

دفترچه پاسخ

آزمون ۲ تیر ماه ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)



پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلاالی-سیدرضا اسلامی-عادل حسینی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-سوگند روشنی-محمد صحت کار-زیرمان فتح الهی-احمدرضا فلاح-هادی فولادی-مهرداد ملوندی	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-بهنام دیبایی اصل-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-معصومه شریعت ناصری ساعد صالحی-پوریا علاقه مند-سیاوش فارسی-مسعود قره خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-امیراحمد میرسعید-شادمان ویسی	فیزیک	
صلاح الدین ابراهیمی-جعفر بازوکی-محمدرضا پورچاوید-احمدرضا جشانی پور-کامران جعفری-حمید ذبحی-یاسر راش حسن رحمتی کوکنده-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-سیدرضا رضوی-علی رفیعی-محمدرضا زهرهوند-رضا سلیمانی-آروین شجاعی امیرحسین طیبی سود کلایی-محمد عظیمیان زواره-فاضل قهرمانی فرد-امیرحسین مسلمی-حسین ناصری ثانی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلاالی سیدرضا اسلامی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم جواد سوری لکی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مصطفی کیانی	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱- گزینه «۲»

(سیدرضا اسلامی)

رابطه تقسیم را می نویسیم:

$$x^{1^0} + k = (x+1)q(x) + 3$$

$$1 + k = 3 \Rightarrow k = 2 \quad \text{را جای گذاری می کنیم:}$$

حال داریم:

$$x^{1^0} + 2 = (x+1)q(x) + 3 \Rightarrow x^{1^0} - 1 = (x+1)q(x)$$

باید $q(-1)$ را حساب کنیم:

روش اول: از اتحاد چاق و لاغر زیر استفاده می کنیم:

$$x^n - a^n = (x+a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots + a^{n-2}x - a^{n-1})$$

و داریم:

$$x^{1^0} - 1 = (x+1) \underbrace{(x^1 - x^1 + x^2 - x^2 + x^3 - x^3 + x^4 - x^4 + x^5 - x^5 + x^6 - x^6 + x^7 - x^7 + x^8 - x^8 + x^9 - x^9)}_{q(x)}$$

$$\Rightarrow q(-1) = -1^0$$

روش دوم: از حد $\frac{0}{0}$ استفاده می کنیم:

$$q(x) = \frac{x^{1^0} - 1}{x+1} \Rightarrow q(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^{1^0} - 1}{x+1}$$

$$\underline{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1^0 x^9}{1} = -1^0$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه های ۱۹ و ۲۰)

۲- گزینه «۳» (عادل حسینی)

ابتدا جمله عمومی دنباله و سپس جمله عمومی S_n را پیدا می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 r &= 8 \\ t_1 r^4 &= \frac{64}{27} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r^3 = \frac{\frac{64}{27}}{8} = \frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3} \xrightarrow{t_1 r = 8} t_1 \left(\frac{2}{3}\right) = 8 \Rightarrow t_1 = 12$$

پس مجموع n جمله اول دنباله برابر است با:

$$S_n = \frac{t_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{12(1-(\frac{2}{3})^n)}{1-\frac{2}{3}} = 36 - 36\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

S_n هندسی نیست، اما $S_n - 36$ هندسی است.

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه های ۲ تا ۶)

۳- گزینه «۳» (سیدرضا اسلامی)

جواب های معادله در خود معادله صدق می کنند، پس داریم:

$$\alpha^x + 2\alpha = k \Rightarrow \alpha^x = k - 2\alpha$$

$$\frac{\times \alpha}{\rightarrow} \alpha^x = k\alpha - 2\alpha^x = k\alpha - 2(k - 2\alpha) = (k+4)\alpha - 2k$$

$$\Rightarrow \alpha^x + \delta\beta = (k+4)\alpha - 2k + \delta\beta$$

این را هم می دانیم که مجموع جواب های معادله یعنی $\alpha + \beta$ برابر

$$S = -2 \text{ است، پس } \beta = -2 - \alpha \text{ را در تساوی بالا قرار می دهیم:}$$

$$\alpha^x + \delta\beta = (k+4)\alpha - 2k + \delta(-2 - \alpha)$$

$$\frac{\alpha^x + \delta\beta = -12}{\rightarrow} (k-1)\alpha - 2k - 1^0 = -12$$

$$\Rightarrow (k-1)\alpha = 2(k-1)$$

معادله اخیر به ازای $k=1$ و $\alpha \in \mathbb{R}$ برقرار است، حال اگر $k \neq 1$

باشد، باید $\alpha = 2$ شود، در این حالت داریم:

$$\beta = -2 - \alpha = -2 - 2 = -4$$

از طرفی $-k$ برابر حاصل ضرب جواب های معادله یعنی $\alpha\beta$ است.

$$\Rightarrow -k = 2 \times (-4) = -8 \Rightarrow k = 8$$

پس مجموع مقادیر k برابر ۹ است.

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه های ۷ تا ۹)

۴- گزینه «۱»

(کلام املایی)

ابتدا دامنه تابع g را حساب می‌کنیم.

$$x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_g = [0, 1]$$

بنابراین داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \mid x \leq -2, 0 \leq \frac{2x+1}{x-1} \leq 1\} \quad (*)$$

حال نامعادله $0 \leq \frac{2x+1}{x-1} \leq 1$ را حل می‌کنیم:

$$(1) \quad x = -\frac{1}{2} \text{ جواب است. با شرط } x \neq -\frac{1}{2} \text{ و } x \neq 1 \text{ داریم:}$$

$$\frac{x-1}{2x+1} \geq 1 \Rightarrow \frac{x-1-2x-1}{2x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x-2}{2x+1} \geq 0$$

$$\frac{x+2}{2x+1} \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x < -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} -2 \leq x < -\frac{1}{2}$$

بنابراین برای برد تابع $g \circ f$ طبق (*) می‌نویسیم:

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \leq -2, -2 \leq x < -\frac{1}{2}\} = \{-2\}$$

$$(g \circ f)(-2) = g(f(-2)) = g(1) = 0$$

پس $R_{g \circ f} = \{0\}$ و در نتیجه $g \circ f = \{(-2, 0)\}$ است.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۵- گزینه «۲»

(کلام املایی)

α جواب معادله $f(x) = x$ است. پس داریم:

$$\log_4^{(2^\alpha+1)} = \alpha \Rightarrow 2^\alpha + 1 = 4^\alpha$$

$$\Rightarrow 4^\alpha - 2^\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ 2^\alpha = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

حال اگر فرض کنیم $f^{-1}(\frac{\alpha}{2}) = \beta$ ، آن‌گاه $f(\beta) = \frac{\alpha}{2}$ است و در

نتیجه:

$$\log_4^{(2^\beta+1)} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 2^\beta + 1 = 4^{\frac{\alpha}{2}} = 2^\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$2^\beta = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = \log_2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \log_2(\sqrt{5}-1) - 1$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۶- گزینه «۴»

(سیدرضا اسلامی)

ابتدا ضابطه تابع وارون را می‌یابیم:

$$y = f(x) = 2 + \sqrt{3-x} \Rightarrow 3-x = (y-2)^2$$

$$\Rightarrow x = 3 - (y-2)^2 = -y^2 + 4y - 1 : y \geq 2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -x^2 + 4x - 1 ; x \geq 2 \quad (1)$$

حال ضابطه $y = f(2x)$ و وارون آن را نیز تشکیل می‌دهیم:

$$g(x) = f(2x) = 2 + \sqrt{3-2x}$$

$$\Rightarrow 3-2x = (y-2)^2 \Rightarrow x = \frac{3-(y-2)^2}{2} ; y \geq 2$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-x^2 + 4x - 1}{2} ; x \geq 2$$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع و برابری}} -x^2 + 4x - 1 = \frac{-x^2 + 4x - 1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \xrightarrow{x \geq 2} x = 2 + \sqrt{3}$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۸ و ۹)

گزینه «۳» -۷

(سیدرضا اسلامی)

تابع $y = \log_{1/8} \square$ را اکیداً نزولی در نظر می‌گیریم. پس با توجه به این

$$2x + a > x^2 - 4 \quad \text{نکته داریم:}$$

شرط دامنه دو عبارت لگاریتمی را نیز در نظر بگیریم، باید نامعادله‌های زیر

$$2x + a > x^2 - 4 > 0 \quad \text{را حل کنیم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + a > x^2 - 4 \Rightarrow x^2 - 2x - a - 4 < 0 & (1) \\ x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty) & (2) \end{cases}$$

اجتماع دسته جواب‌های (۱) و (۲) باید به صورت $(b, -2) \cup (c, \delta)$ باشد.

با مقایسه این دسته جواب‌ها و شکل کلی جواب بالا، مشخص می‌شود که $c = 2$

است و جواب‌های معادله $x^2 - 2x - a - 4 = 0$ باید b و δ باشند.

$$\xrightarrow{x=\delta} 2\delta - 10 - a - 4 = 0 \Rightarrow a = 11$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - a - 4 = x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 5, -3 \Rightarrow b = -3$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

گزینه «۳» -۸

(سیدرضا اسلامی)

$$\frac{31\pi}{12} = \frac{24\pi}{12} + \frac{6\pi}{12} + \frac{\pi}{12}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{31\pi}{12} = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{12}$$

با توجه به اتحاد $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ حاصل $A = \cos \frac{\pi}{12}$ را

می‌یابیم:

$$\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{12}} \frac{\sqrt{3}}{2} = 2A^2 - 1 \Rightarrow A^2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$$

$$\xrightarrow{A > 0} A = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

پس $2A$ برابر $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ است.

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

گزینه «۴» -۹

(کلاطم املائی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم تا به یکی از فرم‌های

$$f(x) = A \sin Bx + C \quad \text{یا} \quad f(x) = A \cos Bx + C$$

دربیاید.

$$\cos\left(bx - \frac{\pi}{3}\right) = \cos bx \cos \frac{\pi}{3} + \sin bx \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \cos bx + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin bx$$

$$\Rightarrow f(x) = 2\left(\frac{1}{2} \cos bx + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin bx\right) - \cos bx = \sqrt{3} \sin bx$$

دوره تناوب این تابع برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و کمترین مقدار آن $-\sqrt{3}$ است،

پس $a = -\sqrt{3}$. از طرفی با توجه به نمودار تابع، دوره تناوب آن (فاصله دو

نقطه ماکزیمم) برابر $\pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4}$ است، پس طبق رابطه T داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

چون نمودار تابع در یک همسایگی $x = 0$ نزولی است، پس $b < 0$ است و

مقدار $b = -2$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow a^2 b = 3 \times (-2) = -6$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

گزینه «۲» -۱۰

(عادل حسینی)

باید معادله $f(x) = g(x)$ را حل کنیم:

$$\cos 2x + 2 = \delta \sin x \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + 2 = \delta \sin x$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x + \delta \sin x - 3 = (\sin x - 1)(\sin x + 3) = 0$$

$$\xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} \sin x = \frac{1}{2}$$

دقت کنید که جواب $\sin x = -3$ غیرقابل قبول است.

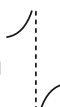
چون تابع در سمت راست $x = 0$ تعریف نشده است، پس نمودار تابع f در اطراف $x = -1$ مورد نظر است. حال با تغییر متغیر $t = -x$ قصد داریم که علامت عبارت مخرج را در همسایگی $x = -1$ تعیین کنیم.

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt{-x} = \sqrt{-x} - \sqrt[3]{-x} = \sqrt{t} - \sqrt[3]{t}$$

چون x در همسایگی محذوف -1 است، پس t در همسایگی محذوف 1 است و در نتیجه اگر $t > 1$ آن گاه $\sqrt{t} - \sqrt[3]{t} > 0$ و اگر $t < 1$ آن گاه $\sqrt{t} - \sqrt[3]{t} < 0$ پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{-t+2}{\sqrt{t}-\sqrt[3]{t}} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{-t+2}{\sqrt{t}-\sqrt[3]{t}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

پس نمودار تابع f در اطراف $x = -1$ به صورت  است.

(مسابان ۲ - فرهای نامتناهی - هر دو بی نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۳- گزینه «۱» (عادل حسینی)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2-f(3+h)} = -\frac{1}{\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h)-2}{h}} = \frac{-1}{f'(3)} = 4$$

$$\Rightarrow f'(3) = -\frac{1}{4}$$

دقت کنید که چون تابع f در $x = 3$ مشتق پذیر است، در این نقطه پیوسته هم هست، یعنی $\lim_{h \rightarrow 0} f(3+h) = f(3)$. حال چون در تساوی

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2-f(3+h)}$$
 حد مخرج هم باید صفر باشد نتیجه می شود که

$$f(3) = 2 \text{ است.}$$

حال سراغ محاسبه مشتق $f \times g$ در $x = 3$ می رویم:

$$(f \times g)'(3) = f'(3)g(3) + f(3)g'(3)$$

$$= -\frac{1}{4}g(3) + 2g'(3) \quad (*)$$

$$\Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های بازه $[-\frac{7\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ عبارتند از $-\frac{7\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$ که مجموع آن‌ها برابر 2π است.

