



آزمون ۳۰ آبان ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	دانیال آرکیش-شاهین پروازی-احمد حسن زاده فرد-روح اله حسنی-امیرمهدی حقیقت پور-افشین خاصه خان-سینا خیرخواه-محمد زنگنه-حمید علیرزاده-کیان کریمی خراسانی-محمد کریمی-مهسان گودرزی-حامد معنوی-نیما مهندس-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-رضا توکلی-روح اله حسنی-افشین خاصه خان-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-ایمان ساریخانی-علیرضا شریف خطیبی-هومن عقیلی-عزیزاله علی اصغری-احمدرضا فلاح-نرگس کارگر-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی-نیما مهندس-محمد ناری-ایبانه
فیزیک	محمد احمدی-مهران اسماعیلی-حسین الهی-ریحانه آزادبان-زهره آقامحمدی-علی پرزگر-علیرضا جباری-محمدرضا خادمی-مسعود خندانی-رحمت اله خیراله زاده سماکوش-مهدی شریفی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-سیده ملیحه میرصالحی-حسام نادری-محمدرضا نصیری-ابوالفضل لکونشی نژاد
شیمی	هدی بهاری پور-امیرعلی بیات-علیرضا بیانی-محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-ندا حسین پورمقدم-پیمان خواجوی مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-احسان روستایی-مبینا سیدحسینی-حسین شاهسواری-رسول عابدینی زواره-محمد عظیمیان زواره-محسن مجنونی-مجتبی محبوب-مهرشاد میرزامحمدی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	دانیال ابراهیمی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی گیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مریم زارعی مهرداد ملوندی یاسین کشاورزی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرتگر-میر زهره آقامحمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات
ویراستاری رئیس هیئت مدیره	سینا صالحی امید بهزاد پور امیرحسین گردیاغ	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای	آرین غلامی محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی امیررضا مرادی	کامیار حقیقت دوست فرزاد حلاج مقدم
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مسئول سازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مسئول سازی)	معصومه صنعت کار-مهسا محمدتیا-احسان میرزایی-غریته کمرانی-سجاد سلیمی				
				کیان مکی ابراهیم نوری	پریا ایلی پارسا یاتقوا

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کتبون فرشتی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳۰۰۰

حسابان ۲

۱- گزینه «۲»

(معمّر زنگنه)

$$\sin 2x - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin x \quad \text{داریم}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \Rightarrow x = 0, 2\pi \\ 2x = (2k+1)\pi - x \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

مجموع جوابها در بازه $[0, 2\pi]$ برابر می شود با:

$$0 + 2\pi + \frac{\pi}{3} + \pi + \frac{5\pi}{3} = 5\pi$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

۲- گزینه «۲»

(مهسان کوردری)

می دانیم جواب کلی معادله $\cos \alpha = -1$ برابر با $\alpha = (2k+1)\pi$ است.

$$\pi \sin x = (2k+1)\pi \Rightarrow \sin x = 2k+1 \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{پس داریم}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2k+1 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq k \leq 0 \Rightarrow k = -1, 0$$

با توجه به مقادیر k ، سینوس می تواند ± 1 باشد. پس داریم:

$$\sin x = -1 \xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\sin x = 1 \xrightarrow{x \in [\pi, 2\pi]} \text{بدون جواب}$$

بنابراین معادله در بازه مذکور، فقط یک جواب دارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه های ۳۵ تا ۴۱)

۳- گزینه «۴»

(مهسان کوردری)

باید صورت معادله صفر باشد به شرطی که مخرج مخالف صفر شود.

$$\cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ جوابها برابر می شوند با:

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = \frac{5\pi}{4}$ حاصل $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ برابر $\cos \frac{\pi}{2}$ می شود که هر دو صفر هستند پس فقط $\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ قابل قبولند

و $\cos \frac{3\pi}{4}$ می شود که هر دو صفر هستند پس فقط $\frac{3\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4}$ قابل قبولند

که این دو زاویه هم روی دایره مثلثاتی رویه روی هم قرار دارند

(اختلافشان π است) پس جواب کلی به صورت $k\pi + \frac{3\pi}{4}$ یا $k\pi + \frac{7\pi}{4}$

است که معادل آن در گزینه ها $k\pi - \frac{\pi}{4}$ می باشد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه های ۳۵ تا ۴۱)

۴- گزینه «۱»

(انصر عسکری زاده غفر)

با تغییر متغیر $t = \sin x$ معادله را حل می کنیم.

$$2t^2 - 9t - 5 = 0 \Rightarrow t = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 40}}{4} = \frac{9 \pm 11}{4}$$

$$\begin{cases} t = \sin x = 5 & \text{غ ق} \\ t = \sin x = -\frac{5}{2} = -2.5 & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

بنابراین در بازه $(0, 2\pi)$ ، تنها دو مقدار $\frac{7\pi}{6}$ ، $\frac{11\pi}{6}$ قابل قبول است که

اختلاف آن دو $\frac{2\pi}{3}$ می شود.

(حسابان ۲- مثلثات؛ مشابه مثال صفحه ۴۰)

۵- گزینه «۳»

(غلامرضا نیازی)

با توجه به صورت سوال داریم:

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$\frac{\sin x \neq -1}{\cos x \neq -1} \rightarrow \cos x(1 + \cos x) = \sin x(1 + \sin x)$$

$$\Rightarrow \cos x + \cos^2 x = \sin x + \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \sin x - \cos x$$

$$\Rightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = \sin x - \cos x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \cos x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{x \in [0, 2\pi]} x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \\ \cos x + \sin x = -1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow x = \pi \text{ غ ق ق} \quad (\cos \pi = -1) \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ غ ق ق} \quad (\sin \frac{3\pi}{2} = -1) \end{cases}$$

پس معادله دارای دو جواب قابل قبول $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ در این بازه است.

(صوابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۶- گزینه «۳»

(پویانیش لیکنام)

ابتدا معادله را ساده تر می‌کنیم:

$$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = \cos x \Rightarrow 1 + \sin x = \cos x - \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0 \quad (1)$$

سپس از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\sin x - \cos x = t \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - 2 \sin x \cos x = t^2$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1 - t^2}{2}$$

$$(1) \rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ یا } t = 3 \text{ (غ ق ق)}$$

$$\sin x - \cos x = -1 \xrightarrow{\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})}$$

$$\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = -1 \Rightarrow \sin(x - \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \xrightarrow{[-\pi, 2\pi]} x = -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ x - \frac{\pi}{4} = (2k+1)\pi - \frac{5\pi}{4} \xrightarrow{[-\pi, 2\pi]} x = 0, 2\pi \end{cases}$$

پس مجموع جواب‌های مورد نظر برابر می‌شود با 2π .

(صوابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۷- گزینه «۲»

(عمیر علیرزاده)

با توجه به شکل داریم:

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \cot \beta = \tan 2\alpha = \tan(\alpha + 2\alpha)$$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan 2\alpha}{1 - \tan \alpha \tan 2\alpha} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{2}(\frac{4}{3})} = \frac{\frac{11}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{11}{1} = 11$$

(صوابان ۲- مثلثات: مشابه مثال صفحه ۴۳)

۸- گزینه «۳»

(مهران گودرزی)

ابتدا $\tan(30^\circ - x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(30^\circ - x) + (x + 15^\circ) = 45^\circ \Rightarrow \tan[(30^\circ - x) + (x + 15^\circ)] = \tan 45^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\tan(30^\circ - x) + \tan(x + 15^\circ)}{1 - \tan(30^\circ - x) \tan(x + 15^\circ)} = 1$$

$$\Rightarrow -11 < 4k < 9 \Rightarrow -\frac{11}{4} < k < \frac{9}{4}$$

$$k \in \mathbb{Z} \rightarrow k = -2, -1, 0, 1, 2 \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{20}, -\frac{3\pi}{20}, \frac{\pi}{20}, \frac{9\pi}{20}, \frac{17\pi}{20}$$

به ازای $x = \frac{\pi}{20}$ ، $\tan 2x$ تعریف نمی‌شود پس این جواب قابل قبول نیست.

بنابراین مجموع ریشه‌های قابل قبول معادله در بازه مذکور برابر است با:

$$\left(-\frac{7\pi}{20}\right) + \left(-\frac{3\pi}{20}\right) + \frac{\pi}{20} + \frac{9\pi}{20} = 0$$

(فساپان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

(شاخین پروازی)

۱۰- گزینه «۲»

برای پیدا کردن نقطه برخورد نمودار دو تابع f و g ، معادله $f(x) = g(x)$

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} = |\tan x| \Rightarrow \frac{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x}{\sin 2x = 2\sin x \cos x} \Rightarrow \frac{1 - \cos x}{\sin x} = |\tan x|$$

را حل می‌کنیم.

$$\frac{2\sin^2 \frac{x}{2}}{2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = |\tan x| \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = |\tan x| \quad (*)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \\ \tan x = -\tan \frac{x}{2} = \tan\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow x = k\pi - \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

$$x \in [0, 2\pi] \rightarrow \begin{cases} x = 0, 2\pi \\ x = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi \end{cases}$$

دقت کنید که با توجه به دامنه توابع f و g باید $\sin x \neq 0$ و $\cos x \neq 0$

و همچنین به دلیل رابطه $(*)$ باید $\tan \frac{x}{2} > 0$ باشد، پس تنها جواب قابل

قبول $x = \frac{2\pi}{3}$ است و داریم.

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{4\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

(فساپان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

طبق فرض مسئله $\tan(x + 15^\circ) = \frac{3}{4}$ می‌باشد، پس:

$$\Rightarrow \frac{\tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4}}{1 - \tan(30^\circ - x) \times \frac{3}{4}} = 1$$

$$\Rightarrow \tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{4} \tan(30^\circ - x)$$

$$\Rightarrow \tan(30^\circ - x) + \frac{3}{4} \tan(30^\circ - x) = 1 - \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4} \tan(30^\circ - x) = \frac{1}{4} \Rightarrow \tan(30^\circ - x) = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \cot(30^\circ - x) = 7$$

(فساپان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۹- گزینه «۴»

(روح‌آینه عسلی)

می‌دانیم $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ طبق فرض داریم:

$$(\tan 2x + 1)(\tan 2x + 1) = 2$$

$$\tan 2x \cdot \tan 2x + \tan 2x + \tan 2x + 1 = 2$$

$$\Rightarrow \tan 2x + \tan 2x = 1 - \tan 2x \tan 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\tan 2x + \tan 2x}{1 - \tan 2x \tan 2x} = 1 \Rightarrow \tan(2x + 2x) = 1$$

$$\Rightarrow \tan \Delta x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{(2k+1)\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

چون $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ پس:

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{(2k+1)\pi}{4} < \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\times \frac{4}{\pi}} -1 < 2k+1 < 1$$

ریاضی ۱

۱۱ - گزینه «۴»

(سینا فیرواده)

طبق تعریف، تابع هماتی $f(x) = x$ و تابع ثابت $g(x) = c$ را در نظر می‌گیریم.

$$g(4x) + 2f(1-x) = 4 - 2x \Rightarrow c + 2(1-x) = 4 - 2x$$

$$\Rightarrow c + 2 - 2x = 4 - 2x \Rightarrow c = 1 \Rightarrow \begin{cases} g(5) = c = 1 \\ f(-2) = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f(-2)}{g(5)} = \frac{-2}{1} = -2$$

(ریاضی ۱ - تابع؛ صفحه ۱۱)

۱۲ - گزینه «۳»

(حامد معنوی)

توجه کنید که $1-k$ ریشهٔ معادله است. پس،

$$2(1-k) - a = 0 \Rightarrow a = 2(1-k) \Rightarrow f(x) = \frac{12 + 2kx}{2x - 2(1-k)}$$

به ازای $1-k \neq x$ ، نمودار تابع f متعلق به نمودار تابع ثابت $y = k$ است. پس،

$$\frac{12 + 2kx}{2x - 2(1-k)} = k \Rightarrow 6 + kx = kx - k(1-k)$$

$$\Rightarrow -k + k^2 = 6 \Rightarrow k^2 - k - 6 = 0 \Rightarrow (k-3)(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=3 & \text{غ ق ق} \\ k=-2 \Rightarrow a = 2(1-k) = 2(1+2) \Rightarrow a=6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+k = 6-2 = 4$$

(ریاضی ۱ - تابع؛ صفحه ۱۱)

۱۳ - گزینه «۴»

(دانیال آرکین)

ابتدا نمودار تابع را یک واحد به طرف y ‌های مثبت انتقال می‌دهیم.

$$y_{\text{جدید}} = |x| - 2 + 1 = |x| - 1$$

حال نمودار تابع جدید را ۴ واحد به طرف x ‌های منفی منتقل می‌کنیم، یعنی

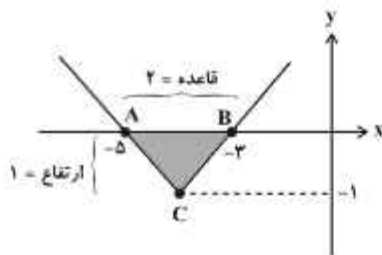
$$y_{\text{جدید}} = |x+4| - 1 \quad \text{قرار می‌دهیم.}$$

برای به دست آوردن مساحت مورد نظر، نمودار تابع $y = |x+4| - 1$ را

$$x = -4 \Rightarrow y = |-4+4| - 1 = -1 \quad \text{رسم می‌کنیم.}$$

$$y=0 \Rightarrow |x+4| - 1 = 0 \Rightarrow |x+4| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+4=1 \Rightarrow x=-3 \\ x+4=-1 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

(ریاضی ۱ - تابع؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۱۴ - گزینه «۲»

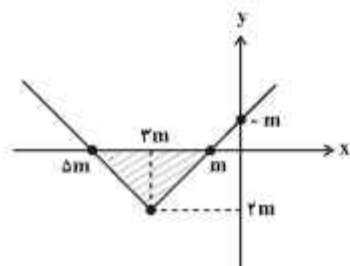
(حامد معنوی)

$$f(x) = 0 \Rightarrow |x-2m| + 2m = 0$$

توجه کنید که،

$$\Rightarrow |x-2m| = -2m \xrightarrow{m < 0} \begin{cases} x-2m = -2m \Rightarrow x=0 \\ x-2m = 2m \Rightarrow x=4m \end{cases}$$

$$f(0) = |-2m| + 2m = 0, \quad f(4m) = 2m$$



$$S_{\text{هاشورخورده}} = \frac{(-4m)(-2m)}{2} = 4m^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{36} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{6} & \text{غ ق ق} \\ m = -\frac{1}{6} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$m = -\frac{1}{6} \Rightarrow f(x) = |x + \frac{1}{3}| - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(\frac{1}{3}) = |\frac{1}{3} + \frac{1}{3}| - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۱ - تابع؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۱۵ - گزینه «۱»

(غلامرضا نیازی)

$\{1, 2, 3, 4\}$ و $\{2, 3, 4, 5\}$ و ... انتخاب‌های ۴ رقم متوالی

۶ انتخاب $\Rightarrow$

$4! =$ جایگشت ۴ رقم = تعداد اعداد ۴ رقمی با هر دسته

$144 = 6 \times 4! = 6 \times 24 = 6 \times 4! =$ حالات مطلوب $\Rightarrow$

(ریاضی -۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۲)

۱۶ - گزینه «۲»

(امیر حسن زاده‌فرد)

راه‌حل اول:

حالت $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 \Rightarrow$ حالت اول که رقم سمت راست صفر باشد

حالت $2 \times 3 \times 4 \times 2 = 36 \Rightarrow$ حالت دوم که رقم سمت راست ۲ یا ۴ باشد

(تعداد کل اعداد چهار رقمی زوج) $36 + 24 = 60 \Rightarrow$

راه‌حل دوم: از تعداد کل اعداد ۴ رقمی با ارقام غیرتکراری، اعداد فرد را کم کنیم:

$$\begin{cases} \text{تعداد کل اعداد ۴ رقمی} : 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \\ \text{تعداد کل اعداد ۴ رقمی فرد} : 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 \end{cases} \Rightarrow 24 - 12 = 12$$

(ریاضی -۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۷ - گزینه «۴»

(غلامرضا نیازی)

کل تعداد کلمات ۶ حرفی که در آن (ج) و (م) کنار هم نباشند:

$$5! \times 2! = 240$$

کل تعداد کلمات ۶ حرفی که در آن (ج) و (م) کنار هم و (ی) نیز کنار هم نباشند:

$$4! \times 2! \times 2! = 96$$

در نتیجه طبق اصل متمم، تعداد حالات مطلوب برابر می‌شود با:

$$240 - 96 = 144 = 5! \times 2! - 4! \times 2! \times 2!$$

(ریاضی -۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۲)

۱۸ - گزینه «۱»

(کیان کریمی‌نژاد)

دو حالت داریم:

- شامل حروف «ش» در این حالت یکی از حروف «ب» یا «ز» و همچنین یکی از

حروف «ا» یا «ه» یا «ح» را نیاز داریم که تعدادشان $3! \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ است.

