambda=۵۰nm$$

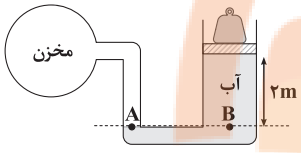
۴۸ گزینهٔ ۳ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌هایی که از سطح فلز جدا می‌شوند از رابطهٔ $K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_۰$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$K_{max}=h\frac{c}{\lambda}-W_۰=\frac{۱۲۴۰}{۱۵۵}-۴=۸-۴=۴eV$$

۴۹ گزینهٔ ۳ اندازهٔ نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع از رابطهٔ $F=P_{\text{مایع}}A$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{P_۲}{P_۱}\times\frac{A_۲}{A_۱}\xrightarrow{P=\rho gh}\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\rho gh_۲}{\rho gh_۱}\times\frac{A_۲}{A_۱}=\frac{۱۰}{۱۲}\times\frac{۶}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$$

۵۰ گزینهٔ ۲ برای نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A=P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}}=\rho gh+\frac{mg}{A}+P_۰$$

$$\Rightarrow P_{\text{مخزن}}=۱۰۰۰\times۱۰\times۲+\frac{۱۰۰\times۱۰}{۱۰۰\times۱۰^{-۴}}+۱۰^۵=۲۲۰۰۰۰Pa$$

فشار مخزن برحسب اتمسفر خواسته شده است، بنابراین:

$$۲۲۰۰۰۰Pa\div۱۰^۵=۲/۲atm$$

۵۱ گزینهٔ ۴ در حالت اولیه که دمای آب $۰^\circ C$ است، جسم غوطه‌ور است، یعنی نیرو شناوری و نیرو وزن با یک‌دیگر برابر هستند. $(F_b=W)$

با بالا رفتن دما از $۰^\circ C$ تا $۴^\circ C$ (رفتار غیرعادی آب)، چگالی آب افزایش می‌یابد، بنابراین نیروی شناوری نیز افزایش می‌یابد و جسم رو به بالا حرکت می‌کند.

بعد از دمای $۸^\circ C$، چگالی آب از چگالی آب با دمای $۰^\circ C$ کم‌تر می‌شود، پس نیروی شناوری از نیروی وزن کم‌تر می‌شود، در نتیجه جسم شروع به فرورفتن می‌کند.

۵۲ گزینهٔ ۴ ابتدا فرض می‌کنیم تمام یخ $-۱۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$ تبدیل می‌شود.

$$-۱۰^\circ C\text{ یخ}\xrightarrow{Q_۱}۰^\circ C\text{ یخ صفر}\xrightarrow{Q_۲}۰^\circ C\text{ آب}$$

$$Q_۱=mc\Delta\theta=۲\times۲\times(۰-(-۱۰))=۴۰kJ$$

$$Q_۲=mL_F=۲\times۳۳۴=۶۶۸kJ$$

بنابراین مجموع گرمای موردنیاز برای ذوب کامل یخ برابر است با:

$$Q'=Q_۱+Q_۲=۷۰۸kJ$$

که این مقدار از مقدار گرمایی که به مجموعه داده شده است $(۳۷۴kJ)$، بیشتر است، بنابراین همهٔ یخ ذوب نمی‌شود.

حال بررسی می‌کنیم چه مقدار یخ ذوب می‌شود: $Q''=۳۷۴-۴۰=۳۳۴kJ$

$$Q''=mL_F\Rightarrow۳۳۴=m\times۳۳۴\Rightarrow m=۱kg$$

فقط ۱kg از یخ ذوب شده است.

تلاشی دلگرم برای موفقیت

۵۳ **۴** با استفاده از قانون گازهای کامل در حجم ثابت داریم:

$$\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\xrightarrow{P_2=P_1-\frac{50}{100}P_1\Rightarrow P_2=0/5P_1}\frac{P_1}{T_1}=\frac{0/5P_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2=0/5T_1$$

$$\xrightarrow{T_1=273+27=300K}T_2=0/5\times300=150K$$

بنابراین: $\Delta T=\Delta\theta=150-300=-150^\circ C$

۵۴ **۳** با توجه به قانون اول ترمودینامیک و ثابت بودن دما داریم:

$$\Delta U=Q+W\xrightarrow{\Delta U=0}Q=-W$$

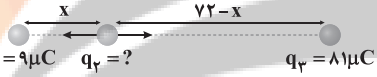
۵۵ **۳** با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U_E}{q}=\frac{U_B-U_A}{q}$$

$$\Rightarrow\Delta V=\frac{20\times10^{-6}-(-20\times10^{-6})}{-0/8\times10^{-6}}=\frac{40\times10^{-6}}{-0/8\times10^{-6}}=-50V$$

$$\Rightarrow V_B-V_A=-50\Rightarrow V_A=V_B+50$$

۵۶ **۴** به دلیل این‌که دو بار q_1 و q_3 همنام هستند، در نتیجه باید بار q_2 در فاصله‌ای بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر باشد، بنابراین داریم:



