

دفترچه پاسخ

آزمون ۹ تیر ماه ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)



پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام پور-عادل حسینی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-محمد خندان-سوگند روشنی-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
خسرو ارغوانی فرد-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست پیمان-معصومه شریعت ناصری-سعید طاهری بروجنی پوریا علاقه مند-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-امیراحمد میرسعید	فیزیک	
صلاح الدین ابراهیمی-محمدرضا پورچاوید-یاسر راش-فرزاد رضایی-محمدرضا زهرهوند-رضا سلیمانی-میلاد شیخ الاسلامی خیابوی مسعود طبر سا-امیرحسین طیبی سود کلایی-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محمدپارسا فراهانی-فاضل قهرمانی فرد امیرحسین مسلمی-محمد نکو-سیدرحیم هاشمی دهکردی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم جواد سوری لکی علیرضا گندمی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مصطفی کیانی	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۳

ریاضیات

گزینه ۲

(سیرضا اسلامی)

از مساحت نیم‌دایره‌ها هر بار ۷۵٪ کم می‌شود، یعنی مساحت نیم‌دایره ۲۵٪

یعنی $\frac{1}{4}$ مرحله قبل است، پس قطر نیم‌دایره‌ها، دنباله هندسی با قدرنسبت

$\frac{1}{4}$ می‌سازند:

$$2\pi = \pi r^2 \Rightarrow 4\pi = \pi r^2$$

$$2r = 4 \Rightarrow r = 2$$

اگر فاصله متحرک تا محور y ها را در برخورد n ام، S_n در نظر بگیریم:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 4 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} \right) = 8 \left(1 - \frac{1}{4^n} \right)$$

از $S_n > 7/99$ محدود n را می‌یابیم:

$$8 \left(1 - \frac{1}{4^n} \right) > 7/99 \Rightarrow 1 - \frac{1}{4^n} > \frac{7/99}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4^n} < \frac{1}{800} \Rightarrow 4^n > 800 \Rightarrow n \geq 10$$

(مسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

گزینه ۴

(کاظم ایلائی)

با توجه به تعریف مشتق، مقدار حد مورد نظر همان مشتق تابع $f \circ g$ در نقطه

$x = 0$ است. از طرف دیگر داریم:

$$(f \circ g)'(0) = g'(0) f'(g(0)) \quad \frac{g(0) = -1}{g'(0) f'(-1)}$$

حال مقادیر $g'(0)$ و $f'(-1)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(x) = 2x + \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = 2 + \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow f'(-1) = 2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$g(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow g'(x) = 2 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow g'(0) = 2$$

در نهایت داریم:

$$(f \circ g)'(0) = 2 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 4 - \sqrt{2}$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه‌های ۸۰ و ۹۴ تا ۹۶)

گزینه ۱

(سیرضا اسلامی)

از این که خط $y = 3x - 1$ در $x = 1$ بر نمودار f مماس است، نتیجه

می‌گیریم:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ m = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 2 \\ f'(1) = 3 \end{cases}$$

در این مرحله، محاسبه شیب مماس بر نمودار تابع $y = 2f(x^3 - 7)$

ضروری است:

$$y' = 2(3x^2) f'(x^3 - 7) \xrightarrow{x=2} y' = 24 f'(1) = 24 \times 3 = 72$$

از آنجا که طول نقطه B ، $25/0$ کمتر از A است، از عرض نقطه A به

اندازه $18 = 72 \times 0/25$ کم می‌کنیم تا به جواب برسیم:

$$y_A = 2f(2^3 - 7) = 2f(1) = 4$$

$$\Rightarrow y_B = 4 - 18 = -14$$

(مسابان ۲- مشتق: صفحه ۹۶)

(کلیه املای)

۶- گزینه «۲»

توجه کنید که $\sqrt{3} < 2 < \sqrt[3]{9}$ ، بنابراین داریم:

$$\log_3 \sqrt{3} < \log_3 2 < \log_3 \sqrt[3]{9} \Rightarrow \frac{1}{2} < \log_3 2 < \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3} < -\log_3 2 < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} < 1 - \log_3 2 < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 < \frac{1}{1 - \log_3 2} < 3 \Rightarrow -3 < -\frac{1}{1 - \log_3 2} < -2$$

$$\Rightarrow \left[\frac{-1}{1 - \log_3 2} \right] = -3$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه ۸۶)

(عادل حسینی)

۷- گزینه «۳»

$x_0 = \log_3 \frac{3}{4}$ صفر تابع است:

$$\Rightarrow a \times 3^{b \log_3 \frac{3}{4}} - 1 = a \left(3^{\log_3 \frac{3}{4}} \right)^b - 1 = 0$$

طبق ویژگی $m^{\log_m n} = n$ داریم:

$$3^{\log_3 \frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \Rightarrow a \left(\frac{3}{4} \right)^b - 1 = 0 \Rightarrow a = \left(\frac{4}{3} \right)^b \quad (*)$$

مختصات نقطه (۱, ۱) هم در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$\Rightarrow a(3^b) - 1 = 1 \xrightarrow{*} \left(\frac{4}{3} \right)^b \times 3^b = 2$$

$$\Rightarrow 4^b = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \xrightarrow{*} a = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

در نهایت داریم:

$$ab = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵ و ۸۶)

(ممنون بفرمایید)

۴- گزینه «۴»

$$f'(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{x-8}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x} - \frac{8}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{4}{3} \left(\frac{x-2}{\sqrt[3]{x^2}} \right)$$

در تابع صعودی $f'(x) \geq 0$ است:

$$\Rightarrow x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \quad (1)$$

$$f''(x) = \frac{4}{9\sqrt[3]{x^2}} + \frac{16}{9x\sqrt[3]{x^2}} = \frac{4}{9\sqrt[3]{x^2}} \left(1 + \frac{4}{x} \right)$$

تقریر نمودار رو به پایین است، پس $f'' < 0$ است:

$$\frac{f'' < 0}{\rightarrow} 1 + \frac{4}{x} < 0 \Rightarrow \frac{4}{x} < -1 \Rightarrow -4 < x < 0 \quad (2)$$

اشتراک دو بازه (۱) و (۲) نهی است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۹)

(ممنون بفرمایید)

۵- گزینه «۳»

تابع g در $x = -2$ مماس قائم دارد، پس طول نقطه عطف نمودار این تابع

برابر -2 است، این یعنی طول نقطه عطف نمودار تابع f نیز -2 است. از

طرفی طول نقطه عطف نمودار f برابر $x = -\frac{a}{3}$ است، پس داریم:

$$-\frac{a}{3} = -2 \Rightarrow a = 6$$

عرض نقطه عطف تابع f برابر $f(-2)$ است:

$$f(-2) = (-2)^3 + 6(-2)^2 + 2(-2) - 4 = 8$$

$g(-2)$ هم باید برابر همین مقدار باشد:

$$g(-2) = b = 8$$

$$\Rightarrow a - b = 6 - 8 = -2$$

(حسابان ۲- مشتق و کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۸۸ و ۱۳۱)

از طرفی از رابطه $P = \alpha\beta = -2$ استفاده می‌کنیم و می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{\beta}{2} \Rightarrow 2\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 2\left(\frac{\beta}{-2}\right) = \beta$$

به طریق مشابه $\frac{64}{(\beta^2 - 2)^2} = \alpha^2$ است.

پس هدف پیدا کردن معادله‌ای است که جواب‌های آن $\alpha' = \alpha^2$ و

$$\beta' = \beta^2 \text{ باشد.}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = \alpha' + \beta' = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 2 \\ P' = \alpha'\beta' = \alpha^2\beta^2 = P^2 = 4 \end{cases}$$

پس معادله مورد نظر به صورت زیر است:

$$\xrightarrow{x^2 - S'x + P' = 0} x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 4 = 2x$$

(مسایان ۱- پیر و معارله، صفحه‌های ۷ تا ۹)

(عادل حسینی)

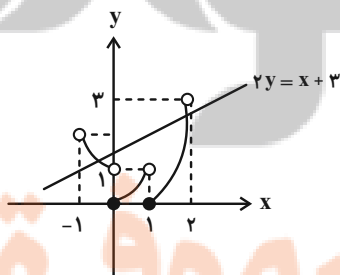
۱۰- گزینه «۳»

تابع $f(x) = x^2 - |x|$ را در بازه $(-1, 2)$ و همچنین خط

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; -1 < x < 0 \\ x^2 & ; 0 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



با توجه به نمودارهای بالا، دو تابع در بازه $(-1, 2)$ دو نقطه مشترک دارند.

(مسایان ۱- تابع، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

(کاظم ایلالی)

۸- گزینه «۳»

معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[3]{kx+1} = x+1 \xrightarrow{\text{توان } 3} kx+1 = x^3 + 3x^2 + 3x+1$$

$$\Rightarrow x^3 + 3x^2 + (3-k)x = x(x^2 + 3x + 3-k) = 0$$

یک جواب معادله $x=0$ است. در حالت‌های زیر معادله فقط یک جواب

دیگر دارد:

الف) معادله $x^2 + 3x + 3 - k = 0$ جواب مضاعف داشته باشد.

$$\Rightarrow \Delta = 9 - 4(3-k) = 4k - 3 = 0 \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

در این حالت جواب دیگر معادله $x = -\frac{3}{4}$ است.

ب) یکی از جواب‌های معادله $x^2 + 3x + 3 - k = 0$ ، $x=0$ باشد:

$$\xrightarrow{x=0} 3 - k = 0 \Rightarrow k = 3$$

در این حالت نیز جواب دیگر معادله $x = -3$ است. پس مجموع مقادیر

$$\text{قابل قبول برای } k \text{ برابر } \frac{3}{4} + \frac{15}{4} = 4 \text{ است.}$$

(مسایان ۱- پیر و معارله، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(عادل حسینی)

۹- گزینه «۳»

در معادله داده شده داریم:

$$S = \alpha + \beta = 4, \quad P = \alpha\beta = -2$$

حال چون جواب‌های یک معادله در خود معادله صدق می‌کنند، داریم:

$$\alpha^2 - 4\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 2 = 4\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{64}{(\alpha^2 - 2)^2} = \frac{64}{16\alpha^2} = \frac{4}{\alpha^2}$$

۱۱- گزینه «۱»

(سیرضا اسلامی)

برای محاسبه $f^{-1}(1)$ ، مقدار تابع f را برابر ۱ قرار می‌دهیم:

$$\Delta x - 9 = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = 2$$

برای محاسبه $g^{-1}(-4)$ ، فرض نخست را به صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$$(f^{-1} \circ g)\left(\frac{\Delta x + 1}{2x + 1}\right) = 2x^2 + x$$

$$\xrightarrow{f} g\left(\frac{\Delta x + 1}{2x + 1}\right) = f(2x^2 + x) \quad (I)$$

برای این که حاصل g و در نتیجه حاصل f برابر -4 شود، داریم:

$$\Delta x - 9 = -4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(3) = -4$$

حال در رابطه I ، $x = 1$ را قرار می‌دهیم:

$$g(2) = f(3) = -4 \Rightarrow g(2) = -4 \Rightarrow g^{-1}(-4) = 2$$

پس حاصل نهایی برابر $2 + 2 = 4$ است.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۷۰)

۱۲- گزینه «۴»

(سیرضا اسلامی)

در این دایره مثلثاتی، طول نقطه B همان $\cos 2\alpha$ است، پس:

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{5}{9} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع دوم}} \cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$$

در نتیجه جواب نهایی برابر است با:

$$2 \cos^3 \alpha - \cos \alpha = \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1)$$

$$= \cos \alpha \cdot \cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \left(-\frac{1}{9}\right) = \frac{\sqrt{5}}{27}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۳- گزینه «۲»

(ناظم ابلالی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a \sin(b\pi x + \frac{7\pi}{4}) + 1 = -a \cos(b\pi x) + 1$$

از روی نمودار معلوم است که نصف دوره تناوب (فاصله بین یک ماکزیمم با

مینیمم متوالی‌اش) تابع برابر ۴ و ماکزیمم آن برابر ۳ است. پس:

$$\frac{1}{2} T = 4 \Rightarrow T = 8 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 8 \Rightarrow |b| = \frac{1}{4}$$

$$1 + |-a| = 3 \Rightarrow |a| = 2$$

$$\text{بنابراین } |ab| = \frac{1}{4}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه ۲۷)

۱۴- گزینه «۳»

(مسین بورامپور)

$$\frac{\cos 6x}{\cos 2x} = \cos^2 2x - \sin^2 2x = \cos 4x \quad ; \quad \cos 2x \neq 0$$

$$\Rightarrow \cos 6x = \cos 2x \cos 4x$$

با نوشتن $\cos 6x$ به صورت $\cos(4x + 2x)$ داریم:

$$\cos 4x \cos 2x - \sin 4x \sin 2x = \cos 4x \cos 2x$$

$$\Rightarrow \sin 2x \sin 4x = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x (\sin 2x \cos 2x) = \sin^2 2x \cos 2x = 0$$

$$\xrightarrow{\cos 2x \neq 0} \sin 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های بازه $[0, 2\pi)$ عبارتند از: صفر، $\frac{\pi}{2}$ ، π ، $\frac{3\pi}{2}$ و 2π که

مجموع آن‌ها برابر 5π است.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

گزینه ۴» ۱۵

(کلیه ابعادی)

تابع‌های $y = \sqrt{4x - x^2} - 2$ و $y = ax^2 + bx + 16$ در تمام نقاط

بازه $(0, 4)$ حد دارند، پس تابع f در تمام نقاطی از این بازه که حد

مخرج صفر نشود، حد دارد. پس باید نقاطی که مخرج $f(x)$ صفر می‌شود را

معین کنیم:

$$\sqrt{4x - x^2} - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{4x - x^2} = 2 \Rightarrow 4x - x^2 = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

پس تابع f باید در $x = 2$ حد داشته باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx + 16}{\sqrt{4x - x^2} - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx + 16}{4x - x^2 - 4} \times (\sqrt{4x - x^2} + 2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx + 16}{-(x - 2)^2} \times (\sqrt{4 - 4} + 2)$$

حد بالا فقط در صورتی می‌تواند وجود داشته باشد که صورت کسر عامل

$(x - 2)^2$ را داشته باشد. پس:

$$ax^2 + bx + 16 = a(x - 2)^2 = ax^2 - 4ax + 4a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = 16 \Rightarrow a = 4 \\ -4a = b \Rightarrow b = -16 \end{cases} \Rightarrow ab = -64$$

(مسئله ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

گزینه ۲» ۱۶

(سیر رضا اسلامی)

حد تابع f وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-ax}{x} = -a = 5 \Rightarrow a = -5$$

با توجه به پیوستگی تابع g در $x = -3$ خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{-5\sqrt{x^2 + 2x - 2} + b}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{12}{x} + c = -4 + c$$

برای این که این حد وجود داشته باشد، لازم است که حد صورت صفر باشد.