- فاقد حرف «ش» در این حالت، باید از هر سه حرف «ت»، «ب» و «ز»

استفاده کنیم که تعدادشان $3! = 6$ است.

جواب نهایی $42 = 6 + 36$ است.

(ریاضی -۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۲)

۱۹ - گزینه «۴»

(غلامرضا نیازی)

$$w = \text{مهره سفید} \quad b = \text{مهره سیاه}$$

(هر سه سفید کنار هم باشند) = متمم حالات مطلوب

= تعداد حالات قرار گرفتن مهره‌ها به‌طوری که ۳ مهره سفید کنار هم نباشند

$$6! - 3! = 720 - 6 = 714$$

$8! =$ کل حالات قرار گرفتن مهره‌ها کنار هم

$$6! \times 6! - 3! \times 6! = 720 \times 6 - 6 = 4320$$

$$4320 - 714 = 3606$$

(ریاضی -۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۲)

۲۰ - گزینه «۱»

(سینا قهرقواه)

مسئله را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول، دقیقاً ۲ نفر بین دو برادر باشد:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{حالت } 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 \Rightarrow A \text{ } 1 \text{ } 2 \text{ } 3 \text{ } 4 \text{ } B \\ \text{حالت } 2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48 \Rightarrow A \text{ } 1 \text{ } 2 \text{ } 3 \text{ } 4 \text{ } B \\ \text{حالت } 3 \times 2 \times 3 \times 4 = 72 \Rightarrow A \text{ } 1 \text{ } 2 \text{ } 3 \text{ } 4 \text{ } B \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 144 \end{array}$$

حالت دوم:

دو برادر کنار هم نباشند - کل حالات = دو برادر کنار هم نباشند

$$6! - 2 \times 5! = 720 - 240 = 480$$

$$\frac{\text{حالت اول}}{\text{حالت دوم}} = \frac{144}{480} = \frac{3}{10}$$

(ریاضی -۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

مسئله ۱

۲۱- گزینه «۲»

(میدان کوردی)

می‌دانیم که $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و انتهای کمان مربوط به زاویه θ در ربع دوم

است پس $\theta = 120^\circ$ است. حال آن را به رادیان تبدیل می‌کنیم.

$$120^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3} = \frac{a\pi}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a+b=5$$

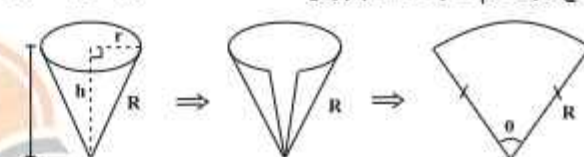
(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۲۲- گزینه «۱»

(روح اله غسینی)

اگر ارتفاع مخروط h و شعاع قاعده آن r باشد، طول شعاع قطاع حاصل از شکل گسترده مخروط، برابر با اندازه وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که طول

اضلاع زاویه قائم h و r است. بنابراین،



طول کمان این قطاع برابر محیط قاعده مخروط $2\pi r$ است. همچنین اگر θ

(برحسب رادیان) زاویه مرکزی این قطاع باشد، آن‌گاه:

$$\theta = \frac{2\pi r}{R} = \frac{2\pi r}{\sqrt{r^2 + h^2}}$$

$$\theta = 216^\circ = \frac{6\pi}{5} \text{ rad} \Rightarrow \frac{6\pi}{5} = \frac{2\pi \times 12}{\sqrt{12^2 + h^2}} \Rightarrow \sqrt{h^2 + 144} = 20$$

$$\Rightarrow h^2 + 144 = 400 \Rightarrow h^2 = 256 \Rightarrow h = 16$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 12^2 \times 16 = 768\pi$$

بنابراین.

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه ۹۶)

۲۳- گزینه «۱»

(امیرموری تقی‌پور)

می‌دانیم طول کمان از رابطه $\ell = r\theta$ به دست می‌آید که در آن شعاع r

و θ زاویه برحسب رادیان است. پس،

$$\frac{36^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{36^\circ \times \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$\ell = r\theta = 6220 \times \frac{\pi}{5} = 1244\pi \text{ (km)}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه ۹۷)

۲۴- گزینه «۳»

(معمد کریمی)

A را می‌توان به صورت زیر، نیز نوشت:

$$A = \frac{\cos(\frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{12}) + \cos(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{12})}{\sin(\frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{12}) + \cos(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12})} = \frac{\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}}{\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12}}$$

توجه داشته باشید که مقدار A منفی است. حال داریم:

$$A^2 = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12} + 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}{\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12} - 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}}$$

$$= \frac{1 + \sin \frac{\pi}{6}}{1 - \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3 \xrightarrow{A < 0} A = -\sqrt{3}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳ و ۱۱۲)

۲۵- گزینه «۴»

(ناصر معنوی)

$$\cot 100^\circ = \cot(90^\circ + 10^\circ) = -\tan 10^\circ$$

توجه کنید که:

$$\cot 280^\circ = \cot(270^\circ + 10^\circ) = -\tan 10^\circ$$

$$\tan 190^\circ = \tan(180^\circ + 10^\circ) = \tan 10^\circ$$

$$\tan 80^\circ = \tan(90^\circ - 10^\circ) = \cot 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\cot 100^\circ + \cot 280^\circ}{\tan 190^\circ - \tan 80^\circ} = \frac{-\tan 10^\circ - \tan 10^\circ}{\tan 10^\circ - \cot 10^\circ} = \frac{-2 \tan 10^\circ}{\tan 10^\circ - \cot 10^\circ} \xrightarrow{\times (\sin 10^\circ \cos 10^\circ)} \frac{-2 \sin^2 10^\circ}{\sin^2 10^\circ - \cos^2 10^\circ}$$

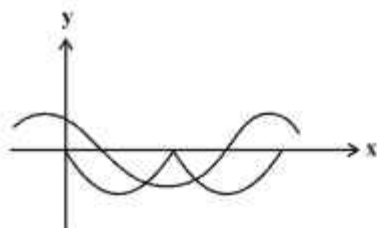
$$= \frac{-2 \sin^2 10^\circ}{\sin^2 10^\circ - 1} = \frac{-2m^2}{m^2 - 1} = \frac{2m^2}{1 - m^2}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۳)

۲۶- گزینه «۲»

(غشین قاضی‌فان)

تعداد هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



تعداد توابع f و g در $[0, 2\pi]$ همدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند.

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه ۱۰۹)

۲۷ - گزینه «۴»

(اعمر حسن زاده غفر)

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 3 \sin \alpha \cos \beta - 3 \cos \alpha \sin \beta$$

$$4 \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta \Rightarrow 2 \cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cot \beta = 2 \cot \alpha$$

(حسابان ۱ - مثلثات، صفحه ۱۱۱)

۲۸ - گزینه «۳»

(عنصر کریمی)

عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(\tan 15^\circ - \cot 15^\circ)(\tan 15^\circ + \cot 15^\circ)$$

$$= -2 \cot 30^\circ \times \frac{2}{\sin 30^\circ} = -2\sqrt{3} \times 2 = -4\sqrt{3}$$

توجه: طبق روابط مثلثاتی 2α داریم:

$$1) \tan \alpha - \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= -\frac{\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = -2 \cot 2\alpha$$

$$2) \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

(حسابان ۱ - مثلثات، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۳)

۲۹ - گزینه «۴»

(سیا لغرفه‌ای)

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{(\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \frac{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)}{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)} = \frac{1 - \sin x \cos x}{\cos x - \sin x}$$

از طرفی:

$$\sin x - \cos x = \frac{5}{4} \rightarrow \text{به توان ۲}$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow -2 \sin x \cos x = \frac{9}{16} \Rightarrow \sin x \cos x = -\frac{9}{32}$$

$$\frac{1 + \frac{9}{32}}{-\frac{5}{4}} = -\frac{41}{40} \quad \text{در نتیجه حاصل عبارت مورد نظر برابر می‌شود با:}$$

(حسابان ۱ - مثلثات، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۳)

۳۰ - گزینه «۳»

(تیم مهدرس)

تکته سه جمله متوالی a ، b و c از یک دنباله حسابی در رابطه $2b = a + c$ صدق می‌کنند.

گام اول: با توجه به تکته بالا می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{\cos x} = \frac{1}{\cos(x-y)} + \frac{1}{\cos(x+y)} = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{\cos(x-y) \cdot \cos(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\cos x} = \frac{2 \cos x \cos y}{\cos^2 x \cos^2 y - \sin^2 x \sin^2 y}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot \cos y = \cos^2 x \cdot \cos^2 y - (1 - \cos^2 x) \sin^2 y$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot \cos y = \cos^2 x \cdot (\cos^2 y + \sin^2 y) - \sin^2 y$$

$$\Rightarrow \cos^2 x \cdot (1 - \cos y) = \frac{\sin^2 y}{2 \sin^2(\frac{y}{2}) \cos^2(\frac{y}{2})}$$

$$\frac{\sin^2 \frac{y}{2}}{\cos^2 \frac{y}{2}} \rightarrow \cos^2 x = 2 \cos^2(\frac{y}{2})$$

$$\text{گام دوم: چون } 1 + \tan^2 \frac{y}{2} = \frac{1}{\cos^2 \frac{y}{2}} \text{ داریم}$$

$$\cos^2 x (1 + \tan^2 \frac{y}{2}) = 2 \cos^2(\frac{y}{2}) \times \frac{1}{\cos^2(\frac{y}{2})} = 2$$

(حسابان ۱ - مثلثات، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۳)

هزینه ۳

۳۱- گزینه «۴»

(معمّر تارّی ایبانه)

حاصل دترمینان را برحسب سطر اول به دست می آوریم.

$$\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = x(4-3) - (x+1)(2-0) + (x+2)(1-0) \\ = x - 2x - 2 + x + 2 = 0$$

حاصل دترمینان همواره برابر صفر است.

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

(مشابه مثال صفحه ۲۸ کتاب درسی)

۳۲- گزینه «۲»

(عباس انهن)

دترمینان را برحسب سطر اول به دست می آوریم.

$$\begin{vmatrix} 1 & -x & -y \\ x+1 & 0 & -z \\ y+1 & z & 0 \end{vmatrix} = (1) \times \begin{vmatrix} 0 & -z \\ z & 0 \end{vmatrix} - (-x) \times \begin{vmatrix} x+1 & -z \\ y+1 & 0 \end{vmatrix} + (-y) \times \begin{vmatrix} x+1 & 0 \\ y+1 & z \end{vmatrix} \\ = z^2 + x(z)(y+1) + (-y)(z)(x+1) \\ = z^2 + xyz + xz - xyz - yz = 0 \\ \Rightarrow z^2 + xz - yz = 0 \xrightarrow{+z} x + z = y$$

توجه: چون طبق فرض $xyz \neq 0$ پس $z \neq 0$ می باشد و به این دلیل طرفین را بر z تقسیم کرده ایم.

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۳۳- گزینه «۲»

(اسحاق اسفندیار)

دترمینان ماتریس A را به دست می آوریم.

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & A \\ 3 & A \end{vmatrix} = 4|A|^2 - 3|A| = 0 \Rightarrow 4|A|^2 - |A| - 3 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{3}{4} \end{cases} \quad (\text{غ غ قی طبق فرض})$$

طبق $|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$ می توان نوشت.

$$|2A| = 2^2 |A| = 4 |A| = 4$$

دترمینان ماتریس B را برحسب سطر اول می یابیم.

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times (0 - (-1)) - (-1)(3 - 4) + 2(-1 - 0) \\ = 1 - 1 - 2 = -2$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

(مشابه تمرین ۳۰ صفحه ۳۰ کتاب درسی)

۳۴- گزینه «۱»

(روح اله عسلی)

ابتدا ماتریس $A - xI$ را تشکیل می دهیم.

$$A - xI = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} - x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-x & 0 & -3 \\ 0 & -2-x & 1 \\ -1 & 0 & -1-x \end{bmatrix}$$

دترمینان ماتریس $A - xI$ را برحسب ستون دوم به دست می آوریم.

$$|A - xI| = (-2-x) \begin{vmatrix} 1-x & -3 \\ -1 & -1-x \end{vmatrix} = -(x+2)((x+1)(x-1) - 3) \\ = -(x+2)(x^2 - 1 - 3) = -(x+2)(x^2 - 4) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x^2-4=0 \Rightarrow x=\pm 2 \end{cases}$$

پس $x = \pm 2$ ریشه های متمایز معادله هستند.

بنابراین حاصل ضرب ریشه های متمایز این معادله برابر است با.

$$(-2) \times 2 = -4$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۳۵- گزینه «۲»

(ایمان ساریقانی)

ابتدا دترمینان دو ماتریس A و B را توسط روش ساروس می یابیم.