با توجه به قانون کولن داریم:

$$F_{12}=F_{32}\Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2}=k\frac{|q_3||q_2|}{r_{32}^2}$$

$$\Rightarrow\frac{9}{x^2}=\frac{81}{(72-x)^2}\Rightarrow\frac{3}{x}=\frac{9}{72-x}\Rightarrow72-x=3x$$

$$\Rightarrow72-x=3x\Rightarrow4x=72\Rightarrow x=18cm$$

مشخص شد که فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 برابر با ۱۸ سانتی‌متر است. حال برای پیدا کردن اندازهٔ بار q_2، بار q_1 را در حالت تعادل قرار می‌دهیم، بنابراین:

$$|\vec{F}_{21}|=|\vec{F}_{31}|\Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2}=k\frac{|q_3||q_1|}{r_{31}^2}$$

$$\Rightarrow\frac{|q_2|}{(18)^2}=\frac{81}{(72)^2}\Rightarrow\frac{|q_2|}{18\times18}=\frac{81}{72\times72}$$

$$\Rightarrow|q_2|=\frac{18\times18\times81}{72\times72}=5/0625\mu C$$

۵۷ **۲** با توجه به رابطهٔ چگالی سطحی بار داریم:

$$\sigma=\frac{Q}{A}$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma_B}{\sigma_A}=\frac{Q_B}{Q_A}\times\frac{A_A}{A_B}\xrightarrow{A=4\pi r^2}\frac{\sigma_B}{\sigma_A}=\frac{Q_B}{Q_A}\times\frac{4\pi r_A^2}{4\pi r_B^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma_B}{\sigma_A}=\frac{Q_B}{Q_A}\times(\frac{r_A}{r_B})^2$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma_B}{\sigma_A}=\frac{54}{6}\times(\frac{4}{8})^2=9\times(\frac{1}{2})^2=\frac{9}{4}$$

۵۸ **۳** با استفاده از رابطهٔ $P_{av}=\frac{W}{\Delta t}$ داریم:

$$P_{av}=\frac{W}{\Delta t}=\frac{mgh}{\Delta t}=\frac{30\times10\times8}{60}=40W$$

۵۹ **۱** با توجه به رابطهٔ بازده (Ra) داریم:

$$\text{بازده برحسب درصد}=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}\times100$$

$$\xrightarrow[P_{\text{کل}}=5P_{\text{مفید}}]{P_{\text{کل}}=P_{\text{مفید}}+P_{\text{تلف‌شده}}}Ra=\frac{P_{\text{مفید}}}{5P_{\text{مفید}}}\times100$$

$$\Rightarrow Ra=\frac{1}{5}\times100=\%20$$

۶۰ **۳** اگر آسانسور با شتاب ثابت، رو به بالا و به صورت تندشونده حرکت کند، نیرویی به اندازهٔ $m(g+a)$ به شخص وارد می‌شود، در نتیجه داریم:

$$F_N=m(g+a)\xrightarrow[a=2/5\frac{m}{s^2}]{m=80kg}F_N=80\times(10+2/5)$$

$$\Rightarrow F_N=80\times12/5=1000N$$

طبق قانون سوم نیوتون، همان مقدار نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند را شخص نیز به آسانسور وارد می‌کند، بنابراین:

$$F'_N=F_N=1000N$$

۶۱ **۳** دو نیروی خارجی، هم‌اندازه و عمود بر هم می‌باشند، در نتیجه داریم:

$$F_{net}=\sqrt{F^2+F^2}=\sqrt{2F^2}=\sqrt{2}F$$

رابطهٔ تغییرات تکانه با اندازهٔ نیروی خالص برابر است با: $\Delta p=F_{net}\Delta t$

از ترکیب روابط فوق داریم:

$$\Delta p=\sqrt{2}F\Delta t\xrightarrow{\Delta t=4s}30=F\sqrt{2}\times4$$

$$\Rightarrow F\sqrt{2}=\frac{30}{4}=7/5\Rightarrow F=\frac{7/5}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{7/5\sqrt{2}}{2}=3/75\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow F=3/75\sqrt{2}N$$

۶۲ **۲** اندازهٔ حداقل نیروی لازم برای شروع حرکت جسم برابر است با:

$$f_{s,max}=\mu_sF_N=\mu_smg=0/4\times50=20N$$

در ابتدای ثانیهٔ دوم، یعنی $t=1s$ اندازهٔ نیرو را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

$$F=10t^2-8\xrightarrow{t=1s}F=10\times(1)^2-8=10-8=2N$$

$$\Rightarrow F=2N<f_{s,max}\Rightarrow f_s=F=2N$$

بنابراین جسم در ابتدای ثانیهٔ دوم حرکتی نمی‌کند.