(مسابان ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۱- گزینه «۳» (کامظم ابلالی)

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = a\left|\sqrt{\cos \frac{\pi}{3}}\right| + \frac{\pi}{3}[\sin \pi] = a$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{3}} f(x) = a \times 0 + \frac{\pi}{3} \times (-1) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^-}{3}} f(x) = a \times 1 + \frac{\pi}{3} \times 0 = a$$

برای این که تابع f در $x = \frac{\pi}{3}$ پیوسته باشد باید حد چپ و حد راست و

مقدار آن در $x = \frac{\pi}{3}$ برابر باشند. پس $a = -\frac{\pi}{3}$ و در نتیجه:

$$|a| = \left|-\frac{\pi}{3}\right| = -2$$

(مسابان ۱ - هر دو پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۲- گزینه «۲» (کامظم ابلالی)

دامنه تابع f ، $(0, +\infty)$ است. حال ریشه‌های مخرج (طول مجانب‌های قائم) را حساب می کنیم:

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt{-x} = 0 \Rightarrow \sqrt{-x} = -\sqrt[3]{x}$$

$$\Rightarrow -x^3 = x^2 \xrightarrow{x < 0} x = 0, \quad x = -1$$

(سیدرضا اسلامی)

۱۵- گزینه «۱»

$$f(x) = (x+1)(x-1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3}(x+1)(x-1)^{-\frac{2}{3}}$$

از آنجا که $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x) = +\infty$ است، خط مماس بر نمودار f در $x=1$

قائم بوده و $x=1$ طول یکی از نقاط عطف نمودار تابع است.

$$f''(x) = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}(x+1)(x-1)^{-\frac{5}{3}}$$

$$= \frac{2}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} - \frac{2}{9}(x+1)(x-1)^{-\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{2}{9\sqrt[3]{(x-1)^2}} \left(3 - \frac{x+1}{x-1} \right)$$

ریشه ساده f'' ، طول دیگر نقطه عطف نمودار را می‌دهد:

$$\frac{f''(x)=0}{x-1} \Rightarrow 3 - \frac{x+1}{x-1} = 0 \Rightarrow x=2$$

پس نقاط $(0, 1)$ و $(2, 3)$ عطف‌های نمودار تابع f هستند که فاصله

این دو نقطه از یکدیگر برابر است با:

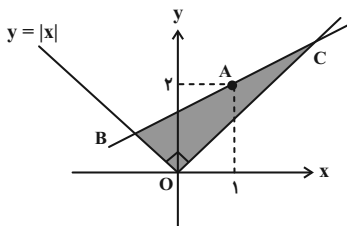
$$\sqrt{(2-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۳۱)

(سیدرضا اسلامی)

۱۶- گزینه «۴»

شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



شیب خط گذرنده از نقطه A را m در نظر می‌گیریم، پس معادله خط

شامل نقاط A ، B و C به صورت زیر است:

$$g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1} \Rightarrow \begin{cases} g(2) = 2 \\ g'(x) = \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} \Rightarrow g'(2) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} (f \times g)'(2) = -\frac{1}{3}(2) + 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۹۴)

(کاملاً اجلائی)

۱۴- گزینه «۴»

اگر خط $y = kx$ در مبدأ مختصات بر نمودار $f \circ g$ مماس باشد، این تابع

در $x=0$ باید مشتق‌پذیر باشد. حال داریم:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (1-a)x & ; x \leq 0 \\ x^2 + (1+a)x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} fx & ; x \leq 0 \\ 2x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} (fx)^2 + (1-a)(fx) & ; x \leq 0 \\ (2x)^2 + (1+a)(2x) & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \begin{cases} 16x^2 + 4(1-a)x & ; x \leq 0 \\ 4x^2 + 2(1+a)x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

بدیهی است که تابع در $x=0$ پیوسته است. برای مشتق‌پذیری کافی است

مشتق‌های چپ و راست با هم برابر باشند:

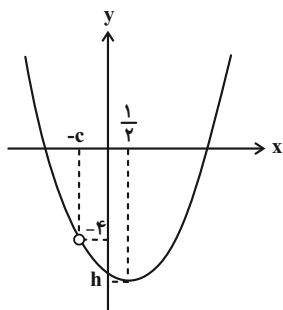
$$(f \circ g)'(x) = \begin{cases} 32x + 4(1-a) & ; x \leq 0 \\ 8x + 2(1+a) & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} (f \circ g)'_-(0) &= 4(1-a) \\ (f \circ g)'_+(0) &= 2(1+a) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{برابری}} 4 - 4a = 2 + 2a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

پس $(f \circ g)'(0) = \frac{8}{3}$ است و در نتیجه خط $y = \frac{8}{3}x$ یا $3y = 8x$ در

$x=0$ بر نمودار $f \circ g$ مماس است.

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹ و ۹۶)



$$f(x) = \frac{(x+c)\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + h}{x+c}$$

پس حد تابع در $x = -c$ برابر -4 است:

$$\lim_{x \rightarrow -c} f(x) = \lim_{x \rightarrow -c} \left(\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + h \right) = \left(c + \frac{1}{2}\right)^2 + h = -4 \quad (1)$$

از طرفی در عبارت صورت داریم:

$$(x+c)\left(x^2 - x + \frac{1}{4} + h\right) = x^3 + ax^2 + bx - 6$$

$$\Rightarrow c\left(\frac{1}{4} + h\right) = -6 \quad (2)$$

$$h = -\frac{6}{c} - \frac{1}{4} \quad \text{از معادله (2) به دست می آوریم:}$$

و این تساوی را در معادله (1) اعمال می کنیم:

$$\left(c + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{6}{c} - \frac{1}{4} = -4$$

$$\Rightarrow c^2 + c + \frac{1}{4} - \frac{6}{c} - \frac{1}{4} = -4$$

$$\xrightarrow{\times c} c^3 + c^2 + 4c - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (c-1)\underbrace{(c^2 + 2c + 6)}_{\Delta < 0} = 0 \Rightarrow c = 1 \xrightarrow{(2)} h = -\frac{25}{4}$$

پس ضابطه تابع f به صورت زیر بوده است:

$$f(x) = \frac{(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}}{x+1} = \frac{x^3 - 7x - 6}{x+1}$$

این یعنی $a = 0$ و $b = -7$ است، در نتیجه $b - c = -8$ است.

(مسئله ۱ - فر و پیوستگی: صفحه های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

$$y - 2 = m(x - 1) \Rightarrow y = mx - m + 2$$

برای این که این خط نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند، لازم است که $|m| < 1$

باشد. حال مختصات نقاط B و C را بر حسب m حساب می کنیم:

$$B: -x = mx - m + 2 \Rightarrow x_B = \frac{m-2}{m+1}, \quad y_B = \frac{2-m}{m+1}$$

پس طول ضلع OB در مثلث قائم الزاویه OBC برابر است با:

$$OB = \frac{2-m}{m+1} \sqrt{2}$$

$$C: x = mx - m + 2 \Rightarrow x_C = \frac{2-m}{1-m} = y_C$$

$$\Rightarrow OC = \frac{2-m}{1-m} \sqrt{2}$$

پس مساحت مثلث OBC بر حسب m برابر است:

$$S = \frac{1}{2} OB \cdot OC \Rightarrow S(m) = \frac{(2-m)^2}{1-m^2} = \frac{4-4m+m^2}{1-m^2}$$

باید صفرهای $S'(m)$ را پیدا کنیم:

$$S'(m) = \frac{-4m^2 + 1 \cdot m - 4}{(1-m^2)^2} = \frac{-2(2m-1)(m-2)}{(1-m^2)^2}$$

$$\xrightarrow{S'(m)=0} (2m-1)(m-2) = 0 \xrightarrow{|m| < 1} m = \frac{1}{2}$$

پس به ازای $m = \frac{1}{2}$ مساحت مثلث OBC کمترین مقدار را دارد.

(مسئله ۲ - کاربردهای مشتق: صفحه های ۱۱۸ و ۱۱۹)

(کلام اجلائی)

۱۷ - گزینه «۴»

عبارت درجه سوم بر عبارت درجه اول تقسیم شده است و حاصل یک عبارت

درجه دوم شده است؛ با توجه به نمودار مشخص است که $x = \frac{1}{2}$ طول

رأس سهمی به دست آمده است و با توجه به حفره روی نمودار نتیجه

می گیریم که عبارت های صورت و مخرج ریشه مشترک $(x = -c)$ را

دارند، پس ضابطه تابع را به صورت زیر می نویسیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{7}{2} = 21$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = 210$$

$$P(A) = \frac{210}{495} = \frac{42}{99} = \frac{14}{33}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۲۱- گزینه «۴» (ممر سمت‌کار)

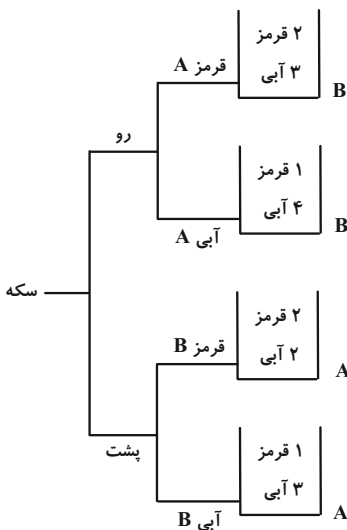
برای آن که این عدد بزرگ‌تر از ۵۰۰۰۰ باشد باید رقم اول سمت چپ (رقم ده‌هزارگان) رقم ۵ باشد. احتمال مطلوب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(رقم ۵ در سمت چپ رقم ۴ قرار دارد | رقم ده‌هزارگان رقم ۵ باشد) P

$$\begin{aligned} &= \frac{P(\text{رقم ده‌هزارگان، رقم ۵ باشد})}{P(\text{رقم ۵ در سمت چپ رقم ۴ باشد})} \\ &= \frac{4!}{5!} = \frac{2! \times 4!}{5!} = \frac{2}{5} = 0.4 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۷)

۲۲- گزینه «۱» (ممر سمت‌کار)



۱۸- گزینه «۱» (سوکنر روشنی)

ابتدا سمت راست عبارت شرطی را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &\sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \vee \sim p \equiv [\sim (p \Rightarrow q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv [\sim (\sim p \vee q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv (p \vee q) \vee \sim p \\ &\equiv q \vee (p \vee (\sim p)) \equiv q \vee T \equiv T \end{aligned}$$

بنابراین عبارت داده شده به صورت $T \Rightarrow T$ می‌باشد و ارزشی همواره درست دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۱۹- گزینه «۱» (امیرمسین ابومحبوب)

$$\begin{aligned} &[(A' - B) \cup (B - A')] \cup [(A \cap B)' - A'] \\ &= [(A' \cap B') \cup (B \cap A)] \cup [(A' \cup B') \cap A] \\ &= [(A' \cap B') \cup (B \cap A)] \cup \underbrace{[(A' \cap A) \cup (B' \cap A)]}_{\emptyset} \\ &= (A' \cap B') \cup [(B \cap A) \cup (B' \cap A)] \\ &= (A' \cap B') \cup \underbrace{[(B \cup B') \cap A]}_U \\ &= (A' \cap B') \cup A = \underbrace{(A' \cup A)}_U \cap (B' \cup A) = A \cup B' \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۰- گزینه «۲» (سوکنر روشنی)

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8$$

$$n(S) = \binom{12}{4} = 495$$

و چون دقیقاً دو متغیر برابر صفر است، خواهیم داشت:

بنابراین تنها مقادیر صحیح قابل قبول برای b در بازه $(۲۵, ۵۱)$ عبارتند از:

$$b = ۳۰, ۳۷, ۴۴, ۵۱$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۲۵- گزینه «۲» (امد رضا فلاح)

می‌دانیم $۴ \times ۵ \times ۷ = ۱۴۰$ ، پس:

$$۳^۴ \equiv ۱ \pmod{۳} \rightarrow ۳^۴ \equiv ۱ \pmod{۳} \quad (۱)$$

$$۳^۴ \equiv ۲^۰ \pmod{۳} \quad \text{از طرفی:}$$

$$۳^۳ \equiv -۱ \pmod{۳} \rightarrow ۳^۶ \equiv ۱ \pmod{۳}$$

$$\left. \begin{aligned} ۳^۴ \equiv ۱ \pmod{۳} \rightarrow ۳^{۱۲} \equiv ۱ \pmod{۳} \\ ۳^۶ \equiv -۱ \pmod{۳} \rightarrow ۳^{۱۲} \equiv ۱ \pmod{۳} \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۳^{۱۲} \equiv ۱ \pmod{۳}$$

$$\Rightarrow ۳^{۱۲k} \equiv ۱ \pmod{۳} \rightarrow ۳^{۱۲k} \equiv ۱ \pmod{۳}$$

بنابراین n باید به صورت $n = ۱۲k$ باشد:

$$۱۰ \leq ۱۲k < ۱۰۰ \Rightarrow k = ۱, ۲, \dots, ۸$$

در نتیجه ۸ مقدار مختلف می‌تواند اختیار کند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

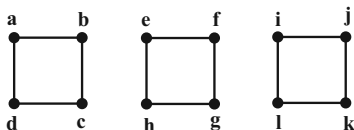
۲۶- گزینه «۴» (امیر حسین ابومحبوب)

اگر a رأس دلخواهی از گراف G باشد، آن‌گاه داریم:

$$\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p - 1 \Rightarrow ۲ + ۹ = p - 1 \Rightarrow p = ۱۲$$