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = (0+0+0) - (-\frac{4}{3}+0+0) = \frac{4}{3}$$

$$\text{از طرفی } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{، بنابراین:}$$

$$|C| = |A^{-1}| |B| = \sqrt{2} |B| = (\sqrt{2})^2 |B| = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(استاد اسفندیار)

۳۸- گزینه «۱»

دترمینان مورد نظر را به صورت زیر تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} |4I - 2A^{-1}| &= |4A^{-1}A - 2A^{-1}| = |2A^{-1}(2A - I)| \\ &= 2^2 |A^{-1}| |2A - I| = 2 \times \frac{1}{|A|} |2A - I| = 2 \left(\frac{1}{2}\right) (10) = 10 \end{aligned}$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(مومن عقیلی)

۳۹- گزینه «۳»

$$A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

طبق فرض داریم:

$$A - I = \begin{bmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k-1 & 0 \\ 0 & 0 & k-1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = (k-1)^3$$

$$|A| = |A - I| + 19 \Rightarrow k^3 = (k-1)^3 + 19$$

$$\Rightarrow k^3 = k^3 - 3k^2 + 3k - 1 + 19 \Rightarrow 3k^2 - 3k - 18 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - k - 6 = 0 \Rightarrow (k-3)(k+2) = 0$$

$$\Rightarrow k = 3, k = -2 \Rightarrow |A| = k^3 = 27 \text{ یا } -8$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(روح‌آله عسلی)

۴۰- گزینه «۴»

می‌دانیم اگر A ماتریس مربعی و I ماتریس همانی از همان مرتبه باشد آن‌گاه $AI = IA = A$ ، بنابراین:

$$(A + I)(A + 2I) = O \Rightarrow A^2 + A + 2A + 2I = O$$

$$\Rightarrow A^2 + 3A + 2I = O \Rightarrow A^2 + 2I = -3A$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} |A^2 + 2I| &= |-3A| = (-3)^2 |A| = (-3)^2 (-2) \\ &= (-27) \times (-2) = 54 \end{aligned}$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow |B| = (-4 + 0 + 0) - (0 + 0 + 0) = -4$$

می‌دانیم اگر $A_{3 \times 3}$ و $k \in \mathbb{R}$ در آن صورت $|kA| = k^3 |A|$ ، پس:

$$|B| |A + A| = |-4A + A| = |-3A| = (-3)^3 |A|$$

$$= -27 \times \frac{4}{3} = -36$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(مشابه کار در کلاس (۳) صفحه ۳۰ کتاب درسی)

(مومن عقیلی)

۳۶- گزینه «۱»

برای ماتریس $A_{2 \times 2}$ طبق فرض داریم:

$$A + \frac{1}{|A|} A = 2I \Rightarrow A + \frac{1}{|A|} A = |2I|$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{|A|}\right) A = 2I \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{|A|}\right)^2 |A| = 2^2 |I|$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{1}{|A|} + \frac{1}{|A|^2}\right) |A| = 4$$

$$\Rightarrow \frac{|A|^2 + 1 + 2|A|}{|A|} = 4 \Rightarrow |A|^2 - 2|A| + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 1)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 1$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(روح‌آله عسلی)

۳۷- گزینه «۲»

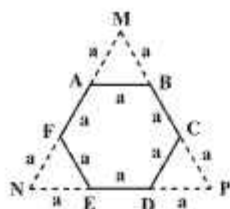
$$\begin{cases} \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{cases} \text{ می‌دانیم}$$

$$|A| = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos x - \sin x \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \text{ پس:}$$

$$= \sin\left(x + \frac{\pi}{6} - x\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|B| = \cos x \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \sin x \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$$

$$= \cos\left(x + \frac{\pi}{6} - x\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$12\sqrt{2} = \frac{3a \times \sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = 8$$

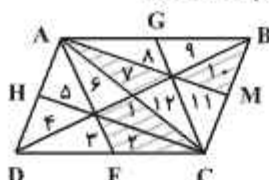
$$\text{مساحت شش ضلعی منتظم} = \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} = \frac{3}{2} \times 16^2 \times \sqrt{3} = 96\sqrt{3}$$

(هنريسه ا- هنريشني، ١٩٥٥: ٦٥)

(عباس بن عبد المطلب)

۴۴ - كَوْنُهُ «ف»

در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، هر دو مثلث ABC و ADC هم‌تخت‌اند. پس دارای مساحت یکسان می‌باشند. در شکل زیر میانه‌های اضلاع دو مثلث ABC و ADC رسم شده‌اند که هر کدام از این دو مثلث به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم شده‌اند. پس،



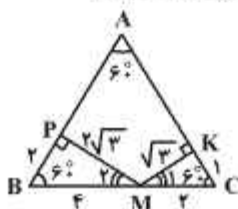
$$\frac{S_{\text{هاشورخوردہ}}}{S_{ABCD}} = \frac{4 \text{ مثلث}}{12 \text{ مثلث}} = \frac{1}{3}$$

(هئرسه ۱- ښوونکي، څه: صفحہ ۶۷)

(تحریریں: کلارک گیل)

٤٥ - كُوزِيَّةٌ «ف»

از آنجا که $AB = AC$ و $\hat{A} = 60^\circ$ ، پس این مثلث متساوی الاضلاع است. می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی قاعده مثلث متساوی الساقین تا ساق‌ها برابر ارتفاع وارد بر ساق است. پس،



$$MK + MP = r\sqrt{r} = \frac{\sqrt{r}}{2} a \text{ (ارتفاع وارد بر ساق)}$$

$$\Rightarrow a = 6 \quad (\text{ضلع مثلث})$$
$$BM = \tau, \quad CM = \tau$$

در نتیجه

$$\text{KMC} : \hat{M}_1 = r^* \Rightarrow KC = 1, MK = \sqrt{r} \Rightarrow S_{MKC} = \frac{\sqrt{r}}{r}$$

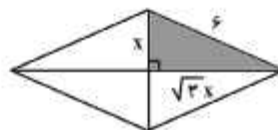
$$\text{BMP} : \hat{M}_T = \tau \cdot \Rightarrow \text{BP} = \tau, \text{MP} = \tau\sqrt{\tau} \Rightarrow S_{\text{MPB}} = \tau\sqrt{\tau}$$

140210

-۴۱- مکتبہ اہل بیت

(نیکم، کارگر)

نسبت اندازه‌های دو قطر برابر $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ است، پس اندازه قطرهای کوچک و بزرگ را به ترتیب $2x$ و $2\sqrt{3}x$ در نظر می‌گیریم. قضیه فیثاغورس را در مثلث رنگی می‌نویسیم.



$$x^T + (\sqrt{2}x)^T = 2\phi \Rightarrow \sqrt{2}x^T = 2\phi \Rightarrow x = \sqrt{2}\phi$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

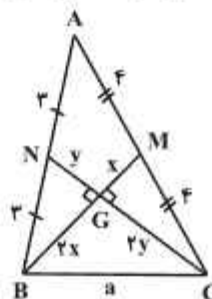
در نتیجه:

(هنر سه ا- هنر ضلع، ہا: صفحہ ۶۵)

« ۳۰ » - ۴۲

(عمر، عقیدہ)

دو میانه BM و CN در مرکز ثقل G هم‌رستند و داریم:



$$GM = \frac{1}{\gamma} BG = x \quad , \quad GN = \frac{1}{\gamma} GC = y$$

در مثلث‌های قائم‌الزاویه GMC و GNB قضیه فیثاغورس را می‌تویسیم:

$$\begin{cases} x^r + fy^r = 16 \\ y^r + fx^r = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \Delta(x^r + y^r) = 2\Delta \Rightarrow x^r + y^r = \Delta$$

حال قضیة فیثاغورس را در مثلث قائم الزاویه BGC می نویسیم،

$$fx^T + fy^T = a^T \Rightarrow a^T = f \times \Delta = r \cdot \Rightarrow a = r\sqrt{\Delta}$$

(هتروسه ۱- پتروسلولها: صفحه ۴۷)

۴۳ - کویتہ ۳۰

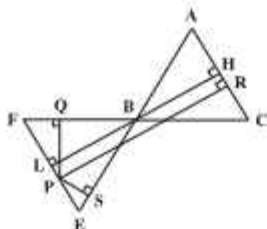
(اعمر رضا فلاح)

طول ضلع شش ضلعی منتظم را a در نظر می‌گیریم. هر یک از مثلث‌های کناری، از نوع متساوی‌الاضلاع به ضلع a می‌باشند پس مثلث MNP یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $\frac{2}{3}a$ می‌باشد.

(نیمه متناظر)

۴۸- گزینه «۳»

از رأس B به قاعده‌های دو مثلث عمود می‌کشیم مثلث BEF متساوی‌الاضلاع (و در نتیجه متساوی‌الساقین) است. پس داریم:



$PS + PQ = BL$ (ارتفاع مثلث)

چون چهارضلعی HLPR مستطیل است، $PR = LH$ می‌شود و از آنجا که $LH = BH + BL$ و این که مجموع فاصله هر نقطه روی قاعده از دو ساق برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، خواهیم داشت:

$$\frac{PR - (PQ + PS)}{AC} = \frac{BH}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۱- هندسه‌های صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

(ایمان ساریانی)

۴۹- گزینه «۲»

ابتدا توسط فرمول یک مساحت چندضلعی اول را می‌یابیم:

$$S = \frac{22}{2} + 10 - 1 = 20$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S'} = k^2 \xrightarrow{k=2} \frac{20}{S'} = 4 \Rightarrow S' = 5$$

$$مساحت چندضلعی دوم: S' = \frac{b}{2} + i - 1 = 5 \xrightarrow{i=4} \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow b = 4$$

(هندسه ۱- هندسه‌های صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

(عباس انصاری)

۵۰- گزینه «۳»

به کمک رابطه یک داریم:

$$S = i + \frac{b}{2} - 1$$

$$مساحت چندضلعی کوچک‌تر: S' = i' + \frac{b'}{2} - 1$$

$$\Rightarrow S - S' = (i + \frac{b}{2} - 1) - (i' + \frac{b'}{2} - 1)$$

$$= (i - i') + \frac{1}{2}(b - b') \Rightarrow 13/5 = (i - i') + \frac{1}{2}(12 - 7)$$

$$\Rightarrow 13/5 = (i - i') + 2/5 \Rightarrow i - i' = 11$$

(هندسه ۱- هندسه‌های صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

داریم:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$S_{APMK} = S_{ABC} - (S_{MKC} + S_{MPB})$$

$$= 9\sqrt{3} - (\frac{\sqrt{3}}{4} + 2\sqrt{3}) = \frac{13}{4}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{APMK}} = \frac{9\sqrt{3}}{\frac{13}{4}\sqrt{3}} = \frac{36}{13}$$

(هندسه ۱- هندسه‌های صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

۴۶- گزینه «۴»

(افشین ناصحیان)

در مثلث متساوی‌الاضلاع، مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث از سه ضلع، برابر طول ارتفاع است. اگر فرض کنیم $PN = m$ ، آنگاه در صورتی که ارتفاع مثلث ABC باشد داریم:

$$PQ = 2m, PM = 2m \Rightarrow PN + PQ + PM = AH = 6m$$

$$a \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6m \Rightarrow a = 6 \times \frac{2}{\sqrt{3}}m = 4\sqrt{3}m$$

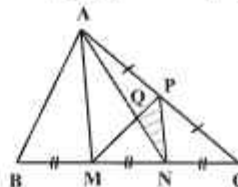
$$\xrightarrow{محیط = 3a} 3a = 12\sqrt{3}m \Rightarrow \frac{3a}{PN} = \frac{12\sqrt{3}m}{m} = 12\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- هندسه‌های صفحه‌های ۶۵ و ۶۸)

۴۷- گزینه «۳»

(روح‌الله عسلی)

در مثلث AMC، AN و MP دو میانه وارد بر MC و AC هستند. بنابراین Q محل برخورد میانه‌ها است. بنابراین:



$$\frac{SPQN}{S_{PMN}} = \frac{PQ}{PM} = \frac{1}{3}, \quad \frac{S_{PMN}}{S_{PNC}} = \frac{MN}{NC} = 1$$

$$\text{همچنین چون } \frac{NC}{MN} = 1 = \frac{PC}{AP} \text{، } PN \parallel AM \text{ قضیهٔ تالس}$$

$$\frac{S_{PNC}}{S_{AMC}} = (\frac{PC}{AC})^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} \text{، و در نتیجه } \triangle PNC \sim \triangle AMC$$

$$\text{از طرفی، } \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} = \frac{MC}{BC} = \frac{2}{3} \text{، بنابراین}$$

$$\frac{S_{PQN}}{S_{ABC}} = \frac{S_{PQN}}{S_{PMN}} \times \frac{S_{PMN}}{S_{PNC}} \times \frac{S_{PNC}}{S_{AMC}} \times \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{18}$$

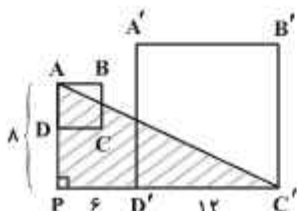
بنابراین مساحت مثلث ABC، برابر مساحت مثلث PQN است.

(هندسه ۱- هندسه‌های صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳)

$$\frac{MO'}{MO} = k = 2 \Rightarrow \frac{MO'}{5} = 2 \Rightarrow MO' = 10$$

$$\frac{a'}{a} = 2 \Rightarrow a' = 2 \times 6 = 12$$

مطابق شکل: $HH' = 2$ است و بیشترین فاصله تقاطع مربع اولیه تا تقاطع روی مربع حاصل از تجانس، همان فاصله تقاطع A و C' از هم می‌باشد.



$$\Delta APC' \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} AC'^2 = AP^2 + PC'^2$$

$$\Rightarrow AC'^2 = 8^2 + 18^2 = 2^2(4^2 + 9^2)$$

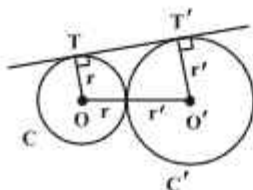
$$\Rightarrow AC' = 2\sqrt{16 + 81} = 2\sqrt{97}$$

(هئرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

(ترکس کارگر)

۵۴- گزینه «۲»

طبق فرض و شکل زیر داریم:



$$k = \frac{r'}{r} = \frac{2}{3} \Rightarrow r' = \frac{2}{3}r$$

$$OO' = r + r' = \frac{5}{3}r = 5 \Rightarrow \begin{cases} r = 3 \\ r' = 2 \end{cases}$$

طول مماس مشترک خارجی این دو دایره مماس خارج برابر است با:

$$TT' = 2\sqrt{rr'} = 2\sqrt{3 \times 2} = 4\sqrt{6}$$

چهارضلعی $TOO'T'$ دوزنقه قائم‌الزاویه است و مساحت آن برابر می‌شود با:

$$S_{TOO'T'} = \frac{1}{2}(3+2) \times 4\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$$

(هئرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

هئرسه ۲

۵۱- گزینه «۲»

بررسی موارد:

(ایمان ساریانی)

الف) درست؛ چون در تبدیل هماتی، تصویر هر نقطه خود آن نقطه است، پس طول پاره‌خط حفظ می‌شود.

ب) نادرست؛ در حالتی که $k = \pm 1$ باشد تجانس طولیا است.

ج) درست؛ در انتقال غیرهماتی، نقطه جابه‌جا می‌شود پس نقطه ثابت تبدیل نداریم.

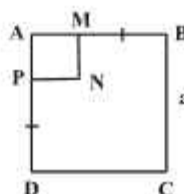
د) نادرست؛ تنها در حالتی که $k = 1$ باشد تجانس هماتی است.

(هئرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

(اسحاق اسفندیار)

۵۲- گزینه «۲»

مطابق شکل، طول ضلع مربع حاصل، $\frac{1}{3}$ طول ضلع مربع اولیه است و داریم:



$$S_{ABCD} - S_{AMNP} = 22$$

$$= a^2 - \frac{1}{9}a^2 = \frac{8}{9}a^2 = 22 \Rightarrow a^2 = 24.75 \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه محیط مربع اولیه برابر می‌شود با:

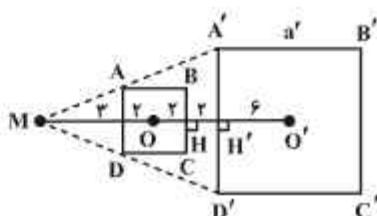
$$4 \times 6 = 24$$

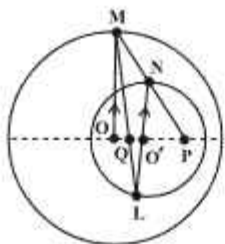
(هئرسه ۳- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

(انصاری فلاح)

۵۳- گزینه «۳»

O' را مرکز مربع متجانس یافته می‌گیریم. مطابق شکل داریم:





$$\Delta OMP : \Delta O'N \parallel OM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = x+1 \Rightarrow x=1$$

$$\Delta OMQ \sim \Delta O'NQ \Rightarrow \frac{y}{1-y} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y}{1-y} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2y = 1-y \Rightarrow 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$PQ = x+y = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

در نتیجه

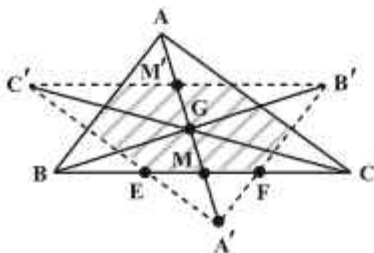
(هزینه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶)

(مهردار ملونری)

هزینه ۴- ۵۷

چون ضریب تجانس $k = -1$ است، پس مثلث $A'B'C'$ همبشت با

مثلث ABC بوده و اضلاع متناظر آنها با هم موازی است.



طبق خاصیت مرکز ثقل، داریم $AG = 2GM$ ؛ از طرفی

$$AG = A'G = GM + A'M \text{ پس } A'M = GM = \frac{1}{2} AM \text{ لذا}$$

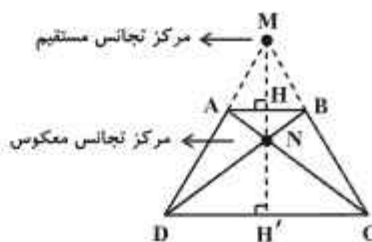
مثلث $A'EF$ منبسطه با مثلث ABC بوده و نسبت تشابه آنها برابر نسبت

$$k_1 = \frac{A'M}{AM} = \frac{1}{2} \text{ میانه‌های متناظر } AM \text{ و } A'M \text{ است، یعنی}$$

۵۵- گزینه «۴»

(عباس القی)

ابتدا شکل متناسب با مسئله را رسم می‌کنیم.