در انتهای ثانیهٔ دوم، یعنی $t=2s$ اندازهٔ نیرو برابر است با:

$$F=10t^2-8\xrightarrow{t=2s}F=10\times(2)^2-8$$

$$\Rightarrow F=40-8=32N>f_{s,max}$$

بنابراین این جسم در پایان ثانیهٔ دوم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح در این لحظه، از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است، بنابراین:

$$f_k=\mu_kF_N=\mu_kmg=0/2\times5\times10=0/2\times50=10N$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{f_k}{f_s}=\frac{10}{2}=5$

۶۳ **۲** قطب‌های مجاور ناهمنام و قطب‌های یکی در میان همنام هستند. مثلاً به این صورت:

۶۴ **۱** با افزایش مقاومت رئوستا، جریان در مدار کاهش می‌یابد.

اگر جریان در مدار افزایش یابد، جریان ناشی از نیروی محرکهٔ خودالقاوری در خلاف جهت آن و اگر جریان در حال کاهش باشد، نیروی محرکهٔ خودالقاوری هم‌جهت با آن ایجاد می‌شود.

۶۵ **۳** با توجه به رابطهٔ ضریب القاوری و بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله داریم:

$$\begin{cases} L=\mu_{\circ}\dfrac{N^{۲}A}{\ell} \\ B=\dfrac{\mu_{\circ}NI}{\ell} \end{cases} \Rightarrow L=\frac{NAB}{I}\ (*)$$

با توجه به رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در القاگر داریم:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^{۲} \xrightarrow{(*)} U=\frac{۱}{۲}\times(\frac{NAB}{I})\times I^{۲}=\frac{۱}{۲}NABI$$

$$\Rightarrow ۴۸\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times۴۰۰\times۶\times۱۰^{-۴}\times B\times۸\Rightarrow B=۰/۰۵T$$

۶۶ **۱** با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{۵T}{۴}-\frac{۳T}{۴}=۵ms$$

$$\Rightarrow \frac{۲T}{۴}=۵\Rightarrow T=۱۰ms=۱۰^{-۲}s$$

جریان عبوری از این رسانا در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ برابر است با:

$$I=I_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t)=۶\sin(\frac{۲\pi}{۱۰^{-۲}}\times\frac{۱}{۴۰۰})=۶\sin(\frac{\pi}{۲})=۶A$$

نیروی محرکهٔ القایی در این مقاومت در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}\Rightarrow ۶=\frac{\varepsilon}{۰/۴}\Rightarrow \varepsilon=۲/۴V$$

۶۷ **۳** نسبت شتاب گرانش ماه به شتاب گرانش زمین برابر است با:

$$\frac{g_{ماه}}{g_{زمین}}=\frac{\frac{G\times\frac{۱}{۸۰}M}{(\frac{۱}{۴}R)^{۲}}}{\frac{G\times M}{R^{۲}}}=\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow g_{ماه}=\frac{g_{زمین}}{۵}=\frac{۱۰}{۵}=۲\frac{m}{s^{۲}}$$

بنابراین شتاب گرانش وارد بر نوسانگر در دو حالت برابر است با:

$$g_{۱}=g_{ماه}+۳=۲+۳=۵\frac{m}{s^{۲}}$$

$$g_{۲}=g_{زمین}-۲=۱۰-۲=۸\frac{m}{s^{۲}}$$

بنابراین نسبت دورهٔ نوسان آونگ در دو حالت برابر است با:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_{۲}}{T_{۱}}=\sqrt{\frac{L_{۲}}{L_{۱}}}\times\sqrt{\frac{g_{۱}}{g_{۲}}}=۱\times\sqrt{\frac{۵}{۸}}=\sqrt{\frac{۵}{۸}}$$

۶۸ **۱** توان متوسط با مجذور دامنه و بسامد رابطهٔ مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{P_A}{P_B}=(\frac{A_A}{A_B})^{۲}\times(\frac{f_A}{f_B})^{۲}\xrightarrow{\frac{P_A}{P_B}=۴\ ,\ \frac{A_A}{A_B}=\frac{۱}{۲}}۴=(\frac{۱}{۲})^{۲}\times(\frac{f_A}{f_B})^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۶=(\frac{f_A}{f_B})^{۲}\Rightarrow\frac{f_A}{f_B}=۴\quad(*)$$

از طرفی داریم: $\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow{v\ :\ ثابت}\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{f_B}{f_A}\xrightarrow{(*)}\frac{\lambda_A}{\lambda_B}=\frac{۱}{۴}$

۶۹ **۲** **بررسی عبارت‌ها:**

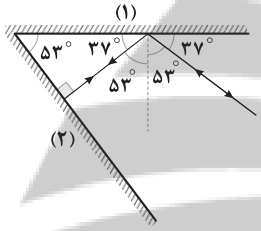
الف) فاصلهٔ یک قله و درهٔ مجاور آن برابر با $\frac{\lambda}{۲}$ است. (✗)

ب) با تغییر محیط، بسامد ثابت می‌ماند و سرعت و طول موج تغییر می‌کنند. (✓)

ج) با افزایش عمق، سرعت و طول موج افزایش می‌یابند. (✓)

د) آهنگ متوسط انتقال انرژی با مجذور دامنه و مجذور بسامد رابطهٔ مستقیم دارد. (✓)

۷۰ **۴** با توجه به قانون بازتاب عمومی داریم:



اگر پرتوی نوری به صورت عمود بر سطح آینه بتابد، روی خودش بازتاب می‌شود و زاویهٔ تابش صفر است. در نتیجه پرتوی خروجی ۱۸۰° نسبت به پرتوی ورودی منحرف شده است.

