

1- اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار r+d کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۱)

$a, ar, ar^2 \rightarrow \frac{a}{r}, \frac{ar}{r}, \frac{ar^2}{r} \rightarrow \frac{a}{r}, \frac{a}{r}, \frac{a}{r}$

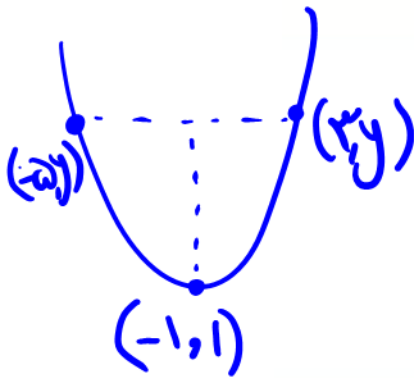
$ar = \frac{a}{r} + \frac{ar^2}{r} \rightarrow r^2 = 1 + r^2 \rightarrow r^2 - r + 1 = 0 = (r-1)^2 \rightarrow r=1$

2- نقاط A(2,y) و B(-5,y) روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر 1 است. اگر این سهمی، محور

xها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور yها را در نقطه‌ای با کدام عرض

قطع می‌کند؟

$a = -\frac{5}{2} \rightarrow \frac{2a+1}{a} = -1 \rightarrow \frac{2(-\frac{5}{2})+1}{-\frac{5}{2}} = \frac{-5+1}{-\frac{5}{2}} = \frac{-4}{-\frac{5}{2}} = \frac{8}{5}$



$y = a(x+1)^2 + 1 \rightarrow y = ax^2 + 2ax + a + 1$

$\alpha + \beta = S = -2$
 $P = \frac{a+1}{a}$

$y = -\frac{5}{2}x^2 + 1$

5- اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $2\alpha^2 + 2\alpha\beta + 2\beta^2 = 17$ باشد، اختلاف ریشه‌های

این معادله کدام است؟

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۴)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

6- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$ کدام است؟

$\frac{2}{25}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{75}$ (۲) 1 (۱)

$\frac{5x^2 - 2x + 1}{(x-1)^2 + x^2} = \frac{170}{9} \rightarrow x^2 - x = t \rightarrow \frac{5t+1}{t^2} = \frac{170}{9} \rightarrow 170t^2 - 11t - 9 = 0$

$170t^2 - 7t - 1 = 0 \rightarrow t^2 - 7t - 170 = 0 \rightarrow (t-11)(t+15) = 0$

$\begin{cases} x^2 - x - \frac{11}{10} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 1 \\ x^2 - x + \frac{15}{17} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} S = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{2 \times 5 \times 11}{170} = \frac{11}{17} \\ \frac{2 \times 5 \times 15}{170} = \frac{15}{17} \end{cases} \rightarrow \frac{11}{10} \quad -\frac{15}{17}$

-۷ نقطه $(4, 5, 2)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 4y = 5$ و $4x + y = 3$ هستند.

$m = \frac{1}{4}$ $m = -4$

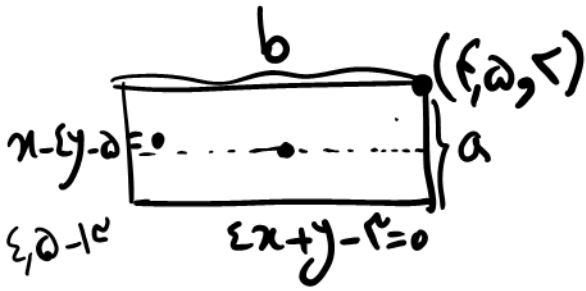
بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

$\sqrt{17}$ (۴)

$2\sqrt{17}$ (۳)

$\frac{\sqrt{17}}{4}$ (۲)

$\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۱)



$a = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$

$b = \frac{10}{\sqrt{17}}$

-۸ وارون تابع $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{10x - 1}}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند.