از این که $AB \parallel CD$ ، نتیجه می‌شود مثلث‌های ABN و NDC

$$\frac{AN}{CN} = \frac{BN}{DN} = \frac{AB}{CD} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ منبسطه‌اند، پس}$$

$$\frac{NH}{NH'} = \frac{1}{3} \quad (I) \text{ از طرفی نسبت ارتفاع‌ها نیز برابر نسبت تشابه است،}$$

همچنین مثلث‌های MAB و MDC نیز منبسطه‌اند، پس

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{MH}{MH'} = \frac{1}{3} \quad (II) \text{ از طرفی نسبت ارتفاع‌ها نیز برابر نسبت تشابه است.}$$

پس با توجه به (I)، اگر فرض کنیم $NH = x$ ، آنگاه $HH' = 3x$ و با

توجه به (II) اگر فرض کنیم $MH = y$ ، آنگاه $MH' = 3y$ و داریم

$$HH' = MH' - MH = 2y$$

در نتیجه $2y = 3x = 6$ ، پس $y = 3$ و $x = 2$ و داریم

$$MN = MH + NH = y + x = 3 + 2 = 5 = \frac{9}{2} = \frac{4}{2}$$

(هزینه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۳ تا ۴۷)

۵۶- گزینه «۳»

(نرگس کارگر)

در شکل زیر، نقاط P و Q به ترتیب مرکزهای تجانس مستقیم و معکوس

دو دایره C و C' هستند که روی خط گذرنده از مرکزهای دو دایره قرار

دارند. دو شعاع موازی OM و $O'N$ را رسم می‌کنیم و شعاع $O'N$ از

دایره کوچک‌تر را (از طرف O') امتداد می‌دهیم تا این دایره را در نقطه L

قطع کند. فرض می‌کنیم $O'P = x$ و $O'Q = y$ ، در این

صورت $OP = x+1$ و $OQ = 1-y$ و داریم

طول مسیر AMNB برابر است با.

$$AM + MN + NB = A'M + MN + MB'$$

$$= A'B' + \frac{MN}{a} = 20 \Rightarrow A'B' = 20 - a$$

$$A' = (2, -6), \quad B' = (13 - a, 9)$$

$$A'B' = \sqrt{(2 - 13 + a)^2 + (-6 - 9)^2} = \sqrt{(a - 11)^2 + 225} = 20 - a$$

$$\xrightarrow{\text{توان}} a^2 - 22a + 121 + 225 = 400 - 40a + a^2$$

$$\Rightarrow 18a = 54 \Rightarrow a = 3$$

(هئرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(امیرضا قلاج)

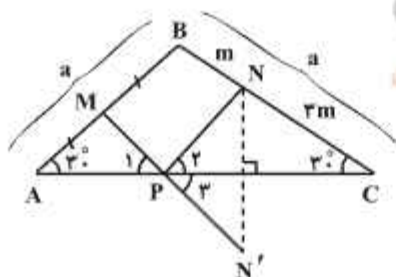
۶۰- گزینه «۲»

با توجه به این که نقاط M و N ثابت هستند، برای حداقل شدن محیط

مثلث MNP، کافی است $MP + NP$ کمترین مقدار ممکن باشد.

بازتاب نقطه N نسبت به ضلع AC را N' می‌نامیم. حال نقطه N' را

به M وصل می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه P قطع کند.



طبق روش هرون، نقطه P مطلوب سوال است و داریم $\hat{P}_1 = \hat{P}_2 = \hat{P}_3$. دو

مثلث AMP و PNC به حالت (ز ز) با هم مشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AM}{NC} = \frac{AP}{PC} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{3}{2}a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} AP = k \\ PC = 3k \end{cases}$$

$$AC = AP + PC = 10 \Rightarrow 4k = 10 \Rightarrow k = 2.5$$

در نتیجه $AP = 6.25$ و $PC = 3.75$ و اختلاف طول آن‌ها برابر ۲ می‌شود.

(هئرسه ۳- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۲)

در نتیجه مساحت مثلث $A'EF$ برابر $k_1^2 = \frac{1}{9}$ مساحت مثلث ABC

است. به طریق مشابه، مساحت هر یک از مثلث‌های گوشه‌ای نیز $\frac{1}{9}$ مساحت

مثلث ABC می‌باشد. پس نسبت مساحت ناحیه مشترک بین دو

مثلث ABC و $A'B'C'$ به مساحت مثلث ABC برابر می‌شود با.

$$\frac{S_{A'B'C'} - 3\left(\frac{1}{9}S_{A'B'C'}\right)}{S_{ABC}} = \frac{\frac{2}{3}S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3}$$

توجه، چون دو مثلث ABC و $A'B'C'$ با هم هم‌نهشت‌اند، پس مساحت

آن‌ها یکی است.

(هئرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: مشابه تمرین ۳ صفحه ۵۴)

۵۸- گزینه «۳»

(غشین قاضی‌خان)

طول هر ضلع شکل را برابر a در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$2\left(\frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 150^\circ\right) = \Delta a \Rightarrow \frac{a^2}{2} = \Delta a$$

مساحت اضافه‌شده

$$\Rightarrow a^2 = 10a \xrightarrow{a \neq 0} a = 10$$

(هئرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۵۹- گزینه «۳»

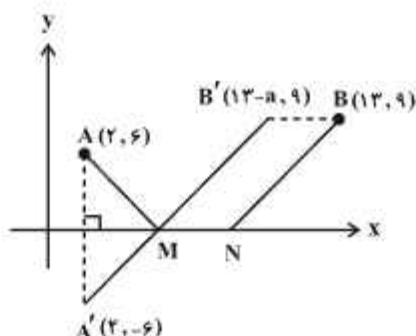
(اسحاق اسدنیار)

B را به اندازه a در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا

نقطه B' به دست آید. بازتاب نقطه A نسبت به محور طول‌ها را A'

می‌نامیم و A' را به B' وصل می‌کنیم. نقطه برخورد $A'B'$ با محور طول‌ها،

نقطه M است که به ازای آن کوتاه‌ترین مسیر AMNB حاصل می‌شود.



ریاضیات گسسته

۶۱- گزینه «۲»

(روح الله عسلی)

وقتی باقی مانده تقسیم دو عدد a بر b یکسان باشد، آنگاه

داریم $a \equiv b^m$. بنابراین طبق فرض داریم

$$5x - 1 \equiv 2x + 3 \pmod{11}, \quad 7x - 3 \equiv 4x + 1 \pmod{5}$$

$$5x - 1 \equiv 2x + 3 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow 3x \equiv 4 + 11 = 15 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv 5 \pmod{11} \quad (3, 11) = 1$$

$$7x - 3 \equiv 4x + 1 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow 3x \equiv 4 + 5 = 9 \pmod{5}$$

$$\xrightarrow{+3} x \equiv 3 \pmod{5} \quad (3, 5) = 1$$

$$\begin{cases} x \equiv 5 \pmod{11} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \begin{cases} x \equiv 5 \pmod{11} \\ 11x \equiv 33 \pmod{11} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \\ 11x \equiv 33 \pmod{5} \end{cases} \Rightarrow 11x - 5x \equiv 33 - 25 \pmod{55}$$

$$\Rightarrow 6x \equiv 8 \pmod{55} \Rightarrow \begin{cases} 6x \equiv 8 \pmod{55} \\ 6x \equiv 25 \pmod{55} \end{cases} \Rightarrow 6x - 5x \equiv 8 - 25 \pmod{55}$$

$$\Rightarrow x \equiv -17 \equiv 38 \pmod{55}$$

بنابراین باقی مانده تقسیم x بر ۵۵ برابر ۳۸ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۶۲- گزینه «۲»

(مصطفی دنداری)

می‌دانیم $33 = 3 \times 11$ ، پس عدد داده شده بر ۳ و ۱۱ بخش پذیر است و داریم

$$3ab \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow 3 + a + 1 + b + 1 \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow a + b \equiv -5 \pmod{33}$$

$$3ab \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow 1 - b + 1 - a + 3 \equiv 0 \pmod{33} \Rightarrow a + b \equiv 5 \pmod{33}$$

سعی می‌کنیم سمت راست دو رابطه هم‌تثبیتی را یکسان کنیم تا بتوانیم

پیمانه را به k ، m پیمانه‌ها تغییر دهیم.

$$\begin{cases} a + b \equiv 1 \pmod{16} \\ a + b \equiv 5 \pmod{16} \end{cases} \xrightarrow{[3, 11] = 33} a + b \equiv 16 \pmod{33} \Rightarrow a + b \in [16]_{33}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۳- گزینه «۳»

(ایمان ساریانی)

عددی بر ۴۴ بخش پذیر است که هم مضرب ۴ و هم مضرب ۱۱ باشد.

می‌دانیم عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم آخر آن مضرب ۴ باشد

$$7b \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow b = 2, 6$$

پس

از طرفی عدد مورد نظر مضرب ۱۱ است، پس

$$b - 7 + a - 5 + 4 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow b + a \equiv 8 \pmod{11}$$

$$\begin{cases} b=2 \Rightarrow 2 + a \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 6 \pmod{11} \Rightarrow a=6 \\ b=6 \Rightarrow 6 + a \equiv 8 \pmod{11} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{11} \Rightarrow a=2 \end{cases}$$

بنابراین مقدار بزرگ‌تر a ، عدد ۶ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۴- گزینه «۱»

(امیررضا فلاح)

طبق فرض $A \equiv 51 \pmod{99}$ است، بنابراین

$$1) A = 7x32y9 \equiv 51 \pmod{99} \Rightarrow 9 + y + 2 + 3 + x + 7 \equiv 51 \pmod{99}$$

$$\Rightarrow x \equiv 8 - 11 \equiv -3 \Rightarrow x \equiv 11k - 3$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

(مشابه امتحان نهایی - شهریور ۱۳۰۲)

۶۶ - گزینه «۳» (رضا توکلی)

می‌دانیم باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۹ با باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن

عدد بر ۹ برابر است، پس برای این‌که پاسخ علی درست باشد، باید:

$$\overline{abcd} \equiv a+b+c+d \equiv d-c+b-a \Rightarrow a+c \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} a & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 9 \\ \hline c & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 9 \end{array}$$

پس برای a و c ده حالت داریم از طرفی تعداد اعداد چهار رقمی که با توجه

به اشتباه علی جواب درست به دست می‌آید، به روش زیر محاسبه می‌شود.

$$\overline{abcd} \Rightarrow \overline{\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c} \boxed{d}} \quad \text{تعداد حالت ششاسی درست} \quad 10 \times 10 \times 10$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} a & b & c & d \\ \hline \downarrow \times \downarrow \times \downarrow \times \downarrow & & & \\ 9 & 10 & 10 & 10 \end{array} \quad \text{تعداد کل حالات}$$

$$\text{و احتمال مطلوب برابر } \frac{10 \times 10 \times 10}{9 \times 10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{9} \text{ می‌باشد.}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۷ - گزینه «۳» (علیرضا شریف‌لطیف)

اگر فرض کنیم روز یکشنبه روز صفر است، داریم:

یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه
۶	۱	۲	۳	۴	۵	۶

$$\Rightarrow x+y \equiv 3 \xrightarrow{-x, y \leq 9} x+y=3 \text{ یا } 12$$

$$2) A = \overline{7x22y9} \equiv 51 \Rightarrow 9-y+2-2+x-7 \equiv 1-5$$

$$\Rightarrow x-y \equiv 6 \quad (1)$$

با توجه به محدوده ارقام x و y بدیهی است که $-9 \leq x-y \leq 9$ می‌باشد.

پس با توجه به رابطه (۱)، $x-y=6$ و $x-y=-5$ قابل قبول هستند.

پس باید چهار دستگاه دو معادله و دو مجهول حل کنیم.

$$I: \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=6 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{9}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

$$II: \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=3 \end{cases}$$

$$III: \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x=-1 \quad \text{غ ق ق}$$

$$IV: \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{7}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

بنابراین $x=9$ و $y=3$ و در نتیجه $xy=27$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۶۵ - گزینه «۴» (امیرحسین ابوملیوب)

ابتدا باقی‌مانده تقسیم اعداد ۱۴۰۴ و ۲۰۲۵ بر ۱۱ را تعیین می‌کنیم.

$$(4-0+4-1)x \equiv 5-2+0-2 \Rightarrow 7x \equiv 1$$

$$\Rightarrow 7x \equiv 1+5 \times 11 \equiv 56 \xrightarrow{+7} x \equiv 8 \quad (7, 11)=1$$

اگر $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ مقدار m دو رقمی است و در نتیجه ۷ مقدار برای m وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

(مشابه مثال صفحه ۲۵ کتاب درسی)

۷۰ - گزینه «۴» (سکندر روشنی)

شرط وجود جواب معادله هم‌تثنی داده شده در آن است که:

$$(5n - 2, 12n + 7) | 25$$

با فرض $d = (5n - 2, 12n + 7)$ داریم:

$$\begin{cases} d | 5n - 2 \xrightarrow{\times 12} d | 60n - 24 \\ d | 12n + 7 \xrightarrow{\times 5} d | 60n + 35 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d | 59 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 59$$

واضح است که $d = 59$ قابل قبول نیست و فقط $d = 1$ می‌تواند باشد. با

فرض $d = 59$ داریم:

$$59 | 5n - 2 \Rightarrow 5n - 2 = 0 \Rightarrow 5n = 2 + 2 \times 59 = 120$$

$$\xrightarrow{+5} n \equiv 24 \pmod{59} \Rightarrow n = 59t + 24$$

تعداد اعداد سه رقمی n که $d = 59$ باشد، برابر است با:

$$100 \leq 59t + 24 < 1000 \Rightarrow 76 \leq 59t < 976$$

$$\Rightarrow 2 \leq t \leq 16 \quad (15 \text{ مقدار})$$

پس ۱۵ مقدار سه رقمی n قابل قبول نیست و تعداد اعداد مورد نظر برای n

$$900 - 15 = 885$$

برابر است با:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

باید بینیم که ۱۲ بهمن، چند روز بعد از ۲ مهر است و قرینه آن عدد را به یمنانه هفت می‌بریم.

$$\overbrace{7}^{\text{مهر}} - \overbrace{7}^{\text{بهمن}} = 12 \Rightarrow 7 - 7 = 12 \Rightarrow 12 \equiv -4 \pmod{7} \Rightarrow 12 \equiv 3 \pmod{7}$$

مطابق جدول قبل روز سوم همان چهارشنبه است یعنی دوم مهرماه روز چهارشنبه بوده است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۳)

(مشابه تعانیت صفحه ۲۳ کتاب درسی)

۶۸ - گزینه «۲» (عزیزاله علی‌اصغری)

$$3x \equiv m \pmod{7} \xrightarrow{x=7k+2} 21k+6 \equiv m \pmod{7} \Rightarrow 21k+6 \equiv m \pmod{7}$$

$$\Rightarrow m \equiv 6 \pmod{7}$$

حال داریم:

$$m^m + 1 \equiv (-1)^m + 1$$

اگر m فرد باشد، باقی‌مانده تقسیم برابر صفر و اگر m زوج باشد، باقی‌مانده تقسیم برابر ۲ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۲۵)

۶۹ - گزینه «۱» (ایمان ساریانی)

شرط این که معادله هم‌تثنی $ax \equiv b \pmod{m}$ در $\mathbb{Z}_m$ جواب داشته باشد، این است که $(a, m) | b$.

$$12 | 5m - 1 \Rightarrow 5m - 1 \equiv 0 \pmod{12} \Rightarrow 5m \equiv 1 \pmod{12}$$

$$\xrightarrow{+20} 5m \equiv 25 \pmod{12} \xrightarrow{+5} m \equiv 5 \pmod{12} \Rightarrow m = 12k + 5$$

