

منبع: کنکور سراسری

۱ اگر A و B دو مجموعه غیرتهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

$$A - B' = A \quad (۲)$$

$$B - A' = A \quad (۱)$$

$$B \cap A' = \emptyset \quad (۴)$$

$$A \cap B' = \emptyset \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۲ فرض کنید A و B دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند. کدام رابطه نادرست است؟

$$A - B' = \emptyset \quad (۲)$$

$$A \subset B' \quad (۱)$$

$$(A \cup B)' = \emptyset \quad (۴)$$

$$A \cap B' = A \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۳ اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$. در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهل، کدام است؟

$$۱۵۸۹ \quad (۲)$$

$$۱۵۶۳ \quad (۱)$$

$$۱۶۵۱ \quad (۴)$$

$$۱۶۳۹ \quad (۳)$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۴ جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی، هستند. قدر نسبت دنباله هندسی، کدام است؟

$$\frac{۳}{۲} \quad (۲)$$

$$\frac{۴}{۳} \quad (۱)$$

$$\frac{۹}{۴} \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۵ اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \dots$. در دسته نهم واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر، کدام است؟

$$۷۲ \quad (۲)$$

$$۷۱ \quad (۱)$$

$$۷۴ \quad (۴)$$

$$۷۳ \quad (۳)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۶ اگر $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ آن گاه مجموعه $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$ به کدام صورت است؟

- (۱) $[-2, -1) \cup (1, 2]$
 (۲) $[-2, -1] \cup [1, 2]$
 (۳) $[-1, 1]$
 (۴) \emptyset

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

۷ اگر $A_n = \left(\frac{-2}{n}, \frac{n-2}{n}\right)$ به صورت بازه باشد، مجموعه $A_3 \cup A_6 - A_3$ برابر کدام بازه است؟

- (۱) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
 (۲) $\left[\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
 (۳) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
 (۴) $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

۸ جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$
 (۲) $\frac{7}{4}$
 (۳) $\frac{4}{3}$
 (۴) $\frac{7}{3}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۹ مجموعه‌های $A = \{2\}$ و $B = \{3, 5, \{2\}\}$ و $C = \{\{\{2\}, 3, 5\}, 2\}$ مفروض‌اند. کدام بیان در مورد آن‌ها نادرست است؟

- (۱) $A \in B$
 (۲) $A \in C$
 (۳) $B \in C$
 (۴) $A \subset C$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

۱۰ در یک تصاعد هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۱۶ است. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

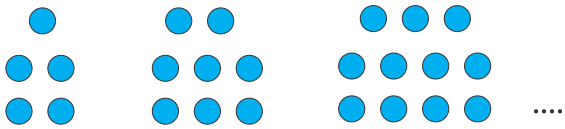
- (۱) ۴
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۷

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۱۱ اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$, $n \in \mathbb{N}$ آنگاه مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۴
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۷

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴



۳۴ (۱)

۳۶ (۲)

۳۸ (۳)

۴۰ (۴)

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد، ...، (۱، ۳، ۵)، (۷، ۹، ۱۱)، (۱)، مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی‌ام، کدام است؟

۱۷۵۰ (۲)

۱۷۰۰ (۱)

۱۸۵۰ (۴)

۱۸۰۰ (۳)

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

باتوجه به دنباله حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

۰/۱۸ (۲)

۰/۱۵ (۱)

۰/۲۵ (۴)

۰/۲۴ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

در دو دنباله حسابی به صورت‌های ...، ۲، ۷، ۱۲، ... و ...، ۸، ۱۱، ۱۴، ... چند عدد سه‌رقمی مشترک وجود دارد؟

۵۹ (۲)

۵۸ (۱)

۶۱ (۴)

۶۰ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

در دنباله‌های حسابی ...، ۲، ۹، ۱۶، ۲۳، ... و ...، ۱۲، ۱۷، ۲۲، ۲۷، ... چند عدد سه‌رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته برابر با شماره آن دسته باشد، ...، (۱)، (۳، ۵)، (۷، ۹، ۱۱)، ... جمله آخر در دسته بیستم کدام است؟