بنابراین G گرافی ۲-منتظم از مرتبه ۱۲ است. حداکثر عدد احاطه‌گری

این گراف مربوط به شکل زیر است.



$$P(\text{سکه رو و مهره قرمز}) = \frac{P(\text{قرمز} | \text{رو})}{P(\text{قرمز})}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}\right)}{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\right)}$$

$$= \frac{\frac{4}{15}}{\frac{4}{15} + \frac{5}{16}} = \frac{64}{64 + 75} = \frac{64}{139}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۲)

۲۳- گزینه «۳» (سوکندر روشنی)

به غیر از x بقیه داده‌ها متمایزند، پس میانگین باید برابر با یکی از داده‌ها

باشد. چرا که در غیر این صورت مد نخواهیم داشت.

$$\frac{۶۴ + x + ۶۹ + ۵۰ + ۷۶ + ۶۵ + ۶۸ + ۶۳}{۸} = x$$

$$\Rightarrow ۴۵۵ + x = ۸x \Rightarrow x = ۶۵ \rightarrow ۶ + ۵ = ۱۱$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴ تا ۹۲)

۲۴- گزینه «۲» (امیر حسین ابومحبوب)

فرض کنید عدد مورد نظر را با a نمایش دهیم. در این صورت داریم:

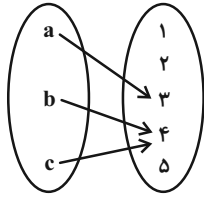
$$a = ۱۹b + ۲۵, \quad b > ۲۵$$

$$a < ۱۰۰۰ \Rightarrow ۱۹b + ۲۵ < ۱۰۰۰ \Rightarrow ۱۹b < ۹۷۵ \Rightarrow b \leq ۵۱$$

$$a \equiv ۰ \pmod{۱۹} \Rightarrow ۱۹b + ۲۵ \equiv ۰ \pmod{۱۹} \Rightarrow -۲b + ۴ \equiv ۰ \pmod{۱۹} \Rightarrow ۲b \equiv ۴ \pmod{۱۹}$$

$$\xrightarrow{+۲} b \equiv ۲ \pmod{۱۹} \Rightarrow b = ۱۹k + ۲ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۲- برد تابع دو عضو داشته باشد.



= تعداد توابع مطلوب

تعداد توابع پوشا از مجموعه ۳ عضوی \times $\binom{5}{2}$ به مجموعه ۲ عضوی

$$= \binom{5}{2} \times (2^3 - 2)$$

در نتیجه $65 = 5 + 60$ تابع مطلوب وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

(مهم صحت کار)

۲۹- گزینه «۱»

با انتخاب هر ۳ کارت در هر بار آزمایش و جابه‌جایی آن‌ها می‌توانیم

$6 = 3!$ عدد مختلف بسازیم که فقط در یکی از آن‌ها ارقام از چپ به

راست به ترتیب صعودی هستند. بنابراین تعداد اعداد مختلف که در این

شرایط می‌توان ساخت برابر با $20 = 1 \times \binom{6}{3}$ است و براساس اصل لانه

کبوتری اگر این آزمایش را $1 + 20 = 21$ بار تکرار کنیم یقین خواهیم

داشت که حداقل ۲ عدد یکسان ساخته شده است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

یعنی گراف G از ۳ گراف C_3 تشکیل شده است که عدد احاطه‌گری هر

کدام از گراف‌های C_3 برابر ۲ است، در نتیجه داریم:

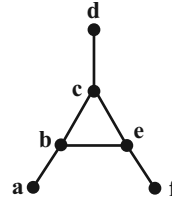
$$\max(\gamma(G)) = 6$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸ و ۴۴)

(سوکنر روشنی)

۲۷- گزینه «۳»

گراف همبند با درجه رئوس ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۳ به صورت زیر خواهد بود:



که $\gamma = 3$ است و ۸ مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد.

$$\binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 8$$

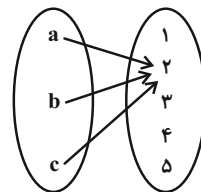
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

(مهم صحت کار)

۲۸- گزینه «۳»

برای توابع مطلوب ۲ حالت امکان‌پذیر است.

۱- برد تابع یک عضو داشته باشد.



$$= \binom{5}{1} = 5$$

کمتر و در نتیجه تعداد نقاط درونی بیشتر می‌شود. کمترین محیط این مستطیل مربوط به حالتی است که طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر ۶ و ۴ باشد که در این صورت داریم:

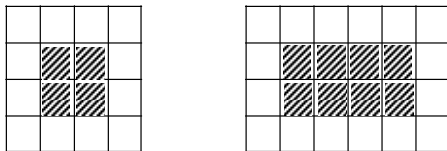
$$b = 2(6 + 4) = 20$$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 24 = \frac{20}{2} + i - 1 \Rightarrow i = 15$$

(هنرسه ۱ - هندسه‌های ۶۹ تا ۷۱)

گزینه «۲» (نریمان فتح‌اللهی)

اگر از هر سمت این مکعب مستطیل، یک ردیف حذف کنید، یک مکعب مستطیل به ابعاد $4 \times 2 \times 2$ باقی می‌ماند که شامل ۱۶ مکعب کوچک رنگ نشده است. از طرفی وجه‌های این مکعب شامل ۲ وجه به ابعاد 4×4 و ۴ وجه به ابعاد 6×4 است که مطابق شکل زیر در آن‌ها به ترتیب ۸ و ۴ مکعب کوچک وجود دارد که تنها دارای یک وجه رنگ شده هستند. پس تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ شده برابر است با:



$$2 \times 4 + 4 \times 8 = 40$$

$$\frac{\text{تعداد مکعب‌های رنگ نشده}}{\text{تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگ شده}} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

(هنرسه ۱ - تقسیم فضایی: صفحه ۹۰)

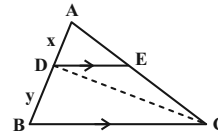
گزینه «۲» (مهرزاد ملونری)

مطابق شکل دایره سوم در نقطه A بر بزرگ‌ترین دایره مماس است. شعاع بزرگ‌ترین دایره را R و شعاع دایره سوم را r در نظر می‌گیریم و شعاع دایره مماس بر قطر AB که از مرکز O می‌گذرد، برابر $\frac{R}{2}$ خواهد بود.

در مثلث قائم‌الزاویه OMN داریم:

گزینه «۱» (مهرزاد ملونری)

طول پاره‌های AD و DB را به ترتیب x و y و همچنین مساحت مثلث ABC را برابر S در نظر می‌گیریم. چون $DE \parallel BC$ ، پس طبق قضیه اساسی تشابه داریم:



$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{x}{x+y}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{4}{S}} = \frac{x}{x+y} \quad (1)$$

از طرفی دو مثلث ABC و BDC در ارتفاع خارج شده از رأس C مشترک‌اند، پس:

$$\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{y}{x+y} \Rightarrow \frac{15}{S} = \frac{y}{x+y} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} = \frac{2}{\sqrt{S}} + \frac{15}{S} = 1$$

$$\xrightarrow{\times S} S - 2\sqrt{S} - 15 = 0 \Rightarrow (\sqrt{S} - 5)(\sqrt{S} + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{S} = 5 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S = 25 \\ \sqrt{S} = -3 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(هنرسه ۱ - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۷)

گزینه «۱» (امیرمسین ابومشوب)

با توجه به این که طول و عرض یک مستطیل شبکه‌ای اعدادی طبیعی هستند، حالت‌های زیر برای این مستطیل امکان‌پذیر است:

$$24 = 24 \times 1 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 6 \times 4$$

از طرفی تعداد نقاط مرزی یک مستطیل شبکه‌ای با ضلع‌های افقی و قائم به طول m و عرض n، برابر $2(m+n)$ است، بنابراین با توجه به ثابت بودن مساحت چندضلعی، هر چه محیط آن کمتر باشد، تعداد نقاط مرزی

$$y_H = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{3 + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = -1$$

$$A'B = \sqrt{(0-1)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{37}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۴)

(امیرمسین ابومبوب)

گزینه «۱» - ۳۵

طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 6^2 + 4^2 = 2(\sqrt{10})^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow 52 = 20 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{a^2}{2} = 32 \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$$

حال طبق قضیه هرون در این مثلث داریم:

$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+6+4}{2} = 9$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{9 \times 1 \times 3 \times 5} = 3\sqrt{15}$$

(هندسه ۲ - روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ و ۷۳)

(سوکندر روشنی)

گزینه «۳» - ۳۶

برای دو ماتریس A و B به ترتیب داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \log_2^5 \\ \log_5^2 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \log_2^5 \\ \log_5^2 & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow A^{19} = (A^2)^9 A = IA = A$$

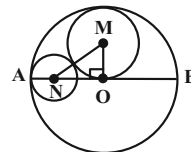
$$B^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \tan \theta \\ \cot \theta & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \tan \theta \\ \cot \theta & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow B^{20} = (B^2)^{10} = I$$

بنابراین داریم:

$$A^{19} + B^{20} = A + I$$

(هندسه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)



$$\begin{cases} OM = \frac{R}{2}, & ON = R - r \\ MN = \frac{R}{2} + r \end{cases}$$

$$OM^2 + ON^2 = MN^2 \Rightarrow \frac{R^2}{4} + (R - r)^2 = \left(\frac{R}{2} + r\right)^2$$

$$= \frac{R^2}{4} + r^2 + Rr \Rightarrow R^2 = 2Rr \Rightarrow R = 2r$$

در نتیجه شعاع بزرگ‌ترین دایره ۳ برابر شعاع کوچک‌ترین دایره است.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه ۲۰)

(هاری فولادی)

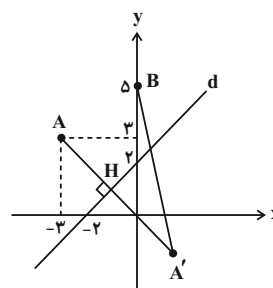
گزینه «۴» - ۳۴

مطابق شکل دو نقطه A و B در یک طرف خط $y = x + 2$ قرار دارند.

بنابراین کافی است بازتاب نقطه A نسبت به خط d را پیدا کرده (نقطه

A') و از آن نقطه به B وصل کنیم. طول پاره خط A'B برابر طول

کوتاه‌ترین مسیر ممکن خواهد بود.



$$m_d = 1 \Rightarrow m_{AA'} = -1$$

$$AA' \text{ معادله خط } : y - 3 = -1(x + 3) \Rightarrow y = -x$$

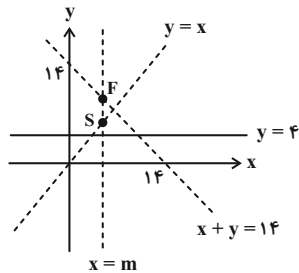
اگر H نقطه برخورد دو خط d و AA' باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow x + 2 = -x \Rightarrow x_H = -1 \Rightarrow y_H = 1$$

$$x_H = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \Rightarrow -1 = \frac{-3 + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = 1$$

(مهررادر ملونردی)

۳۹- گزینه «۲»



چون خط هادی سهمی افقی است، پس محور تقارن آن خطی قائم است که معادله آن را به صورت $x = m$ در نظر می‌گیریم. از طرفی رأس و کانون سهمی روی محور تقارن قرار دارند، پس نقاط $S(m, m)$ و $F(m, 14 - m)$ به ترتیب رأس و کانون سهمی هستند. چون فاصله رأس سهمی از کانون و خط هادی برابر است، پس داریم:

$$14 - 2m = m - 4 \Rightarrow 2m = 18 \Rightarrow m = 9$$

پس $x = 9$ معادله محور تقارن سهمی است.

توجه: اگر معادله قدرمطلق $|m - 4| = |14 - 2m|$ را در نظر بگیریم، جواب $m = 10$ نیز به دست می‌آید که قابل قبول نیست. (چرا؟)

(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

(سوکندر روشنی)

۴۰- گزینه «۳»

ابتدا اندازه بردار \vec{a} را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{c} \cdot \vec{d}|}{|\vec{d}|} = \frac{|6 - 4 - 4|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{2}{3}$$

می‌دانیم بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ بر هر دو بردار \vec{a} و \vec{b} عمود است، پس داریم:

$$|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a}| = |\vec{a} \times \vec{b}| |\vec{a}| \sin 90^\circ$$

$$= 9 |\vec{a}| |\vec{b}| \sin 90^\circ \times |\vec{a}|$$

$$= 9 |\vec{a}|^2 |\vec{b}| = 9 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 1 = 9 \times \frac{4}{9} = 4$$

(هنر سه ۳ - بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

(امیرمسین ابومیبوب)

۳۷- گزینه «۴»

$$|A| = (|A| - 1)(|A| + 1) - (|A| - 2)$$

$$\Rightarrow |A| = |A|^2 - |A| + 1 \Rightarrow |A|^2 - 2|A| + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 1)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 1$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AX = A^{-1} \xrightarrow{A^{-1}X} A^{-1}(AX) = A^{-1} \times A^{-1}$$

$$\Rightarrow X = (A^{-1})^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس X برابر ۲ است.