آمار و احتمال

۷۱- گزینه «۱»

(انصربغا فلاح)

طبق نمودار، جدول زیر را رسم می‌کنیم:

قد	[۱۵۰, ۱۶۰)	[۱۶۰, ۱۷۰)	[۱۷۰, ۱۸۰)	[۱۸۰, ۱۹۰)	[۱۹۰, ۲۰۰)
فراوانی	۵	۷	۱۰	۶	۲

در نمودار دایره‌ای، زاویه مربوط به گروه وسط برابر $\theta = \frac{10}{30} \times 360^\circ = 120^\circ$

است. با حذف ۵ دانش‌آموز مورد نظر، ۲ نفر با قد های ۱۷۱ و ۱۷۳ سانتی‌متر از گروه وسط حذف می‌شوند و زاویه جدید گروه وسط برابر

$$\theta' = \frac{8}{25} \times 360^\circ = 115.2^\circ$$

وسط در نمودار دایره‌ای کم می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۷۲- گزینه «۳»

(مصطفی زبیری)

n داده را به صورت $a_1, a_2, \dots, a_n$ و سایر داده‌ها را به

صورت $b_1, b_2, \dots, b_{30-n}$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\frac{a_1 + \dots + a_n}{n} = 12 \Rightarrow a_1 + \dots + a_n = 12n$$

$$\frac{b_1 + \dots + b_{30-n}}{30-n} = 10 \Rightarrow b_1 + \dots + b_{30-n} = 300 - 10n$$

دو رابطه را جمع می‌کنیم:

$$\Rightarrow \text{داده } 30 = \frac{12n + 300}{2} = 11/6$$

$$\Rightarrow \frac{n}{15} + 10 = 11/6 \Rightarrow \frac{n}{15} = 1/6 \Rightarrow n = 2.5 \quad (\text{مضرب } 4)$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۷۳- گزینه «۳»

(روح‌اله غسینی)

مجموع انحراف داده‌ها از میانگین‌شان برابر صفر است. پس:

$$0 + (-1) + (-2) + a + b + (-4) = 0 \Rightarrow a + b = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{0^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + a^2 + b^2 + (-4)^2}{6} = \frac{a^2 + b^2 + 21}{6}$$

$$\frac{a^2 + b^2 + 21}{6} = \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{25}{3} \quad \text{پس، } \sigma = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 21 = 50 \Rightarrow a^2 + b^2 = 29$$

$$(a-b)^2 = 2(a^2 + b^2) - (a+b)^2 = 2(29) - 7^2$$

$$= 58 - 49 = 9$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۴)

۷۴- گزینه «۳»

(انصربغا فلاح)

$$\text{میانگین داده‌های اولیه} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{120}{10} = 12$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sigma}{12}$$

$$\text{میانگین داده‌های جدید، برابر } \bar{x}' = k\bar{x} + \frac{1}{k} = 12k + \frac{1}{k} \text{ و انحراف}$$

معیار داده‌های جدید برابر $\sigma' = |k| \sigma$ می‌باشد. چون $k > 0$ پس:

$$(CV)' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{k\sigma}{12k + \frac{1}{k}}$$

$$(CV)' = \frac{3}{4} (CV) \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{k\sigma}{12k + \frac{1}{k}} = \frac{3}{4} \times \frac{\sigma}{12} \Rightarrow 16k = 12k + \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow 4k = \frac{1}{k} \Rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{k>0} k = \frac{1}{2}$$

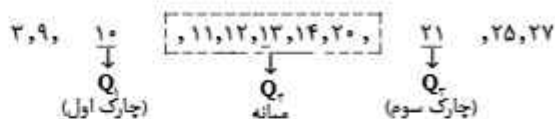
(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۹۱)

۷۵- گزینه «۳»

(ایمان ساربانانی)

ابتدا داده‌های اولیه را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. با مشخص کردن مقادیر

چارک‌های اول، سوم و میانه داده‌ها، داده‌های داخل جعبه را مشخص می‌کنیم.



$$\bar{x} = \frac{70}{5} = 14 \Rightarrow 11, 12, 13, 14, 20 \Rightarrow \bar{x} = 14$$

واریانس داده‌های داخل جعبه، قبل از تغییر به صورت زیر است.

$$\sigma_{\text{قدیم}}^2 = \frac{(11-14)^2 + (12-14)^2 + (13-14)^2 + (14-14)^2 + (20-14)^2}{5}$$

$$= \frac{50}{5} = 10$$

واریانس با کم و زیاد شدن داده‌ها تغییر نمی‌کند اما چون داده‌ها برابر

شده پس واریانس جدید $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود و داریم.

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{1}{4} \times 10 = 2.5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۷۶- گزینه «۱»

(معطلی زرداری)

چون با حذف آن عدد، میانگین تغییری نکرده است پس عدد حذف شده همان

میانگین بوده است. به زبان دیگر، داده‌ها در دو وضعیت به صورت زیر هستند.

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{6}$$

داده‌های اولیه $x_1, \dots, x_5, \bar{x}$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2}{5}$$

داده‌های ثانویه $x_1, \dots, x_5$

با کمی دقت درمی‌یابیم، صورت هر دو کسر یکسان هستند

(چون $(\bar{x} - \bar{x})^2 = 0$) پس آن را A در نظر می‌گیریم. حالا واریانس

داده‌های ثانویه $\frac{1}{2}$ بیشتر از داده‌های اولیه است. پس داریم.

$$\frac{A}{5} - \frac{A}{6} = \frac{2}{10} \Rightarrow \frac{A}{30} = \frac{2}{10} \Rightarrow A = 6$$

$$\Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{A}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۷۷- گزینه «۲»

(امیرسین اوجمیتوب)

حالت‌های ممکن برای داده‌ها، به صورت مرتب شده، به صورت زیر است.

$$\begin{cases} ۱) a-۳, a+۳, b-۳, b+۳ \\ ۲) a-۳, b-۳, a+۳, b+۳ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{میانگین}} \frac{(a+۳)+(b-۳)}{۲} = \frac{a+b+۱}{۲}$$

$$۳) a-۳, b-۳, b+۳, a+۳ \xrightarrow{\text{میانگین}} \frac{(b-۳)+(b+۳)}{۲} = b$$

$$\begin{cases} ۴) b-۳, a-۳, b+۳, a+۳ \\ ۵) b-۳, b+۳, a-۳, a+۳ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{میانگین}} \frac{(a-۳)+(b+۳)}{۲} = \frac{a+b-۱}{۲}$$

$$\frac{a+b+۱}{۲} = \frac{۱۰۱}{۲}$$

بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای میانگین به ترتیب $\frac{a+b-۱}{۲} = \frac{۹۹}{۲}$ هستند که اختلاف آن‌ها برابر است با.



$$\frac{101}{2} - \frac{99}{2} = 1$$

تذکر: در حالت سوم، تانسای های زیر برقرار است.

$$\begin{cases} a-3 < b-2 \Rightarrow a-b < 1 \\ b+2 < a+2 \Rightarrow a-b > -1 \end{cases} \Rightarrow |a-b| < 1$$

بنابراین اختلاف مقدار b (میان در این حالت) از مقادیر میانه در حالت های

$$\frac{99}{2} < b < \frac{101}{2}$$

دیگر، قطعاً کمتر از ۱ است و داریم.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه های ۸۰ تا ۸۳)

۷۸ - گزینه «۲»

(ایمان ساریانی)

چون واریانس ۱۱ داده اولیه، صفر است، پس همه داده ها با هم برابرند.

$$\underbrace{x_1, x_2, \dots, x_n}_{n=11} = \bar{x}$$

از طرفی طبق فرض، میانگین ۱۴ داده جدید با ۱۱ داده قدیم برابر است. پس

میانگین مورد نظر برابر با میانگین سه داده اضافه شده خواهد بود.

$$\bar{x} = x = \frac{26 + 16 + 24}{3} = 22$$

$$\underbrace{22, 22, \dots, 22, 26, 16, 24}_{n=11}$$

در نتیجه ۱۴ داده به صورت زیر است.

واریانس این ۱۴ داده نیز برابر می شود با:

$$\sigma^2 = \frac{11(22-22)^2 + (26-22)^2 + (16-22)^2 + (24-22)^2}{14}$$

$$= \frac{56}{14} = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{2}{22} = \frac{1}{11}$$

ضریب تغییرات

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه های ۸۷ تا ۹۰)

۷۹ - گزینه «۱»

(روح اله عسلی)

چون تعداد کل داده ها برابر ۳۶ است، پس تعداد داده های کوچک تر از

چارک اول و بزرگ تر از چارک سوم، هر کدام برابر ۹ و تعداد داده های بین

چارک اول و چارک سوم برابر ۱۸ است. بنابراین:

$$9a = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده های کوچک تر از چارک اول}$$

$$9(a+8) = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده های بزرگ تر از چارک سوم}$$

$$18(a+7) = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع داده های بین چارک اول و چارک سوم}$$

$$990 = 26 \times 27 / 5 = \text{میانگین} \times \text{تعداد} = \text{مجموع تمام داده ها}$$

$$9a + 9(a+8) + 18(a+7) = 990$$

داریم:

$$\Rightarrow 36a + 72 + 126 = 990 \Rightarrow 36a = 792 \Rightarrow a = \frac{792}{36} = 22$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه های ۸۰ تا ۸۳)

۸۰ - گزینه «۳»

(نیایقر میرزوی)

x فقط می تواند برابر ۶ باشد، زیرا در این صورت، همه داده ها فراوانی

یکسانی دارند و در نتیجه، مطابق فرض، فاقد مد هستند. پس $2x - 3 = 9$

داده ۴ به داده های اولیه اضافه می کنیم. داده های مرتب شده به صورت زیر

خواهند بود.

$$\begin{array}{ccccccc} 1, 1, 3, & 3, 4, & 4, 4, 4, & 4, 4, 4, 4, & 4, 5, & 5, 6, 6, \\ \downarrow & & & \downarrow & & & \downarrow \\ Q_1 = \frac{3+4}{2} = 3.5 & & Q_2 & & Q_3 = \frac{4+5}{2} = 4.5 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{دامنه میان چارکی} = IQR = Q_3 - Q_1 = 4.5 - 3.5 = 1$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه های ۸۳، ۹۱ و ۹۲)

فیزیک ۳

گزینه ۲» ۸۱-

(علی برزگر)

بررسی موارد:

الف) نادرست: نیروی پیشران قایق، از طرف آب به قایق وارد می‌شود، لذا

نیروی عکس‌العمل آن به آب وارد می‌شود.

ب) نادرست: اگر نیروی مقاومت آب برابر صفر بود، نیروی پرابند وارد به

قایق برابر نیروی پیشران بوده و لذا $F_{net} \neq 0$ می‌شود. در نتیجه $a \neq 0$

بوده و سرعت ثابت نمی‌شود.

پ) درست

ت) نادرست: نیروی مقاومت شاره از آب به قایق و عکس‌العمل آن از قایق به

آب وارد می‌شود.

ث) نادرست: نیروی شناوری از طرف آب به قایق وارد می‌شود، لذا

عکس‌العمل آن نیز بین آب و قایق بوده و از قایق به آب وارد می‌شود، در

حالی که نیروی وزن از طرف زمین به قایق وارد می‌شود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

گزینه ۱» ۸۲-

(مژده شریفی)

جسم ساکن است، پس پرابند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 = 2\vec{i} + 2\vec{i} + F_{r,x}\vec{i} \\ 0 = -3\vec{j} + 4\vec{j} + F_{r,y}\vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_r = -5\vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow -5\vec{i} - \vec{j} = 2 \times \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -2.5\vec{i} - 0.5\vec{j}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

گزینه ۳» ۸۲-

(پناه آذربان)

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_r + \vec{F}_r = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_r = -\vec{F}_r$$

$$\vec{F}_{net} = 2\vec{F}_1 + 2\vec{F}_r + \vec{F}_r = -2\vec{F}_r + \vec{F}_r = -\vec{F}_r$$

$$|\vec{F}_{net}| = 2 \times 12 = 24 \text{ N}$$

$$a = \frac{|\vec{F}_{net}|}{m} = \frac{24}{4} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

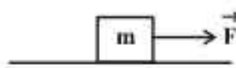
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

گزینه ۲» ۸۴-

(علیرضا بیاری)

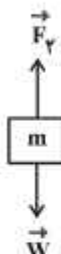
وقتی جسم تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}_1$ روی سطح افقی بدون اصطکاک به حرکت

درمی‌آید، داریم:



$$F_1 = ma$$

وقتی جسم تحت تأثیر نیروی قائم $\vec{F}_r$ و رو به بالا به حرکت درمی‌آید، داریم:



$$\begin{aligned} F_r - W &= ma \\ \Rightarrow F_r &= W + ma \end{aligned}$$

بنابراین اختلاف اندازه دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_r$ به اندازه وزن جسم است.

$$F_r - F_1 = W + ma - ma = W \Rightarrow F_r - F_1 = mg = 0.6 \times 10 = 6 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

گزینه ۳» ۸۵-

(مهدی ناصری)

تا قبل از باز کردن چتر، نیروی وزن ($m\vec{g}$) از نیروی مقاومت هوا بیشتر است.

پس نیروی خالص و در نتیجه شتاب هم‌جهت با سرعت رو به پایین است که

باعث می‌شود حرکت تندشونده باشد با افزایش تندی، نیروی مقاومت

هوا (f_D) افزایش یافته و در نتیجه باعث می‌شود اختلاف نیروهای وزن و

مقاومت هوا کمتر شده و با کاهش نیروی خالص، شتاب نیز کاهش یابد.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(مشابه پرسش ۷ آذر فصل صفحه ۵۷)

گزینه ۴» ۸۶-

(علیرضا بیاری)

اگر جهت مثبت محور y را رو به پایین انتخاب کنیم، می‌توان قانون دوم

نیوتون را برای هر گوی نوشت و شتاب حرکت آن را به دست آورد.

۸۸- گزینه «۲»

(رسمت آله غیر آله زارسمانگوشن)

زمانی جسم شروع به حرکت می‌کند که نیروی پیشران $\vec{F}$ به مقدار خیلی خیلی کمی بیشتر از نیروی اصطکاک ایستایی پیشینه شود، پس در این لحظه $F = f_{s, \max}$ است.

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N=W} f_{s, \max} = 0.9 \times (5 \times 10) = 45 \text{ N}$$

$$F = f_{s, \max} = 45 \Rightarrow 0.6t = 45 \Rightarrow t = 75 \text{ s}$$

وقتی F بیشتر از $f_{s, \max}$ شد و جسم شروع به حرکت کرد، نیروی اصطکاک از نوع نیروی اصطکاک جنبشی می‌شود و برای لحظه‌ای بعد از شروع حرکت داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

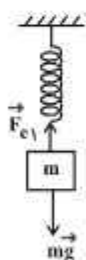
$$\xrightarrow{F_N=W} 45 - 0.6 \times 50 = 5 \times a \Rightarrow 15 = 5 \times a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

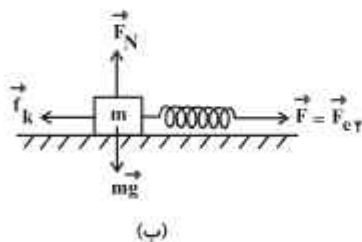
۸۹- گزینه «۳»

(رسمت آله غیر آله زارسمانگوشن)

در شکل‌های زیر، نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت مشخص کرده‌ایم. در حالت (الف) نیروی کشسانی فنر، نیروی وزن را خنثی می‌کند و در حالت (ب) هم چون سرعت جسم ثابت است، نیروی خالص صفر می‌شود. بنابراین نیروی کشسانی فنر با نیروی اصطکاک جنبشی به توازن می‌رسد. پس داریم:



(الف)



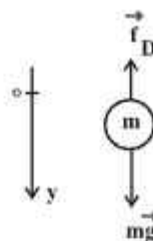
(ب)

$$F_{e1} = mg \quad \text{حالت (الف)}$$

$$F_{e2} = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \quad \text{حالت (ب)}$$

$$\begin{cases} F_{e1} = kx_1 = k(L_1 - L_s) \\ F_{e2} = kx_2 = k(L_2 - L_s) \end{cases} \Rightarrow \Delta F = k\Delta L \quad \text{می‌دانیم}$$

$$\Rightarrow F_{e1} - F_{e2} = k(L_1 - L_2) \Rightarrow mg - \mu_k mg = k(L_1 - L_2)$$



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m}$$

$$a_A = \frac{m_A g - f_D}{m_A} \quad \begin{matrix} m_A = 600 \text{ g} = 0.6 \text{ kg} \\ g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, f_D = 1/2 \text{ N} \end{matrix} \rightarrow$$

$$a_A = \frac{0.6 \times 10 - 1/2}{0.6} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_B = \frac{m_B g - f_D}{m_B} \quad \begin{matrix} m_B = 1200 \text{ g} = 1.2 \text{ kg} \\ g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, f_D = 1/2 \text{ N} \end{matrix} \rightarrow$$

$$a_B = \frac{1.2 \times 10 - 1/2}{1.2} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

طبق رابطه سرعت-جابجایی در حرکت با شتاب ثابت، می‌توانیم بنویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2a\Delta y \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta y}$$

اکنون می‌توانیم نسبت تبدی گوی A به تبدی گوی B در لحظه رسیدن به زمین را حساب کنیم.