پس:

$$-5\sqrt{9 - 6 - 2} + b = 0 \Rightarrow -5 + b = 0 \Rightarrow b = 5$$

حال حاصل حد را به دست می‌آوریم تا مقدار c مشخص شود:

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{-5(\sqrt{x^2 + 2x - 2} - 1)}{x + 3} \times \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 2} + 1}{\sqrt{x^2 + 2x - 2} + 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{-5(x^2 + 2x - 3)}{2(x + 3)} = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{-5}{2}(x - 1) = 10$$

از $10 = -4 + c$ مقدار c برابر با ۱۴ به دست می‌آید.

(مسئله ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۵۱)

گزینه ۱» ۱۷

(سیر رضا اسلامی)

$x = 3$ و $y = 2$ مجانب‌های تابع $y = f(1 - x) + 1$ است. با قرینه

کردن نسبت به محور y ها، مجانب‌های $y = f(x + 1) + 1$ به صورت

$x = -3$ و $y = 2$ و سپس با انتقال به راست به اندازه یک واحد،

مجانب‌های $y = f(x) + 1$ به صورت $x = -2$ و $y = 2$ مشخص

می‌گردد. در نهایت با انتقال یک واحدی به پایین به مجانب‌های $y = f(x)$

یعنی $x = -2$ و $y = 1$ می‌رسیم.

برای مشخص شدن مجانب‌های تابع f^{-1} ، جای x و y را عوض می‌کنیم

یعنی $x = 1$ و $y = -2$ مجانب‌ها هستند. در گام آخر طول نقاط را نصف

کرده تا به مجانب‌های $y = f^{-1}(2x)$ یعنی $x = \frac{1}{2}$ و $y = -2$ برسیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}, -2\right) \Rightarrow a + b = \frac{-3}{2}$$

(مسئله ۲- تابع و مرهای نامتناهی- مر در پی‌نوشتگی: صفحه‌های ۱۳ تا ۵۵، ۵۷ تا ۶۷ و ۶۸)

۱۸- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

طبق قانون دمورگان داریم:

$$A' \cup B = (A \cap B')' = (A - B)'$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(مصدر صحت کار)

۲۰- گزینه «۱»

نکته: اگر $P(A) \leq P(B)$ آن گاه:

$$P(A) + P(B) - 1 \leq P(A \cap B) \leq P(A)$$

$$P(A) + P(B) = \frac{7}{11} + \frac{5}{7} = \frac{49 + 55}{77} = \frac{104}{77}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) \geq \frac{104}{77} - 1 \Rightarrow P(A \cap B) \geq \frac{27}{77}$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{27}{77}}{\frac{7}{11}} = \frac{27}{49}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

(مصدر صحت کار)

۲۱- گزینه «۴»

روش اول: برای مهره‌های جعبه جدید، ۴ حالت زیر امکان پذیر است:

۳ آبی	یا	۱ سفید و ۲ آبی	یا	۲ سفید و ۱ آبی	یا	۳ سفید
-------	----	----------------	----	----------------	----	--------

بنابراین براساس قانون احتمال کل، احتمال مطلوب به صورت زیر محاسبه

می‌شود:

$$\left(\frac{\binom{3}{3}}{\binom{3}{3}} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{\binom{3}{2} \binom{7}{1}}{\binom{10}{3}} \times \frac{2}{3}\right)$$

به بررسی گزاره‌های داده شده می‌پردازیم:

$$[(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge p \quad (1)$$

$$\equiv [\sim p \wedge (q \vee \sim q)] \wedge p \equiv \sim p \wedge p \equiv F$$

$$n((A \times B) \cap (B \times A)) = n(A \cap B)^2 \quad (2)$$

$$A \cap B = \{6, 12, 18\} \Rightarrow n(A \cap B)^2 = 3^2 = 9$$

بنابراین گزاره داده شده نادرست است.

(۳) این گزاره درست است. مثلاً اگر $x = \frac{1}{2}$ انتخاب شود، آن گاه داریم:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 < \frac{1}{2} + y^2 \Rightarrow y^2 > \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \Rightarrow y^2 > -\frac{1}{4}$$

رابطه اخیر به ازای تمام مقادیر حقیقی y بدیهی است.

(۴) این گزاره نادرست است. مثلاً اگر $x = -1$ باشد، آن گاه هیچ عدد

حقیقی مانند y وجود ندارد که $y^2 = -1$ باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲ تا ۱۶ و ۳۵)

(منانه اتفاقی)

۱۹- گزینه «۱»

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A \cap B)' - B' = (A' \cup B') \cap B$$

$$= (A' \cap B) \cup (B' \cap B) = A' \cap B$$

بنابراین عبارت صورت سؤال به شکل زیر درآمده و ساده می‌شود:

$$[(A \cap B) \cup (B' \cap A')] \cup (A' \cap B)$$

$$= (A \cap B) \cup [(A' \cap B') \cup (A' \cap B)]$$

$$= (A \cap B) \cup [(A' \cap (B' \cup B))] = (A \cap B) \cup A'$$

$$= \underbrace{(A \cup A')} \cap (B \cup A') = B \cup A' = A' \cup B$$

(امیررضا فلاح)

۲۳- گزینه «۱»

با توجه به اطلاعات صورت سؤال می‌توانیم قضیه تقسیم را به صورت زیر

بنویسیم:

$$a = 263q + 2q^3 - 3$$

$$0 \leq r < b \Rightarrow 0 \leq 2q^3 - 3 < 263 \Rightarrow 3 \leq 2q^3 < 266$$

$$2 \leq q^3 < 133 \Rightarrow q = 2, 3, 4, 5$$

با توجه به این‌که a عددی زوج است، q باید فرد باشد (دقت کنید که

$2q^3 - 3$ حتماً عددی فرد است، پس باید $263q$ عددی فرد باشد).

بنابراین q فقط می‌تواند ۳ و ۵ باشد یعنی a دو مقدار را اختیار کند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۱۴)

(ممد صحت‌کار)

۲۴- گزینه «۲»

$$\overline{ababa} \equiv 0 \Rightarrow \overline{ababa} \equiv 0 \text{ و } \overline{ababa} \equiv 0$$

$$\overline{ababa} \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 5$$

a رقم ده‌هزارگان است پس نمی‌تواند صفر باشد بنابراین $a = 5$ است.

$$\Rightarrow \overline{5b5b5} \equiv 0 \Rightarrow 5 + 10b + 500 + 1000b + 50000 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 5 + 3b + 3 + (-1)b + (-1) \equiv 0 \Rightarrow 2b \equiv -7 \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 0$$

$$\Rightarrow b = 0 \text{ یا } b = 7 \Rightarrow A = 57575 \text{ = بزرگ‌ترین عدد مانند } A$$

$$\Rightarrow 5 + 7 + 5 + 7 + 5 = 29 \Rightarrow 29 = (13 \times 2) + 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$+ \left(\frac{\binom{3}{1} \binom{7}{2}}{\binom{10}{3}} \times \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{\binom{7}{3}}{\binom{10}{3}} \times 0 \right)$$

$$= \left(\frac{1}{120} \times \frac{3}{3} \right) + \left(\frac{21}{120} \times \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{63}{120} \times \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{3 + 42 + 63}{360} = \frac{108}{360} = \frac{3}{10}$$

روش دوم: در شرایط این مسئله، احتمال سفید بودن مهره خارج شده از جعبه

جدید با احتمال این‌که یک مهره از جعبه اصلی برداریم و سفید باشد برابر

است. این احتمال برابر با $0/3$ است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۲)

(امیرمسین ابومحبوب)

۲۲- گزینه «۲»

اگر داده‌های اولیه را با X_1, X_2, \dots, X_{12} نمایش دهیم، داده‌های جدید

به صورت $3X_1 - 5, 3X_2 - 5, \dots, 3X_{12} - 5$ خواهند بود و در این

صورت داریم:

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \times \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_2}$$

$$2 = \frac{2\sigma_1}{\sigma_1} \times \frac{\bar{x}_1}{3\bar{x}_1 - 5} \Rightarrow 6\bar{x}_1 - 10 = 3\bar{x}_1$$

$$\Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{10}{3} \Rightarrow \bar{x}_2 = 3\left(\frac{10}{3}\right) - 5 = 5$$

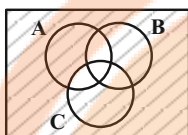
$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع داده‌های اولیه} &= \frac{10}{3} \times 12 = 40 \\ \text{مجموع داده‌های جدید} &= 5 \times 12 = 60 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 60 - 40 = 20$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۹۷)

(امیررضا فلاح)

۲۸- گزینه «۲»

عضوهایی که بر حداکثر یک عدد از میان اعداد ۴، ۶ و ۹ بخش پذیرند به شکل زیر در نمودار ون قرار دارند.



نواحی مورد نظر به شکل زیر محاسبه می گردند.

تعداد عضوهایی که بر حداکثر یک عدد بخش پذیرند

$$= |S| - (\text{تعداد عضوهایی که بر حداقل دو تا عدد بخش پذیر باشند})$$

$$= |S| - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - 2|A \cap B \cap C|)$$

$$= 50 - \left(\left| \frac{50}{[4, 6]} \right| + \left| \frac{50}{[4, 9]} \right| + \left| \frac{50}{[6, 9]} \right| - 2 \times \left| \frac{50}{[4, 6, 9]} \right| \right)$$

$$= 50 - \left(\left| \frac{50}{12} \right| + \left| \frac{50}{36} \right| + \left| \frac{50}{18} \right| - 2 \times \left| \frac{50}{36} \right| \right)$$

$$= 50 - (4 + 1 + 2 - 2) = 50 - 5 = 45$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۷۴ و ۷۵)

(مهر صحت کار)

۲۹- گزینه «۴»

زیرمجموعه های دوعضوی مجموعه A عبارتند از:

{1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5},
 {2, 3}, {2, 4}, {2, 5}, {3, 4}, {3, 5}, {4, 5}

هر عضو دلخواه از مجموعه A در ۴ تا از این زیرمجموعه های ۲ عضوی هست. به عنوان مثال، عدد ۱ در ۴ مجموعه {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5} وجود دارد. بنابراین با انتخاب تصادفی ۴ مجموعه، امکان دارد که این ۴ مجموعه انتخاب شوند که اشتراک هیچ دو تای آنها تهی نیست. اما با انتخاب تصادفی مجموعه پنجم از میان ۶ مجموعه دیگر، مجموعه ای خواهیم داشت که اشتراک حداقل با یکی از اینها تهی خواهد بود. بنابراین با انتخاب تصادفی حداقل ۵ مجموعه ۲ عضوی یقیناً اشتراک ۲ تا از آنها تهی است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۸۰ تا ۸۲)

(سوکندر روشنی)

۲۵- گزینه «۴»

با توجه به توضیحات صورت سوال می توانیم معادله زیر را برای استفاده از بن های خرید کتاب بنویسیم:

$$13000x + 15000y = 975000 \xrightarrow{+1000} 13x + 15y = 975$$

$$15y \equiv 975 \xrightarrow{+15} y \equiv 65 \pmod{13, 15=1} \Rightarrow y = 13k \quad (1)$$

$$13x + 15(13k) = 975 \xrightarrow{+13} x = -15k + 75 \quad (2)$$

$$\begin{cases} (1): 13k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \\ (2): -15k + 75 \geq 0 \Rightarrow k \leq 5 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq k \leq 5$$

۶ حالت

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۶)

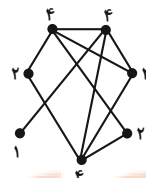
(امیررضا فلاح)

۲۶- گزینه «۳»

درجات رأس های این گراف به فرم $a, b, c, d, e, 2, 2, 4$ می باشد که طبق فرض $abcde = 96$ است. از طرفی چون عدد احاطه گیری بزرگ تر از یک است، پس گراف رأسی از درجه ۶ ندارد و تنها حالت ممکن به صورت زیر است:

$$96 = 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

\Rightarrow درجات رئوس: ۴، ۴، ۴، ۳، ۲، ۲، ۱



گراف G سه رأس از درجه ۴ $\Delta = 4$ دارد و در نتیجه گراف \bar{G} دارای ۳ رأس از درجه ۵ است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