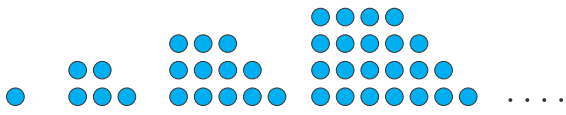
۴۱۹ (۲)

۴۱۵ (۱)

۴۲۳ (۴)

۴۲۱ (۳)

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱



۱۱۷ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۲۵ (۴)

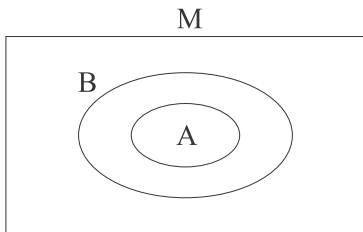
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸



گزینه ۴

۱

برای بررسی مسئله، بهتر است نمودار ون زیر را برای مجموعه‌های A و B فرض کنیم:



گزینه "۱" به صورت زیر ساده می‌شود:

$$B - A' = A \Rightarrow B \cap A = A$$

باتوجه به شکل کاملاً درست است.

گزینه "۲" عبارت است از:

$$A - B' = A \Rightarrow A \cap B = A$$

بنابراین این گزینه درست است.

گزینه "۳" به صورت زیر است:

$$A \cap B' = \emptyset \Rightarrow A - B = \emptyset$$

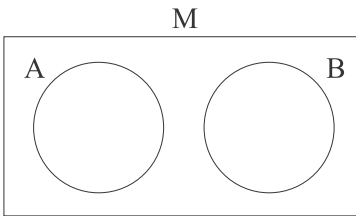
چون $A \subset B$ ، پس کاملاً درست است.

گزینه "۴" عبارت است از:

$$B \cap A' = \emptyset \Rightarrow B - A = \emptyset$$

نادرست می‌باشد، پس جواب مسئله گزینه "۴" است.

نمودار ون را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



گزینه "۱" درست است، زیرا همان طور که در شکل دیده می‌شود، A زیرمجموعه B' است. گزینه "۲" را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$A - B' = \emptyset \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

که کاملاً درست است.

گزینه "۳" را به صورت زیر مرتب می‌کنیم:

$$A \cap B' = A \Rightarrow A - B = A$$

بنابراین با توجه به شکل درست است.

گزینه "۴" به صورت زیر است:

$$(A \cup B)' = \emptyset \Rightarrow A' \cap B' = \emptyset$$

با توجه به شکل نادرست است.

از آنجا که تعداد جملات هر دسته، برابر با شماره آن دسته است، پس تعداد کل جملات ۴۰ دسته اول برابر است با:

$$1 + 2 + \dots + 40 = \frac{40 \times 41}{2} = 820$$

همچنین جمله عمومی اعداد طبیعی فرد متوالی به صورت $a_n = 2n - 1$ است، پس:

$$a_{820} = 2(820) - 1 = 1639$$

راه حل اول:

جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی با قدر نسبت d و جمله اول a_1 برابر است با:

$$\underbrace{a_1 + 2d}_{t_1}, \underbrace{a_1 + 6d}_{t_2}, \underbrace{a_1 + 10d}_{t_3}$$

t_1 ، t_2 و t_3 سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند، پس داریم:

$$t_2^2 = t_1 t_3 \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 10d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 10a_1d + 20d^2$$

$$\Rightarrow 6d^2 - 2a_1d = 0 \Rightarrow d(6d - 2a_1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 \Rightarrow r = 1 \text{ (در گزینه‌ها نیست)} \\ 6d - 2a_1 = 0 \Rightarrow d = \frac{1}{3}a_1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$t_1 = a_1 + 2d = a_1 + 2\left(\frac{1}{3}a_1\right) = \frac{5}{3}a_1$$

$$t_2 = a_1 + 6d = a_1 + 6\left(\frac{1}{3}a_1\right) = 3a_1$$

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{3a_1}{\frac{5}{3}a_1} = \frac{9}{5}$$