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2a_A\Delta y_A}}{\sqrt{2a_B\Delta y_B}} \quad \Delta y_A = \Delta y_B \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{a_A}{a_B}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۳۷)

(مشابه مثال ۲- ۵ صفحه ۳۷ کتاب درسی)

۸۷- گزینه «۳»

(امیر انور غیرسعیور)

چون 260 N از 600 N کمتر است، می‌توان نوشت:

$$F_N = m(g - a) \Rightarrow 260 = 60(10 - a) \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جهت حرکت آسانسور می‌تواند هم رو به بالا باشد هم رو به پایین ولی جهت شتاب قطعاً رو به پایین است و از قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 60 \times 4 = 240 \text{ N}$$

پس موارد ب، پ و ت درست است.

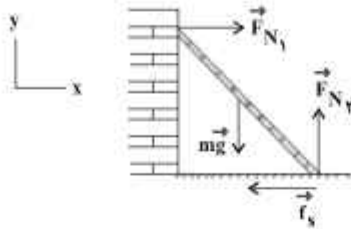
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)



۹۲- گزینه «۴»

(زجره آقامنبری)

ابتدا همه نیروهای وارد بر تردبان را رسم می‌کنیم. چون تردبان ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است و طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x: F_{N1} = f_s \\ y: F_{N2} = mg = 45 \times 10 = 450 \text{ N} \end{cases}$$

نیروی که سطح افقی به تردبان وارد می‌کند، برابری دو نیروی عمود بر

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_{N2}^2} \quad \frac{R = 90\sqrt{24} \text{ N}}{F_{N2} = 450 \text{ N}} \rightarrow \text{هم } f_s \text{ و } F_{N2} \text{ است.}$$

$$f_s = \sqrt{(90^2 \times 24) - (450)^2} \\ \Rightarrow f_s = 90\sqrt{24 - 25} = 90 \times 2 = 270 \text{ N}$$

در نتیجه نیرویی که دیوار قائم به تردبان وارد می‌کند برابر $F_{N1} = 270 \text{ N}$ است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(مشابه مثال ۲- ۱۰ صفحه ۴۵ کتاب درسی)

۹۳- گزینه «۴»

(علیرضا بیاری)

بررسی موارد:

الف) تادرست؛ با افزایش کشی جسم درون شاره، نیروی مقاومت شاره وارد بر آن افزایش می‌یابد.

ب) درست؛ حتی یک زمین به ظاهر سفت و سخت نیز وقتی جسمی روی آن قرار می‌گیرد، تغییر شکل می‌دهد. این تغییر شکل مربوط به نیروهای بین مولکولی است.

پ) تادرست؛ مطابق جدول ۲- ۱ در صفحه ۴۲ کتاب درسی فیزیک ۲ ضربه اصطکاک ایستایی بین مس و چدن $1/05$ است. بنابراین ضربه اصطکاک ایستایی می‌تواند بیشتر از یک باشد.

ت) درست؛ شتاب حرکت جسم الزاماً در جهت نیروی خالص وارد بر آن است. نیروی خالص وارد بر جسم نیز ممکن است در راستای حرکت یا عمود بر آن نباشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۴، ۳۶، ۳۷ و ۳۸)

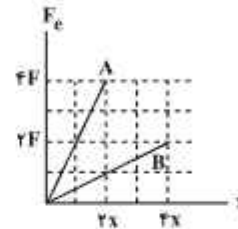
$$mg(1 - \mu_k) = k(L_1 - L_2) \Rightarrow 200 \times 10^{-2} \times 10 \times (1 - \mu_k) \\ = 25 \times (22 - 20) \times 10^{-2} \Rightarrow \mu_k = \frac{2}{9}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۹۰- گزینه «۱»

(مسعود شدرانی)

براساس شکل زیر داریم:



$$\begin{cases} \text{A شیب} = k_A = \frac{4F}{2x} = \frac{2F}{x} \\ \text{B شیب} = k_B = \frac{2F}{3x} = \frac{F}{1.5x} \end{cases}$$

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{\frac{2F}{x}}{\frac{F}{1.5x}} = \frac{2}{1} = 2$$

بنابراین داریم:

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(مکمل تعادلیت ۲- ۳ صفحه ۴۳ کتاب درسی و

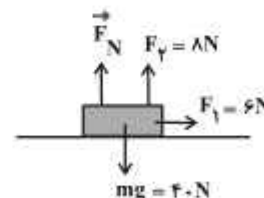
مرتبط با شکل ۲- ۱۶ صفحه ۴۳ کتاب درسی)

۹۱- گزینه «۴»

(منیر انصاری)

$$F_N = mg - F_y = 40 - 8 = 32 \text{ N}$$

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = 0.6 \times 32 = 19.2 \text{ N}$$



$F_x < f_{s, \max}$ پس جسم در این حالت بدون حرکت باقی می‌ماند و شتاب

حرکت صفر است.

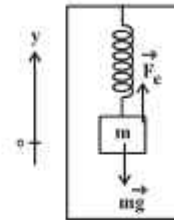
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۹۴ - گزینه «۳»

(زجره آقامنبری)

جهت مثبت را رو به بالا انتخاب می‌کنیم. قانون دوم نیوتون را در دو حالت

سکون و حرکت با شتاب ثابت آسانسور می‌نویسیم:



$$\text{حالت اول: } F_e - mg = ma = 0 \Rightarrow kx - mg = 0$$

$$\frac{m=2/5 \text{ kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{x=15-1=14 \text{ cm}} \rightarrow F_k = 25 \Rightarrow k = \frac{25}{14} \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$\text{حالت دوم: } F_e - mg = ma \rightarrow \frac{m=2/5 \text{ kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{a=1/3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, k=\frac{25}{14} \frac{\text{N}}{\text{cm}}} \rightarrow F_e - mg = ma$$

$$\frac{25}{14} x' - 25 = 2/5 \Rightarrow \frac{1}{14} x' - 1 = 0/5 \Rightarrow x' = 14/5 \text{ cm}$$

و طول نهایی فنر برابر است با:

$$L_f = L_0 + x' = 11 + 14/5 = 15.8 \text{ cm}$$

(گزینه ۳ - صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۹۵ - گزینه «۳»

(غایرضا بیاری)

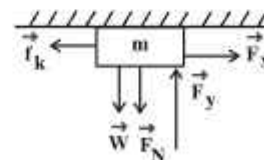
 نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم. $\vec{F}_y$ و $\vec{F}_x$ مولفه‌های

 افقی و قائم نیروی $\vec{F}$ هستند. نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$) و نیروی

 وزن ($\vec{W}$) رو به پایین بر جسم اثر می‌کنند و چون حرکت به طرف راست

 است، نیروی اصطکاک ($\vec{f}_k$) به طرف چپ است. نیروی خالص وارد بر جسم

در راستای قائم صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_y - F_N - W = 0 \rightarrow \frac{W=mg=2 \times 10=20 \text{ N}}{F_y=24 \text{ N}}$$

$$24 - F_N - 20 = 0 \Rightarrow F_N = 4 \text{ N}$$

اکنون می‌توانیم نیروی اصطکاک جنبشی را حساب کنیم:

$$F_k = \mu_k \times F_N = \frac{\mu_k=0.5}{F_N=4 \text{ N}} \rightarrow f_k = 0.5 \times 4 = 2 \text{ N}$$

قانون دوم نیوتون را در راستای افقی می‌نویسیم و شتاب حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma \rightarrow \frac{m=2 \text{ kg}}{F_x=8 \text{ N}, f_k=2 \text{ N}} \rightarrow$$

$$8 - 2 = 2a \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

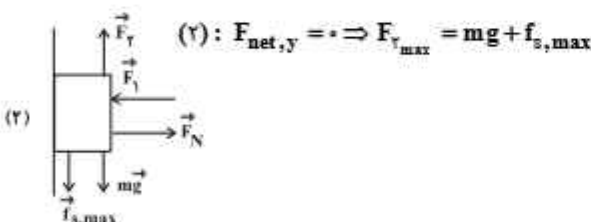
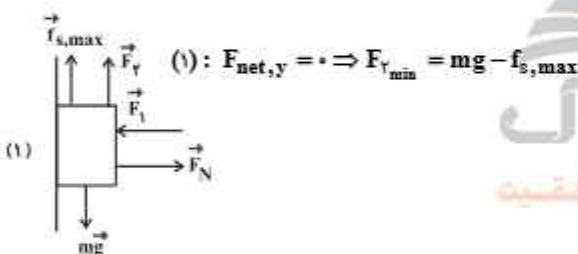
(گزینه ۳ - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۴)

۹۶ - گزینه «۲»

(معمرباکظم منشاری)

 کمترین مقدار F_y زمانی است که نیروی اصطکاک رو به بالا باشد و بیشترین

مقدار آن زمانی است که نیروی اصطکاک رو به پایین باشد. زیرا:



$$\begin{cases} mg = 10 \text{ N} \\ f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s F_1 \end{cases} \rightarrow \frac{\mu=0.4, F_1=60 \text{ N}}{f_{s,\text{max}}=24 \text{ N}}$$

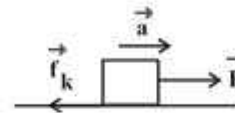
$$F_{y,\text{min}} = mg - f_{s,\text{max}} = 16 \text{ N}$$

(گزینه ۳ - صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۹۷- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به معادله سرعت، جسم با سرعت اولیه $\frac{4}{5} \frac{m}{s}$ و شتاب $\frac{3}{5} \frac{m}{s^2}$ حرکت می کند و چون پس از قطع تیروی F متوقف می شود، سطح دارای اصطکاک است. پس ابتدا قبل از قطع تیروی F ، تیروی اصطکاک بین جسم و سطح را محاسبه می کنیم.

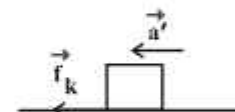


$$F - f_k = ma \quad \begin{matrix} F=10N \\ m=2kg, a=2\frac{m}{s^2} \end{matrix} \Rightarrow 10 - f_k = 2 \times 2 \Rightarrow f_k = 4N$$

سرعت جسم در لحظه قطع تیروی F .

$$v = at + \frac{v_0}{s} \xrightarrow{t=4s} v = 3 \times 4 + 4 = 16 \frac{m}{s}$$

پس از قطع تیروی F ، تنها تیروی وارد بر جسم در امتداد سطح، تیروی اصطکاک است. پس می توان شتاب جسم را پس از قطع تیروی F به دست آورد.



$$-f_k = ma' \quad \begin{matrix} f_k=4N \\ m=2kg \end{matrix} \Rightarrow -4 = 2a' \Rightarrow a' = -2 \frac{m}{s^2}$$

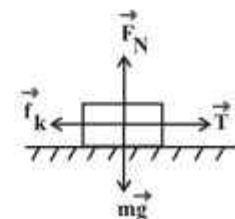
با نوشتن معادله سرعت جسم پس از قطع تیروی F می توان زمان توقف را محاسبه کرد.

$$v' = a't' + v \quad \begin{matrix} v'=0, a'=-2\frac{m}{s^2} \\ v=16\frac{m}{s} \end{matrix} \Rightarrow 0 = -2t' + 16 \Rightarrow t' = 8s$$

(غیثیک ۳- صفحه های ۳۲ تا ۳۳)

۹۸- گزینه «۴»

(معمرباکظم منشاری)



$T = f_k \Rightarrow$ جسم با تندی ثابت در حرکت است

$$T = f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = \frac{4}{10} \times 5 \times 10 = 20N$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{(mg)^2 + f_k^2} = \sqrt{(50)^2 + (20)^2} = 10\sqrt{29}N$$

$$\frac{T}{R} = \frac{20}{10\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

(غیثیک ۳- صفحه های ۳۵ و ۳۶)

۹۹- گزینه «۳»

(عساک نادری)

مطابق قانون اول نیوتون، با از کار افتادن موتور سفینه، تیروی خالصی به آن وارد نمی شود و در نتیجه با سرعت ثابت به حرکت خود بر خط راست ادامه می دهد.

(غیثیک ۳- صفحه های ۳۰ و ۳۱)

(مشابه سوال ۶ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲)

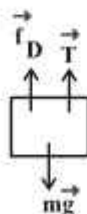
۱۰۰- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به جهت حرکت جسم که رو به پایین است، تیروی مقاومت هوا ($\vec{f}_D$) رو به بالا به جسم وارد می شود و با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T - f_D = ma \quad \begin{matrix} m=20kg, g=10\frac{m}{s^2} \\ f_D=6N, a=1\frac{m}{s^2} \end{matrix}$$

$$200 - T - 60 = 20 \times 1 \Rightarrow T = 140N$$



(غیثیک ۳- صفحه های ۳۳ تا ۳۷ و ۳۶)

(مشابه سوال ۸ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۲)

فیزیک ۱

گزینه ۳» ۱۰۱-

(ممنوع الهمری)

$$T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow \theta_1 = 300 - 273 = 27^\circ \text{C}$$

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{\Delta F}{1/8} = 2^\circ \text{C}$$

$$\Delta \theta = \theta_p - \theta_1 \Rightarrow \theta_p = 30 + 27 = 57^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

گزینه ۱» ۱۰۲-

(امیرالعلم غیرمعتبر)

برای محاسبه فاصله نهایی A تا B کافی است فرض کنید یک میله از همان جنس صفحه فلزی و به طول AB پس از افزایش دما، چقدر طولش زیاد می‌شود.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L = 40 \times 2 \times 10^{-6} \times 200 = 1/6 \text{ cm}$$

پس دو نقطه A و B، 1/6 cm از هم دور می‌شوند.

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

گزینه ۳» ۱۰۳-

(زهره آقامنبری)

چون کره‌ها هم‌جنس هستند، چگالی برابر دارند. بنابراین نسبت جرم آن‌ها برابر نسبت حجم آن‌ها است.

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{4}{3} \pi [(2R)^3 - (\frac{R}{2})^3]} = \frac{R^3}{8R^3 - \frac{R^3}{8}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{63}$$

در نتیجه طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، می‌توان نوشت:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \xrightarrow{c_A=c_B, Q_A=2\text{kJ}, Q_B=21\text{kJ}}$$

$$\frac{2}{21} = \frac{8}{63} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{2 \times 63}{8 \times 21} = \frac{2}{4}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

گزینه ۳» ۱۰۴-

(مسین الغی)

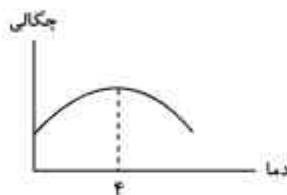
$$\Delta T = \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C}, \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} (50) = 90^\circ \text{F}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 800 \times 2 \times 90 = 144000 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 144000 = 9 \times 4200 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 3/8^\circ \text{C} < 4^\circ \text{C}$$

با توجه به نمودار زیر چگالی آب افزایش می‌یابد.