۷۱ **۳** ضریب شکست با تندی رابطهٔ عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{n_A}{n_B}=\frac{v_B}{v_A}\Rightarrow\frac{n_A}{n_B}=\frac{\frac{\Delta x_B}{\Delta t_B}}{\frac{\Delta x_A}{\Delta t_A}}\Rightarrow\frac{\frac{۳}{۲}}{۲}=\frac{\frac{۲۴۰}{\Delta t_B}}{\frac{۴۰}{t}}$$

$$\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۲۴۰\times t}{۴۰\times\Delta t_B}\Rightarrow\frac{۳}{۴}=\frac{۶\times t}{\Delta t_B}\Rightarrow\Delta t_B=۶t\times\frac{۴}{۳}=۸t$$

۷۲ **۳** برای محاسبهٔ انرژی مکانیکی از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}kA^{۲}$ استفاده می‌کنیم. با توجه به این رابطه، انرژی مکانیکی هیچ ارتباطی با جرم نوسانگر ندارد و فقط به دامنه و ثابت فنر وابسته است، بنابراین تغییر جرم اثری در انرژی مکانیکی سامانه ندارد، بنابراین:

$$\frac{E_{۲}}{E_{۱}}=\frac{k_{۲}}{k_{۱}}\times(\frac{A_{۲}}{A_{۱}})^{۲}\Rightarrow\frac{E_{۲}}{۲۰}=۱\times(\frac{۱۰-۴}{۱۰})^{۲}\Rightarrow E_{۲}=۷/۲J$$

۷۳ **۳** **بررسی عبارت‌های نادرست:**

الف) تندی حرکت الکترون‌های آزاد در رسانا خیلی بیشتر از بزرگی سرعت سوق آن‌ها می‌باشد.

ب) در اثر فروریزش الکتریکی، بعضی از خازن‌ها می‌سوزند. خازن‌هایی که دی‌الکتریک بین صفحات آن‌ها جامد باشد، خواهند سوخت.

تلاشی دارم شیرم فضیلت

۷۴ **۲** ابتدا جریان کل گذرنده از مدار را در حالت اول محاسبه می‌کنیم.

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\xrightarrow[r=1\Omega\ ,\ R_1=3\Omega]{\varepsilon=24V} I_1=\frac{24}{3+1}=\frac{24}{4}=6A$$

توان مصرفی مقاومت R برابر است با:

$$P_1=R_1I_1^2\xrightarrow[I_1=6A\Omega]{R=3\Omega} P_1=3\times6^2=3\times36=108W$$

با فرض مجهول بودن اندازهٔ مقاومت R در حالت دوم، جریان کل گذرنده از مدار را در این حالت محاسبه می‌کنیم:

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_2+r}\xrightarrow[r=1\Omega]{\varepsilon=24V} I_2=\frac{24}{R_2+1}$$

با توجه به این‌که باید توان مصرفی مقاومت تغییری نکند، داریم:

$$P_1=P_2\xrightarrow[P_1=108W]{P=RI^2} 108=R\times(\frac{24}{R+1})^2=R\times(\frac{576}{R^2+2R+1})$$

$$\Rightarrow 108\times(R^2+2R+1)=576R$$

$$\xrightarrow{\div36} 3\times(R^2+2R+1)=16R$$

$$\Rightarrow 3R^2+6R+3=16R$$

$$\Rightarrow 3R^2-10R+3=0\Rightarrow\begin{cases}R=3\Omega\\R=\frac{1}{3}\Omega\end{cases}$$

چون مقاومت در ابتدا $R_1=3\Omega$، این بار باید به $R_2=\frac{1}{3}\Omega$ کاهش پیدا کند، بنابراین:

$$\frac{R_2}{R_1}=\frac{\frac{1}{3}}{3}=\frac{1}{9}$$

۷۵ **۳** با توجه به این‌که $R=r=2\Omega$ است، بنابراین توان مصرفی رئوستا با بیشینهٔ توان مفید باتری برابر است.

وقتی توان مفید مولد (توان مصرفی مقاومت) ۴ درصد تغییر می‌کند، توان مصرفی مقاومت برابر خواهد شد با:

$$P'=P-\frac{4}{100}P=\frac{96}{100}P \quad (1)$$

می‌دانیم جریان کل گذرنده از مدار از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ و توان مصرفی مقاومت از رابطهٔ $P=RI^2$ قابل محاسبه است. با جای‌گذاری در رابطهٔ (۱) داریم:

$$P'=\frac{96}{100}P\xrightarrow[I'=\frac{\varepsilon}{R'+r}\ ,\ r=2\Omega]{P'=R'I'^2\ ,\ R=2\Omega}$$

$$R'\times(\frac{\varepsilon}{R'+2})^2=\frac{96}{100}\times2\times(\frac{\varepsilon}{2+2})^2\Rightarrow\frac{R'\varepsilon^2}{(R'+2)^2}=\frac{96}{50}\times\frac{\varepsilon^2}{16}$$

$$\Rightarrow\frac{R'}{(R'+2)^2}=\frac{3}{25}\Rightarrow25R'=3\times(R'+2)^2\Rightarrow\begin{cases}R'=3\Omega\\R'=\frac{4}{3}\Omega\end{cases}$$