$x = 2$

مقدار $f(m+4)$ کدام است؟

$f(5) = 1$

$f^{-1}(x) = 12 - x \rightarrow f^{-1}(5) = 10 \rightarrow f(10) = 2$

$\sqrt{10m-1} = 2 \rightarrow 10m-1 = 4 \rightarrow 10m = 5 \rightarrow m = 1/2$

-۹ مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه

$\log_{10} \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$

$\log_{10} \frac{10}{17} = \frac{4}{17}$

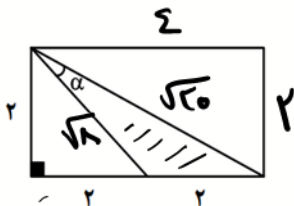
$(\log_{10} \frac{10}{17} = 2/4) \cdot \log_{10} \frac{10}{17} = 1/4$

$A_2 = A_1 \left(\frac{9}{10}\right)^t \rightarrow \frac{1}{17} A_1 = \frac{1}{12} A_1 \left(\frac{9}{10}\right)^t \rightarrow \frac{1}{17} = \left(\frac{9}{10}\right)^t \rightarrow 9 = \left(\frac{9}{10}\right)^t$

$\log_{10} 9 = t (\log_{10} 9 - \log_{10} 10)$

$\frac{1}{17} + \frac{1}{10} = t \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{17}\right) \rightarrow \frac{19}{170} = t \times \frac{7}{170} \rightarrow t = \frac{19}{7} \times \frac{170}{170} = 270$

-۱۰ در شکل زیر، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

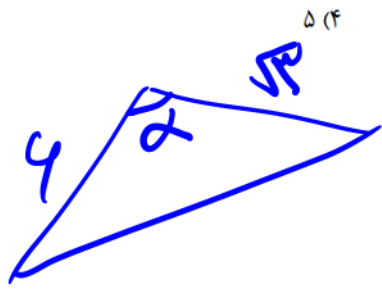


- ۱ (۱)
- ۳ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)
- ۱ (۴)

$S = 1 - 2 - 2 = 1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin \alpha$

$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \rightarrow \cot \alpha = 3$

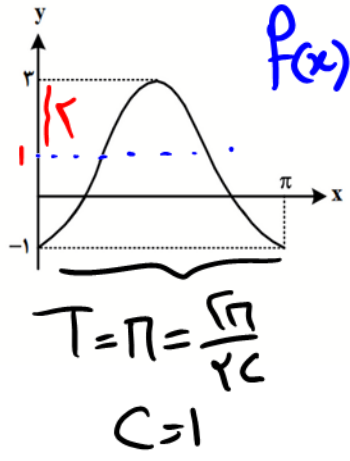
11- مثلث ABC، با اضلاع $\sqrt{3}$ و 6 و α (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث $\frac{4}{5}$ باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟



$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5} \rightarrow \alpha = \underline{\underline{90}}, \underline{\underline{150}}$$

12- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin(cx - \frac{2\pi}{4}) \cos(cx - \frac{2\pi}{4})$ باشد، اختلاف صفرهای تابع f در بازه $[0, \pi]$ ، کدام است؟



$$f(x) = a + \frac{b}{2} \sin(2cx - \frac{2\pi}{2})$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \cos 2cx$$

$$f(x) = 1 - 2 \cos 2x \quad x=0$$

- (1) $\frac{\pi}{6}$
- (2) $\frac{\pi}{4}$
- (3) $\frac{\pi}{2}$
- (4) $\frac{2\pi}{3}$

$$\cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{3}, 2x = 2\pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \cos x - \sqrt{\frac{2}{3}} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \cos x - \sin x = \sqrt{\frac{3}{2}} = t$$

13- در معادله مثلثاتی $m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$ اگر $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

$$\cos x - \sin x = t \rightarrow t^2 = 1 - \sin^2 2x$$

$$mt - 3\sqrt{6}(1 - t^2) = \sqrt{6}$$

$$3\sqrt{6}t^2 + mt - 4\sqrt{6} = 0 \rightarrow 2\sqrt{6} + m\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{6} = 0$$

$$m\sqrt{\frac{2}{3}} = 2\sqrt{6} \rightarrow \frac{m}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{3} \rightarrow m = 6$$

14- تابع f اکیدا نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است. اگر $f(-3 + 2m - m^2) < f(m^2 - m - 5) < -c$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

(-1) 3 (3) 2 (2) 1 (1)

$$m^2 - m - 5 > -3 + 2m - m^2$$

$$2m^2 - 2m - 8 > 0$$

$$m < -1 \quad m > 4$$

۱۵- تابع هموگرافیک، $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)}$ است، کدام عدد می تواند حاصل

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) = -\frac{b}{a} = \pm 1$

$\frac{a/c}{-b/a} = \frac{-b/a}{c/a}$

$f = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \frac{-dx+b}{cx-a}$

$g = \frac{cx+d}{ax+b}$

$g^{-1} = \frac{-bx+d}{ax-c}$

$a = +\frac{b^r}{a}$
 $a^r = b^r \rightarrow a = \pm b$

۱۶- برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد

- ۲) $5 = 1+k \rightarrow k=4$
- ۲) $3 = 1+k \rightarrow k=2$

فرد n (۲)

در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$)

۴) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.