در نتیجه قدر نسبت دنباله هندسی برابر است با:

راه حل دوم:

نکته: اگر جملات a_n ، a_m و a_k از یک دنباله حسابی غیرثابت، به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت

$$r = \frac{k - m}{m - n}$$

دنباله هندسی برابر است با:

a_3 ، a_7 و a_{16} جملات یک دنباله هندسی هستند، پس طبق نکته داریم:

$$r = \frac{16 - 7}{7 - 3} = \frac{9}{4}$$

دسته اول: $\{1\}$

دسته دوم: $\left\{ \underbrace{2}_{1+1}, 3, \underbrace{4}_{2^2} \right\}$

دسته سوم: $\left\{ \underbrace{5}_{2^2+1}, 6, 7, 8, \underbrace{9}_{3^2} \right\}$

:

دسته هشتم: $\left\{ \underbrace{50}_{7^2+1}, \dots, \underbrace{64}_{8^2} \right\}$

دسته نهم: $\left\{ \underbrace{65}_{8^2+1}, \dots, \underbrace{81}_{9^2} \right\}$

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{81 + 65}{2} = \frac{146}{2} = 73$$

نرنج بوک

تلاشی در مسیر موفقیت



ابتدا با توجه به تعریف مجموعه A_i ، مجموعه‌های A_1 ، A_2 و A_5 و A_7 را به صورت بازه‌ای مشخص می‌کنیم. برای به دست آوردن اشتراک دو مجموعه که به صورت بازه‌ای مشخص شده‌اند، ابتدای بازه، بزرگ‌ترین عدد ابتدای دو مجموعه و انتهای بازه، کوچک‌ترین عدد انتهای دو مجموعه در نظر گرفته می‌شود. تست را با استفاده از رسم نمودار هم حل می‌کنیم تا اگر در مشخص کردن مجموعه‌ها به مشکل برخوردید، مشکلاتان به راحتی حل شود.

$$A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2}\right]$$

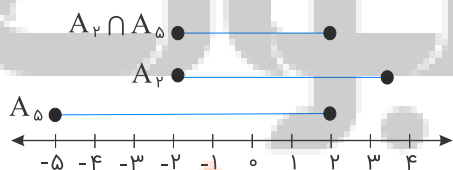
$$A_1 = \left[-1, \frac{9-1}{2}\right] = [-1, 4]$$

$$A_2 = \left[-2, \frac{9-2}{2}\right] = \left[-2, \frac{7}{2}\right]$$

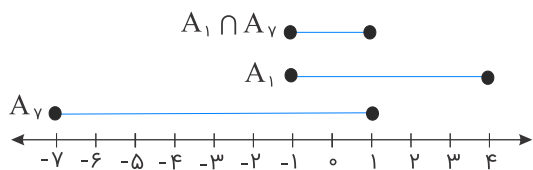
$$A_5 = \left[-5, \frac{9-5}{2}\right] = [-5, 2]$$

$$A_7 = \left[-7, \frac{9-7}{2}\right] = [-7, 1]$$

$$A_2 \cap A_5 = \left[-2, \frac{7}{2}\right] \cap [-5, 2] = [-2, 2]$$



$$A_1 \cap A_7 = [-1, 4] \cap [-7, 1] = [-1, 1]$$



$$(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1] = [-2, -1) \cup (1, 2]$$

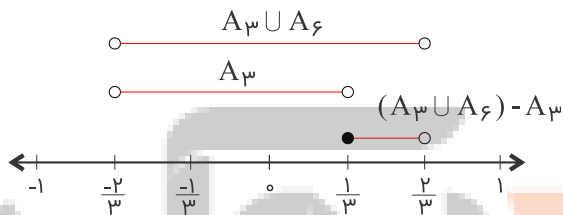
ابتدا با توجه به رابطه $A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}\right)$ مجموعه‌های A_3, A_6 را به صورت بازه‌های تعیین می‌کنیم. (برای بدست آوردن A_3, A_6 و برای به دست آوردن A_6, A_3 در نظر گرفته می‌شود.) در ادامه برای تعیین بازه $A_3 \cup A_6$ ابتدای بازه کوچک‌ترین عضو ابتدای A_3 و A_6 و انتهای آن بزرگ‌ترین عضو انتهای A_3 و A_6 در نظر گرفته می‌شود.