(امیررضا فلاح)

۲۷- گزینه «۲»

گراف ۵- منظم حداقل ۶ رأس دارد که K است. چون گراف ناهمبند است، پس این گراف از دو گراف کامل مرتبه ۶ تشکیل شده است. در هر گراف کامل عدد احاطه گیری ۱ و در نتیجه عدد احاطه گیری گراف $\gamma = 2$ است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه ۴۴)

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\triangle AGH'} + S_{\triangle CGH} = \frac{2}{6} S_{\triangle ABC} = 9\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = 27\sqrt{3}$$

اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر a باشد، مساحت مثلث از رابطه

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ به دست می‌آید، بنابراین داریم:}$$

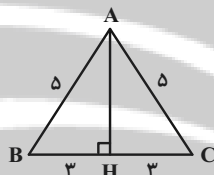
$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 27\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 108 \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱ - پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۲» - ۳۲

$$\triangle AHB: AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow AH = 4$$



شکل حاصل از دوران این مثلث حول ارتفاع وارد بر قاعده آن، یک مخروط

به ارتفاع ۴ و شعاع قاعده ۳ است. تصویر این مخروط در نمای بالا، دایره‌ای

به شعاع ۳ و در نمای جلو و چپ، همان مثلث متساوی‌الساقین است. در

نتیجه داریم:

$$\text{بالا مساحت نمای} = \pi \times 3^2 = 9\pi$$

$$\text{چپ و نمای جلو مساحت} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

$$\text{مجموع مساحت‌ها} = 9\pi + 2 \times 12 = 9\pi + 24 = 3(3\pi + 8)$$

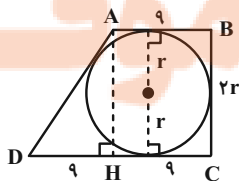
(هنرسه ۱ - تقسیم فضایی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۶)

(مفهم فندان)

گزینه «۴» - ۳۳

اگر شعاع دایره محاطی دوزنقه را با r نمایش دهیم، آن‌گاه مطابق شکل

$$BC = 2r \text{ است.}$$

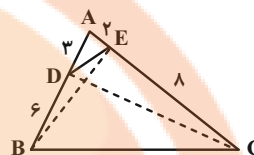


(مهرداد ملونری)

گزینه «۳» - ۳۰

نسبت مساحت مثلث‌های ADC و AEB به مساحت مثلث ABC به

صورت زیر است:



$$\begin{cases} \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \\ \frac{S_{\triangle AEB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

دو مثلث ADC و AEB در مثلث ADE مشترکند. نسبت مساحت

مثلث ADE به مساحت مثلث ABC براساس رابطه سینوسی مساحت

مثلث برابر است با:

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AD \times AE \times \sin \hat{A}}{\frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}} = \frac{3 \times 2}{9 \times 10} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{S_{\triangle ADC} - S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle AEB} - S_{\triangle ADE}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} S_{\triangle ABC} - \frac{1}{15} S_{\triangle ABC}}{\frac{1}{5} S_{\triangle ABC} - \frac{1}{15} S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{15}}{\frac{1}{5} - \frac{1}{15}} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{15}} = 2$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

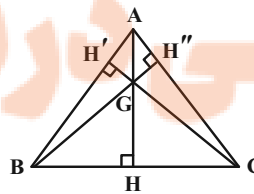
(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۲» - ۳۱

در مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع و میانه وارد بر هر ضلع بر هم منطبق‌اند. از

طرفی می‌دانیم از تقاطع میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت ایجاد

می‌شود، بنابراین داریم:



طبق رابطه چهارضلعی محیطی داریم:

$$AB + CD = AD + BC \Rightarrow 9 + 18 = AD + 2r$$

$$\Rightarrow AD = 27 - 2r$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثل قائم‌الزاویه AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow (27 - 2r)^2 = (2r)^2 + 9^2$$

$$\Rightarrow 729 - 108r + 4r^2 = 4r^2 + 81$$

$$\Rightarrow 108r = 648 \Rightarrow r = 6$$

(هنر سه ۲ - رایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

طبق قضیه فیثاغورس در مثل قائم‌الزاویه AHD داریم:

$$AD^2 = AH^2 + HD^2 \Rightarrow (27 - 2r)^2 = (2r)^2 + 9^2$$

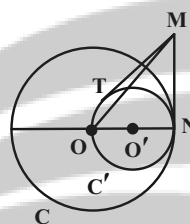
$$\Rightarrow 729 - 108r + 4r^2 = 4r^2 + 81$$

$$\Rightarrow 108r = 648 \Rightarrow r = 6$$

(هنر سه ۲ - رایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۳۴- گزینه «۴» (امیرمسین ابومیبوب)

با توجه به شکل داریم:



$$2R' = R \Rightarrow R' = \frac{R}{2}$$

$$\pi R'^2 - \pi R^2 = \text{مساحت ناحیه بین دو دایره}$$

$$= \pi R^2 - \frac{\pi R^2}{4} = \frac{3\pi R^2}{4} \Rightarrow \frac{3\pi R^2}{4} = 18\pi \Rightarrow R^2 = 24$$

مطابق شکل اگر N نقطه تماس دو دایره باشد، آن‌گاه $ON \perp MN$ و در مثل قائم‌الزاویه OMN داریم:

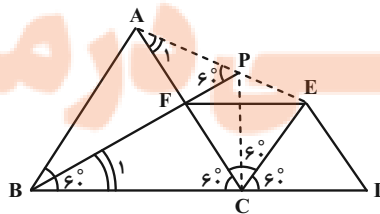
$$MN^2 = OM^2 - ON^2 = 49 - 24 = 25 \Rightarrow MN = 5$$

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده بر دایره از یک نقطه خارج آن برابر یکدیگر است، پس برای دایره C' داریم:

$$MT = MN = 5$$

(هنر سه ۲ - رایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۳۵- گزینه «۴» (مهرداد ملونری)



قطر CE در لوزی نیمساز زاویه $\widehat{FCD} = 120^\circ$ است. مطابق شکل نقاط A و E دوران یافته نقاط B و F تحت دوران به مرکز C و زاویه 60° هستند. لذا AE دوران یافته BF تحت دوران به مرکز C و زاویه 60° بوده و زاویه حاده بین آن‌ها 60° است، پس:

$$\begin{cases} \widehat{APF} = 60^\circ & (\text{گزینه ۱}) \\ AE = BF & (\text{گزینه ۲}) \end{cases}$$

مثلث‌های ACE و BFC به حالت تساوی دو ضلع و زاویه بین (ض ز ض) همنهشت بوده و در نتیجه $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ و به همین دلیل چهارضلعی APCB محاطی است و داریم:

$$\begin{cases} \widehat{B} + \widehat{APC} = 180^\circ \\ \widehat{B} = 60^\circ \text{ و } \widehat{APF} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{CPF} = 60^\circ$$

گزینه ۳) BP نیمساز زاویه APC است. (گزینه ۳)
(هنر سه ۲- تبدیل‌های هنری و کاربردها: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۳۶- گزینه «۳» (امیرمسین ابومیبوب)

ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

با توجه به فرم ماتریس A^2 ، به جای محاسبه A^3 ، ماتریس A^4 را پیدا می‌کنیم:

$$A^4 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$$

بنابراین داریم:

$$A^6 + A^8 + A^{10} = A^4 \times A^2 + (A^4)^2 + (A^4)^3 \times A^2$$

$$= -4I \times A^2 + (-4I)^2 + (-4I)^3 \times A^2$$

$$= -4A^2 + 16I + 16A^2 = 12A^2 + 16I$$

با توجه به این که مجموع درایه‌های ماتریس A^2 ، برابر صفر است، پس کافی است مجموع درایه‌های ماتریس $16I$ را محاسبه کنیم که برابر است با:

$$16 \times 2 = 32$$

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

$$\Rightarrow 28 = x^2 + 9x^2 - 3x^2 \Rightarrow 7x^2 = 28$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x>} x = 2$$

بنابراین $MF = 2$ و $MF' = 6$ است. می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع بر بیضی از دو کانون آن برابر طول قطر بزرگ بیضی است، پس داریم:

$$2a = MF + MF' = 2 + 6 = 8 \Rightarrow a = 4$$

$$2c = FF' = 2\sqrt{7} \Rightarrow c = \sqrt{7}$$

$$\text{خروج از مرکز بیضی} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(مهررار ملونری)

گزینه «۱» ۳۹

باید حجم متوازی‌السطوح ساخته شده توسط این سه بردار برابر صفر باشد:

$$V = \begin{vmatrix} n & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2-n \\ n+2 & 3 & 3-n \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{دستور ساروس}} = 0$$

$$(n(3-n) + 2(4-n^2) + 6) - (n+2+4(3-n) + 3n(2-n)) = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{(-3n^2 + 3n + 14)}_{\text{صفر}} - \underbrace{(-3n^2 + 3n + 14)}_{\text{صفر}} = 0$$

بنابراین به ازای هر مقدار n ، سه بردار هم‌صفحه‌اند.

توجه: بردار \vec{c} مجموع دو بردار \vec{a} و \vec{b} است.

(هنر سه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۳» ۴۰

بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود است، پس بر هر بردار موجود در صفحه این دو بردار از جمله $\vec{a} + \vec{b}$ نیز عمود خواهد بود. بنابراین داریم:

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$= 2^2 + (3\sqrt{3})^2 + 2 \times 2 \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}|^2 = 49 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 7$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin 30^\circ = 2 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} \times \vec{b})| = |\vec{a} + \vec{b}| |\vec{a} \times \vec{b}| \sin 90^\circ$$

$$= 7 \times 3\sqrt{3} \times 1 = 21\sqrt{3}$$

(هنر سه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۴» ۳۷

ابتدا مرکز و شعاع دایره محیطی مثلث OAB را به دست می‌آوریم. اگر

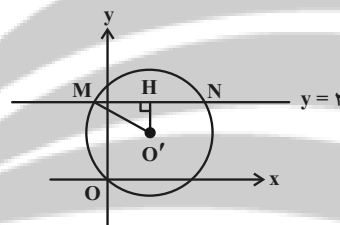
معادله این دایره را به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$O(0, 0) \Rightarrow 0 + 0 + 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\left. \begin{aligned} A(2, 4) &\Rightarrow 4 + 16 + 2a + 4b = 0 \\ &\Rightarrow a + 2b = -10 \\ B(4, -2) &\Rightarrow 16 + 4 + 4a - 2b = 0 \\ &\Rightarrow 2a - b = -10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\text{مرکز دایره: } O'(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (3, 1)$$

$$\text{شعاع دایره: } R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{10}$$



مطابق شکل فاصله نقطه $O'(3, 1)$ از خط $y = 2$ برابر $O'H = 1$ است و داریم:

$$\Delta O'MH: MH^2 = O'M^2 - O'H^2$$

$$= (\sqrt{10})^2 - 1^2 = 9 \Rightarrow MH = 3$$

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس طول وتر MN برابر است با:

$$MN = 2MH = 2 \times 3 = 6$$

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

(امیرمسین ابومیبوب)

گزینه «۱» ۳۸

فرض کنید $MF = x$ باشد. در این صورت طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث MFF' داریم:

$$FF'^2 = MF^2 + MF'^2 - 2MF \times MF' \times \cos(\widehat{FMF'})$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{7})^2 = x^2 + (3x)^2 - 2x \times 3x \times \frac{1}{2}$$

فیزیک

گزینه «۴» -۴۱

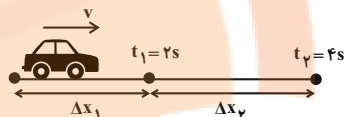
(مدمرعلی راست پیمان)

روش اول: مطابق شکل زیر، متحرک با سرعت اولیه $v_0 = v$ و با شتاب

$a = \frac{2}{s} \frac{m}{s^2}$ دارای حرکت تندشونده است. با توجه به شکل زیر، معادله

جابه‌جایی- زمان را یک بار برای ۲ ثانیه اول و بار دیگر برای ۴ ثانیه اول

می‌نویسیم و به صورت زیر v را می‌یابیم.