برای داشتن حداقل تغییر مقاومت، R' کوچک‌تر را انتخاب می‌کنیم، بنابراین:

$$\text{حداقل تغییر مقاومت}=2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}\ \Omega$$

شیمی

۷۶ **۲** عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

$$n+l=4\Rightarrow\begin{cases}3p^6\\4s^1\end{cases}\quad[6+1=7e^-]$$

آرایش الکترونی اتم **A** به $4s^1$ ختم می‌شود. **A** می‌تواند عنصرهای $_{19}K$ (اصلی) و $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ (واسطه) باشد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- نمونه‌هایی از مس در طبیعت به حالت آزاد یافت شده است.
- برای استخراج کروم و مس نیازی به برقکافت نمک‌های مذاب آن‌ها نیست.

۷۷ **۴**

- جرم مولی هر کدام از دو ترکیب شکر $(C_{12}H_{22}O_{11})$ و آلومینیم سولفات $(Al_2(SO_4)_3)$ یکسان و برابر $342g.mol^{-1}$ است.
- از طرفی هر مول شکر و هر مول آلومینیم سولفات به ترتیب شامل ۴۵ و ۱۷ مول اتم است.
- مطابق داده‌های سؤال می‌توان فرض کرد نمونه شکر شامل ۴۵ مول اتم (یک مول شکر) و نمونه آلومینیم سولفات شامل ۹۰ مول اتم است.

$$?ion=90molatom\times\frac{1molAl_2(SO_4)_3}{17molatom}\times\frac{5molion}{1molAl_2(SO_4)_3}$$

$$=26/47molion$$

- نسبت مورد نظر برابر است با:

$$\frac{26/47\times6/02\times10^{23}}{1\times6/02\times10^{23}}=26/47$$

۷۸ **۱** مطابق داده‌های سؤال برای فراوانی ایزوتوپ‌های اول تا آخر می‌توان نوشت:

$$6f+90f+3f+f=100\Rightarrow f=1$$

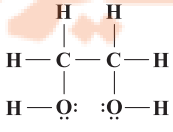
* فراوانی ایزوتوپ چهارم را f در نظر گرفتیم.

$$\overline{M}=M_1+\frac{F_2}{100}(M_2-M_1)+\frac{F_3}{100}(M_3-M_1)+\frac{F_4}{100}(M_4-M_1)$$

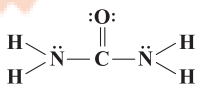
$$55/93=m+\frac{90}{100}(2)+\frac{3}{100}(3)+\frac{1}{100}(4)\Rightarrow m=54$$

۷۹ **۴**

- از آن‌جا که فرمول مولکولی شکر و مالتوز یکسان و به صورت $C_{12}H_{22}O_{11}$ می‌باشد، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی این دو مولکول یکسان بوده و هیچ کدام از آن‌ها نمی‌توانند جواب سؤال باشند.
- در زیر نسبت مورد نظر برای اوره $(CO(NH_2)_2)$ و اتیلن گلیکول $(C_2H_4(OH)_2)$ به همراه ساختار آن‌ها آمده است:



$$\frac{9}{4}=2/25$$



$$\frac{8}{4}=2$$

تلاشگر درمسیر موفقیت

۸۰ ۳ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- در شرکت‌های پتروشیمی از تقطیر جزء به جزء هوای مایع می‌توان آرگون را **با خلوص بسیار زیاد** (نه ۱۰۰٪!!) تهیه کرد.
- نقطه جوش آرگون **پایین‌تر** از اکسیژن است.

۸۱ ۱ برای محلول‌های آبی رقیق ($d = 1 g.mL^{-1}$)، غلظت برحسب ppm معادل $mg.L^{-1}$ است.

$$Na_2SO_4 : \begin{bmatrix} \text{سدیم} & \text{نمک} \\ 2\times23 & 142 \\ x & 284 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 4\times23$$

$$Na_3PO_4 : \begin{bmatrix} \text{سدیم} & \text{نمک} \\ 3\times23 & 164 \\ y & 492 \end{bmatrix} \Rightarrow y = 9\times23$$

$$\text{غلظت یون سدیم} = \frac{(200\times4\times23)+(1800\times9\times23)}{200+1800}$$

$$= \frac{23(800+16200)}{2000} = 195/5 ppm \text{ یا } 195/5 mg.L^{-1}$$

۸۲ ۴ ابتدا غلظت مولی محلول نهایی را به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{(درصد جرمی)(چگالی محلول)}}{\text{جرم‌مولی حل‌شونده}} = \frac{10\times40\times1/2}{100}$$