$$A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}\right) \Rightarrow \begin{cases} A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{3-2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) \\ A_6 = \left(-\frac{2}{6}, \frac{6-2}{6}\right) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \end{cases}$$

$$A_3 \cup A_6 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$(A_3 \cup A_6) - A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

در صورتی که تعیین اجتماع و اشتراک بازه‌ها برای شما دشوار بود می‌توانید از رسم نمودار هم به شکل زیر استفاده کنید:



جمله اول دنباله حسابی مفروض را a_1 و قدر نسبت آن را d در نظر می‌گیریم. در این صورت، باتوجه به اینکه $a_n = a_1 + (n-1)d$ داریم $a_2 = a_1 + d$ و $a_5 = a_1 + 4d$ و $a_{12} = a_1 + 11d$.

از طرفی می‌دانیم که اگر x, y و z به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $y^2 = x \cdot z$ پس باتوجه به فرض سؤال داریم:

$$a_5^2 = a_2 \cdot a_{12} \Rightarrow (a_1 + 4d)^2 = (a_1 + d) \times (a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 11d^2 \Rightarrow 5d^2 = 4a_1d \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = \frac{5}{4}d (*)$$

$$\begin{cases} a_2 = a_1 + d \\ a_5 = a_1 + 4d \end{cases} \xrightarrow{(*)} \begin{cases} a_2 = \frac{5}{4}d + d = \frac{9}{4}d \\ a_5 = \frac{5}{4}d + 4d = \frac{21}{4}d \end{cases}$$

قدر نسبت دنباله هندسی، از تقسیم دو جمله متوالی آن به دست می‌آید، یعنی اگر قدر نسبت دنباله هندسی مورد نظر سؤال را q در نظر بگیریم، آنگاه:

$$q = \frac{a_5}{a_2} = \frac{\frac{21}{4}d}{\frac{9}{4}d} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

بررسی گزینه اول: $\{2\} \in B$ است، پس $A \in B$ یک نتیجه گیری درست است.
 بررسی گزینه دوم: مجموعه C فقط دو عضو به صورت $\{2, 5, \{2\}\}$ و 2 دارد و $\{2\} \notin C$ ، پس $A \in C$ یک نتیجه گیری نادرست است و همین گزینه جواب سؤال می شود.
 بررسی گزینه سوم: مجموعه C عضوی به صورت $\{2, 5, \{2\}\}$ دارد، پس $B \in C$ یک گزاره درست است.
 بررسی گزینه چهارم: $2 \in C$ است؛ بنابراین $\{2\}$ یک زیرمجموعه تک عضوی برای مجموعه C محسوب می شود پس $A \subset C$ یک نتیجه گیری درست است.

اگر قدرنسبت این تصاعد را q در نظر بگیریم، می توانیم سه جمله متوالی آن را a, aq, aq^2 در نظر بگیریم. طبق فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} \frac{a}{q} + a + aq = 19 & (*) \\ \left(\frac{a}{q}\right)(a)(aq) = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a^3 = 6^3 \Rightarrow a = 6 & (**) \end{cases}$$

$$(*), (**) \Rightarrow \frac{6}{q} + 6 + 6q = 19 \xrightarrow{\times q} 6 + 6q + 6q^2 = 19q$$

$$\Rightarrow 6q^2 - 13q + 6 = 0 \Rightarrow q = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(6)(6)}}{2(6)} = \frac{13 \pm 5}{12} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{2} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$$

در حالتی که $q = \frac{3}{2}$ ، از آنجا که $a = 6$ ، جمله ها به صورت $6, 6\left(\frac{3}{2}\right) = 9, \frac{6}{3} = 4$ درمی آیند.