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1 \quad \begin{matrix} a = \frac{2}{s} \frac{m}{s^2} \\ v_0 = v, t_1 = 2s \end{matrix}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + v \times 2 = 4 + 2v$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 + v_0 t_2 \quad t_2 = 4s$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 + v \times 4$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = 16 + 4v \quad \Delta x_1 = 4 + 2v$$

$$4 + 2v + \Delta x_2 = 16 + 4v \Rightarrow \Delta x_2 = 12 + 2v$$

از طرف دیگر طبق صورت سؤال داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{3}{2} \Delta x_1 \Rightarrow 12 + 2v = \frac{3}{2} \times (4 + 2v)$$

$$\Rightarrow 12 + 2v = 6 + 3v \Rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

در آخر، با داشتن v ، جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \quad \begin{matrix} v_0 = v = 6 \frac{m}{s} \\ t = 4s, a = \frac{2}{s} \frac{m}{s^2} \end{matrix}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 + 6 \times 4 = 40m$$

روش دوم: چون در حرکت شتابدار با شتاب ثابت، جابه‌جایی در t ثانیه‌های

متوالی تشکیل یک دنباله عددی با قدرنسبت $d = at^2$ را می‌دهد، می‌توان

نوشت:

$$\Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)at^2 \quad \begin{matrix} a = \frac{2}{s} \frac{m}{s^2}, t = 2s \\ n = 2 \end{matrix}$$

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 + (2-1) \times 2 \times 4 \quad \Delta x_2 = \frac{3}{2} \Delta x_1$$

$$\frac{3}{2} \Delta x_1 = \Delta x_1 + 8 \Rightarrow \Delta x_1 = 16m$$

$$\Delta x_2 = \frac{3}{2} \times 16 = 24m$$

$$\Delta x_{2s} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 16 + 24 = 40m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۲» -۴۲

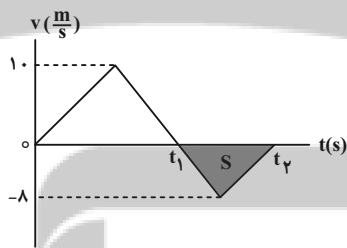
(عبدالرضا امینی نسب)

می‌دانیم سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی است. از طرف

دیگر، در بازه زمانی که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور

x حرکت کرده است. بنابراین با محاسبه مساحت مثلث رنگ شده، مسافت

طی شده را می‌یابیم و به دنبال آن تندی متوسط را حساب می‌کنیم:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \quad \ell = |S| = \frac{-\Delta x(t_2 - t_1)}{2} \quad \Delta t = t_2 - t_1$$

$$s_{av} = \frac{\frac{1}{2} \times 8 \times (t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = 4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲ و ۱۰ و ۱۷)

گزینه «۳» -۴۳

(معمومه شریعت‌ناهری)

چون دو متحرک در وسط مسیر به هم می‌رسند، هر کدام از آن‌ها $60m$

جابه‌جا می‌شوند. بنابراین، کافی است، زمان جابه‌جایی هر یک از متحرک‌ها

را بیابیم و اختلاف آن‌ها را حساب کنیم. چون سرعت متحرک‌ها ثابت است،

با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow F = m(g + a) \quad (1)$$

اکنون برای حالت اول و دوم و با توجه به معادله سرعت $v = 2t + 6$.

شتاب حرکت در مرحله اول $a_1 = 2 \frac{m}{s^2}$ است. داریم:

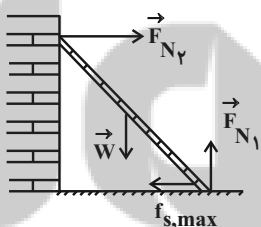
$$(1) \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m(g + a_2)}{m(g + a_1)} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{g + a_2}{g + a_1}$$

$$\frac{2F_1}{F_1} = \frac{10 + a_2}{10 + 2} \Rightarrow 10 + a_2 = 24 \Rightarrow a_2 = 14 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶، ۳۴ و ۳۵)

۴۶ - گزینه «۱» (عبدالرضا امینی نسب)

مطابق شکل زیر، نخست، نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. چون نردبان در آستانه حرکت قرار دارد، بنابراین، نیروی خالص در راستای افقی و قائم صفر است. در این حالت می‌توان نوشت:



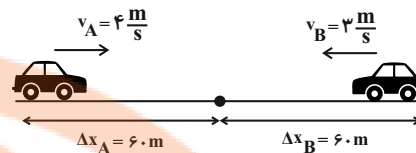
$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N_1} - W = 0 \Rightarrow F_{N_1} = W = mg$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_{N_2} - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_{N_2} = f_{s,max}$$

$$\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = \frac{f_{s,max}}{F_{N_1}} = \frac{\mu_s F_{N_1}}{F_{N_1}} = \mu_s$$

$$\Rightarrow \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = 0.4 = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)



$$\Delta x_A = v_A t_A \rightarrow \frac{\Delta x_A = 60m}{v_A = 4 \frac{m}{s}} \rightarrow 60 = 4t_A \Rightarrow t_A = 15s$$

$$\Delta x_B = v_B t_B \rightarrow \frac{\Delta x_B = 60m}{v_B = 3 \frac{m}{s}} \rightarrow 60 = 3t_B \Rightarrow t_B = 20s$$

در آخر داریم:

$$t = t_B - t_A = 20 - 15 = 5s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۴ - گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

بیشترین فاصله دو گلوله در حالتی است که گلوله اول به سطح زمین برسد. بنابراین، ابتدا زمان رسیدن گلوله اول به سطح زمین را می‌یابیم. جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن گلوله فرض می‌کنیم. در این حالت داریم:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + y_0 \rightarrow \frac{y_1 = 0}{y_1 = -320m} \rightarrow -320 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_1^2 + 0$$

$$t_1^2 = 64 \Rightarrow t_1 = 8s$$

چون گلوله دوم ۳s دیرتر رها شده است، در لحظه‌ای که گلوله اول به زمین می‌رسد، گلوله دوم $t_2 = 8 - 3 = 5s$ در حال حرکت بوده است. بنابراین، در لحظه $t = 5s$ مکان گلوله دوم برابر است با:

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + y_0 \Rightarrow y_2 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 5^2 + 0 = -125m$$

در آخر، بیشترین فاصله دو گلوله از یکدیگر برابر است با:

$$d = |y_1| - |y_2| = 320 - 125 = 195m$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۵ - گزینه «۱» (غلامرضا ممینی)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون و شکل زیر و با توجه به این که جهت حرکت در راستای قائم و رو به بالا است، می‌توان نوشت:

(عبدالرضا امینی نسب)

۴۹- گزینه «۴»

ابتدا شتاب گرانشی را در سطح سیاره دیگر برحسب g_e می‌یابیم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_e}{g_p} = \frac{M_e}{M_p} \times \left(\frac{R_p}{R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{M_p = \frac{1}{2}M_e}{R_p = \frac{1}{2}R_e}$$

$$\frac{g_e}{g_p} = \frac{M_e}{\frac{1}{2}M_e} \times \left(\frac{\frac{1}{2}R_e}{R_e}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{g_e}{g_p} = \frac{1}{2}$$

اکنون، با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده می‌توان نوشت:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_p}{T_e} = \sqrt{\frac{l_p \times \frac{g_e}{g_p}}{l_e}} \Rightarrow \frac{l_p = \frac{1}{2}l_e}{T_e = 2s}$$

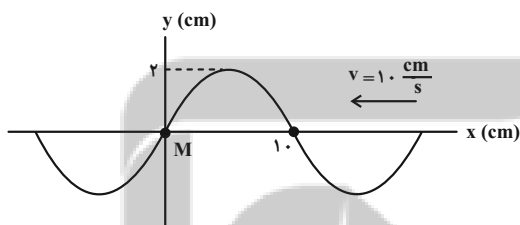
$$\frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}l_e}{l_e} \times \frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{T_p}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{T_p}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_p = 1s$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶ و ۶۷ و ۶۸)

(عبدالرضا امینی نسب)

۵۰- گزینه «۳»

ابتدا طول موج و سپس دوره تناوب موج را می‌یابیم. با توجه به شکل زیر، داریم:



$$\frac{\lambda}{2} = 10 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 20 = 10 \times T \Rightarrow T = 2s$$

اکنون تعیین می‌کنیم $\Delta t = 1s$ چه کسری از دوره تناوب است.

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2}T$$

چون $\Delta t = 1s$ نصف دوره تناوب است، با توجه به جهت انتشار موج، در

این مدت ذره M به طرف نقطه بازگشتی $A = 2 \text{ cm}$ می‌رود و مجدداً به

نقطه تعادل (مرکز نوسان خودش) بازمی‌گردد. بنابراین، مکان آن بعد از

$\Delta t = 1s$ برابر $x = 0$ است و تندی آن در این مکان بیشینه است که از

رابطه زیر به‌دست می‌آید:

(معمومه شریعت ناصری)

۴۷- گزینه «۲»

دو ثانیه سوم، همان بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 6s$ است. بنابراین، ابتدا

نیروی وارد بر متحرک را در لحظه‌های t_1 و t_2 پیدا می‌کنیم:

$$F = \gamma t - 1 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4s \Rightarrow F_1 = 2 \times 4 - 1 = 7N \\ t_2 = 6s \Rightarrow F_2 = 2 \times 6 - 1 = 11N \end{cases}$$

اکنون نیروی متوسط در بازه زمانی فوق را می‌یابیم. دقت کنید، چون F تابع

درجه یک از زمان است، نیروی متوسط برابر است با:

$$F_{av} = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{7 + 11}{2} = 9N$$

در آخر از رابطه زیر تغییرات تکانه را پیدا می‌کنیم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta p = 6 - 4 = 2s}{F_{av} = 9N} \Rightarrow 9 = \frac{\Delta p}{2} \Rightarrow \Delta p = 18 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

به عنوان روش دوم می‌توان نمودار $F - t$ را با توجه به رابطه

$F = 2t - 1$ ، رسم نمود و سپس از مساحت سطح زیر نمودار، Δp را

به‌دست آورد.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(مسعود قره‌قانی)

۴۸- گزینه «۲»

چون جسم با تندی ثابت بر مسیر دایره‌ای در حال حرکت است، حرکت آن

دایره‌ای یکنواخت است. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطه $F = m \frac{v^2}{r}$ و با

توجه به این که m و r ثابت‌اند، می‌توان نوشت:

$$F = m \frac{v^2}{r} \xrightarrow{\substack{m=\text{ثابت} \\ r=\text{ثابت}}} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{F_2 = 2F_1} \frac{2F_1}{F_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2}v_1$$

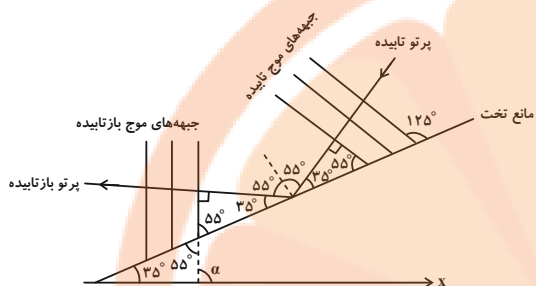
اکنون با استفاده از رابطه $T = \frac{2\pi r}{v}$ ، می‌توان نوشت:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \xrightarrow{r=\text{ثابت}} \frac{T_2}{T_1} = \frac{v_1}{v_2} \xrightarrow{v_2 = \sqrt{2}v_1} \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{v_1}{\sqrt{2}v_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

بنابراین، چون جبهه‌های موج بر پرتوهای تابیده و بازتابیده عموداند، در نتیجه زاویه بین جبهه‌های موج تابیده و مانع تخت برابر زاویه بین جبهه‌های موج بازتابیده و مانع خواهد بود. در این حالت داریم:



$$\alpha = 35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

(معصومه شریعت‌نابری)

گزینه «۴» - ۵۳

می‌دانیم پهنای نوارهای تداخلی متناسب با طول‌موج است. بنابراین، ابتدا، تندی نور در محیط با ضریب شکست $n_1 = 3$ را می‌یابیم و سپس با استفاده از رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ و با توجه به اینکه f ثابت می‌باشد، به صورت زیر، پهنای نوار در محیط دوم را حساب می‌کنیم:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \times 10^8}{3} = 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f \text{ ثابت}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1/5 \times 10^8}{10^8} = 1/5$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1/5 \times 10^8}{10^8} = 1/5 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{2}$$

از طرف دیگر، $a \propto \lambda$ است، لذا داریم:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_2 = 1/8 \text{ mm}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج، صفحه‌های ۹۷، ۱۰۴ و ۱۰۵)

(امیرامیر میرسعید)

گزینه «۴» - ۵۴

ابتدا کوتاه‌ترین طول‌موج رشته پاشن را می‌یابیم. کوتاه‌ترین طول‌موج رشته پاشن، در گذار الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز $n' = 3$ به دست می‌آید. بنابراین داریم:



$$v_{\max} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \rightarrow v_{\max} = A \times \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{A=2\text{cm}=0.02\text{m}}{T=2\text{s}} \rightarrow v_{\max} = 0.02 \times \frac{2\pi}{2} = 0.02\pi \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

(زهرا آقاممیری)

گزینه «۲» - ۵۱

ابتدا باید مشخص کنیم با افزایش فاصله از چشمه صوت، شدت صوت چند برابر می‌شود:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{r_1=d, f_1=f_2, A_1=A_2}{r_2=d+2d=3d} \rightarrow$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(1 \times 1 \times \frac{d}{3d} \right)^2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

اکنون، تغییر تراز شدت صوت را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log 3^{-2} = -40 \log 3$$

$$\xrightarrow{\log 3 \approx 0.477} \Delta\beta = -40 \times 0.477 = -19.08 \text{ dB}$$

در آخر، درصد تغییر تراز شدت صوت را می‌یابیم:

$$\text{درصد تغییر تراز شدت صوت} = \frac{\Delta\beta}{\beta_1} \times 100 = \frac{-19.08}{96} \times 100 = -19.88\%$$

$$\text{درصد تغییر تراز شدت صوت} = \frac{-19}{96} \times 100 = -19.79\%$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(زهرا آقاممیری)

گزینه «۴» - ۵۲

با توجه به شکل زیر، زاویه بین جبهه‌های موج تابیده به مانع تخت برابر ۵۵° است، لذا، زاویه بین جبهه‌های موج بازتابیده و مانع نیز ۵۵° می‌باشد. چراکه طبق قانون بازتاب عمومی زاویه تابش برابر زاویه بازتابش است.