(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

گزینه ۴» ۱۰۵-

(رحمت‌الله خیرالله زارهم‌گوش)

با توجه به این که آب صفر درجه سلسیوس درون گودال قرار دارد، پس مولکول‌های سطح آب برای انجام تبخیر سطحی، از سایر مولکول‌ها گرما می‌گیرند و سایر مولکول‌ها تنها با یخ زدن می‌توانند به آن‌ها گرما بدهند. این موضوع باعث می‌شود m گرم آب تبخیر شده و (680-m) گرم آب یخ بپاشد. با مساوی قرار دادن مقدار گرمای آزاد شده ناشی از یخ زدن (680-m) گرم آب با گرمای دریافت شده توسط m گرم آب بخار شده داریم:

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow (680-m)L_F = mL_V$$

$$\Rightarrow (680-m) \times L_F = m \times 7 / \Delta L_F \Rightarrow m = 80 \text{ g (جرم بخار)}$$

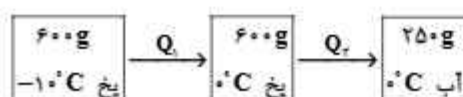
$$\Rightarrow \text{جرم یخ} = 680 - 80 = 600 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱)

گزینه ۳» ۱۰۶-

(زهره آقامنبری)

توجه کنید که 250g از یخ ذوب می‌شود و چون در نهایت مخلوط آب و یخ داریم، دمای تعادل برابر 0°C است. بنابراین طرح‌واره مربوط به آب و یخ به شکل زیر است:



$$\boxed{19^{\circ}\text{C} \text{ آب}} \xrightarrow{Q_1} \boxed{100^{\circ}\text{C} \text{ آب}} \xleftarrow{Q_2} \boxed{100^{\circ}\text{C} \text{ بخار}}$$

$$|Q_1| = |Q_2| \Rightarrow m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta = m_2 L_V$$

$$\xrightarrow{m_1 = 400\text{g}, c_{\text{آب}} = \frac{4}{2} \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}}, L_V = 2268 \frac{\text{J}}{\text{g}}}$$

$$400 \times 4 / 2 \times (100 - 19) = m_2 \times 2268 \Rightarrow 400 \times 81 = m_2 \times 2268$$

$$\Rightarrow m_2 = 140\text{g}$$

$$\text{جرم بخار اولیه} = 60 + 20 = 80\text{g}$$

با توجه به لزوم همسان سازی یکنواختی دقت شود که یکای گرمای ویژه آب

$$c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} = 4 / 2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad \text{به } \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C}} \text{ تبدیل شده است.}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ تا ۱۰۱)

(سیرمهینه میرحانی)

۱۰۹ - گزینه «۲»

با استفاده از قانون گازهای آرمانی (کامل) داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow{P = 2/5 \times 10^5 \text{ Pa}, n = 2 \text{ mol}, T = 300 \text{ K}}$$

$$2/5 \times 10^5 \times V = 2 \times 8 \times 300$$

$$\Rightarrow V = \frac{48 \times 10^2}{25 \times 10^5} = 192 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 192 \text{ L}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۲۲)

(مهرگان اسحاقی)

۱۱۰ - گزینه «۴»

اگر فشار در سطح را P_1 و فشار در کف دریاچه را P_2 در نظر بگیریم، داریم:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = P_1 \frac{V_1}{V_2} = P_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow P_2 = 10^5 \times \left(\frac{6}{4}\right)^2 = 2.25 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_2 = P_0 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = P_2 - P_0 = 1.25 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh \Rightarrow 1.25 \times 10^5 = 1000 \times 10 \times h \Rightarrow h = 12.5 \text{ m}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۲۰ و ۱۲۱)

$$\boxed{m \text{ g}} \xrightarrow{Q_2} \boxed{m \text{ g}} \\ \boxed{50^{\circ}\text{C} \text{ آب}} \quad \quad \quad \boxed{10^{\circ}\text{C} \text{ آب}}$$

با توجه به قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_{\text{بخ}} \Delta\theta_{\text{بخ}} + m_2 L_F + m_3 c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} = 0$$

$$\xrightarrow{m_1 = 400\text{g}, m_2 = 250\text{g}, \Delta\theta_{\text{بخ}} = 10^{\circ}\text{C}} \\ \Delta\theta_{\text{آب}} = -50^{\circ}\text{C}, c_{\text{بخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}}, L_F = 80 c_{\text{آب}}$$

$$400 \times \frac{1}{2} c_{\text{آب}} \times 10 + 250 \times 80 c_{\text{آب}} + m_3 \times c_{\text{آب}} \times (-50) = 0$$

$$2000 + 20000 = 50 m_3 \Rightarrow m_3 = 440\text{g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم کل آب داخل ظرف} = 440 + 250 = 690\text{g}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۸ تا ۱۰۶)

(غیرمعمول)

۱۰۷ - گزینه «۳»

با توجه به نمودار، اندازه گرمای مبادله شده Q' برای هر دو جسم یکسان

$$Q' = m_A c_A |\Delta\theta_A| = m_B c_B \Delta\theta_B \quad \text{است و می توان نوشت:}$$

$$\Rightarrow m_A c_A (60 - 45) = m_B c_B (17 - 12)$$

$$\Rightarrow 15 m_A c_A = 5 m_B c_B \Rightarrow m_B c_B = 3 m_A c_A$$

وقتی هر دو جسم به دمای تعادل θ_e می رسند نیز به اندازه یکسانی گرما

مبادله می کنند.

$$|Q_A| = |Q_B| \Rightarrow m_A c_A |\theta_e - 60| = m_B c_B (\theta_e - 12)$$

$$\xrightarrow{\theta_e < 60^{\circ}\text{C}} m_A c_A (60 - \theta_e) = 3 m_A c_A (\theta_e - 12)$$

$$\Rightarrow 60 - \theta_e = 3\theta_e - 36 \Rightarrow 96 = 4\theta_e \Rightarrow \theta_e = 24^{\circ}\text{C}$$

در پایان، دمای تعادل را برحسب کلونین می نویسیم:

$$T_e = \theta_e + 273 \xrightarrow{\theta_e = 24^{\circ}\text{C}} T_e = 24 + 273 = 297 \text{ K}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۸۴، ۹۸، ۱۰۰)

(مهرگان اسحاقی)

۱۰۸ - گزینه «۲»

با توجه به وجود بخار باقی مانده پس از ایجاد تعادل، می توان نتیجه گرفت در

تهایت مخلوط آب و بخار با دمای 100°C خواهیم داشت. می توان جرم بخار

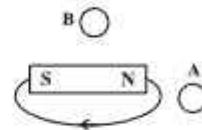
تبدیل شده به آب 100°C را محاسبه کرد.

فیزیک ۲

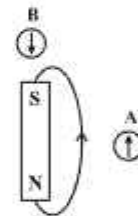
۱۱۱ - گزینه «۳»

(زخمه آقاممبری)

ابتدا با توجه به جهت گیری عقربه پایین، قطب‌های آهن‌ریا را تعیین می‌کنیم. می‌دانیم که عقربه مغناطیسی همواره جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد و جهت خط‌های میدان مغناطیسی خارج آهن‌ریا از قطب N به S است. بنابراین قطب‌های آهن‌ریا به صورت زیر خواهد شد.



حال اگر آهن‌ریا 90° در جهت عقربه‌های ساعت بچرخد، به صورت زیر قرار می‌گیرد و جهت عقربه‌های A و B در جهت میدان مغناطیسی و به صورت زیر خواهد شد.



(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

۱۱۲ - گزینه «۱»

(معمراظم منشاری)

بررسی موارد تادرست،

الف) زمین مانند یک آهن‌ریای بسیار بزرگ رفتار می‌کند که قطب شمال آن در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین است.

ب) قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن متطبق نیستند. در واقع قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند.

پ) موتورهای الکتریکی ابزارهایی هستند که انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل می‌کنند.

ت) نیروی بین دو سیم راست و بلند موازی حامل جریان‌های هم‌جهت، رپایشی است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۷، ۹۱ و ۹۶)

۱۱۳ - گزینه «۳»

(ابوالفضل نکومنتی نژاد)

جهت میدان مغناطیسی دو حلقه در مرکز آن‌ها مخالف یکدیگر است و اندازه میدان حاصل از حلقه کوچک‌تر بیشتر است. پس در مورد میدان مغناطیسی برایند می‌توان نوشت:

$$B_T = B_{\text{حلقه بزرگ}} - B_{\text{حلقه کوچک}} = \frac{\mu_0 I}{2r_{\text{کوچک}}} - \frac{\mu_0 I}{2r_{\text{بزرگ}}} = \frac{\mu_0 I}{2} \left(\frac{1}{r_{\text{کوچک}}} - \frac{1}{r_{\text{بزرگ}}} \right)$$

$$\xrightarrow{r \text{ بحسب سانتی‌متر}} B_T = \frac{\mu_0 I}{2} \left(\frac{1}{r \times 10^{-2}} - \frac{1}{(r+2) \times 10^{-2}} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2} \left(\frac{100}{r} - \frac{100}{r+2} \right)$$

$$B_T = 2\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 10^4 \times \left(\frac{r+2-r}{r(r+2)} \right) = \pi \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow 18\pi \times 10^{-5} \times \frac{1}{r(r+2)} = \pi \times 10^{-5} \Rightarrow r(r+2) = 18$$

$$\Rightarrow r^2 + 2r - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = -6 \text{ cm} & \text{غ ق ق} \\ r = 3 \text{ cm} & \text{ق ق} \end{cases}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۱۱۴ - گزینه «۳»

(علی بزرگر)

برای خاصیت آهن‌ربایی هر ماده فرومغناطیسی مقدار اشباع یا پیشینه وجود دارد. این وضعیت هنگامی به وجود می‌آید که ماده مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی بسیار قوی قرار گیرد، به‌طوری که درصد بالایی از دوقطبی‌های مغناطیسی حوزه‌ها به موازات یکدیگر هم‌خط شوند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۶، ۹۳ و ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۱۵ - گزینه «۳»

(غیرقابل ارزیابی)

به کمک قاعدة دست راست معلوم می‌شود که جهت میدان مغناطیسی حاصل

از سیم راست حامل جریان، در محل پار A ($\vec{B}_A$) درون‌سو و در محل

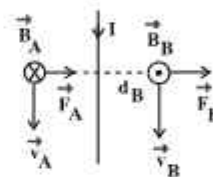
پار B ($\vec{B}_B$) بیرون‌سو است. بنابراین با توجه به علامت بارهای

الکتریکی q_A و q_B جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر دو ذره به طرف

راست است. از طرفی چون ذره B نسبت به ذره A به سیم حامل جریان

نزدیک‌تر است. داریم:

$$B_B > B_A$$



اکنون اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر این دو ذره را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{|q_B| v_B B_B \sin \theta_B}{|q_A| v_A B_A \sin \theta_A} \xrightarrow{|q_B|=|q_A|, v_B=v_A, \theta_B=\theta_A=90^\circ}$$

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{v_B B_B}{v_A B_A} \xrightarrow{B_B > B_A} F_B > F_A$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

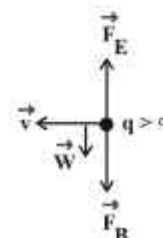
۱۱۶ - گزینه «۲»

(معمربا شارم)

ابتدا به کمک جهت خطوط میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و همچنین قاعدة

دست راست، جهت نیروهای وارد بر ذره باردار را رسم می‌کنیم. سپس مقدار

هر یک از نیروهای وارد بر آن را به‌دست می‌آوریم.



$$F_E = E |q| = \frac{|\Delta V|}{d} \times |q| \Rightarrow F_E = \frac{50}{10^{-2}} \times 2 \times 10^{-6} = 10^{-2} \text{ N}$$

$$\vec{F}_E = (10^{-2} \text{ N}) \vec{j}$$

$$F_B = |q| v B \sin \theta \Rightarrow F_B = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-4} \times \sin 90^\circ$$

$$= 8 \times 10^{-2} \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_B = (-8 \times 10^{-2} \text{ N}) \vec{j}$$

$$W = mg = 400 \times 10^{-6} \times 10 = 4 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$\vec{W} = (-4 \times 10^{-3} \text{ N}) \vec{j}$$

در آخر نیز به کمک قانون دوم نیوتون بردار شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{\text{net}}}{m} = \frac{\vec{F}_E + \vec{F}_B + \vec{W}}{m} = \frac{(-2 \times 10^{-2} \text{ N}) \vec{j}}{400 \times 10^{-6} \text{ kg}} = \left(-\frac{5}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \vec{j}$$

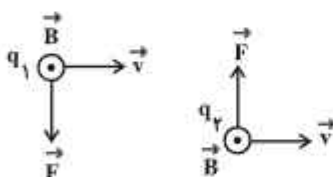
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۹ تا ۹۴)

۱۱۷ - گزینه «۴»

(معمربا نظری)

با توجه به قاعدة دست راست پار q_1 چون به پایین منحرف شده، مثبت و

پار q_2 که به سمت بالا منحرف شده، منفی است.



درضمن چون q_2 شعاع کمتری دارد و زودتر منحرف شده پس نیروی

بزرگ‌تری به آن وارد شده و با توجه به تندی و جرم یکسان دو ذره، پس

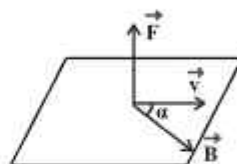
$$\uparrow F = |q| \uparrow v B \sin \alpha \quad \text{باید بار الکتریکی بیشتری داشته باشد.}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۱۸ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به این که بار ذره منفی است برای تعیین جهت سرعت ذره می‌توانیم از قاعده دست چپ استفاده کنیم. بدین منظور اگر انگشت شست را رو به بالا (جهت مثبت محور z) و چهار انگشت را در جهت مثبت محور y تکه داشته و آن‌ها را در جهت چرخش طبیعی خم کنیم تا در جهت B باشد، بنابراین جهت سرعت ذره می‌تواند در جهت مثبت $+y$ باشد.



با توجه به شکل و جهت ممکن برای سرعت، داریم:

$$\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$F = |q| v B \sin \alpha \rightarrow \frac{F = 24 \text{ N}, |q| = 3 \times 10^{-3} \text{ C}}{B = 4 \text{ T}, \alpha = 30^\circ}$$

$$0.24 = 3 \times 10^{-3} \times v \times 0.5 \Rightarrow v = \frac{0.24}{0.0015} = 160 \text{ m/s}$$

$$0.24 = 3 \times 10^{-3} \times v \times \frac{1}{2} \Rightarrow v = \frac{0.24}{0.0015} = 160 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(زهره آغامیری)

چون حلقه‌های سیم‌لوله آرماتی بسیار نزدیک به هم هستند، طول سیم‌لوله برابر است با:

$$\ell = ND$$

که در آن N تعداد دورهای سیم‌لوله و D قطر سیمی است که سیم‌لوله از آن ساخته شده است. بنابراین با توجه به رابطه میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله، داریم:

$$B = \frac{\mu_r NI}{\ell} \xrightarrow{\ell = ND} B = \frac{\mu_r I}{D}$$

$$B = \frac{\mu_r NI}{\ell} \xrightarrow{\ell = ND} B = \frac{\mu_r I}{D}$$

$$D = 1/57 \times 10^{-3} \text{ m}, \mu_r = 4700 \Rightarrow \frac{I \cdot m}{A}$$

$$9/6 \times 10^{-4} = \frac{4700 \times 10^{-3} \times I}{1/57 \times 10^{-3}}$$

$$\frac{\pi = 3/14}{4 \times 3/14 \times 10^{-3}} \rightarrow T = \frac{1/57 \times 10^{-3} \times 9/6 \times 10^{-4}}{4 \times 3/14 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow I = \frac{9/6}{A} = 1/2 \text{ A}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۱۲۰ - گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا جریان عبوری از مدار را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \xrightarrow{R=4\Omega, r=2\Omega, \mathcal{E}=12\text{V}} I = \frac{12}{4+2} = 2 \text{ A}$$

با توجه به این که میدان مغناطیسی ۲۵ درصد افزایش یافته است، داریم:

$$B' = B + 0.25B = 1.25B$$

اکنون با ثابت ماندن تیروی مغناطیسی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F_B = F'_B \xrightarrow{F_B = BIl} BIl' = B'I'\ell' \xrightarrow{I=2\text{A}, B'=1.25B}$$

$$B \times 2 = 1.25B \times I' \Rightarrow I' = 1/6 \text{ A}$$

حال با داشتن اندازه جریان عبوری در حالت دوم، می‌توان مقاومت متغیر را

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'+r} \xrightarrow{I'=1/6\text{A}, \mathcal{E}=12\text{V}, r=2\Omega} 1/6 = \frac{12}{R'+2}$$

$$\Rightarrow R' = 5/5 \Omega$$

پس اندازه تغییر مقاومت برابر است با:

$$\Delta R = R' - R = 5/5 - 4 = 1/5 \Omega$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

شیمی ۳

۱۲۱ - گزینه «۲»

(پیمان نوابی‌میر)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) شکل A مربوط به قلمروی تولید مواد مانند آبکاری است.