(هنر سه ۳ - ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(سوکندر روشنی)

۳۸- گزینه «۳»

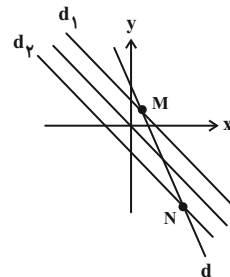
مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقاط A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره خط AB است. اگر خط d عمودمنصف AB باشد، آن‌گاه داریم:

$$(AB \text{ وسط}) M = \frac{A+B}{2} = (0, 2)$$

$$m_{AB} = \frac{3-1}{2-(-2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_d = -2$$

$$d \text{ معادله خط: } y - 2 = -2(x - 0) \Rightarrow y = -2x + 2$$

از طرفی مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نیمساز ربع دوم و چهارم به فاصله ۱ باشند، دو خط موازی در طرفین آن و به فاصله ۱ واحد از آن است. مطابق شکل این دو مکان هندسی یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند (نقاط M و N در شکل).



(هنر سه ۳ - آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

فیزیک

۴۱- گزینه «۳»

(مهمتر علی راست پیمان)

می‌دانیم اگر در یک بازه زمانی متحرک تغییر جهت ندهد، اندازه جابه‌جایی با مسافت طی شده توسط متحرک یکسان است. از طرف دیگر، در لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن تغییر می‌کند، متحرک تغییر جهت می‌دهد. بنابراین، ابتدا لحظه تغییر جهت متحرک را می‌یابیم:

$$x = t^2 - 16t + 28 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -16 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 16 \xrightarrow{v=0} 0 = 2t - 16 \Rightarrow t = 8s$$

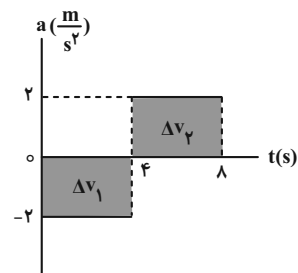
چون متحرک در لحظه $t = 8s$ تغییر جهت می‌دهد، در بازه‌های زمانی که $0 \leq t \leq 8$ و $t \geq 8s$ باشد، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده یکسان است. بنابراین، در بازه‌های زمانی (۴s تا ۱۰s)، (۵s تا ۱۲s) و ۳ ثانیه سوم حرکت (۶s تا ۹s) که شامل لحظه $t = 8s$ است، متحرک تغییر جهت می‌دهد و مسافت طی شده بزرگ‌تر از اندازه جابه‌جایی است. در بازه زمانی ۱s تا ۸s که متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، اندازه جابه‌جایی برابر مسافت طی شده است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

۴۲- گزینه «۲»

(سیاوش فارسی)

برای پاسخ به این سؤال بهتر است، نمودار سرعت-زمان آن را رسم کنیم. به همین منظور سرعت را در لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 8s$ پیدا می‌کنیم. با توجه به اینکه مساحت سطح محصور بین نمودار $a-t$ و محور t برابر Δv است، می‌توان نوشت:



$$\Delta v_1 = -2 \times 4 = -8 \frac{m}{s}$$

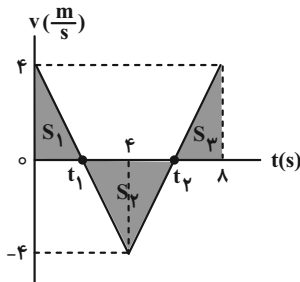
$$\Delta v_2 = 2 \times (8 - 4) = 8 \frac{m}{s}$$

$$v_{fs} = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0 = 2 \frac{m}{s}} v_{fs} = 4 - 8 = -4 \frac{m}{s}$$

$$v_{8s} = v_{fs} + \Delta v_2 = -4 + 8 = 4 \frac{m}{s}$$

اکنون نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم. دقت کنید در بازه زمانی صفر تا ۴s،

شتاب ثابت و منفی و در بازه زمانی ۴s تا ۸s، شتاب ثابت و مثبت است.



با توجه به نمودار $v-t$ ، با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌های t_1 و t_2 را می‌یابیم:

$$\frac{4}{t_1} = \frac{4}{4 - t_1} \Rightarrow t_1 = 2s$$

$$\frac{4}{t_2 - 4} = \frac{4}{8 - t_2} \Rightarrow t_2 = 6s$$

در آخر مسافت طی شده را با استفاده از سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t که برابر جابه‌جایی است، می‌یابیم:

$$\begin{aligned} l &= S_1 + |S_2| + S_3 \Rightarrow l = \frac{4 \times t_1}{2} + \left| \frac{(t_2 - t_1) \times (-4)}{2} \right| \\ &+ \frac{(\lambda - t_2) \times 4}{2} \Rightarrow l = \frac{4 \times 2}{2} + \left| \frac{(6 - 2) \times (-4)}{2} \right| + \frac{(\lambda - 6) \times 4}{2} \\ &\Rightarrow l = 4 + 8 + 4 = 16m \end{aligned}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲، ۳ و ۱۵ تا ۲۱)

۴۳- گزینه «۴» (زهرا آقاممیری)

مسیر حرکت از دو قسمت تشکیل شده است. اگر کل مسیر حرکت را x فرض کنیم، با توجه به شکل زیر، بزرگی سرعت متوسط را حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow \begin{cases} F_1 - f_k = ma_1 \\ F_2 - f_k = ma_2 \end{cases} \begin{matrix} a_1 = \frac{v}{s}, F_1 = 32N \\ a_2 = \frac{v}{\Delta s}, F_2 = 34N \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 32 - f_k = m \times 2 \\ 34 - f_k = m \times 2 / \Delta s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -32 + f_k = -2m \\ 34 - f_k = 2 / \Delta s m \end{cases}$$

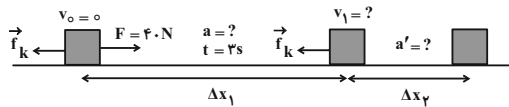
$$\Rightarrow 2 = 0 / \Delta s m \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

$$34 - f_k = 2 / \Delta s \times 4 \Rightarrow f_k = 24 \text{ N}$$

اکنون با توجه به شکل زیر، برای لحظه‌ای که نیروی افقی $F = 40 \text{ N}$ به

جسم وارد می‌شود تا لحظه‌ای که جسم متوقف می‌گردد، شتاب حرکت برای

قسمت اول و دوم و سرعت در لحظه قطع نیرو را پیدا می‌کنیم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow 40 - 24 = 4a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$0 - f_k = ma' \Rightarrow -24 = 4a' \Rightarrow a' = -6 \frac{m}{s^2}$$

$$v_1 = at + v_0 = 4 \times 3 + 0 = 12 \frac{m}{s}$$

در آخر، جابه‌جایی دو قسمت را به دست آورده و با هم جمع می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 4 \times (3)^2 + 0 = 18 \text{ m}$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + 2a'\Delta x_2 \Rightarrow 0 = 144 + 2 \times (-6) \times \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 12 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 18 + 12 = 30 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

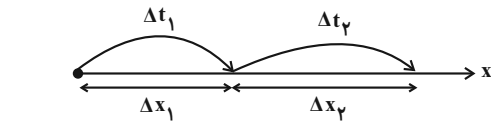
گزینه «۲» (عبارت‌ها امینی نسب)

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم نموده و با استفاده از قانون دوم نیوتون

برای راستای قائم، $f_{s, \max}$ را می‌یابیم. دقت کنید چون حداقل اندازه نیروی

\vec{F} خواسته شده است، باید بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی به آن وارد شود

و شتاب حرکت جسم همان شتاب حرکت آسانسور است.



$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{3} x \\ v_1 = 6 \frac{m}{s} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x_2 = \frac{2}{3} x \\ v_2 = 3 \frac{m}{s} \end{cases}$$

اکنون می‌توان بزرگی سرعت متوسط در کل مسیر حرکت را به دست آورد:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{x}{\frac{x}{3} + \frac{2x}{9}} \Rightarrow v_{av} = \frac{18}{5} = 3.6 \frac{m}{s}$$

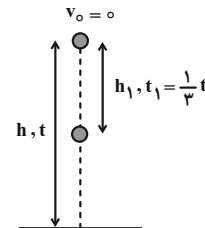
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۶)

گزینه «۱» (مصطفی کیانی)

اگر کل زمان سقوط را t فرض کنیم، با استفاده از رابطه

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

می‌توان نوشت:



$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \xrightarrow{y_0=h} \frac{h_1}{h} = \frac{-\frac{1}{2}gt_1^2}{-\frac{1}{2}gt^2} \quad \begin{matrix} t_1 = \frac{1}{3}t \\ h = 10 \text{ m} \end{matrix}$$

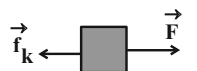
$$\frac{h_1}{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{h_1}{10} = \frac{1}{9} \Rightarrow h_1 = 1.1 \text{ m}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

گزینه «۱» (بهنام رستمی)

ابتدا به صورت زیر، با استفاده از قانون دوم نیوتون، جرم جسم و نیروی

اصطکاک جنبشی را پیدا می‌کنیم:



اکنون اندازه شتاب مرکز گرای متحرک را پیدا می کنیم:

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad \pi^2 = 10, T = 0.4s, r = 15cm = 0.15m \rightarrow a = \frac{4 \times 10 \times 0.15}{0.4 \times 0.4} = 37.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۴۸ تا ۵۸)

۴۹- گزینه «۲» (ساعر صالحی)

ابتدا تندی انتشار موج را می یابیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \quad \rho = 2 \frac{g}{cm^3} = 2000 \frac{kg}{m^3}, A = 1cm^2 = 10^{-4} m^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{20}{2000 \times 10^{-4}}} = 10 \frac{m}{s}$$

اکنون طول موج و به دنبال آن دوره تناوب را پیدا می کنیم. با توجه به شکل،

$$\frac{\Delta \lambda}{4} = 100cm \text{ است. بنابراین داریم:}$$

$$\frac{\Delta \lambda}{4} = 100cm \Rightarrow \lambda = 400cm = 4m$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 4 = 10 \times T \Rightarrow T = 0.4s$$

در این قسمت، بازه زمانی $t_1 = 0.1s$ تا $t_2 = 0.5s$ را بر حسب

دوره تناوب حساب می کنیم:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 0.5 - 0.1 = 0.4s$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0.4}{0.4} = 1 \Rightarrow \Delta t = T$$

می دانیم مسافت طی شده توسط نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ (نصف دوره تناوب)

دو برابر دامنه نوسان است و طبق شکل سؤال، دامنه نوسان برابر با

$A = 2cm$ است. مسافت طی شده در مدت $\Delta t = 0.4s$ برابر است با:

$$l = 2A \xrightarrow{A=2cm} l = 2 \times 2 = 4cm$$

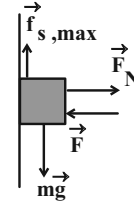
(فیزیک ۳ - نوسان و موج، صفحه های ۶۲ تا ۷۴)

۵۰- گزینه «۱» (عبدالرضا امینی نسب)

طبق رابطه $x = A \cos \omega t$ برای به دست آوردن معادله مکان- زمان

نوسانگر باید A و ω معلوم باشند. بنابراین، ابتدا با استفاده از معادله

نیرو- مکان حرکت هماهنگ ساده، ω را پیدا می کنیم:



$$(F_{net})_y = ma \Rightarrow mg - f_{s,max} = ma$$

$$\frac{m=5kg}{a=2 \frac{m}{s^2}} \rightarrow 5 \times 10 - f_{s,max} = 5 \times 2 \Rightarrow f_{s,max} = 40N$$

اکنون به صورت زیر، F را می یابیم:

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = F$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s=0.8, F_N=F} 40 = 0.8 \times F \Rightarrow F = 50N$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۰ تا ۳۳)

۴۷- گزینه «۴» (عبدالرضا امینی نسب)

با استفاده از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ و به صورت زیر نسبت $\frac{K_B}{K_A}$ را می یابیم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{p_B}{p_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\substack{p_A = 2p_B \\ m_A = \frac{1}{5}m_B}} \frac{K_B}{K_A} = \frac{1}{5} \frac{m_B}{m_B} \times \left(\frac{p_B}{2p_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۴۶ تا ۴۸)

۴۸- گزینه «۳» (مسعود قره قانی)

ابتدا دوره حرکت متحرک را می یابیم. با توجه به شکل، مسیر AB برابر

$\frac{1}{4}$ دور کامل است که متحرک آن را در مدت $\Delta t = 0.1s$ طی می کند.

بنابراین، زمان یک دور کامل (T) برابر است با:

$$\frac{1}{4} T = 0.1 \Rightarrow T = 0.4s$$

$$\alpha + 75^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

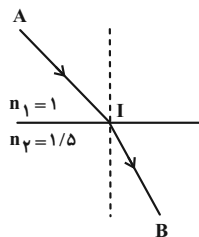
روش دوم: در آینه‌های تخت متقاطع که زاویه بین دو آینه کوچک‌تر از 90° است و از هر آینه یک بازتاب رخ می‌دهد، زاویه بین پرتو بازتابش و پرتو تابش (β) دو برابر زاویه بین دو آینه (α) است. یعنی $\beta = 2\alpha$ است. در این سؤال، بدون محاسبه زاویه‌های تابش و بازتابش و تنها با دانستن این نکته که برای دو خط موازی و یک خط مورب، زاویه‌های تند با هم برابرند، به سادگی می‌توان زاویه بین دو آینه را به دست آورد.