$${}_{93}^{237}\text{NP} \rightarrow {}_Z^A\text{Y} + {}_2^4\text{He}^{2+} + {}_{-1}^0\text{e}$$

$$\begin{cases} 237 = A + (3 \times 4) + 0 \Rightarrow A = 225 \\ 93 = Z + (3 \times 2) - 1 \Rightarrow Z = 88 \end{cases}$$

می‌بینیم، تعداد پروتون‌ها $Z = 88$ و تعداد نوترون‌ها برابر

$$N = 225 - 88 = 137 \text{ می‌باشد. دقت کنید، } A = N + Z \text{ است.}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۵)

۵۷- گزینه «۱» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا تعداد هسته‌های باقی‌مانده را می‌یابیم. چون تعداد هسته‌های واپاشیده

$$(N' = N_0 - N) \text{ برابر تعداد هسته‌های فعال باقیمانده (N) است.}$$

می‌توان نوشت:

$$N' = 15N \xrightarrow{N' = N_0 - N} N_0 - N = 15N$$

$$\Rightarrow N_0 = 16N \Rightarrow N = \frac{1}{16} N_0$$

اکنون، با استفاده از رابطه زیر، تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} N &= N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \xrightarrow{N = \frac{1}{16} N_0} \frac{1}{16} N_0 = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \\ \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n &= \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{2^n} = \frac{1}{16} \Rightarrow 2^n = 16 = 2^4 \Rightarrow n = 4 \end{aligned}$$

در آخر داریم:

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{\text{روز } T_{1/2} = 8}{n=4} \rightarrow 4 = \frac{t}{8} \Rightarrow t = 32 \text{ روز}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۵۸- گزینه «۳» (معصومه شریعت‌ناصری)

در حالت اول، نقطه‌ای را که نیروی خالص وارد بر بار q صفر می‌شود، پیدا

می‌کنیم. چون بارهای q_1 و q_2 هم‌علامت‌اند، نقطه موردنظر بین دو بار و

نزدیک باری است که اندازه آن کوچک‌تر است. بنابراین، با فرض $q > 0$ ،

داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = \infty, n' = 2 \quad R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{900}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\min} = 900 \text{ nm}$$

چون طول موج فوتون تابش شده ($\lambda_0 = 900 \text{ nm}$) بزرگ‌تر از طول موج

آستانه فلزها ($\lambda_{0A} = 200 \text{ nm}$ و $\lambda_{0B} = 600 \text{ nm}$) است، اثر

فوتوالکتریک برای هیچ کدام از فلزها رخ نمی‌دهد.

دقت کنید اگر طول موج نور تابشی از طول موج آستانه فلز (λ_0) بزرگ‌تر

باشد، انرژی فوتون فرودی کمتر از تابع کار فلز (W_0) می‌شود، لذا پدیده

فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۴)

۵۵- گزینه «۳» (مسعود قره‌فانی)

می‌دانیم برای اولین حالت برانگیخته، الکترون در تراز $n = 2$ و برای سومین

حالت برانگیخته، الکترون در تراز $n = 4$ قرار دارد. از طرف دیگر، انرژی

الکترون در هر تراز از رابطه $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ به دست می‌آید. بنابراین،

می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Rightarrow E_2 = -\frac{E_R}{2^2} = -\frac{E_R}{4} & \text{اولین حالت برانگیخته} \\ \Rightarrow E_4 = -\frac{E_R}{4^2} = -\frac{E_R}{16} & \text{سومین حالت برانگیخته} \end{cases}$$

$$\frac{E_2}{E_4} = \frac{-\frac{E_R}{4}}{-\frac{E_R}{16}} = \frac{16}{4} \Rightarrow \frac{E_2}{E_4} = 4$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷)

۵۶- گزینه «۴» (زهره آقاممیری)

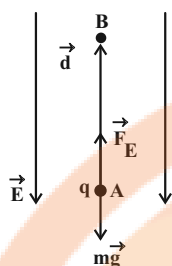
می‌دانیم در معادله واپاشی هسته یک اتم، باید مجموع عددهای جرمی دو

طرف معادله با هم و مجموع عددهای اتمی دو طرف معادله نیز با هم برابر

باشند. بنابراین، با توجه به معادله واپاشی زیر، تعداد نوترون‌ها و تعداد

پروتون‌های هسته دختر را می‌یابیم. دقت کنید، ذره α از جنس هسته هلیم

(${}^4_2\text{He}^{2+}$) و β^- از جنس الکترون ${}_{-1}^0\text{e}$ است.



$$W_E = F \cos \theta d \xrightarrow{F=|q|E} W_E = |q| E \cos \theta \times d$$

$$\frac{|q|=3 \times 10^{-6} \text{ C} = 3 \times 10^{-6} \times 10^{-9} \text{ C}}{E=1 \cdot \frac{\text{N}}{\text{C}}, \theta=0^\circ, d=2 \text{ m}}$$

$$W_E = 3 \times 10^{-6} \times 10^{-9} \times 10 \times \cos(0^\circ) \times 2$$

$$\Rightarrow W_E = 0.6 \text{ J}$$

اکنون کار نیروی وزن را می‌یابیم:

$$W_{mg} = -mgh \xrightarrow{h=d=2 \text{ m}, m=0.1 \text{ kg}, g=10 \text{ m/s}^2}$$

$$W_{mg} = -0.1 \times 10 \times 2 = -0.2 \text{ J}$$

با توجه به اینکه کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی

آن است، داریم:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\xrightarrow{v_A=0} 0.6 - 0.2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (v_B^2 - 0)$$

$$\Rightarrow 0.4 = 0.05 \times v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 8 = 16 \times 0.5$$

$$\Rightarrow v_B = 4\sqrt{0.5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

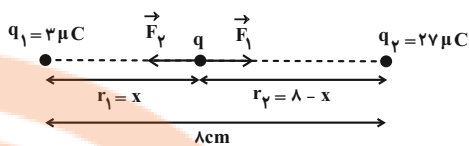
برای محاسبه پتانسیل نقطه B از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ استفاده می‌کنیم. در

این رابطه علامت q را وارد می‌کنیم:

$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\Delta U = -W_E = -0.6 \text{ J}, V_B = 15 \text{ V}}$$

$$15 - V_A = \frac{-0.6}{-3 \times 10^{-6} \times 10^{-9}} \Rightarrow 15 - V_A = 20 \Rightarrow V_A = -5 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)



$$F_1 = F_2 \xrightarrow{F=k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}} k \frac{|q_1||q|}{r_1^2} = k \frac{|q_2||q|}{r_2^2}$$

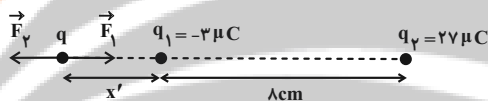
$$\Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{27}{(\lambda - x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(\lambda - x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{\lambda - x}$$

$$\Rightarrow 3x = \lambda - x \Rightarrow 4x = \lambda \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

برای حالت دوم، با قرینه کردن علامت بار q_1 یا بار q_2 ، نقطه مورد نظر به

خارج از فاصله بین دو بار و روی امتداد آن‌ها و نزدیک به بار کوچک‌تر

(q_1) منتقل می‌شود. بنابراین، با توجه به شکل زیر داریم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{|q_1||q|}{r_1^2} = k \frac{|q_2||q|}{r_2^2} \xrightarrow{r_1=x', r_2=\lambda+x'}$$

$$\frac{3}{x'^2} = \frac{27}{(x'+\lambda)^2} \Rightarrow \frac{1}{x'^2} = \frac{9}{(x'+\lambda)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x'} = \frac{3}{x'+\lambda} \Rightarrow x' = 4 \text{ cm}$$

می‌بینیم نقطه مورد نظر از ۲ سانتی‌متری سمت راست بار q_1 به ۴

سانتی‌متری سمت چپ آن، یعنی $d = 2 + 4 = 6 \text{ cm}$ جابه‌جا می‌شود.

(فیزیک ۲ - الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» - ۵۹

بر ذره باردار $q = -3 \times 10^{-6} \text{ C}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی و رو به

بالا نیرو وارد می‌شود. بنابراین، چون نیروی الکتریکی و جابه‌جایی هم‌جهت‌اند،

$\theta = 0^\circ$ می‌باشد. در این حالت کار نیروی الکتریکی برابر است با:



۶۰- گزینه ۱

(پوریا علاقه‌مند)

چون خازن را پس از پر شدن از باتری جدا کرده‌ایم، بار الکتریکی آن ثابت

می‌ماند. بنابراین، با استفاده از رابطه $C = \frac{Q}{V}$ داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{d=\text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1}$$

$$\xrightarrow{\kappa_2=4, \kappa_1=1, A_2=2A_1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{4}{1} \times \frac{2A_1}{A_1} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 8$$

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{Q=\text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 8 \Rightarrow V_1 = 8V_2$$

از طرف دیگر، $E = \frac{V}{d}$ است. بنابراین داریم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{d=\text{ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{V_1=8V_2} \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{8V_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیست ساکن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۱- گزینه ۱

(مصطفی کلبانی)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ مقاومت مقاومت‌های نوری به نور تابیده شده به آن‌ها بستگی دارد و به دمای محیط بستگی ندارد.

ب) درست

پ) نادرست؛ دیودها از انواع مقاومت‌های نوری نیستند.

ت) نادرست؛ از LDR ها می‌توان در تجهیزات چشم الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان استفاده کرد.

ث) درست؛ میزان مقاومت LDR با میزان نور تابیده به آن، رابطه عکس دارد.

می‌بینیم تعداد ۳ عبارت نادرست است.

(فیزیک ۲ - مدارهای الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۶۲- گزینه ۴

(زهره آقاممیری)

با افزایش مقاومت R_p ، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. در نتیجه، بنابه

رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ و با توجه به اینکه \mathcal{E} ثابت و $r = 0$ است، جریان

اصلی مدار که از مقاومت R_p نیز می‌گذرد، کاهش می‌یابد. با کاهش

جریان مقاومت R_p ، بنابه رابطه $V_p = R_p I$ ، چون R_p ثابت است، V_p

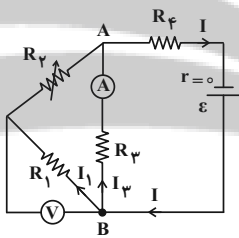
نیز کاهش می‌یابد. اختلاف پتانسیل دو سر باتری ثابت و برابر $V = \mathcal{E}$

می‌باشد. بنابراین، با توجه به اینکه $V = V_p + V_{AB}$ است، با کاهش V_p

و ثابت بودن V ، V_{AB} افزایش می‌یابد. با افزایش V_{AB} ، طبق رابطه

$V_{AB} = R_p I_p$ ، چون R_p ثابت است، جریان I_p که از آمپرسنج عبور

می‌کند، افزایش پیدا خواهد کرد.



در آخر، چون $I = I_p + I_1$ است، با کاهش I و افزایش I_p ،

جریان I_1 نیز کاهش می‌یابد. لذا بنابه رابطه $V_1 = R_1 I_1$ ، اختلاف پتانسیل

دو سر مقاومت R_1 که ولت‌سنج نشان می‌دهد، کاهش خواهد یافت.

(فیزیک ۲ - مدارهای الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶ و ۷۰ تا ۷۷)

۶۳- گزینه ۱

(مهمدر علی راست‌پیمان)

مطابق شکل زیر، ابتدا جریان الکتریکی مقاومت R_p را برحسب جریان

اصلی مدار (I) می‌یابیم. اگر جریان مقاومت R_p را I_p فرض کنیم، چون

مقاومت R_p موازی مقاومت R_1 است، اختلاف پتانسیل مقاومت معادل

آن‌ها با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_p یکسان است. با توجه به اینکه

از مقاومت $R_{1,p}$ ، جریان اصلی مدار عبور می‌کند، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times l_1 \times \frac{A_1}{l_2 \times A_2} \Rightarrow R_1 = 18R_2$$

اکنون با استفاده از قانون اهم نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، چون

مقاومت درونی باتری $r = 0$ است. بنابراین رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ ، اختلاف

پتانسیل دو سر باتری ثابت و همواره برابر $V = \mathcal{E}$ است. در نتیجه V_{MN}

نیز ثابت می‌ماند.

$$I = \frac{V}{R} \quad V = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad R_1 = 18R_2 \rightarrow$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{18R_2}{R_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 18$$

در آخر با استفاده از رابطه $F = IlB \sin \theta$ و با توجه به اینکه در هر دو

حالت سیم‌ها بر میدان مغناطیسی عمودند ($\theta = 90^\circ$)، نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ را

می‌یابیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{I_2}{I_1} \times \frac{l_2}{l_1} \times \frac{B_2}{B_1} \times \frac{\sin 90^\circ}{\sin 90^\circ} \quad \frac{l_2 = l_1}{B_2 = B_1} \rightarrow$$

$$\frac{F_2}{F_1} = 18 \times 1 \times 1 \times 1 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 18$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس؛ صفحه‌های ۵۱، ۵۲ و ۹۱ تا ۹۴)

(مهم‌علی راست‌پیمان)

۶۵- گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر یک از

سیم‌ها را تعیین می‌کنیم و سپس با توجه به جهت و اندازه میدان‌ها در نقطه

M ، اندازه میدان مغناطیسی خالص را در این نقطه می‌یابیم. با توجه به

جهت جریان‌ها، میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌های I_1 و I_2 در نقطه