۱) برای جميع مقادیر n پیوسته است.

$n^+ \rightarrow n^+ : |x^n - (-n-1)| = |2n+1| = 2n+1$
 $n^- : x^n - (-n-1) + k = 1+k$ } $k=2n$

۱) $k = |1+1| = 2$

۱) $k = |-1| = 1$

$(-n)^+ : |x^{-n} - (-n-1)| = |-2n+1| = 2n-1$
 $(-n)^- : x^{-n} - (-n-1) + k = k+1$ }

۱۷- اگر $f(x) = \frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}$ و $f(x) = xg(x) + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

۴) -۲

۳) -۴

$g(x) = \frac{f(x)-1}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = f'(0)$

$\left(\frac{2 \cos x}{(1 + \sin x)^2} \right) \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x} \right)$

$2 \times 2 \times -1$

۱۸- خط d موازی محور x ها، قرینه سهمی $y = x^2 + 1$ نسبت به محور x ها را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط d از مبدأ مختصات کدام است؟

۴) ۰,۷۵

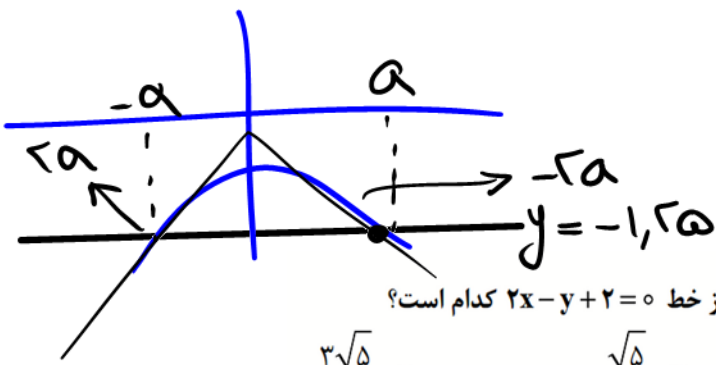
۳) ۰,۷۵

۲) ۳,۲۵

۱) ۱,۲۵

$y = -x^2 - 1 \rightarrow y' = -2x$

$$-\sum a^2 = -1 \rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = \sqrt{x - x^2}$ از خط $2x - y + 2 = 0$ کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{5}}{10} \quad (4)$$

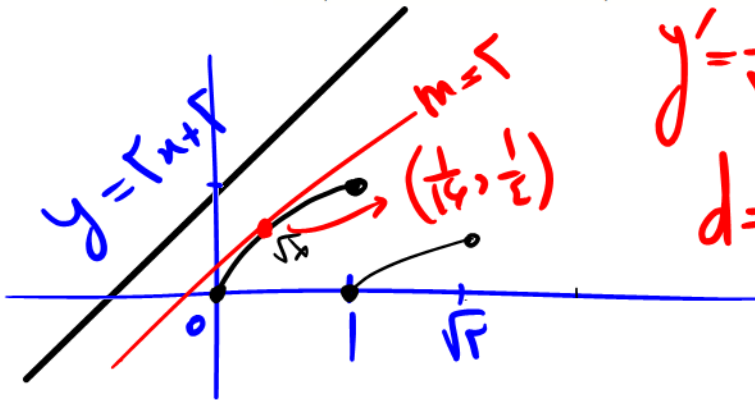
$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (3)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 2}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{\sqrt{5}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2\sqrt{5}}$$



۲۱- ۴ وزیر هر کدام با یک معاون به چند طریق می توانند روی ۸ صندلی در دو ردیف روبه روی هم بنشینند به طوری که

هر وزیر دقیقاً روبه روی معاونش قرار بگیرد؟

$$64 \quad (4)$$

$$48 \quad (3)$$

$$32 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