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow 150^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 75^\circ$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۵۲- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

چون تندی نور در محیط اول (هوا) معلوم است، ابتدا زمان طی فاصله AI را می‌یابیم. دقت کنید، چون تندی و مسیر حرکت ثابت است، از معادله حرکت با سرعت ثابت استفاده می‌کنیم:



$$\Delta x_1 = v_1 t_1 \Rightarrow \frac{\Delta x_1 = AI = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}}{v_1 = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow 0.01 = 3 \times 10^8 t_1$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{10^{-1}}{3 \times 10^8} = \frac{1}{3} \times 10^{-9} \text{ s}$$

اکنون تندی نور در محیط دوم را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{v_2}{3 \times 10^8} = \frac{1}{1/5} \Rightarrow v_2 = 2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow v_2 = 2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در این قسمت، زمان طی کردن فاصله IB را پیدا می‌کنیم:

$$t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} \Rightarrow \frac{\Delta x_2 = IB = 0.01 \text{ m}}{v_2 = 2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow t_2 = \frac{0.01}{2 \times 10^8} = \frac{1}{2} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$F = -m\omega^2 x \xrightarrow[m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}]{F = -180 \text{ N}} -180 \text{ N} = -0.2 \omega^2 x$$

$$\Rightarrow 180 = 0.2 \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 900 \Rightarrow \omega = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

اکنون با استفاده از رابطه بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر، دامنه نوسان را می‌یابیم:

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \xrightarrow{v_{\text{max}} = A\omega} K_{\text{max}} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

$$\frac{K_{\text{max}} = 225 \text{ mJ} = 225 \times 10^{-3} \text{ J}}{m = 0.2 \text{ kg}, \omega = 30 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \Rightarrow 225 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 900 \times A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{225}{9} \times 10^{-4} \Rightarrow A = \frac{15}{3} \times 10^{-2} = 0.05 \text{ m}$$

در آخر، معادله مکان-زمان نوسانگر برابر است با:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.05 \cos 30 t$$

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

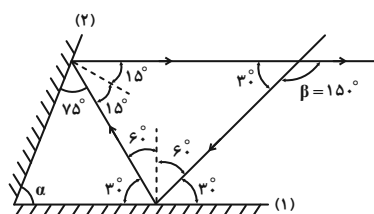
۵۱- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

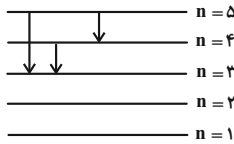
با دور شدن ناظر از چشمه صوت، بسامد دریافتی توسط ناظر کاهش می‌یابد. بنابراین، $f' < f$ است. همچنین چون چشمه صوت ساکن است، طول موج آن در اطراف چشمه و در همه نقاط یکسان خواهد بود. بنابراین $\lambda' = \lambda$ است.

(فیزیک ۳ - نوسان و موج: صفحه‌های ۸۱ تا ۸۳)

۵۲- گزینه «۲» (شادمان ویسی)

روش اول: چون پرتو بازتابش از آینه (۲) موازی آینه (۱) است و پرتو تابش به عنوان خط مورب برای دو خط موازی می‌باشد، مطابق شکل زیر، زاویه‌های هم‌اندازه (زاویه‌های تند و زاویه‌های باز) را مشخص می‌کنیم و به دنبال آن زاویه بین دو آینه را می‌یابیم:





(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۵۶- گزینه «۱» (امیراحمد میرسعید)

طبق رابطه $E = mc^2$ کاهش جرم هسته برانگیخته ${}^A_Z X^*$ به انرژی تبدیل می‌شود که برابر است با:

$$E = mc^2 \quad \begin{matrix} m = 8 \times 10^{-29} \text{ g} = 8 \times 10^{-32} \text{ kg} \\ c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix}$$

$$E = 8 \times 10^{-29} \times 10^{-32} \times (3 \times 10^8)^2$$

$$\Rightarrow E = 8 \times 10^{-37} \times 9 \times 10^{16} = 72 \times 10^{-19} \text{ J}$$

اکنون انرژی را برحسب کیلو الکترون ولت می‌یابیم. چون $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ داریم:

$$E = 72 \times 10^{-19} \text{ J} = 72 \times 10^{-19} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

$$\Rightarrow E = 45 \times 10^3 \text{ eV} = 45 \text{ keV}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۵)

۵۷- گزینه «۲» (عبدالرضا امینی نسب)

روش اول: چون $87/5$ درصد از هسته‌های اولیه ماده پرتوزا واپاشیده شده است، بعد از ۱۸ سال، $(100 - 87/5 = 12/5)$ درصد آن به صورت فعال باقی می‌ماند. بنابراین، داریم:

$$100\% \xrightarrow{T_1} 50\% \xrightarrow{T_1} 25\% \xrightarrow{T_1} 12.5\%$$

می‌بینیم، پس از سه نیمه عمر، $87/5$ درصد از هسته‌های اولیه ماده پرتوزا واپاشیده می‌شود. چون سه نیمه عمر معادل ۱۸ سال است، می‌توان نوشت:

$$3T_{1/2} = 18 \text{ سال} \Rightarrow T_{1/2} = 6 \text{ سال}$$

در آخر، زمان کل حرکت را حساب می‌کنیم:

$$t_{AB} = t_1 + t_2 = \frac{1}{3} \times 10^{-9} + \frac{1}{2} \times 10^{-9} = \frac{5}{6} \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$\xrightarrow{10^{-9} \text{ s} = 1 \text{ ns}} t_{AB} = \frac{5}{6} \text{ ns}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۵۴- گزینه «۴» (مسعود قره‌فانی)

با استفاده از رابطه $K_{\max} = hf - W_0$ و با توجه به اینکه بسامد نور فرودی ۲۵ درصد و بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، 3 eV افزایش یافته است، می‌توان نوشت:

$$f_2 = f_1 + \frac{25}{100} f_1 = \frac{125}{100} f_1 \Rightarrow f_2 = \frac{5}{4} f_1$$

$$K_{\max(2)} = K_{\max(1)} + 3 \xrightarrow{K_{\max} = hf - W_0}$$

$$hf_2 - W_0 = hf_1 - W_0 + 3 \Rightarrow hf_2 - hf_1 = 3 \xrightarrow{f_2 = \frac{5}{4} f_1}$$

$$h \times \frac{5}{4} f_1 - hf_1 = 3 \Rightarrow \frac{1}{4} hf_1 = 3 \xrightarrow{h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}}$$

$$\frac{1}{4} \times 4 \times 10^{-15} \times f_1 = 3 \Rightarrow f_1 = 3 \times 10^{15} \text{ Hz} = 3000 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

$$\xrightarrow{1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz}} f_1 = 3000 \text{ THz}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۵- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

چون طول‌موج‌های گسیلی در ناحیه فرورسرخ قرار دارند، گذار الکترون به ترازهای $n' = 1$ (رشته لیمان) و $(n' = 2)$ انجام نمی‌گیرد. بنابراین، با توجه به این که ۳ طول‌موج گسیلی وجود دارد، مطابق شکل زیر، باید الکترون در تراز $n = 5$ قرار داشته باشد. در این حالت، دو طول‌موج در رشته پاشن $(n' = 3)$ و یک طول‌موج در رشته براکت $(n' = 4)$ است.

$$\frac{q_1}{d^2} = \frac{q_2}{d^2} \Rightarrow q_2 = \frac{1}{4} q_1 \xrightarrow{(1)} \frac{k|Q|}{d^2} (q_1 - \frac{1}{4} q_1) = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{k|Q|}{d^2} \times \frac{3}{4} q_1 = 1/5 \Rightarrow \frac{k|Q|q_1}{d^2} = 2N$$

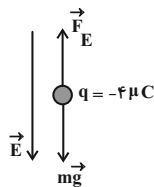
$$\frac{F_1 = \frac{k|Q|q_1}{d^2}}{\rightarrow} F_1 = 2N$$

(فیزیک ۲ - الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۲» - ۵۹

بر ذره باردار نیروی وزن و نیروی میدان الکتریکی وارد می‌شود. چون ذره معلق و در حال تعادل است، برآیند این دو نیرو صفر می‌باشد. از طرف دیگر، چون نیروی وزن ذره رو به پایین است، باید نیروی الکتریکی رو به بالا و هم‌اندازه با نیروی وزن باشد. با توجه به اینکه بر بار الکتریکی منفی در خلاف جهت خط‌های میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد می‌شود، لذا، چون نیروی الکتریکی رو به بالا است، باید جهت میدان الکتریکی به‌طرف پایین باشد و اندازه آن برابر است با:



$$F_E = mg \xrightarrow{F=q|E|} |q| |E| = mg \xrightarrow{m=200g=0.2kg, |q|=4\mu C=4 \times 10^{-6} C}$$

$$4 \times 10^{-6} \times E = 0.2 \times 10 \Rightarrow E = 5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - الکتروستاتیک ساکن: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

(بهنام ریایی اصل)

گزینه «۲» - ۶۰

از ترکیب رابطه‌های $E = \frac{V}{d}$ و $C = \epsilon \frac{A}{d}$ ، $Q = CV$ ، $\sigma = \frac{Q}{A}$

داریم:

روش دوم: اگر تعداد هسته‌های اولیه N_0 باشد، تعداد هسته‌های باقیمانده

$$\text{برابر } N = N_0 - \frac{87/5}{100} N_0 = \frac{12/5}{100} N_0 \text{ خواهد بود. بنابراین، با}$$

استفاده از رابطه تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده، داریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N = \frac{12/5}{100} = \frac{1}{8} N_0} \frac{1}{8} N_0 = \frac{N_0}{2^n}$$

$$\Rightarrow 2^n = 8 = 2^3 \Rightarrow n = 3$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} \xrightarrow{t=18 \text{ سال}} 3 = \frac{18}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 6 \text{ سال}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک هسته‌ای: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

(ممدعلی راست‌پیمان)

گزینه «۴» - ۵۸

در حالت اول، بزرگی برآیند نیروهایی که از طرف بارهای q_1 و q_2 بر بار Q وارد می‌شود برابر $1/5 N$ است. از طرف دیگر، چون با نزدیک کردن بار q_2 به بار Q ، بار Q به حال تعادل درمی‌آید و فاصله بار q_2 نسبت به بار q_1 کمتر می‌شود، لذا، باید اندازه بار q_1 بزرگ‌تر از بار q_2 باشد تا نیروهایی که q_1 و q_2 به بار Q وارد می‌کنند، هم‌اندازه شوند. بنابراین با استفاده از قانون کولن برای حالت اول و حالت دوم، می‌توان نوشت:

$$F_1 - F_2 = 1/5 \xrightarrow{F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}} k \frac{|q_1||Q|}{r_1^2} - k \frac{|q_2||Q|}{r_2^2} = 1/5$$

$$\xrightarrow{r_1=r_2=d, q_1>0, q_2>0} \frac{kq_1|Q|}{d^2} - \frac{kq_2|Q|}{d^2} = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{k|Q|}{d^2} (q_1 - q_2) = 1/5 \quad (1)$$

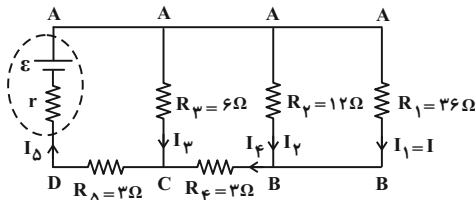
برای حالت دوم که بار Q در حال تعادل است، داریم:

$$F'_1 = F'_2 \Rightarrow \frac{kq_1|Q|}{r_1'^2} = \frac{kq_2|Q|}{r_2'^2} \xrightarrow{r_1'=d, r_2'=\frac{d}{2}} \frac{kq_1|Q|}{d^2} = \frac{kq_2|Q|}{\frac{d^2}{4}}$$

(عبدالرضا امینی نسب)

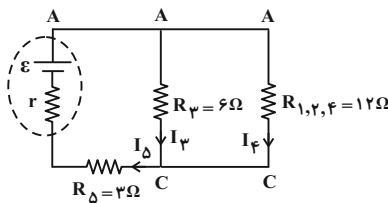
گزینه «۳» - ۶۳

ابتدا باید مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند، تعیین کنیم. به همین منظور، جریان عبوری از بزرگ‌ترین مقاومت را I می‌نامیم و جریان عبوری از سایر مقاومت‌ها را برحسب I به دست می‌آوریم. با توجه به شکل زیر داریم:



$$V_{AB} = R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 36I = 12I_2 \Rightarrow I_2 = 3I$$

$$I_4 = I_1 + I_2 = I + 3I \Rightarrow I_4 = 4I$$



$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{36 \times 12}{36 + 12} = 9 \Omega$$

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 9 + 3 = 12 \Omega$$

اکنون جریان عبوری از مقاومت $R_3 = 6 \Omega$ و $R_4 = 3 \Omega$ را می‌یابیم:

$$V_{AC} = R_3 I_3 = R_{1,2,3} I_4 \Rightarrow 6I_3 = 12 \times 4I \Rightarrow I_3 = 8I$$

$$I_4 = I_3 + I_4 = 8I + 4I \Rightarrow I_4 = 12I$$

در این قسمت توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را برحسب I پیدا می‌کنیم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 36I^2, \quad P_2 = R_2 I_2^2 = 12 \times (3I)^2 = 108I^2$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 6 \times (8I)^2 = 384I^2$$

$$P_4 = R_4 I_4^2 = 3 \times (12I)^2 = 432I^2$$

$$P_5 = R_5 I_5^2 = 3 \times (12I)^2 = 432I^2$$

می‌بینیم در مقاومت $R_4 = 3 \Omega$ ، بیشترین توان مصرف می‌شود. بنابراین،

اختلاف پتانسیل دو سر این مقاومت $V_4 = 24V$ و جریان عبوری از آن

برابر است با:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{Q=CV} \sigma = \frac{CV}{A} \xrightarrow{C=\epsilon \frac{A}{d}, V=Ed} \sigma = \frac{\epsilon \frac{A}{d} \times Ed}{A}$$

$$\sigma = \frac{\epsilon \frac{A}{d} \times Ed}{A} = \epsilon E$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۸)

(امیراحمد میرسعید)

گزینه «۲» - ۶۱

(الف) درست است.
(ب) درست است.