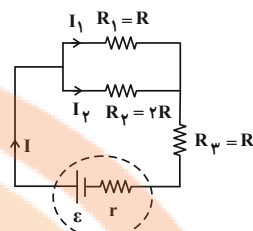
M برون‌سو و میدان مغناطیسی حاصل از جریان I_3 درون‌سو است. از

طرف دیگر، چون $B_2 + B_3 > B_1$ است، جهت میدان مغناطیسی خالص

در نقطه M برون‌سو خواهد بود. بنابراین داریم:

$$B_M = B_2 + B_3 - B_1 \quad \frac{B_2 = 30G, B_3 = 40G}{B_1 = 20G} \rightarrow$$

$$B_M = 30 + 40 - 20 = 50G$$



$$V_{1,2} = V_2 \Rightarrow R_{1,2} I = R_2 I_2$$

$$\frac{R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2R}{3}}{\frac{2}{3} R I = 2R I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{3} I}$$

توان مصرفی در مقاومت R_2 برابر است:

$$P_{R_2} = R_2 I_2^2 = 2R \times \left(\frac{1}{3} I\right)^2 \Rightarrow P_{R_2} = \frac{2}{9} R I^2$$

اکنون مقاومت معادل مدار را می‌یابیم و توان مصرفی در مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq} = R_{1,2} + R_2 \Rightarrow R_{eq} = \frac{2}{3} R + R = \frac{5}{3} R$$

$$P_{R_{eq}} = R_{eq} I^2 \Rightarrow P_{R_{eq}} = \frac{5}{3} R I^2$$

از طرف دیگر، چون ۱۰ درصد توان تولیدی P_E در مقاومت درونی باتری مصرف می‌شود، لذا، ۹۰ درصد آن در مقاومت معادل مدار مصرف خواهد

شد. در این حالت با یک تناسب ساده می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{R_{eq}}}{P_{R_2}} = \frac{0/90 P_E}{x} \Rightarrow \frac{\frac{5}{3} R I^2}{\frac{2}{9} R I^2} = \frac{0/90 P_E}{x} \Rightarrow \frac{45}{6} = \frac{0/90 P_E}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \times 0/90 P_E}{45} = 0/12 P_E \Rightarrow x = 12\% P_E$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

۶۴- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، نسبت $\frac{R_2}{R_1}$ را می‌یابیم. اندیس (۲)

مربوط به سیم مسی و اندیس (۱) مربوط به سیم آهنی است.

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \quad \frac{A_1 = \frac{A}{2}, A_2 = 3A}{\rho_1 = 2\rho_2, L_1 = L_2} \rightarrow$$

$$L = N(2\pi r) = 300 \times (2 \times 3 \times 5 \times 10^{-2}) = 90 \text{ m}$$

$$R = 90 \times 2 \Omega = 180 \Omega$$

$$\bar{I} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{4/5}{180} = \frac{1}{40} \text{ A} \quad (1 \text{ A} = 1000 \text{ mA})$$

$$\bar{I} = \frac{1}{40} \times 1000 \text{ mA} = 25 \text{ mA}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۳» - ۶۷

می‌دانیم بیشینه انرژی ذخیره شده در سیمولوله به ازای بیشینه جریان

الکتریکی است. از طرف دیگر، طبق رابطه $I = 2\sqrt{3} \sin 30^\circ \pi t$ ، بیشینه

جریان برابر $I_m = 2\sqrt{3} \text{ A}$ می‌باشد. بنابراین، با توجه به رابطه انرژی

ذخیره شده در سیمولوله، جریان الکتریکی لحظه‌ای را که انرژی ذخیره شده

در آن 0.6 J می‌شود، می‌یابیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \xrightarrow{L=\text{ثابت}} \frac{U_m}{U} = \left(\frac{I_m}{I}\right)^2$$

$$\frac{U_m = 0.8 \text{ J}, I_m = 2\sqrt{3} \text{ A}}{U = 0.6 \text{ J}} \rightarrow \frac{0.8}{0.6} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{I}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{I}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{I} \Rightarrow I = 3 \text{ A}$$

اکنون لحظه‌ای را می‌یابیم که $I = 3 \text{ A}$ است.

$$I = 2\sqrt{3} \sin 30^\circ \pi t \Rightarrow 3 = 2\sqrt{3} \sin 30^\circ \pi t$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ \pi t = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\sin \frac{\pi}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}} \sin 30^\circ \pi t = \sin \frac{\pi}{2}$$

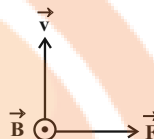
$$\Rightarrow 30^\circ \pi t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{900} \text{ s}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

اکنون با توجه به جهت \vec{v} و \vec{B} و اندازه آن‌ها، اندازه نیروی مغناطیسی وارد

بر بار q و جهت آن را می‌یابیم. دقت کنید برای تعیین جهت نیروی

مغناطیسی از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم.



$$F = |q| v B \sin \theta \quad \begin{matrix} v = 1.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, |q| = 5 \times 10^{-6} \text{ C} \\ B = 5 \cdot G = 5 \times 10^{-3} \text{ T}, \theta = 90^\circ \end{matrix}$$

$$F = 5 \times 10^{-6} \times 1.4 \times 5 \times 10^{-3} \times \sin 90^\circ = 2/5 \times 10^{-4} \text{ N}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۴ تا ۹۶)

(پوریا علاقه‌مند)

گزینه «۳» - ۶۶

دو ثانیه دوم همان بازه زمانی $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 4 \text{ s}$ است. بنابراین، ابتدا

اندازه میدان مغناطیسی را در لحظه‌های فوق، می‌یابیم:

$$B = 2t + 6 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \Rightarrow B_1 = 2 \times 2 + 6 = 10 \text{ T} \\ t_2 = 4 \text{ s} \Rightarrow B_2 = 2 \times 4 + 6 = 14 \text{ T} \end{cases}$$

اکنون تغییر شار مغناطیسی در بازه زمانی t_1 تا t_2 را پیدا می‌کنیم. در این

مرحله، ابتدا مساحت سطح مقطع پیچه را حساب می‌کنیم:

$$A = \pi r^2 \xrightarrow[r = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}]{\pi = 3} A = 3 \times 25 \times 10^{-4} = 75 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Delta \Phi = A \cos \theta (B_2 - B_1) \xrightarrow[\cos(0) = 1]{\theta = 0^\circ}$$

$$\Delta \Phi = 75 \times 10^{-4} \times 1 \times (14 - 10) = 3 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

در آخر \mathcal{E} را می‌یابیم و به دنبال آن جریان القایی را حساب می‌کنیم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow[N = 300, \Delta \Phi = 3 \times 10^{-2} \text{ Wb}]{\Delta t = 4 - 2 = 2 \text{ s}}$$

$$\bar{\mathcal{E}} = -300 \times \frac{3 \times 10^{-2}}{2} = -4.5 \text{ V} \Rightarrow |\bar{\mathcal{E}}| = 4.5 \text{ V}$$

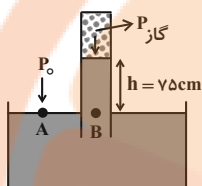
دقت کنید چون مقاومت هر متر از سیم 2Ω است، لازم است، طول سیمی

که از آن پیچه را ساخته‌ایم، به دست آوریم:

(مسعود قره‌فانی)

۷۰- گزینه «۳»

می‌دانیم فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز با فشار هوا است. بنابراین، با توجه به شکل زیر، برای نقطه‌های هم‌تراز A و B در مایع که فشار یکسانی دارند، می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{گاز}} + \rho gh \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = -\rho gh$$

$$\rho = 12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 12000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad h = 75 \text{cm} = 0.75 \text{m} \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = -12000 \times 10 \times 0.75$$

$$P_{\text{گاز}} - P_0 = P_{\text{پیمانه‌ای}} = -90000 \text{ Pa}$$

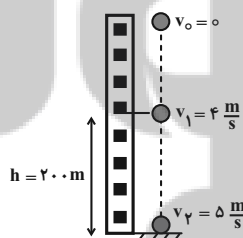
$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = -90 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

(فسرو ارغوانی فرد)

۷۱- گزینه «۳»

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی، کار برابند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. با توجه به اینکه بر جسم نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن وارد می‌شود، می‌توان نوشت:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = W_{mg} + W_{fD} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$W_{mg} + W_{fD} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow W_{mg} = +mgh$$

$$mgh + W_{fD} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

(معصومه شریعت‌ناهری)

۶۸- گزینه «۳»

با توجه به شکل‌های داده شده، کمترین مقداری که خط کش می‌تواند اندازه بگیرد $\frac{1}{4} \text{cm}$ و کمترین مقداری که دماسنج اندازه می‌گیرد برابر 0.1°C است. بنابراین:

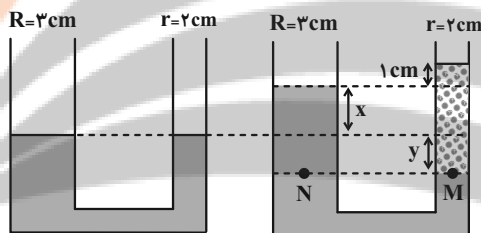
$$\text{دقت اندازه‌گیری خط کش} = \frac{1}{4} \text{cm} = 0.25 \text{cm}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری دماسنج} = 0.1^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(سعید طاهری پروینی)

۶۹- گزینه «۱»



با توجه به اینکه حجم آب جابه‌جا شده در دو لوله یکسان است، داریم:

$$x\pi R^2 = y\pi r^2 \Rightarrow 9x = 4y \Rightarrow y = \frac{9}{4}x$$
 (*)

از طرفی برای مایع اضافه شده به شاخه سمت راست داریم:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} (x + y + 1)\pi r^2$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مایع}} (x + y + 1) = \frac{m_{\text{مایع}}}{\pi r^2} = \frac{78}{3 \times 4} = \frac{6}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} (**)$$

حال با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن، داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} (x + y + 1) = \rho_{\text{آب}} (x + y)$$

$$\frac{(*)}{(**)} \frac{6}{5} = 1 \times \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2 \text{cm} \Rightarrow y = \frac{9}{4} \text{cm}$$

بنابراین:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{6/5}{2 + 9/4 + 1} = \frac{6/5}{7/5} = \frac{12}{15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

(مسعود قره‌فانی)

۷۴- گزینه «۲»

چون جهت چرخه پادساعتگرد است $W > 0$ در نتیجه $Q < 0$ می‌باشد. بنابراین، گاز گرما از دست داده است. (گزینه‌های «۱» و «۳» نادرست اند.) از طرف دیگر، در چرخه $\Delta U = 0$ و W برابر مساحت داخل چرخه (در اینجا مساحت دوزنقه) است. بنابراین ابتدا W را می‌یابیم. دقت کنید، باید اتمسفر به پاسکال و لیتر به مترمکعب تبدیل شود.

$$W = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{[(5-3) + (7-3)] \times 10^5}{2} \times (6-2) \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow W = \frac{6 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3}}{2} = 1200 \text{ J}$$

اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، Q را می‌یابیم:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{\Delta U=0} 0 = 1200 + Q \Rightarrow Q = -1200 \text{ J}$$

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa} \text{ و } 1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۰)

(مصطفی کیانی)

۷۵- گزینه «۱»

ابتدا مساحت داخل چرخه را که برابر اندازه کار انجام شده بر روی گاز است، می‌یابیم. دقت کنید باید atm به Pa و L به m^3 تبدیل شود.

$$|W| = S_{\text{چرخه}} = (6-2) \times 10^5 \times (12-8) \times 10^{-3} = 1600 \text{ J}$$

اکنون گرمای داده شده به ماشین را با استفاده از رابطه بازده می‌یابیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \xrightarrow{\eta = \frac{4}{27}} \frac{4}{27} = \frac{1600}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 10800 \text{ J}$$

در آخر، با توجه به اینکه $Q_H = Q_{AB} + Q_{BC}$ است، به صورت زیر Q_{BC} را می‌یابیم.

$$Q_H = Q_{AB} + Q_{BC} \xrightarrow{\frac{Q_{AB}=4800 \text{ J}}{Q_H=10800 \text{ J}}}$$

$$10800 = 4800 + Q_{BC} \Rightarrow Q_{BC} = 6000 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۶)

$$v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{m=2 \text{ kg}, h=200 \text{ m}}{2 \times 10 \times 200 + W_{fD}} = \frac{1}{2} \times 2 \times (25-16)$$

$$\Rightarrow W_{fD} = 9 - 4000 = -3991 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۵)

(مصطفی کیانی)

۷۲- گزینه «۲»

کار نیروی اصطکاک در مسیر AB برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین، چون در نقطه‌های A و B ، جسم هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل گرانشی دارد، می‌توان نوشت:

$$W_f = E_B - E_A \xrightarrow{E=K+U} W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

$$\Rightarrow W_f = \left(\frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B \right) - \left(\frac{1}{2} m v_A^2 + mgh_A \right)$$

$$\frac{m=2 \text{ kg}, v_A=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h_A=6 \text{ m}}{v_B=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h_B=2 \text{ m}}$$

$$W_f = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 25 + 2 \times 10 \times 2 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 100 + 2 \times 10 \times 6 \right)$$

$$\Rightarrow W_f = 65 - 220 = -155 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(پوریا علاقه‌مند)