$$= 4/8 mol.L^{-1}$$

اکنون از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$M_1V_1 = M_2V_2$$

$$6\times V_1 = 4/8\times200 \Rightarrow V_1 = 160 mL$$

۸۳ ۱

$$0/4 L\, Al_2(SO_4)_3 \times 2/5 \frac{mol}{L} = 1 mol\, Al_2(SO_4)_3$$

$$\Rightarrow 2 mol\, Al^{3+}\ ,\ 3 mol\, SO_4^{2-}$$

$$0/2 L\, CuSO_4 \times 2 \frac{mol}{L} = 0/4 mol\, CuSO_4$$

$$\Rightarrow 0/4 mol\, Cu^{2+}\ ,\ 0/4 mol\, SO_4^{2-}$$

$$[Al^{3+}]_{\text{نهایی}} = \frac{2 mol}{800 L} = 2/5\times10^{-3} M$$

$$[Cu^{2+}]_{\text{نهایی}} = \frac{0/4 mol}{800 L} = 5\times10^{-4} M$$

$$[SO_4^{2-}]_{\text{نهایی}} = \frac{(3 mol + 0/4 mol)}{800 L} = 4/25\times10^{-3} M$$

۸۴ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- منظور از محلول‌های غیرآبی، محلول‌هایی است که **حلال** آن‌ها یک ترکیب آلی باشد.
- چروکیده شدن خیار در آب شور، نمونه‌ای از **اسمز** است.

۸۵ ۳ فرمول مولکولی ساختارهای (I) و (II) به ترتیب به صورت $C_{16}H_{20}$ و $C_{20}H_{16}$ است.

بررسی عبارت‌ها:

- با توجه به فرمول مولکولی پارازایلن (C_8H_{10}) و نفتالن ($C_{10}H_8$) درستی عبارت‌های اول و دوم تأیید می‌شود.
- در ساختار (II) به ازای هر مولکول، همانند هپتیل بنزوات ($C_6H_5COOC_7H_{15}$)، ۲۰ اتم هیدروژن وجود دارد.
- هر مول از ساختار (I) برای سوختن کامل در مقایسه با هر مول ساختار (II)، ۳ مول اکسیژن کم‌تر مصرف می‌کند:

$$C_{16}H_{20} + 21O_2 \rightarrow 16CO_2 + 10H_2O$$

$$C_{20}H_{16} + 24O_2 \rightarrow 20CO_2 + 8H_2O$$

۸۶ ۱

$$2NH_3 \rightarrow N_2 + 3H_2$$

- مطابق معادله واکنش به ازای مصرف ۲ مول آمونیاک، یک مول N_2 تولید می‌شود (با فرض بازده ۱۰۰٪). بنابراین اگر شمار مول‌های NH_3 از ۱۲ به ۲ برسد، یعنی ۱۰ مول آمونیاک مصرف شده و باید ۵ مول N_2 تولید شود. در صورتی‌که مطابق نمودار فقط ۴ مول N_2 تولید شده است.

$$\text{بازده درصدی} = \frac{4}{5}\times100 = 80\%$$

- در شرایط یکسان، N_2 به مقدار بیشتری در آب حل می‌شود.

$$\overline{R}_{N_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{4 mol}{(\frac{30}{60}) min} = 8 mol.min^{-1}$$

۸۷ ۲

$$a)\ 2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$$

$$b)\ C_7H_6O + 8O_2 \rightarrow 7CO_2 + 3H_2O$$

اگر ضرایب واکنش (a) را در عدد ۸ ضرب کنیم، در این صورت ضریب O_2 (ماده مشترک دو واکنش) یکسان خواهد شد و می‌توان از تناسب زیر استفاده کرد.

$$16H_2O_2 \sim 8O_2 \sim 7CO_2 \sim (16+3)H_2O$$

$$\frac{6/72 L\, CO_2}{7\times22/4} = \frac{x g\, H_2O}{(16+3)\times18} \Rightarrow x = 14/65 g\, H_2O$$

۸۸ ۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

واکنش‌پذیری $_{29}Cu$ در مقایسه با $_{30}Zn$ کم‌تر بوده و در نتیجه تمایل کم‌تری به تشکیل کاتیون دارد.

۸۹ ۲ گرمای جذب شده توسط آب سنگین برابر با مقدار گرمایی است که اورانیم از دست می‌دهد.

$$(1L\times\frac{1000mL}{1L}\times\frac{1/2g}{1mL}\times4/25 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}\times(36-32)^\circ C)$$

$$= (mg\times0/15 J.g^{-1}.^\circ C^{-1}\times(142/25-36)^\circ C)$$

$$\Rightarrow m = 1280 g\, U$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 20 = \frac{1280}{V} \Rightarrow V = 64 cm^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{64} = 4 cm$$

۹۰ ۱ معادله واکنش هدف و معادله نمادی واکنش‌های کمکی به صورت زیر است:

$$CH_3OH \rightarrow H_2 + HCOH \qquad \Delta H_t = ?$$

$$a)\ N_2H_4 + H_2 \rightarrow 2NH_3 \qquad \Delta H = -183kJ$$

$$b)\ N_2H_4 + CH_3OH \rightarrow HCOH + N_2 + 3H_2 \qquad \Delta H = -37kJ$$

$$c)\ N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3 \qquad \Delta H = -92kJ$$