(پ) نادرست است. در مقاومت نوری، با افزایش شدت نور، مقاومت آن کاهش می‌یابد.

بنابراین، تعداد یک عبارت نادرست است.

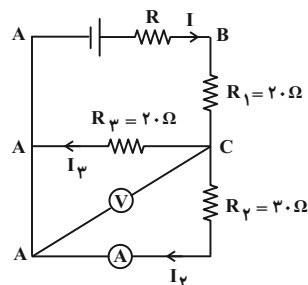
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

(غلامرضا منیبی)

گزینه «۳» - ۶۲

ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های موازی 40Ω و همچنین 60Ω را می‌یابیم و مدار ساده‌تری رسم می‌کنیم:

$$R_1 = \frac{R}{n} = \frac{40}{2} = 20 \Omega, \quad R_2 = \frac{60}{2} = 30 \Omega$$



با توجه به شکل، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی R_1 و R_2 را نشان می‌دهد. چون آمپرسنج جریان عبوری از مقاومت R_3 را نشان می‌دهد، بنابراین با داشتن V_3 (همان عدد ولت‌سنج) و R_3 ، جریان I_3 که از آمپرسنج عبور می‌کند، به دست می‌آید:

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{50V}{30\Omega} \rightarrow I_3 = \frac{50}{30} = \frac{5}{3} A$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶ و ۷۰ تا ۷۷)

ت) نادرست است. میدان مغناطیسی خارجی می تواند سبب القای دوقطبی های

مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

بنابراین، تعداد یک عبارت درست است.

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۶۶- گزینه «۳» (ممرعلی راست پیمان)

با داشتن Φ_1 ، Φ_2 و Δt ، به صورت زیر $\bar{\mathcal{E}}$ را می یابیم:

$$\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Phi_1 = 12 \times 10^{-3} \text{ Wb}, N=1$$

$$\bar{\mathcal{E}} = -1 \times \frac{-12 \times 10^{-3} - 12 \times 10^{-3}}{0.2} = \frac{24 \times 10^{-3}}{0.2} = 0.12 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۶۷- گزینه «۳» (ممرعلی راست پیمان)

باید از مدل کاهنده استفاده کنیم. بنابراین، با استفاده از رابطه زیر داریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \frac{11}{220} = \frac{N_2}{800} \Rightarrow N_2 = 40$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۶ و ۱۲۷)

۶۸- گزینه «۴» (ممرعلی راست پیمان)

ابتدا حجم مکعب مستطیل و حجم مکعب را می یابیم. مکعب مستطیل را با

اندیس (۱) و مکعب را با اندیس (۲) نشان می دهیم:

$$V_1 = 4 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 120 \text{ m}^3$$

$$V_2 = a^3 \quad a = 4 \mu\text{m} = 4 \times 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow V_2 = (4 \times 10^{-6})^3 = 64 \times 10^{-18} \text{ m}^3$$

اکنون V_1 را بر V_2 تقسیم می کنیم:

$$n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{120}{64 \times 10^{-18}} = \frac{120 \times 10^{18}}{64} = \frac{15}{8} \times 10^{18}$$

$$\Rightarrow n = 1.875 \times 10^{18}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

$$I_5 = \frac{V_5}{R_5} \quad \frac{R_5 = 2 \Omega}{V_5 = 24 \text{ V}} \rightarrow I_5 = \frac{24}{2} = 12 \text{ A}$$

از طرف دیگر داریم:

$$I_5 = 12 \text{ I} \Rightarrow 12 = 12 \text{ I} \Rightarrow \text{I} = \frac{12}{12} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = 2 \text{ I} = 2 \times 1 = 2 \text{ A}$$

در آخر، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_2 = 12 \Omega$ برابر است با:

$$V_2 = R_2 I_2 = 12 \times 2 = 24 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۶۱ تا ۷۷)

۶۹- گزینه «۲» (پوریا علاقه مند)

اگر پیچه بزرگ تر را با اندیس (۱) و پیچه کوچک تر را با اندیس (۲) نشان

دهیم، ابتدا به صورت زیر نسبت تعداد دورهای پیچه ها را می یابیم. دقت کنید

اگر سیمی به طول l را به صورت پیچه ای به شعاع R درآوریم، تعداد

دورهای پیچه برابر با طول سیم بر محیط یک حلقه است.

$$N = \frac{l}{2\pi R} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{l_1}{l_2} \times \frac{R_2}{R_1} \quad \frac{l_1 = 6l, R_1 = 4R}{l_2 = 4l, R_2 = 2R}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{6l}{4l} \times \frac{2R}{4R} = \frac{3}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه اندازه میدان مغناطیسی در مرکز پیچه، می توان نوشت:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1}{N_2} \times \frac{I_1}{I_2} \times \frac{R_2}{R_1} \quad I_1 = I_2$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{3}{2} \times 1 \times \frac{2R}{4R} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{3}{4}$$

(فیزیک ۲ - مغناطیس: صفحه های ۹۷ تا ۹۹)

۷۰- گزینه «۲» (امیراحمد میرسعید)

الف) درست است.

ب) نادرست است.

پ) نادرست است. قطب های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی

از یکدیگر دارند. بنابراین، عقربه مغناطیسی قطب نما تا حدودی از شمال

جغرافیایی انحراف دارد.

$$V_{\text{کل}} = A' \times h' + A \times h \xrightarrow{h'=2\text{cm}, h=5\text{cm}} \xrightarrow{V_{\text{کل}}=2L=2 \times 1000=2000\text{cm}^3}$$

$$2000 = 500 \times 2 + A \times 5 \Rightarrow 2000 - 1000 = 5A$$

$$\Rightarrow 1000 = 5A \Rightarrow A = 200\text{cm}^2$$

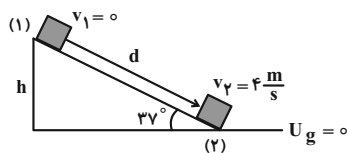
در آخر داریم:

$$\frac{A}{A'} = \frac{200}{500} = 0.4$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۷۱- گزینه «۳» (زهره آقاممیری)

با در نظر گرفتن سطح افقی به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، جسم در نقطه (۱) فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطه (۲) فقط انرژی جنبشی دارد. بنابراین، با توجه به اینکه تغییر انرژی مکانیکی جسم برابر کار نیروی اصطکاک است، می‌توان نوشت:



$$W_{\text{mg}} = mgh \xrightarrow{W_{\text{mg}}=24\text{J}, m=2\text{kg}} \rightarrow 24 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 1.2\text{m}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \xrightarrow{\sin 37^\circ = 0.6} \rightarrow 0.6 = \frac{1.2}{d} \Rightarrow d = 2\text{m}$$

$$E_v - E_1 = W_{f_k} \Rightarrow (K_v^\circ + K_1^\circ) - (U_1 + K_1^\circ) = f_k d \cos 180^\circ$$

$$\frac{1}{2}mv_v^2 - mgh = f_k d \times (-1) \xrightarrow{v_v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 16 - 2 \times 10 \times 1.2 = -f_k \times 2 \Rightarrow 16 - 24 = -2f_k$$

$$\Rightarrow -8 = -2f_k \Rightarrow f_k = 4\text{N}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۷۲- گزینه «۲» (زهره آقاممیری)

ابتدا با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی جنبشی جسم در لحظه برخورد به زمین را می‌یابیم:

۶۹- گزینه «۲» (ممدعلی راست‌پیمان)

با توجه به نمودار داده شده در عمق $h = 4\text{cm}$ از مایع، فشار کل برابر $P = 10880\text{Pa}$ است. بنابراین، ابتدا فشار هوا را برحسب پاسکال می‌یابیم:

$$P = P_0 + \rho_{\text{مایع}} gh \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = 1.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h = 4\text{cm} = 0.04\text{m}, P_0 = 10880\text{Pa}}$$

$$10880 = P_0 + 1700 \times 10 \times 0.04 \Rightarrow 10880 = P_0 + 6800$$

$$P_0 = 10200\text{Pa}$$

اکنون به صورت زیر $P_0 = 10200\text{Pa}$ را به cmHg تبدیل می‌کنیم. به همین منظور کافی است، ستونی از جیوه را که فشار آن برابر 10200Pa است، بیابیم:

$$P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh \xrightarrow{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$10200 = 13600 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{10200}{136000} = 0.075\text{m} = 7.5\text{cm}$$

$$\Rightarrow P_0 = 7.5\text{cmHg}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۰- گزینه «۴» (معصومه شریعت‌نابری)

با توجه به اینکه افزایش فشار وارد بر کف ظرف ناشی از وزن آب اضافه شده به ظرف می‌باشد، بنابراین، ابتدا جرم آب اضافه شده را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V \xrightarrow{V=1L=1000\text{cm}^3, \rho=1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow m = 1 \times 1000 = 1000\text{g} = 1\text{kg}$$

اکنون به صورت زیر، سطح مقطع بالای طرف (A') را می‌یابیم:

$$\Delta P = \frac{\Delta F}{A'} \xrightarrow{\Delta F = mg} \rightarrow \Delta P = \frac{mg}{A'}$$

$$\frac{\Delta P = 200\text{Pa}}{m = 1\text{kg}} \rightarrow 200 = \frac{1 \times 10}{A'}$$

$$\Rightarrow A' = \frac{1}{20}\text{m}^2 = \frac{1}{20} \times 10^4\text{cm}^2 = 500\text{cm}^2$$

در این قسمت، با داشتن سطح مقطع بالای طرف و حجم اولیه آب، به صورت زیر، سطح مقطع کف طرف را پیدا می‌کنیم:

اکنون، با توجه به این که حجم هوای داخل لاستیکها ثابت است، اگر هوای

داخل لاستیک را یک گاز آرمانی فرض کنیم، داریم:

$$\frac{P}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \begin{matrix} T_1 = 12 + 273 = 285 \text{ K} \\ T_2 = 27 + 273 = 300 \text{ K} \end{matrix}$$

$$\frac{P_1 + 214}{285} = \frac{P_2 + 241}{300}$$

$$\Rightarrow 300 \cdot P_1 + 300 \times 214 = 285 P_2 + 285 \times 241$$

$$\Rightarrow 25 P_2 = 285 \times 241 - 300 \times 214$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{5(57 \times 241 - 62 \times 214)}{25}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{57 \times 241 - 62 \times 214}{5} = 93 / 8 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

(امیراحمد میرسعید)

گزینه «۱» - ۷۴

چون دمای اولیه و دمای نهایی گازها یکسان‌اند، تغییر انرژی درونی گازها

برابر است و داریم:

$$\Delta U_A = \Delta U_B = \Delta U_C$$

$$\frac{\Delta U = Q + W}{W_A < 0, W_B = 0} \rightarrow Q_A + W_A = Q_B + W_B = Q_C + W_C$$

$$\frac{W_A < 0, W_B = 0}{W_C > 0} \rightarrow Q_A > Q_B > Q_C$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۱» - ۷۵

طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، ممکن نیست گرما به‌طور

خودبه‌خود از جسم با دمای پایین‌تر به جسم با دمای بالاتر منتقل شود. یعنی

برای انتقال گرما از جسم سرد به جسم گرم، باید کار انجام داد. بنابراین، در

یخچال $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است.