۷۳- گزینه «۱»

ابتدا افزایش دمای جسم را از درجه فارنهایت به درجه سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta F = 26^\circ \text{ F}} 26 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 20^\circ \text{ C}$$

اکنون طول جدید میله را می‌یابیم:

$$L_2 = L_1 + \alpha L_1 \Delta \theta \xrightarrow{\frac{L_1=10 \text{ m}}{\alpha=8 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ \text{C}}}}$$

$$L_2 = 10 + 8 \times 10^{-6} \times 10 \times 20$$

$$\Rightarrow L_2 = 10 + 16 \times 10^{-4} = 10 + 0.0016 = 10.0016 \text{ m}$$

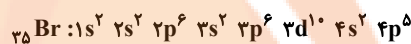
(فیزیک ۱ - حرما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

شیمی

۷۶- گزینه «۱»

(ممنوناً پورجاوید)

با توجه به آرایش الکترونی ${}_{35}^{80}\text{Br}$ ، الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های $3p$ و $4s$ دارای $n+1=4$ می‌باشند؛ که در مجموع ۸ الکترون هستند:



تعداد این الکترون‌ها در ${}_{35}^{80}\text{Br}$ برابر است با:

$$20 \text{ g Br} \times \frac{1 \text{ mol Br}}{80 \text{ g Br}} \times \frac{8 \text{ mol e}^-}{1 \text{ mol Br}} = 2 \text{ mol e}^-$$

از طرفی تعداد الکترون‌های موجود در یک مول یون SO_4^{2-} برابر خواهد بود با:

$$(1 \times 16) + (4 \times 8) + 2 = 50 \text{ mol e}^-$$

بنابراین مقدار جرمی از یون SO_4^{2-} که دارای ۲ مول الکترون باشد عبارت است از:

$$2 \text{ mol e}^- \times \frac{1 \text{ mol SO}_4^{2-}}{50 \text{ mol e}^-} \times \frac{96 \text{ g SO}_4^{2-}}{1 \text{ mol SO}_4^{2-}} = 3 / 84 \text{ g SO}_4^{2-}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۵، ۱۲ تا ۱۹)

۷۷- گزینه «۴»

(ممنوناً پورجاوید)

ایزوتوپ‌های یک عنصر از نظر پایداری در طبیعت، نقطه ذوب و جوش (ویژگی‌های فیزیکی وابسته به جرم)، چگالی و عدد جرمی با یکدیگر تفاوت دارند.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۵ و ۶)

۷۸- گزینه «۲»

(ممنوناً پورجاوید)

برای تعیین فرمول ترکیب $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}$ لازم است تا جرم مولی (M) آن را به دست آوریم:

$$\begin{aligned} & 3 / 0.1 \times 10^{22} \text{ atom O} \times \frac{1 \text{ mol O}}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom O}} \\ & \times \frac{1 \text{ mol C}_x\text{H}_y\text{O}}{1 \text{ mol O}} \times \frac{\text{Mg C}_x\text{H}_y\text{O}}{1 \text{ mol C}_x\text{H}_y\text{O}} = 2 / 3 \text{ g C}_x\text{H}_y\text{O} \\ & \Rightarrow M = 46 \end{aligned}$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\text{C}_x\text{H}_y\text{O} = (2 \times 12) + (X \times 1) + (1 \times 16) = 46 \Rightarrow X = 6$$

حال می‌توان تعداد اتم‌های کربن در 0.5 مول $\text{C}_6\text{H}_6\text{O}$ را به دست آورد:

$$0.5 \text{ mol C}_6\text{H}_6\text{O} \times \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol C}_6\text{H}_6\text{O}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom C}}{1 \text{ mol C}}$$

$$= 6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom C}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۹)

۷۹- گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی سوزگلایی)

تنها ردیف اول به‌طور کامل صحیح می‌باشد.

بررسی موارد نادرست:

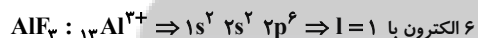
نام ترکیبها: نام Li_2O لیتیم اکسید می‌باشد.

تعداد الکترون مبادله شده:

زیروند آنیون \times بار آنیون = زیروند کاتیون \times بار کاتیون = تعداد الکترون مبادله شده

تعداد الکترون‌های مبادله شده در KI برابر با ۱ می‌باشد.

تعداد الکترون با $l = 1$ در آرایش الکترونی کاتیون:



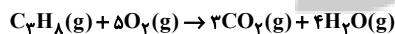
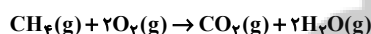
(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۸۰- گزینه «۳»

(ممنوناً زهره‌وند)

معادله‌های موازنه‌شده واکنش سوختن کامل گازهای CH_4 و C_3H_8

به‌صورت زیر است:



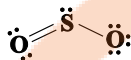
$$\text{CH}_4 \text{ جرم مولی} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{C}_3\text{H}_8 \text{ جرم مولی} = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

مقدار مول CH_4 را n_1 و مقدار مول C_3H_8 را برابر n_2 در نظر می‌گیریم.

$$16n_1 + 44n_2 = 104 \text{ g}$$

در ساختار لوویس مولکول SO_3 نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر با $\frac{1}{3}$ است.



در ساختار لوویس مولکول‌های SO_3 و SO_3^{2-} نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی برابر با ۲ است.



در ساختار لوویس هر کدام از مولکول‌های CO_2 ، HCN و SO_3 چهار پیوند کووالانسی وجود دارد.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

(مهم‌رضا زهره‌نور)

گزینه «۲» -۸۲

$$T_1 = 45 / 5 + 273 = 318 / 5K$$

$$T_2 = 91 + 273 = 364K$$

$$\Rightarrow V_2 = 1 / 5V_1$$

بر اساس قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1 n_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2 n_2} \rightarrow \text{فشار ثابت} \quad \frac{V_1}{318 / 5 \times n_1} = \frac{1 / 5 V_1}{364 \times n_2}$$

$$n_2 = \frac{21}{16} n_1 \Rightarrow \Delta n = n_2 - n_1 = \frac{21}{16} n_1 - n_1 = \frac{5}{16} n_1$$

بنابراین شمار مول‌های گاز باید به اندازه $\frac{5}{16} n$ افزایش یابد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

(مهم‌رضا پورماوید)

گزینه «۲» -۸۳

ابتدا می‌توان غلظت مولی هر دو محلول CH_3OH را طبق رابطه

$$M = \frac{10 \times a \times d}{\text{جرم مولی}}$$

به دست آورد:

$$\text{محلول اولیه} : M_1 = \frac{10 \times 64 \times 0 / 525}{32} = 10 / 5 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\text{محلول ثانویه} : M_2 = \frac{10 \times 24 \times 0 / 7}{32} = 5 / 25 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

فرض کردیم در واکنش سوختن پروپان، n_2 مول C_3H_8 را وارد واکنش کرده باشیم، در این حالت $2n_2$ مول CO_2 و $4n_2$ مول H_2O تولید می‌شود، از آنجایی که طبق گفته سؤال اختلاف حجم $H_2O(g)$ و $CO_2(g)$ تولیدی در واکنش سوختن گاز C_3H_8 برابر با ۵۰ لیتر در شرایط واکنش است، داریم:

$$\text{مول} = 2 = \frac{1 \text{ mol}}{25 \text{ لیتر}} \times 50 \text{ لیتر} = \text{اختلاف شمار مول گازهای تولیدی}$$

$$4n_2 - 2n_2 = n_2 = 2 \text{ mol}$$

$$16n_1 + 44n_2 = 104$$

$$16n_1 + 44 \times 2 = 104 \Rightarrow n_1 = 1 \text{ mol}$$

با توجه به این که $n_1 = 1$ می‌باشد، در واکنش سوختن CH_4 داریم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 1 \text{ mol } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} = 1 \text{ mol } CO_2$$

$$? \text{ mol } H_2O = 1 \text{ mol } CH_4 \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CH_4} = 2 \text{ mol } H_2O$$

همچنین در واکنش C_3H_8 داریم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 2 \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{3 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 6 \text{ mol } CO_2$$

$$? \text{ mol } H_2O = 2 \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 8 \text{ mol } H_2O$$

مجموع شمار مول گازهای تولیدشده در طی دو واکنش:

$$17 \text{ مول گاز} = 8 \text{ مول } H_2O + 6 \text{ مول } CO_2 + 2 \text{ مول } H_2O + 1 \text{ مول } CO_2$$

$$? \text{ L} = 17 \times \frac{25 \text{ لیتر}}{1 \text{ مول گاز}} = 425 \text{ L}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۳، ۵۶ تا ۶۰)

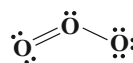
(مهم‌رضا عظیمیان‌زواره)

گزینه «۱» -۸۱

در ساختار لوویس مولکول CH_2O نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر با ۲ است.



در ساختار لوویس مولکول O_3 نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر با $\frac{1}{3}$ است.



(معمدرضا پورجاویدر)

۸۶- گزینه «۴»

شبه فلزها از نظر شیمیایی خواصی مشابه نافلزها دارند و خواص فیزیکی آنها به فلزها شباهت دارد.

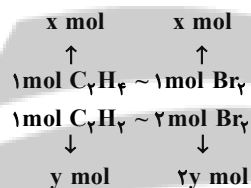
۲۱ Sc اولین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای نیست بلکه K ۱۹ اولین عنصر این دوره به شمار می‌رود.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۲ و ۱۶)

(یاسر راش)

۸۷- گزینه «۱»

هر مول اتن با یک مول برم و هر مول اتین با ۲ مول برم واکنش می‌دهد.



$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{6/72}{22/4} = 0/3 \\ x+2y = \frac{80}{160} = 0/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 0/3 \\ x+2y = 0/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0/1 \text{ mol} & \text{اتن} \\ y = 0/2 \text{ mol} & \text{اتین} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{0/1}{0/1+0/2} \times 100 = 33/33\%$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۱)

(مسعود طبرسا)

۸۸- گزینه «۴»

خام فروشی تنها برای نفت و منابع معدنی به کار نمی‌رود بلکه برای محصولات کشاورزی نیز به کار می‌رود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱)

با توجه به رابطه $M_1 V_1 = M_2 V_2$ می‌توان حجم نهایی محلول ثانویه و مقدار آب لازم برای تولید آن را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$10/5 \times 4 = 5/25 \times V_2 \Rightarrow V_2 = 8L$$

$$\text{حجم آب مورد نیاز} = 8 - 4 = 4L$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶ و ۹۸ تا ۱۰۰)

(معمدرضا پورجاویدر)

۸۴- گزینه «۴»

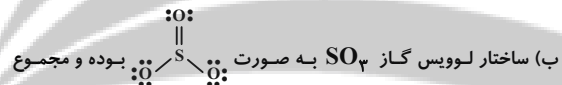
عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» صحیح هستند.

واکنش موازنه شده به صورت زیر می‌باشد:



بررسی عبارت‌ها:

الف) گاز نیتروژن واکنش‌دهنده فرایند هابر است.



ضریب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها نیز برابر ۴ می‌باشد. پس با تعداد پیوند اشتراکی در SO_3 برابر است.

پ) هدف از انجام این واکنش حذف گازهای NO و NO_2 می‌باشد نه آمونیاک

ت) در سمت واکنش‌دهنده‌ها ۴ اتم نیتروژن داریم که ۲ اتم نیتروژن متعلق به آمونیاک می‌باشند و ضمن اکسایش از عدد اکسایش ۳- به صفر می‌رسند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۰)

(معمدرضا پورجاویدر)

۸۵- گزینه «۳»

تنها عبارت نادرست مورد اول است.

در پدیده اسمز مولکول‌های آب در هر دو جهت غشا نیمه تراوا حرکت می‌کنند اما میزان این حرکت از محلول رقیق به محلول غلیظ بیشتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

(امیرسعید مسلمی)

۹۱- گزینه «۲»

فرض می‌کنیم a مول اتان و b مول پروپان در مخلوط یاد شده وجود دارد:

$$? \text{ kJ} = a \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{1660 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_6} = 1660 \cdot a \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = b \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{2220 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_3H_8} = 2220 \cdot b \text{ kJ}$$

گرمای تولید شده برابر جمع گرمای تولید شده به ازای سوختن هر ماده

$$1660 \cdot a + 2220 \cdot b = 1053 \quad (*)$$

است: حال تعداد مول اتم‌های هیدروژن و کربن این مخلوط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ? \text{ mol H} = a \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{6 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } C_2H_6} \\ = 6a \text{ mol H} \\ ? \text{ mol H} = b \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{8 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } C_3H_8} \\ = 8b \text{ mol H} \end{cases} \Rightarrow 6a + 8b$$

هیدروژن

$$\begin{cases} ? \text{ mol C} = a \text{ mol } C_2H_6 \times \frac{2 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } C_2H_6} \\ = 2a \text{ mol C} \\ ? \text{ mol C} = b \text{ mol } C_3H_8 \times \frac{3 \text{ mol C}}{1 \text{ mol } C_3H_8} \\ = 3b \text{ mol C} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b$$

کربن

اکنون می‌توان مقادیر a و b را محاسبه کرد:

$$(6a + 8b) - (2a + 3b) = 4a + 5b = 2 / 45 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*) \cdot (**)} a = 0 / 3, \quad b = 0 / 25$$

در نهایت برای درصد جرمی اتان داریم:

$$\% C_2H_6 = \frac{\text{جرم } C_2H_6}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 = \frac{0 / 3 \times 30}{0 / 3 \times 30 + 0 / 25 \times 44} \times 100 = 45\%$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

(محمدرضا پورجویدر)

۹۲- گزینه «۲»

برای به دست آوردن معادله واکنش مورد نظر و ΔH آن باید واکنش‌های

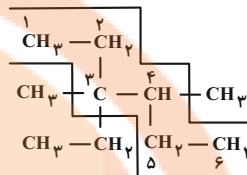
(I) و (IV) را معکوس کنیم و واکنش‌های (II) و (III) نیز به ترتیب

$$\text{در } -\frac{1}{4} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ ضرب کنیم:}$$

(محمدرضا پورجویدر)

۸۹- گزینه «۴»

نام ترکیب داده شده به صورت زیر تعیین می‌شود:



۳- اتیل-۳ و ۴- دی متیل هگزان

با توجه به فرمول شیمیایی آن ($C_{10}H_{22}$), باید با آلکانی ۱۰ کربنه دارای

فرمول یکسانی باشد که ۲- اتیل اوکتان چنین شرایطی دارد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

(امیرسعید مسلمی)

۹۰- گزینه «۳»

عبارت‌های اول، دوم و چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: اگر طی فرایند $C \rightarrow B$ هر دو تغییرات دما و محتوای انرژی

شیمیایی رخ دهد، با توجه به نمودار دمای C پایین‌تر و پایداری آن بالاتر

خواهد بود.