در حالتی که $q = \frac{2}{3}$ ، از آنجا که $a = 6$ ، جمله ها به صورت $4, 6\left(\frac{2}{3}\right) = 4, \frac{6}{3} = 2$ درمی آیند.

پس در هر دو حالت، تفاضل کوچک ترین و بزرگ ترین این سه عدد برابر است با: $9 - 4 = 5$.

در حل تست به نکات زیر توجه کنید:

- الف) با توجه به مجموعه A_n ، ابتدا مجموعه‌های A_1 ، A_4 و A_6 را با اعضای آن مشخص می‌کنیم.
 ب) نامعادله قدر مطلق $|x| \leq a$ ، به صورت $-a \leq x \leq a$ در نظر گرفته می‌شود.
 ج) در تعیین اعضا حواستان باشد که هر دو نامعادله $|m| \leq n$ و $2^m \leq 2n$ باید هم زمان برقرار باشد.

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 1, 2^m \leq 2\}$$

$$|m| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq m \leq 1 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-1, 0, 1\}$$

$$2^m \leq 2 \Rightarrow m \leq 1 \Rightarrow A_1 = \{-1, 0, 1\}$$

$$A_4 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 4, 2^m \leq 8\}$$

$$|m| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq m \leq 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-4, -3, \dots, 3, 4\}$$

$$2^m \leq 8 \Rightarrow 2^m \leq 2^3 \Rightarrow m \leq 3 \Rightarrow A_4 = \{-4, -3, \dots, 2, 3\}$$

$$A_6 = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq 6, 2^m \leq 12\}$$

$$|m| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq m \leq 6 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{-6, -5, \dots, 5, 6\}$$

$$2^m \leq 12 \Rightarrow m \leq 3 \Rightarrow A_6 = \{-6, -5, \dots, 1, 2, 3\}$$

تعیین اعضای مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$:

$$A_6 - A_4 = \{-6, -5, \dots, 1, 2, 3\} - \{-4, -3, \dots, 1, 2, 3\} = \{-6, -5\}$$

$$(A_6 - A_4) \cup A_1 = \{-6, -5\} \cup \{-1, 0, 1\} = \{-6, -5, -1, 0, 1\}$$

بنابراین مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$ دارای ۵ عضو است.

راه حل اول:

تعداد دایره‌ها تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، بنابراین داریم:

شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد دایره‌ها	۵	۸	۱۱

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{12} = 5 + 11 \times 3 = 38$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 1 + 2 \times 2 \\ a_2 = 2 + 2 \times 3 \\ a_3 = 3 + 2 \times 4 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = n + 2 \times (n+1) = 3n + 2$$

بنابراین با یک دنباله خطی با جمله عمومی $a_n = 3n + 2$ مواجه هستیم. جمله دوازدهم دنباله برابر است با:

$$a_{12} = 3(12) + 2 = 38$$

دسته سوم دسته دوم دسته اول
 \downarrow \downarrow \downarrow
 ۳ ۲ ۱ , ۲ , ۳ , ...

پس تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول} &= ۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۲۹ \\ &= \frac{۲۹(۲۹ + ۱)}{۲} = \frac{۲۹ \times ۳۰}{۲} = ۴۳۵ \end{aligned}$$

پس اولین جمله دسته سی ام، برابر با جمله ۴۳۶ ام دنباله اعداد طبیعی فرد است. دنباله اعداد طبیعی فرد، یک دنباله خطی با جمله عمومی $a_n = 2n - 1$ است، بنابراین:

$$\text{اولین جمله دسته ۳۰ ام} = a_{436} = 2 \times 436 - 1 = 871 = b_1$$

دسته سی ام، جمله دارد، بنابراین جمله آخر این دسته برابر است با:

$$b_{30} = b_1 + 29d \xrightarrow{d=2, b_1=871} 871 + 29 \times 2 = 929$$

(توجه کنید که جملات هر دسته، یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ هستند)، بنابراین:

$$b_1 + b_{30} = 871 + 929 = 1800$$

$$S = \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$$

$$3S = \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20}$$

$$3S = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{11}\right) + \dots + \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{20}\right)$$