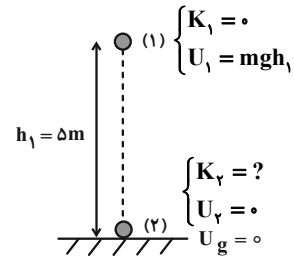
با توجه به جدول می‌بینیم، وسیله‌های B و D که در آن‌ها $Q_H > 0$

است، نمی‌توانند یخچال باشند. از طرف دیگر، وسیله C بدون انجام کار،

گرما را از منبع دما پایین به منبع دما بالا منتقل کرده است. بنابراین، وسیله

A که در آن $W > 0$ ، $Q_L > 0$ و $Q_H < 0$ است، یخچال می‌باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)



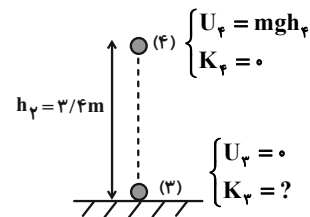
$$E_2 = E_1 \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

$$\Rightarrow K_2 + 0 = 0 + mgh_1 \quad \begin{matrix} m = 0.4 \text{ kg} \\ h = \Delta m \end{matrix}$$

$$K_2 = 0.4 \times 10 \times 5 = 20 \text{ J}$$

اکنون پایستگی انرژی مکانیکی را برای برگشت جسم به طرف بالا

می‌نویسیم:



$$E_4 = E_3 \Rightarrow U_4 + K_4 = U_3 + K_3 \Rightarrow 0 + K_3 = mgh_2 + 0$$

$$\frac{h_2 = 3/4 \text{ m}}{m = 0.4 \text{ kg}} \rightarrow K_3 = 0.4 \times 10 \times 3/4 = 13/6 \text{ J}$$

در آخر درصد تغییرات انرژی جنبشی را پیدا می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات انرژی جنبشی} = \frac{K_3 - K_2}{K_2} \times 100$$

$$= \frac{13/6 - 20}{20} \times 100 = -33\%$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(ممدعلی راست‌پیمان)

گزینه «۲» - ۷۳

با توجه به اینکه فشارسنج، فشار پیمانه‌ای ($P_2 - P_1$) را نشان می‌دهد،

ابتدا فشار کل درون لاستیک را می‌یابیم:

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_2 - P_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 214 = P_1 - P_2 \Rightarrow P_1 = P_2 + 214 \text{ (kPa)} \\ 241 = P_2 - P_1 \Rightarrow P_2 = P_1 + 241 \text{ (kPa)} \end{cases}$$

(مهمترها پرچاوید)

گزینه «۱»

با توجه به نماد این یون می توان گفت:

$$n + p = 83$$

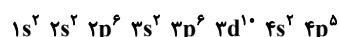
از طرفی طبق صورت سؤال $n - e = 12$ خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$$n - (p + 1) = 12 \Rightarrow n - p = 13$$

به این ترتیب عدد اتمی آن به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} n + p = 83 \\ n - p = 13 \end{cases} \Rightarrow 2n = 96 \Rightarrow n = 48, p = 35$$

آرایش الکترونی این عنصر عبارت است از:



این عنصر ۷ الکترون ظرفیتی ($4s^2 4p^5$) داشته و در زیرلایه های s (با

$l = 0$) خود ۸ الکترون دارد.

(شیمی ۱- کیوان زاگله الفبای هستی؛ صفحه های ۲۸ تا ۳۴)

(ناسر رانش)

گزینه «۳»

قسمت اول:

$$100 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{50}{100} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{28 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{60}{100} = 8 / 4 \text{ L CO}_2$$

قسمت دوم: در ۱۰۰ گرم کلسیم کربنات، ۵۰ گرم ناخالصی و ۵۰ گرم

کلسیم کربنات خالص وجود دارد. از ۵۰ گرم کلسیم کربنات خالص، ۶۰

درصد آن معادل ۳۰ گرم تجزیه شده و ۲۰ گرم آن تجزیه نشده باقی

می ماند. اکنون برای به دست آوردن درصد جرمی کلسیم کربنات تجزیه

نشده در مخلوط جامد باقی مانده باید جرم مخلوط جامد را به دست آوریم:

جرم گاز خارج شده - جرم اولیه CaCO_3 = جرم جامد باقی مانده

$$30 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 13 / 2 \text{ g}$$

$$\text{جرم جامد باقی مانده} = 100 - 13 / 2 = 86 / 8 \text{ g}$$

شیمی

گزینه «۲»

(مهمترها پرچاوید)

عبارت اول و سوم درست است.

بررسی عبارت های نادرست:

مورد دوم) ایزوتوپ $^{235}_{92}\text{U}$ (که ایزوتوپ سبک تری از $^{238}_{92}\text{U}$ است) به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی مورد استفاده قرار می گیرد.

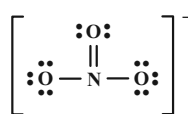
مورد چهارم) نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته ای $^{99}_{43}\text{Tc}$ است که دارای ۴۳ پروتون و ۵۶ نوترون است که ۱۳ واحد با یکدیگر اختلاف دارند.

(شیمی ۱- کیوان زاگله الفبای هستی؛ صفحه های ۶ تا ۸)

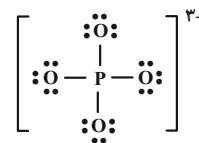
(امیرمسین طبیی سورکلایی)

گزینه «۲»

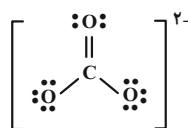
نیترات: NO_3^-



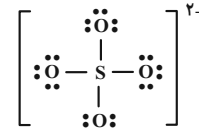
فسفات: PO_4^{3-}



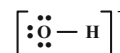
کربنات: CO_3^{2-}



سولفات: SO_4^{2-}



هیدروکسید: OH^-

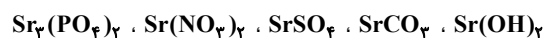


نسبت جفت الکترون های ناپیوندی به پیوندی در فسفات برابر ۳، در نیترات

برابر ۲، در سولفات برابر ۳، در کربنات برابر ۲ و در هیدروکسید برابر ۳

است. ترکیب یونی حاصل از یون های بالا با یون استرانسیم به صورت زیر

است:



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه های ۹۱ و ۹۲)

گزینه	ترکیب اول	ترکیب دوم	نسبت تعداد اتمها
۱	$\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$	Na_2CO_3	$\frac{9}{6} = 1/5$
۲	Li_2O	$\text{Al}(\text{OH})_3$	$\frac{3}{7}$
۳	$\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3$	$\text{Ba}(\text{HCO}_3)_2$	$\frac{17}{11}$
۴	$(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$	Ca_3N_2	$\frac{20}{5} = 4$

(شیمی ۱- آتب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

(ممدرضا پوریاوید)

۸۲- گزینه «۴»

ابتدا لازم است حجم مولی گازها در شرایط داده شده را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{1 / 0.25 \times V_2}{(127 + 273)} \Rightarrow V_2 = 32 \text{ L}$$

از آنجا که در شرایط گفته شده یک مول از هر گازی دارای حجمی معادل با ۳۲ لیتر است، حجم گازهای CO_2 و H_2O تولید شده در طی این واکنش برابر خواهد بود با:

$$5 / 7 \text{ g } \text{C}_8\text{H}_{18} \times \frac{1 \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_{18}}{114 \text{ g } \text{C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{(16 + 18) \text{ mol}}{2 \text{ mol } \text{C}_8\text{H}_{18}} \text{ گاز}$$

$$\times \frac{32 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = 27 / 2 \text{ L گاز}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

(ممدرضا پوریاوید)

۸۳- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تأثیر دما بر انحلال پذیری C کمتر از سایر نمک‌ها است، چرا که میزان تغییر انحلال پذیری در آن در بازه دمای مشخص شده کمتر است.
گزینه «۲»: انحلال C در آب برخلاف سه ترکیب دیگر گرماده است. به این ترتیب با حل شدن آن در آب، دمای محلول افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: در ۱۳۳ گرم محلول سیرشده از D در دمای 100.4°C گرم آب و ۳۳ گرم نمک D وجود دارد. با کاهش دادن دمای آن تا 20°C ، مقدار آب ثابت بوده ولی مقدار نمک D به ۱۴ گرم می‌رسد. بنابراین ۱۹ گرم از جرم آن کاسته خواهد شد.

$$\text{گزینه } 2 = \frac{20}{86/8} \times 100 \approx 23\% \text{ درصد جرمی } \text{CaCO}_3 \text{ در مخلوط جامد باقی‌مانده}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(کامران جعفری)

۸۰- گزینه «۲»

راه حل اول:

جرم هریک از مواد را برابر x گرم در نظر می‌گیریم:

$$? \text{ LCO}_2 = x \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$\times \frac{22 / 4 \text{ LCO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 0 / 224 x \text{ LCO}_2$$

$$? \text{ LO}_2 = x \text{ g KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122 / 5 \text{ g KClO}_3} \times \frac{3 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\times \frac{22 / 4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 0 / 274 x \text{ LO}_2$$

$$0 / 498 x \text{ L} = 0 / 224 x \text{ L} + 0 / 274 x \text{ L} = 0 / 498 x \text{ L}$$

$$0 / 498 x = 30 / 5 \Rightarrow x = 61 / 24 \text{ g}$$

$$? \text{ g KCl} = 61 / 24 \text{ g KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122 / 5 \text{ g KClO}_3} \times \frac{2 \text{ mol KCl}}{2 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\times \frac{74 / 5 \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}} = 37 / 24 \text{ g KCl}$$

$$\frac{\text{جرم KCl}}{\text{جرم CaCO}_3} = \frac{37 / 24}{61 / 24} = 0 / 61$$

راه حل دوم:

$$? \text{ g KCl} = x \text{ g KClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol KClO}_3}{122 / 5 \text{ g KClO}_3} \times \frac{2 \text{ mol KCl}}{2 \text{ mol KClO}_3}$$

$$\times \frac{74 / 5 \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}} \approx 0 / 61 x \text{ g KCl}$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{0 / 61 x}{x} = 0 / 61$$

(شیمی ۱، ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(ممدرضا پوریاوید)

۸۱- گزینه «۴»

با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب‌های داده شده، تنها مورد درست گزینه آخر خواهد بود.

فلز A آهن است که در بین فلزهای دیگر دارای بیشترین مصرف سالانه است. B و C با یکدیگر ترکیبی یونی (و نه مولکولی!) با فرمول شیمیایی C_4B_3 تشکیل می‌دهند. عنصر C نخستین عنصر از دوره چهارم جدول دوره‌ای است که زیرلایه d آن دارای الکترون است. A یک فلز است و امکان تشکیل مولکول دو یا چند اتمی را ندارد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۸)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه ۵۶)

۸۶- گزینه «۲» (عمید زهی)

در واکنش A واکنش‌پذیری Na بیشتر از Fe است. در واکنش B، واکنش‌پذیری Cu کمتر از Fe است. در واکنش C، واکنش‌پذیری Mg بیشتر Ti است. واکنش D، جزو واکنش‌های استخراج آهن است. بنابراین واکنش‌های A، C و D به‌طور طبیعی انجام می‌شوند.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۸۷- گزینه «۴» (ناصر راشی)

اگر x مول اتان (C_2H_6) و y مول هپتان (C_7H_{16}) داشته باشیم، داریم:

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن}}{\text{درصد جرمی هیدروژن}} = \frac{(2x + 7y) \times 12}{6x + 14y} = 4/5$$

$$\Rightarrow 48x + 168y = 54x + 144y$$

$$\Rightarrow 6x = 24y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{24}{6} = 4$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۸۸- گزینه «۱» (فرزاد رضایی)

تنها عبارت دوم صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: استفاده از آمونیاک به عنوان کود شیمیایی برای تأمین اتم

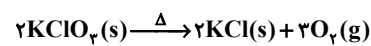
نیترोजن مورد نیاز گیاه است.

عبارت دوم: طبق متن کتاب درسی درست است.

گزینه «۴»: در دمای $20^\circ C$ می‌توان ۶۰ گرم نمک A را در ۱۰۰ گرم آب حل کرده و محلول سیرشده تهیه کرد. بنابراین ۲۰۰ گرم آب گنجایش ۱۲۰ گرم نمک را دارد. حال اگر ۳۰۰ گرم از محلول در این دما دارای ۲۰۰ گرم آب باشد، یعنی ۱۰۰ گرم نمک را در خود حل کرده است و محلولی سیرنشده خواهد بود.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۴- گزینه «۳» (مهمرب عظیمیان/زواره)



کاهش جرم ایجاد شده به جرم O_2 تولید شده مربوط است.

$$? \text{ g KCl} = 38 / 4 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{2 \text{ mol KCl}}{3 \text{ mol } O_2}$$

$$\times \frac{74 / 5 \text{ g KCl}}{1 \text{ mol KCl}} = 59 / 6 \text{ g KCl}$$

با توجه به انحلال‌پذیری KCl در دمای $75^\circ C$ می‌توان گفت با ۵۰ گرم

KCl می‌توان ۱۵۰ گرم محلول سیرشده آن را تهیه نمود. بنابراین:

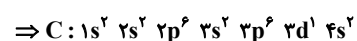
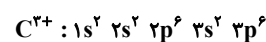
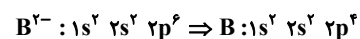
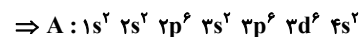
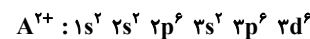
$$59 / 6 \text{ g KCl} \times \frac{150 \text{ g محلول}}{50 \text{ g KCl}} = 178 / 8 \text{ g محلول}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۵- گزینه «۲» (مهمرب رضا پورجاوید)

ابتدا با توجه به آرایش الکترونی یون‌های داده شده می‌توانیم آرایش الکترونی

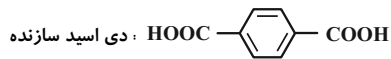
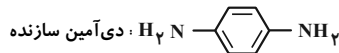
عنصرهای مربوطه را مشخص کنیم.