مورد دوم: پس از خوردن بستنی، فرایند هم‌دما شدن آن با بدن رخ می‌دهد

($A \rightarrow B$) سپس فرایند آزاد شدن انرژی پتانسیل شیمیایی آن صورت

می‌گیرد ($B \rightarrow C$). دقت کنید تغییرات انرژی هم‌دما شدن بستنی با بدن،

بسیار کمتر از فرایند تبدیل آن به فرآورده‌های دیگر و آزاد شدن انرژی

شیمیایی آن است. بنابراین تفاوت سطح انرژی A با C ، بسیار بیشتر از

A با B خواهد بود.

مورد سوم: با توجه به بالاتر بودن سطح انرژی A از C ، علامت $\Delta\theta$ در

فرایند $C \rightarrow A$ مثبت خواهد بود.

مورد چهارم: محتوای انرژی CO_2 و H_2O از $C(s)$ و H_2

کمتر است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

(معمدها پوره‌هاویر)

۹۴- گزینه «۱»

الف) در واکنش $Fe_3O_4 + 3CO \rightarrow 2Fe + 3CO_2$ با توجه به ضریب مواد موجود در واکنش سرعت متوسط تولید CO_2 با سرعت متوسط مصرف CO برابر خواهد بود.

ب) سرعت متوسط مصرف BrF_3 در واکنش



Br_2 خواهد بود. بنابراین اگر Br_2 با سرعت $4 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ تولید شود، سرعت مصرف BrF_3 برابر با $8 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ خواهد بود.

پ) در مورد تمام واکنش‌ها (گرماده یا گرماگیر) به مرور زمان سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت تولید فراورده‌ها کاهش خواهد یافت.

ت) از آنجا که واکنش‌پذیری فلزهای Li و Na با یکدیگر متفاوت است، واکنش آن‌ها با آب سرد در زمان یکسان منجر به تولید مقادیر مختلفی گاز می‌شود (چرا که سرعت انجام واکنش در آن‌ها با یکدیگر متفاوت است).

ث) واکنش محلول پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی انجام می‌شود و سریع نیست؛ اما با افزودن کاتالیزگر سرعت آن افزایش خواهد یافت.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۱)

(غریزاد رضایی)

۹۵- گزینه «۳»

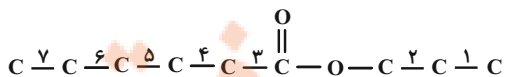
ابتدا شمار کربن‌های الکل را تعیین می‌کنیم. یعنی:



جرم مولی الکل: $14n + 18$

$$60\% = \frac{12n}{14n+18} \times 100 \Rightarrow n = 3$$

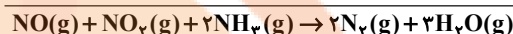
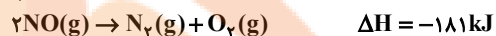
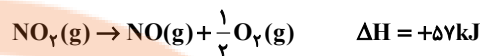
پس R' شامل ۳ اتم کربن است، اکنون شمار کربن‌های استر و بعد صابون را به دست می‌آوریم. استر باید به صورت زیر باشد تا شامل ۷ پیوند کربن-کربن باشد یعنی R ، ۵ کربنی است.



پس صابون حاصل به صورت $C_8H_{17}COONa$ است.

$$\frac{23}{138} \times 100 = 16.67\%$$

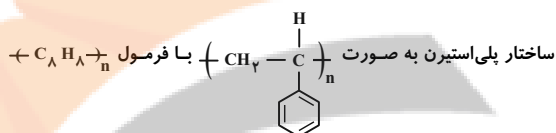
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)



$$\Delta H = -758 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۹۳- گزینه «۳» (امیرمسین مسلمی)



است که در هر واحد آن ۳ پیوند دوگانه $C=C$ در حلقه بنزن آن وجود دارد. با توجه به این که جرم مولی یک واحد آن ۱۰۴ گرم است؛ داریم:

$$n = \frac{2496}{104} = 24$$

پس تعداد پیوندهای دوگانه $C=C$ پلی‌استیرن برابر است با:

$$C=C \text{ تعداد پیوند } 24 \times 3 N_A$$

از طرفی فرمول مولکولی پلی‌آمید نمایش داده شده به صورت $(C_{16}H_{14}N_2O_2)_n$ است و اگر جرم مولی هر واحد آن را ۲۶۶ گرم در نظر بگیریم؛ داریم:

$$n = \frac{1596}{266} = 6$$

پس تعداد پیوندهای دوگانه موجود در ساختار پلی‌آمید داده شده برابر است با:

$$6 \times 8 \times N_A = \text{تعداد پیوندهای دوگانه}$$

در نهایت خواسته مسئله برابر است با:

تعداد پیوندهای دوگانه $C=C$ در ۲۴۹۶ گرم پلی‌استیرن
تعداد پیوندهای دوگانه موجود در ۱۵۹۶ گرم پلی‌آمید

$$= \frac{24 \times 3 \times N_A}{6 \times 8 \times N_A} = 1/5$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴ و ۱۱۴ و ۱۱۵)

۹۶- گزینه «۱»

(صلاح الدین ابراهیمی)

همه موارد نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

(الف) مولکول‌های صابون ذرات چربی را در آب پخش می‌کنند. نه حل و نوعی کلوتید ایجاد می‌کنند.

(ب) ذرات سوسپانسیون از محلول‌ها درشت‌تر است و نور را پخش می‌کنند.

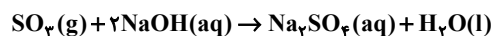
(پ) در پاک‌کننده‌های غیرصابونی گروه SO_3^- وجود دارد.

(ت) با توجه به جدول صفحه ۹ کتاب درسی درصد لکه باقی‌مانده با صابون بدون آنزیم ۲۵٪ و با صابون آنزیم‌دار ۱۰٪ است که نشان می‌دهد ۱۵٪ قدرت صابون افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۹۷- گزینه «۲»

(سیدریحیم هاشمی‌هکری)



ابتدا، محاسبه مقدار عملی

$$300 \text{ ml NaOH} \times \frac{1 \text{ L NaOH}}{1000 \text{ ml NaOH}} \times \frac{0.05 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{ mol SO}_3}$$

$$\times \frac{342 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{100 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3}{80 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{\text{ناخالص}}{\text{خالص}}$$

$$= 1.068 \text{ g Al}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$100 \times \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \text{بازده درصدی}$$

$$50 = \frac{1.068}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم نمونه} = 2.136 \text{ g}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۹۸- گزینه «۳»

(ممد پارسا خراهان)

طبق گفته سوال:

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = 16 \times 10^4 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 16 \times 10^4 [\text{H}^+]$$

$$\frac{\text{طرفین ضرب در } [\text{H}^+]}{[\text{H}^+]} \rightarrow \underbrace{[\text{H}^+][\text{OH}^-]}_{10^{-14}} = 16 \times 10^4 [\text{H}^+]^2$$

$$10^{-14} = 16 \times 10^4 [\text{H}^+]^2 \Rightarrow [\text{H}^+]^2 = \frac{10^{-18}}{16} \Rightarrow [\text{H}^+] = \frac{10^{-9}}{4}$$

$$= 25 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log(25 \times 10^{-11}) = 11 - \log 25 = 11 - 2 \log 5$$

$$= 11 - (2 \times 0.7) = 9.6$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۹۹- گزینه «۳»

(رضا سلیمانی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

گزینه «۱»: هر چه غلظت یون‌های H^+ در محلولی بیشتر باشد، محلول اسیدی‌تر است و pH کمتری دارد.

گزینه «۲»: صابون باعث پخش شدن چربی در آب می‌شود، نه حل شدن آن.

گزینه «۴»: در برخی از داروهای ضد اسید از مخلوط آلومینیوم هیدروکسید و منیزیم هیدروکسید استفاده می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۱، ۱۵، ۲۴ تا ۲۸ و ۳۲)

۱۰۰- گزینه «۳»

(فاصله قهرمانی‌نور)

گاز تولید شده در بخش A بیشتر از B است. در نتیجه می‌توان گفت A کاتد و گاز جمع شده در آن H_2 می‌باشد.

بررسی موارد:

(الف) A کاتد بوده و علامت منفی دارد.

(ب) مایع C آب و اندکی الکترولیت حل شده است و در نتیجه خالص نیست.

(پ) در قسمت B از اکسایش آب، یون H^+ تولید شده و محلول را اسیدی می‌کند و کاغذ pH نیز در محلول اسیدی به رنگ قرمز درمی‌آید.

(ت) به ازای تولید دو مول H_2 (۴ گرم) در کاتد، یک مول O_2 (۳۲ گرم) در آنند تولید می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در ساریه شیمی: صفحه ۵۴)

۱۰۱- گزینه «۳»

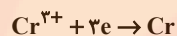
(فاضل قهرمانی فر)



قسمت اول:

$$? \text{ g } H_2O = 134 / 4 \text{ L گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22 / 4 \text{ L گاز}} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol گاز}}$$

$$\times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 72 \text{ g آب}$$



قسمت دوم:

$$? \text{ g Cr} = 134 / 4 \text{ L گاز} \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{22 / 4 \text{ L گاز}} \times \frac{4 \text{ mol } e^-}{3 \text{ mol گاز}}$$

$$\frac{1 \text{ mol Cr}}{3 \text{ mol } e^-} \times \frac{52 \text{ g Cr}}{1 \text{ mol Cr}} = 138 / 6 \text{ g کروم}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۲ و ۶۰)

۱۰۲- گزینه «۲»

(مهمربنا پورفاویر)

مولکول‌های متان دارای ساختاری چهاروجهی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

گاز کلر مولکولی ناقطبی است و نقطه جوش آن در مقایسه با HF که امکان تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد، کمتر است.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۰۳- گزینه «۱»

(میلاد شیخ‌الاسلامی شایوی)

با توجه به نمونه داده شده، موج با فرکانس حدود ۱۷۰۰، کاملاً جذب شده پس با توجه به جدول صورت سؤال، پیوند $C=O$ در نمونه ماده ما وجود دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۰۴- گزینه «۳»

(مهمربنا کو)

جرم مولی اوره با فرمول مولکولی $CO(NH_2)_2$ برابر $\frac{60 \text{ g}}{\text{mol}}$ بوده و ΔH واکنش برابر 300 kJ می‌باشد و به علت گرماده بودن واکنش $\Delta H = -300 \text{ kJ}$ خواهد بود و آنتالپی واکنش در روی نمودار برابر $2a$ می‌باشد پس $a = 150 \text{ kJ}$ است.

موارد (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) به ازای تشکیل سه مول ماده C، 300 kJ گرما آزاد می‌شود پس گرمای آزاد شده ضمن تشکیل هر مول ماده C برابر 100 kJ می‌باشد.

(ب) انرژی فعال‌سازی در غیاب کاتالیزگر 450 kJ بوده که با استفاده از کاتالیزگر کاهش می‌یابد و می‌تواند 320 kJ باشد.

(پ) در واکنش‌های گرماده فرآورده‌ها سطح انرژی پایین‌تر و پایداری بالاتری دارند.

(ت) حتی با وجود کاربرد کاتالیزگر آنتالپی واکنش ثابت می‌ماند.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۱۰۵- گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست؛ با افزایش دما، ثابت تعادل کاهش یافته است. بنابراین واکنش گرماده است.

(ب) نادرست؛ با کاهش دما تعادل در جهت تولید گرما یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(پ) نادرست؛ افزایش فشار باعث جابه‌جایی تعادل در جهت تعداد مول‌های کمتر می‌شود. اگر مقدار مول فرآورده‌ها افزایش یابد یعنی به سمت راست جابه‌جا می‌شود پس مجموع ضرایب مواد گازی سمت راست کمتر است.

(ت) درست؛ با افزایش دما، تعادل در جهت مصرف گرما یعنی برگشت جابه‌جا می‌شود پس غلظت فرآورده‌ها کم می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۸)