دقت کنید که دومین عدد هر پرانتز با اولین عدد پرانتز بعدی ساده می‌شوند:

$$3S = \frac{1}{2} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20} \Rightarrow S = \frac{3}{20} \Rightarrow S = \frac{3}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{100} = 0/15$$

$$\begin{cases} ۲, ۷, ۱۲, ۱۷, \dots & d_1 = ۵ \\ ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, \dots & d_2 = ۳ \end{cases}$$

اولین جمله مشترک دو دنباله ۱۷ است. همچنین قدرنسبت دنباله جملات مشترک ک.م.م d_1 و d_2 یعنی $۱۵ = ۳ \times ۵$ است؛ بنابراین جمله عمومی دنباله جملات مشترک عبارت است از:

$$a_n = ۱۷ + ۱۵(n - 1) = ۱۵n + ۲$$

حال باید تعداد n هایی را بیابیم که به ازای آن ها $۱۰۰ \leq a_n \leq ۹۹۹$:

$$\begin{aligned} ۱۰۰ \leq ۱۵n + ۲ \leq ۹۹۹ &\Rightarrow ۹۸ \leq ۱۵n \leq ۹۹۷ \\ \Rightarrow ۶/... \leq n \leq ۶۶/... &\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n \in \{۷, ۸, \dots, ۶۶\} \end{aligned}$$

بنابراین تعداد جملات موردنظر برابر است با:

$$۶۶ - ۷ + ۱ = ۶۰$$

جمله های مشترک تشکیل یک دنباله حسابی می دهند که قدرنسبت آن ک.م.م قدرنسبت دو دنباله است.

$$\begin{aligned} ۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ۳۰, ۳۷, \dots &\Rightarrow d_1 = ۷ \\ ۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ۳۲, ۳۷, \dots &\Rightarrow d_2 = ۵ \end{aligned}$$

اولین جمله مشترک بین دو دنباله، ۳۷ است.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \xrightarrow{d=[۷,۵]=۳۵} a_n = ۳۷ + ۳۵(n - 1) = ۳۵n + ۲$$

$$\begin{aligned} ۱۰۰ \leq a_n < ۳۰۰ &\Rightarrow ۱۰۰ \leq ۳۵n + ۲ < ۳۰۰ \\ \Rightarrow ۹۸ \leq ۳۵n < ۲۹۸ &\Rightarrow ۲/... \leq n < ۸/... \\ ۳ \leq n \leq ۸ &\Rightarrow n \in \{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\} \end{aligned}$$

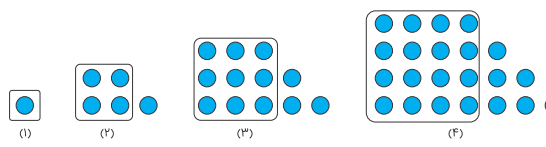
پس ۶ عدد با این شرایط داریم.

در دسته اول ۱، دسته دوم ۲ و ... و در دسته بیستم، ۲۰ عدد داریم پس در کل به اندازه $۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۲۰ = \frac{۲۰}{۲}(۱ + ۲۰) = ۲۱۰$ عدد فرد داریم؛ بنابراین جمله آخر در دسته بیستم، ۲۱۰ امین عدد فرد طبیعی $(۲n - 1)$ است.

$$۲ \times ۲۱۰ - ۱ = ۴۱۹$$

الگوی داده شده را به صورت زیر تقسیم بندی می کنیم:

طبق شکل داریم:



$$a_1 = 1^2 + 0, \quad a_2 = 2^2 + (0 + 1), \quad a_3 = 3^2 + (0 + 1 + 2), \quad \dots$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + (0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1))$$

بنابراین در شکل نهم تعداد دایره ها برابر است با:

$$9^2 + (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 8) = 81 + \frac{8 \times 9}{2} = 81 + 36 = 117$$