(امیرمسین طیبی سوکلایی)

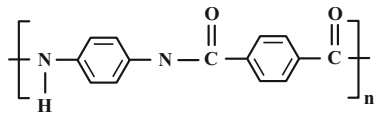
۹۱- گزینه «۴»

همه موارد درست هستند.



$$\Rightarrow \text{اختلاف جرم مولی} = 58 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

به دلیل آزادسازی آب در این فرایند جرم این پلیمر از مجموع جرم مونومرهای سازنده آن کمتر است.



$8n$ پیوند دوگانه \Rightarrow

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

(ممد مرزا پوریاوید)

۹۲- گزینه «۳»

گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای آب داده شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 188 \text{ g} \times 4 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 25^\circ\text{C} = 18800 \text{ J}$$

از طرفی گرمای واکنش تجزیه هیدرازین نیز عبارت است از:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(N-N)} + 4\Delta H_{(N-H)} - \Delta H_{(N\equiv N)} - 2\Delta H_{(H-H)}$$

$$= 159 + 4(391) - 945 - 2(436) = -94 \text{ kJ} = -94000 \text{ J}$$

بنابراین جرم هیدرازین مورد نیاز برای فراهم کردن ۱۸۸۰۰ ژول گرمای مورد نیاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$18800 \text{ J} \times \frac{1 \text{ mol } N_2H_4}{94000 \text{ J}} \times \frac{32 \text{ g } N_2H_4}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 6 / 4 \text{ g}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

عبارت سوم؛ مولکول آمونیاک برخلاف مولکول کربن دی‌اکسید، قطبی است و گشتاور دو قطبی آن‌ها مانند هم نیست.

عبارت چهارم؛ شرایط بهینه فرایند هابر شامل دمای 450°C و فشار 200 atm و استفاده از کاتالیزگر آهن است.

(شیمی - ترکیبی؛ شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

(ممد مرزا پوریاوید)

۸۹- گزینه «۳»

با توجه به معادله واکنش انجام شده برای تعیین جرم مورد نیاز از KNO_3 ناخالص برای تولید مقدار مورد نظر از K_2O با خلوص داده شده می‌توان گفت:

$$\frac{\text{خالص } 80 \text{ g } K_2O}{\text{ناخالص } 100 \text{ g } K_2O} \times \frac{\text{نظری } 100 \text{ g } K_2O}{40 \text{ g } K_2O} \times \text{عملی } 47 \text{ g } K_2O$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{94 \text{ g } K_2O} \times \frac{4 \text{ mol } KNO_3}{2 \text{ mol } K_2O} \times \frac{101 \text{ g } KNO_3}{1 \text{ mol } KNO_3}$$

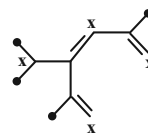
$$\times \frac{100 \text{ g } KNO_3}{50 \text{ g } KNO_3} = 404 \text{ g } KNO_3$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(آروین شباعی)

۹۰- گزینه «۴»

گروه‌های CH_3 را با • و گروه‌های CH و CH_2 را با x نمایش می‌دهیم.



$$\frac{CH_3}{CH + CH_2} = \frac{4}{4} = 1$$

با توجه به داشتن ۱۱ کربن فرمول آلکان آن $C_{11}H_{24}$ می‌شود که به ازای هر پیوند دوگانه یک جفت هیدروژن کم می‌شود. پس فرمول آن برابر $C_{11}H_{18}$ خواهد بود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۲)

(صلاح‌الدین ابراهیمی)

۹۶- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) اتیلن گلیکول یا ضد یخ دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل است نه هیدروکسید.

ب) صحیح است.

پ) اوره دارای فرمول $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ است.

ت) بنزین با فرمول C_8H_{18} ، ۸۴ درصد جرم خود را به کربن اختصاص داده است.

$$= 100 \times \frac{\text{جرم کربن}}{\text{کل}} = \text{درصد جرمی کربن}$$

$$= \frac{8 \times 12}{114} \times 100 \approx 84\%$$

ث) روغن زیتون با فرمول $\text{C}_{57}\text{H}_{114}\text{O}_6$ و چربی کوهان شتر با فرمول $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ در ۶ هیدروژن با هم تفاوت دارند. بنابراین جرم مولی روغن زیتون ۶ واحد از چربی کوهان شتر کمتر است.

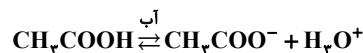
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳ تا ۶)

(رضا سلیمانی)

۹۷- گزینه «۴»

در ابتدا غلظت ppm را به مولاریته تبدیل می‌کنیم.

$$\text{مولاریته} = \frac{36.0 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{60 \text{ g}}}{10^6 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mL}}{1.2 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 72 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$\begin{array}{r} x + 72 \times 10^{-4} \quad \cdot \quad \cdot \\ -x \quad +x \quad +x \\ \hline 72 \times 10^{-4} \quad +x \quad +x \end{array}$$

$$K_a = \frac{x^2}{72 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-5}$$

(امد رضا جیشانی‌پور)

۹۳- گزینه «۲»

عوامل مؤثر بر سرعت در هر گزینه به صورت زیر است:

گزینه «۱»: سطح تماس - غلظت

گزینه «۲»: غلظت - غلظت

گزینه «۳»: دما - سطح تماس

گزینه «۴»: غلظت - افزودن سدیم تأثیری بر سرعت ندارد.

(شیمی ۲، در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

(ممد رضا پوریاوید)

۹۴- گزینه «۳»

ابتدا سرعت متوسط مصرف NOCl را از دقیقه ۱۰ تا ۱۲ (که سرعت واکنش ثابت مانده است) به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{\text{NOCl}} = \frac{|0/8 - 0/9| \text{ mol}}{12 - 10 \text{ min}} = 0/05 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

با گذشت ۱۲ دقیقه از شروع واکنش از ۸ مول NOCl اولیه مقدار ۰/۸ مول باقی مانده است که باید با سرعت ثابت $0/05 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$ مصرف شود. بنابراین زمان مورد نیاز برای این کار برابر است با:

$$0/8 \text{ mol} \times \frac{1 \text{ min}}{0/05 \text{ mol}} = 16 \text{ min}$$

به این ترتیب زمان کل مصرف NOCl برابر خواهد بود با:

$$12 + 16 = 28 \text{ min}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

(امیرعسین مسلمی)

۹۵- گزینه «۳»

هر دو مولکول یک گروه عاملی استری دارند و هر چه جرم بالاتری داشته باشند در قسمت غیرقطبی که شامل بخش هیدروکربنی می‌شود نیروی بین مولکولی افزایش می‌یابد و نقطه جوش نیز افزایش می‌یابد. پس نقطه جوش $B > A$ است. هر چه بخش هیدروکربنی بزرگ‌تر باشد انحلال‌پذیری آن در آب کمتر است. زیرا بخش هیدروکربنی ناقطبی است و در آب حل نمی‌شود و انحلال آن در هگزان که ناقطبی است بیشتر می‌شود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۱)

ت) نادرست، مواد خروجی از معده دارای خاصیت اسیدی هستند، برای

خنثی سازی خاصیت اسیدی آن جهت جذب مواد لازم در خون باید pH

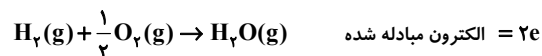
روده کوچک بازی باشد.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

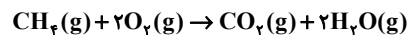
(فاضل قهرمان فرر)

۱۰۰- گزینه «۱»

حالت اول:



حالت دوم:



$ae = \text{الکترون مبادله شده}$

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست، استفاده از متان باعث تولید CO_r و افزایش ردبای آن

می‌شود.

مورد دوم: درست، استفاده از یک مول CH_r تعداد ۸ مول الکترون ولی

هیدروژن ۲ مول الکترون مبادله می‌کند.

مورد سوم: نادرست، هیدروژن آب بیشتری تولید می‌کند.

مورد چهارم: نادرست، در هر دو حالت سلول گالوانی است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

(مسن رمشتی کولکنده)

۱۰۱- گزینه «۳»

بررسی موارد: گونه I مربوط به V^{5+} و گونه II مربوط به Zn^{2+} .

می‌باشد.

(۱) گونه II یعنی Zn^{2+} فقط یون Zn^{2+} با عدد اکسایش +۲ دارد.

(۲) V^{5+} به رنگ زرد دیده می‌شود.

$$x^2 = 36 \times 10^{-8} \Rightarrow x = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

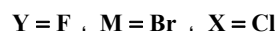
$$\text{مول} = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \times 0.2 = 1.2 \times 10^{-4}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_r\text{O}^+] = -\log 6 \times 10^{-4} = 4 - \log 6 = 3.2$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸)

(علی رفیعی)

۹۸- گزینه «۲»



الف) درست، غلظت H^+ در محلول HM از HY بیشتر و سرعت

واکنش نیز بیشتر است.

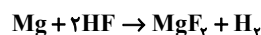
ب) درست

$$\text{pH} = 3, \text{حجم نهایی محلول} = 40 \text{ mL}$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-3}, [\text{H}^+] = \frac{1}{p} \times 10^{-3} \Rightarrow \text{pH} = -\log 5 \times 10^{-4} = 3.3$$

توجه کنید که تنها غلظت H^+ تغییر می‌کند.

پ) نادرست، اسید HBr از HF قوی‌تر است.



ت) نادرست

حجم گاز تولیدی به ازای مول یکسان از Mg با مقدار کافی اسید برابر

است، فقط سرعت گاز تولیدی در واکنش I بیشتر از واکنش II است.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

(روزبه رضوانی)

۹۹- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست، در همه محلول‌های اسیدی غلظت $[\text{H}^+]$ از $[\text{OH}^-]$ بیشتر

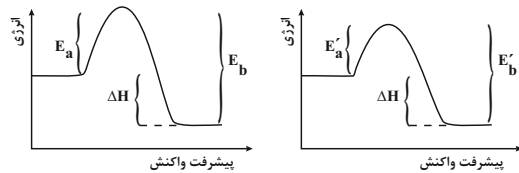
است.

ب) نادرست، HF اسیدی ضعیف با $\alpha < 1$ است.

پ) نادرست، غلظت‌ها ثابت می‌شوند، نه برابر!

(ممد رضا زهره ونیر)

۱-۴ گزینه «۲»



بدون حضور کاتالیزگر

در حضور کاتالیزگر

$$E_a = \frac{1}{3} E_b \Rightarrow E_b = 3E_a$$

$$E'_a = \frac{1}{4} E'_b$$

فرض می‌کنیم که پس از بهره‌گیری از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی در هر دو جهت به اندازه x کاهش می‌یابد.

$$E_a - x = \frac{1}{4} (E_b - x) \Rightarrow E_a - x = \frac{3}{4} E_a - \frac{x}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} E_a = \frac{3}{4} x \Rightarrow E_a = 3x \Rightarrow x = \frac{E_a}{3}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\frac{E_a}{3}}{E_a} \times 100 = \frac{1}{3} \times 100 \approx 33.3\%$$

(شیمی ۳، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

(سیر رضا رضوی)

۱-۵ گزینه «۲»

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) در فرایند سنتز، مواد جدید از مواد ساده‌تری تولید می‌شوند.

پ) برای سنتز یک استر از واکنش الکل با یک اسید آلی در شرایط مناسب بهره می‌برند.

ث) اتیلن (C_2H_4) یکی از مهم‌ترین خوراکی‌ها در صنایع پتروشیمی است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۳) در واکنش Zn با V^{5+} ، Zn الکترون از دست می‌دهد و نقش

کاهنده دارد اما V^{5+} الکترون جذب می‌کند و نقش اکسنده دارد.

۴) گونه I یا V^{5+} فقط می‌تواند الکترون جذب کند و فقط نقش اکسنده دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۸۴)

۱-۲ گزینه «۴» (معرف پازوکی)

با توجه به این که معمولاً هر چه انرژی فروپاشی شبکه بلور بیشتر باشد نقطه ذوب ترکیب یونی بیشتر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت بیشترین تفاوت دمای ذوب بین دو ترکیبی باشد که بیشترین و کمترین انرژی فروپاشی یونی را دارند.

مقایسه انرژی شبکه: $MgO > CaO > NaCl > KCl$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۱-۳ گزینه «۱» (مسین ناصر ثانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به رابطه ppm مقدار گاز اوزون را در یک کیلوگرم (۱۰۰۰ گرم) هوای این شهر در ساعت ۱۰ صبح محاسبه می‌کنیم:

$$0.12 = \frac{x}{1000g} \times 10^6 \Rightarrow x = 1/2 \times 10^{-4} g (0.00012g)$$

(هر کیلوگرم هوای این شهر در ساعت ۱۰ صبح دارای ۰/۱۲ میلی‌گرم گاز اوزون است.)

گزینه «۲»: گاز NO_2 رنگ قهوه‌ای دارد و موجب می‌شود هوای آلوده به رنگ قهوه‌ای دیده شود.

گزینه «۳»: با توجه به نمودار، از ساعت حدود ۹ صبح با کاهش مقدار گاز NO_2 ، مقدار گاز O_3 افزایش می‌یابد.

گزینه «۴»: گاز NO واکنش‌پذیری زیادی دارد و با گاز اکسیژن واکنش داده و به گاز NO_2 تبدیل می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۲)