• واکنش a را باید وارونه کنیم و سپس آن را با واکنش‌های b و c جمع کنیم.

$$\Delta H_t = -\Delta H_a + \Delta H_b + \Delta H_c = (183) + (-37) + (-92) = 54kJ$$

۹۱ ۴ ابتدا گرمای لازم برای تبدیل یک مول اتان (C_2H_6) و یک مول پروپن (C_3H_6) به اتم‌های گازی سازندهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$C_2H_6 : \frac{1218}{12/6} \times 30 = 2900kJ.mol^{-1}$$

$$C_3H_6 : \frac{1056}{12/6} \times 42 = 3520kJ.mol^{-1}$$

تفاوت دو عدد ۲۹۰۰ و ۳۵۲۰ معادل میانگین آنتالپی پیوند $C=C$ است. زیرا در ساختار اتان، ۶ پیوند $C-H$ و یک پیوند $C-C$ و در ساختار پروپن، ۶ پیوند $C-H$، یک پیوند $C-C$ و یک پیوند $C=C$ وجود دارد.

$$\Delta H(C=C) = 3520 - 2900 = 620kJ.mol^{-1}$$

۹۲ ۲ معادله موازنه شده واکنش موردنظر به صورت زیر است:

$$C_8H_6O_4 + 2CH_3OH \rightarrow C_{10}H_{10}O_4 + 2H_2O$$

(استر) (متانول) (ترفتالیک‌اسید)

$$\overline{R}_{\text{استر}} = \frac{4/85g \times \frac{1mol}{194g}}{(\frac{75}{60})min} = 0/02mol.min^{-1}$$

$$\overline{R}_{H_2O} = 2\overline{R}_{\text{استر}} = 2(0/02) = 0/04mol.min^{-1}$$

۹۳ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده در ارتباط با پلی‌استیرن $\{C_8H_8\}_n$ درست هستند.

ساختار مونومر آن یعنی استیرن به همراه ساختار پلیمر در زیر آمده است:

(پلی استیرن) (استیرن)

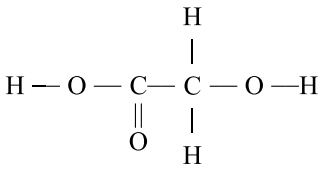
۹۴ ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• تنها شرایط واکنش تولید پلی اتن سنگین و سبک متفاوت است و واکنش تولید این دو پلیمر مستقل از درصد خلوص مونومر مورد استفاده است.

• کاتالیزگر واکنش استری شدن و آبکافت استر، یک اسید قوی مانند H_2SO_4 است. اسیدهای آلی جزو اسیدهای ضعیف هستند.

۹۵ ۲ ساختار مونومر پلیمر داده شده به صورت زیر است:



$$\Delta H = 2\Delta H(O-H) + 2\Delta H(C-H) + 2\Delta H(C-O) + \Delta H(C-C) + \Delta H(C=O) = 2(465+415+360) + (350) + 750 = 3580kJ$$

۹۶ ۴ ابتدا حجم مولی گازها در دمای $91^\circ C$ و فشار $0/667atm$ را به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{\frac{P_1V_1}{T_1}}_{STP} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{0/667 \times V_2}{(273+91)} \Rightarrow V_2 = 44/8L.mol^{-1}$$

$$d = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow 0/60 = \frac{\text{جرم مولی}}{44/8} = \text{جرم مولی} = 27g.mol^{-1}$$

$$[HA] = \frac{8/1g \times \frac{1mol}{27g}}{12L} = 0/025mol.L^{-1}$$

$$\%\alpha = \frac{1/5 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-3}} \times 100 = \%6$$

۹۷ ۳ مطابق داده‌های سؤال در زنجیر هیدروکربنی پاک‌کنندهٔ غیرصابونی موردنظر یک پیوند $C=C$ و در حلقهٔ بنزنی آن، سه پیوند $C=C$ وجود دارد. به این ترتیب فرمول کلی پاک‌کنندهٔ A به صورت $C_nH_{2n-1}C_6H_4SO_3Na$ خواهد بود.

با توجه به متن سؤال می‌توان نوشت:

$$(2n-1)+4=31 \Rightarrow n=14$$

$$\frac{\%C}{\%O} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم اکسیژن}} = \frac{12(n+6)}{16(3)} = \frac{12(14+6)}{16(3)} = 5$$

۹۸ ۱

$$K_a = \frac{\alpha^2 M}{1-\alpha} \Rightarrow 5 \times 10^{-4} = \frac{\alpha^2 \times 5 \times 10^{-3}}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow 0/1 = \frac{\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow \alpha^2 + 0/1\alpha - 0/1 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{-0/1 \pm \sqrt{(0/1)^2 - 4(1)(-0/1)}}{2} = \frac{-0/1 \pm \sqrt{0/41}}{2}$$

$$= \frac{-0/1 \pm 0/64}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -0/37 \text{ غ ق ق} \\ \alpha_2 = 0/27 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$[H^+] = \alpha M = 0/27 \times 5 \times 10^{-3} = 27 \times 5 \times 10^{-5}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(27 \times 5 \times 10^{-5})$$

$$= -[\log 27 + \log 5 + \log 10^{-5}] = -[\log 3^3 + \log \frac{10}{2} + (-5)]$$

$$= -[3\log 3 + \log 10 - \log 2 - 5] = -[3(0/47) + 1 - 0/3 - 5]$$

$$= -[-2/89] \simeq 2/89$$

۹۹ **۲** عدد اکسایش اتم نیتروژن در هیدرازین (N_2H_4) برابر -2 و در مولکول نیتروژن (N_2) برابر با صفر است. بنابراین تغییر عدد اکسایش هر اتم نیتروژن برابر با ۲ و برای دو اتم نیتروژن برابر با ۴ است.

$$N_2H_4 + O_2 \rightarrow N_2 + 2H_2O \qquad N_2H_4 \sim 4e^-$$

$$\frac{\text{فراورده } 25/6\,g}{(2\times14)+2(18)} = \frac{x}{4\times6/02\times10^{23}} \Rightarrow x = 9/632\times10^{23}\,e^-$$

۱۰۰ **۴**

$$\text{I)}\ \overset{-2}{PbS} + \overset{+5}{NO_3^-} + H^+ \rightarrow \overset{0}{S} + \overset{+2}{NO} + H_2O + Pb^{2+} \qquad a=\frac{3}{2}$$

(کاهنده) $2\uparrow$ ، (اکسنده) $3\downarrow$

$$\text{II)}\ \overset{+7}{MnO_4^-} + H_2C_2O_4 + H^+ \rightarrow \overset{+2}{Mn^{2+}} + CO_2 + H_2O \qquad b=\frac{5}{1}$$

(اکسنده) $5\downarrow$ ، (کاهنده) $1\uparrow$

$$\text{III)}\ \overset{0}{Au} + HCl + HNO_3 \rightarrow \overset{+3}{HAuCl_4} + NO_2 + H_2O \qquad c=\frac{1}{3}$$

(کاهنده) $3\uparrow$ ، (اکسنده) $1\downarrow$

۱۰۱ **۴** عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- طلا یا پلاتین بر محلول نمک‌های فلزهای قلیایی بی‌اثر بوده و برای نگه‌داری این محلول‌ها مناسب هستند.
- برای حفاظت از لوله‌های نفتی و جلوگیری از خوردگی آهن می‌توان از فلزهای واکنش‌پذیر مانند Mg استفاده کرد تا به جای آهن، این فلزها اکسید شوند.

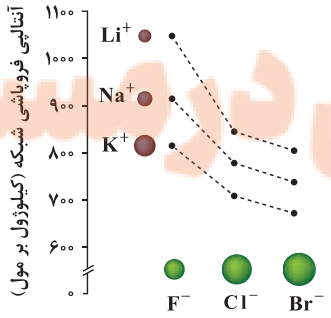
۱۰۲ **۲** عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- محلول سبز رنگ نمک وانادیم شامل یون $_{23}V^{3+}$ است که با توجه به عدد اتمی وانادیم، چنین آرایشی نمی‌تواند مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب باشد.
- $Fe(OH)_3$ و $Fe(OH)_2$ به ترتیب قرمز رنگ و سبز رنگ هستند.

شعاع یون Fe^{3+} در مقایسه با یون Fe^{2+}، **کوچک‌تر** است.

۱۰۳ **۲** مطابق نمودار زیر آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های KF و LiBr به تقریب با هم برابر است.



۱۰۴ **۳**

$$AB(g) \rightleftharpoons A(g) + B(g)$$

مول اولیه	۱	۰	۰
مول تعادلی	$1-x$	x	x

مجموع مول‌های اولیه: $1+0+0=1\,mol$

مجموع مول‌های تعادلی: $(1-x)+(x)+(x)=(1+x)\,mol$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{(1+x)\,mol}{1\,mol} = \frac{4/5\,atm}{3\,atm} \Rightarrow 0/5\,mol$$

حجم ظرف برابر ۱۰L است.

$$K = \frac{[A][B]}{[AB]} = \frac{(\frac{x}{V})(\frac{x}{V})}{(\frac{1-x}{V})} \Rightarrow k = \frac{(\frac{0/5}{10})(\frac{0/5}{10})}{(\frac{0/5}{10})} = 0/05$$

۱۰۵ **۳** به‌جز عبارت آخر سایر عبارت‌ها درست هستند.

از آن‌جا که با افزایش دما، مقدار K کاهش یافته است، با یک واکنش گرماده ($\Delta H<0$) سروکار داریم.

کاهش دما موجب جابه‌جایی واکنش در جهت رفت و بزرگ شدن K می‌شود.

در صورتی که با کاهش یا افزایش غلظت اجزای واکنش، K تغییری نمی‌کند.

تلاشی دیرموفقیت