(۳) شکل C چراغ خورشیدی را نشان می‌دهد که از لامپ LED، سلول خورشیدی و باتری قابل شارژ تهیه شده است.

(۴) برای ساخت باتری لیمویی به دو فلز با جتس‌های متفاوت نیاز است. (به‌طور مثال مس و روی)

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۲۲ - گزینه «۱»

(منمرضا پوریاورد)

واکنش انجام شده به صورت $2\text{Na} + \text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{NaCl}$ می‌باشد که در آن اتم‌های سدیم الکترون از دست می‌دهند ($\text{Na} \rightarrow \text{Na}^+ + e^-$) و اکسایش پیدا می‌کنند. به این ترتیب به عنوان کاهنده باعث کاهش یافتن گاز کلر ($\text{Cl}_2 + 2e^- \rightarrow 2\text{Cl}^-$) خواهند شد.

(شیمی ۳ - مشابه با هم بینریشیم صفحه ۴۰)

۱۲۳ - گزینه «۱»

(پیمان نوابی‌میر)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ A (Ni) در واکنش کاهنده است و اکسایش می‌یابد.(۲) نادرست؛ معادله کاهش به صورت $2\text{B}^{3+}(\text{s}) + 3e^- \rightarrow 2\text{B}(\text{g})$ است.

(۳) نادرست؛ به ازای تشکیل هر مول فراورده یونی، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود.

$$\frac{0.1 \text{ mol NiO} \times \frac{2 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol NiO}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-}}{1 \text{ mol } e^-} = 4.816 \times 10^{23} e^-$$

(۴) نادرست؛ قدرت اکستدگی گوگرد از قدرت اکستدگی اکسیژن کمتر است.

(شیمی ۳ - صفحه ۴۰)

۱۲۴ - گزینه «۴»

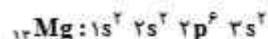
(منمرضا جمشیری)

عبارت صورت سوال نادرست است.

اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند الکترون از دست بدهند و اکسایش یابند.

بررسی برخی گزینه‌ها:

(۱) گونه کاهنده فلز متیزیم می‌باشد که با توجه به آرایش الکترونی آن، دارای ۳ لایه اشغال شده از الکترون می‌باشد.



(۴) اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز هیدروژن و نمک تولید می‌کنند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

(مشابه متن کتاب درسی)

۱۲۵ - گزینه «۳»

(امیرعلی بیات)

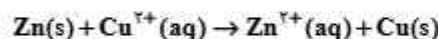
به ازای هر مول فلز مس تولید شده در واکنش، یک مول فلز روی از تیغه جدا می‌شود. این یعنی جرم تیغه به ازای مصرف ۱ مول فلز روی به اندازه ۱ گرم کاهش می‌یابد.

تغییر جرم تیغه به ازای مصرف یک مول فلز روی

$$-1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 64 - 65 = \text{جرم Zn جدا شده} - \text{جرم Cu رسوب کرده}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

واکنش موازنه شده انجام شده به صورت زیر است. که ضرایب دو سمت معادله با هم برابر است.

به دلیل مصرف یون Cu^{2+} ، با گذشت زمان شدت رنگ محلول کاهش می‌یابد. یون‌های Cu^{2+} در واکنش با گرفتن الکترون‌های فلز روی باعث اکسایش آن می‌شوند پس اکستد هستند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(مشابه متن و شکل کتاب درسی)

۱۲۶ - گزینه «۴»

(یاسر راضی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در واکنش‌هایی مانند $\text{Zn(s)} + \text{Cu}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \dots$ ، یون مس کاهش یافته و به اتم مس (Cu) تبدیل می‌شود که به صورت رسوب ظاهر می‌گردد. گونه‌ای که اکسید می‌شود، معمولاً به شکل یون در محلول باقی می‌ماند.

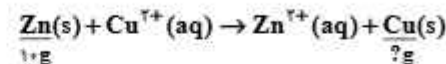
(۲) هر فرایندی که به سمت پایداری بیشتر (انرژی کمتر) پیش می‌رود، تفاوت انرژی را به صورت گرما یا تور آزاد می‌کند.

(۳) فلز کاهنده‌تر، تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون دارد و می‌تواند الکترون‌های خود را به کاتیون فلز با قدرت کاهندگی کمتر بدهد و آن را کاهش داده و از نمک آن خارج کرده و به صورت فلز آزاد کند.



۱۲۷ - گزینه «۲»

(حرری یواری یور)



$$24/08 \times 10^{-21} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mol e}^-}{6/02 \times 10^{23} \text{ e}^-} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{2 \text{ mol e}^-}$$

$$\times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 128 \times 10^{-2} \text{ g Cu}$$

$$24/08 \times 10^{-21} \text{ e}^- \times \frac{1 \text{ mol e}^-}{6/02 \times 10^{23} \text{ e}^-} \times \frac{1 \text{ mol Zn}}{2 \text{ mol e}^-}$$

$$\times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 130 \times 10^{-2} \text{ g Zn}$$

$$10 + 1/28 - 1/2 = 9/98$$

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۲۸ - گزینه «۱»

(انسان روستایی)

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



بررسی موارد:

الف) تادرست؛ یون Cu^{2+} کاهش یافته و اکسیده است ته فلز Cu .

ب) درست؛ با توجه به تغییر عدد اکسایش؛ واکنش از نوع اکسایش-کاهش است.

پ) درست؛

(تغییر عدد اکسایش کاهنده) «(تعداد کاهنده) - شمار الکترون مبادله شده بر حسب مول

$$= 2 \times 2 = 4 \text{ mol e}^-$$

$$2/7 \text{ g Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{6 \text{ mol e}^-}{2 \text{ mol Al}} = 0/2 \text{ mol e}^-$$

ت) درست؛ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۱۰ است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۱۲۹ - گزینه «۲»

(علیرضا یانی)

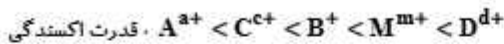
با توجه به میزان افزایش دمای محلول‌ها، مقایسه قدرت کاهندگی فلزها به

صورت زیر است: $A > C > B > M > D$.

بررسی موارد:

مورد اول: درست

مورد دوم: درست

مورد سوم: واکنش فلز B با یون D^{d+} انجام‌پذیر است و دمای مخلوط

واکنش افزایش می‌یابد.

مورد چهارم: محلول حاوی نمک C را نمی‌توان در ظرفی از جنس A

نگهداری کرد زیرا واکنش اکسایش-کاهش میان آن‌ها انجام می‌شود.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۳۰ - گزینه «۲»

(یاسر راش)

بررسی همه موارد:

مورد اول: در واکنش‌های سوختن، اکسیژن معمولاً الکترون می‌گیرد و کاهش

می‌یابد، بنابراین نقش اکسیده (عامل اکسایش ماده سوختنی) را ایفا می‌کند.

مورد دوم: طلا و پلاتین جزء فلزات نجیب هستند و به دلیل تمایل بسیار کم

به از دست دادن الکترون، با اکسیژن واکنش نمی‌دهند و اکسید نمی‌شوند.

این مقاومت، از ویژگی‌های بارز این فلزات است.

مورد سوم: بسیاری از واکنش‌های اکسایش-کاهش گرماده هستند (ته همه

آن‌ها). همچنین سرعت واکنش ربطی به مقدار گرمای آزاد شده ندارد و تنها

بر سرعت آزاد شدن گرما می‌تواند تأثیرگذار باشد.

مورد چهارم: در واکنش‌های شیمیایی (از جمله واکنش‌های «اکسایش-

کاهش»)، تنها آرایش الکترون‌ها تغییر می‌کند و تعداد پروتون‌ها (هویت

اتم‌ها) و نوترون‌ها ثابت می‌ماند.

مورد پنجم: در هر واکنش «اکسایش-کاهش» قانون بقای بار الکتریکی حکم

می‌کند که تعداد کل الکترون‌های از دست داده شده (در اکسایش) باید دقیقاً

برابر با تعداد کل الکترون‌های گرفته شده (در کاهش) باشد تا بار کلی حفظ

شود. این یک اصل پایه در موازنه واکنش‌های اکسایش-کاهش است.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

شیمی ۱

گزینه ۴ - ۱۳۱

(مسئله شانسواری)

پرسی گزینته‌های تادرست.

- (۱) کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره، آن را در مناطقی عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد.
- (۲) سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون پر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد.
- (۳) برای تبدیل CO_2 به مواد معدنی می‌توان از متی‌زیم اکسید یا کلسیم اکسید استفاده کرد و نباید در تمام‌گذاری این دو ترکیب از اعداد رومی استفاده کرد.

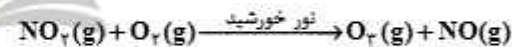
(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

گزینه ۳ - ۱۳۲

(مسئله عقیم‌یان‌زواره)

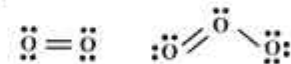
پرسی موارد.

- (الف) تادرست: میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت مکان‌های مناسبی برای دفن CO_2 هستند.
- (ب) تادرست: دگرشکل (آلوتروپ) به هر یک از شکل‌های مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود.
- (پ) درست: با توجه به واکنش زیر



فرآورده NO طبق واکنش $\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$ هنگام رعد و برق در هواکره، تولید می‌شود.

(ت) درست: واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بیشتر است. تسبب شمار جفت الکترون‌های تاب‌وتندی به شمار پیوتدها در مولکول هر کدام برابر ۲ می‌باشد.

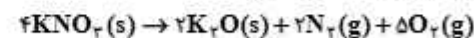


(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۵)

گزینه ۱ - ۱۳۳

(علیرضا یانی)

با توجه به معادله واکنش موازنه شده زیر داریم.



با فرض سوال که واکنش به‌طور کامل انجام شده است می‌توان گفت به ازای مصرف ۴ مول KNO_3 ، ۲ مول K_2O تولید شده است که اختلاف جرم آن‌ها برابر.

$$\left(4 \text{ mol KNO}_3 \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} \right) - \left(2 \text{ mol K}_2\text{O} \times \frac{94 \text{ g K}_2\text{O}}{1 \text{ mol K}_2\text{O}} \right) = 216 \text{ g}$$

و از طرفی چون شرایط سوال STP می‌باشد باید حجم مولی گاز اکسیژن در شرایط جدید را محاسبه کنیم. طبق رابطه زیر داریم.

$$T = 0 + 273 \Rightarrow T = 273 + 273 = 546$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22 / 4}{273} = \frac{2 \times V_2}{546} \Rightarrow V_2 = 22 / 6 \text{ L}$$

$$\frac{5 / 4 \text{ g}}{4 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{4 \text{ mol KNO}_3}{216 \text{ g}} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{4 \text{ mol KNO}_3}$$

$$\times \frac{22 / 6 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 4 / 2 \text{ L O}_2$$

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه ۴ - ۱۳۴

(میتنی منسوب)

پرسی گزینته‌های تادرست.

- (۱) طبق متن کتاب درسی، گازها برخلاف مایعات و جامدات تراکم‌پذیر می‌باشند.
- (۲) برای توصیف یک نمونه گاز افزون پر مقدار و دمای آن باید فشار آن نیز مشخص باشد.
- (۳) در دما و فشار یکسان حجم مقدار مول معینی از گازهای گوناگون با هم برابر است.

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

گزینه ۳ - ۱۳۵

(مهرشاز میرزامنمذری)

علت تادرستی گزینه ۳.

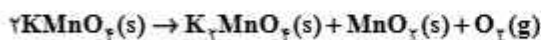
طبق شکل کتاب درصد گاز نیتروژن از ۷۸٪ به ۹۵٪ می‌رسد که تغییر درصد گاز اکسیژن از ۲۱٪ به ۵٪ می‌رسد که ۱۶٪ تغییر دارد. پس در نتیجه تغییر درصد گاز نیتروژن کمی بیشتر از تغییر درصد گاز اکسیژن است.

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳، ۷۵، ۸۱ و ۸۳)

گزینه ۲ - ۱۳۶

(میتا سیدعسینی)

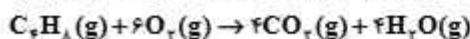
معادله موازنه شده به صورت زیر می‌باشد.



در ابتدا مقدار اکسیژن تولید شده توسط تجزیه پتاسیم پرمنگنات را محاسبه می‌کنیم.

$$118 / 5 \text{ g KMnO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 \text{ g KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KMnO}_4} = 0 / 375 \text{ mol O}_2$$

سیس گاز اکسیژن حاصل از تجزیه پتاسیم پرمنگنات با مقدار کافی (C_4H_8) طی واکنش سوختن مصرف شده و مقدار تولید شده H_2O را محاسبه می‌کنیم.



$$0 / 375 \text{ mol O}_2 \times \frac{4 \text{ mol H}_2\text{O}}{6 \text{ mol O}_2} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 4 / 5 \text{ g H}_2\text{O}$$

(شیمی ۱- ردیای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

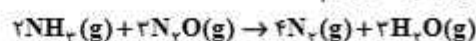
۱۳۷ - گزینه «۲»

(نرنا عسینی پورمهرم)

$$\text{STP} \Rightarrow \begin{cases} \text{دما: } 273\text{K} \\ \text{فشار: } 1\text{atm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم مولی گازها} \Rightarrow \begin{cases} 22.4\text{L} \\ 22.4\text{L} \end{cases}$$

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم.



$$? \text{ g NH}_3 = 448\text{mL} \times \frac{1\text{L}}{1000\text{mL}} \times \frac{1\text{mol}}{22.4\text{L}}$$

$$\times \frac{1\text{mol}}{22.4\text{L}} \times \frac{2\text{mol NH}_3}{5\text{mol}} \times \frac{17\text{g NH}_3}{1\text{mol NH}_3} = 0.136\text{g NH}_3$$

$$? \text{ g N}_2\text{O} = 448\text{mL} \times \frac{1\text{L}}{1000\text{mL}} \times \frac{1\text{mol}}{22.4\text{L}}$$

$$\times \frac{1\text{mol}}{22.4\text{L}} \times \frac{2\text{mol N}_2\text{O}}{5\text{mol}} \times \frac{44\text{g N}_2\text{O}}{1\text{mol N}_2\text{O}} = 0.528\text{g N}_2\text{O}$$

$$\text{مجموع جرم} = 0.136 + 0.528 = 0.664\text{g}$$

(شیمی - آ - ردیای گازها در زندگی، صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۳۸ - گزینه «۴»

(سعید لیزو)

نقطه جوش مولکول اوزون به دلیل قطبیت و جرم مولی بیشتر از مولکول نایتریل اکسید بیشتر است. در نتیجه گاز اوزون نسبت به گاز اکسیژن با سهولت بیشتری مایع می‌شود. در نتیجه مقایسه گزینه «۱» درست است.

نقطه جوش گازهای آمونیاک، نیتروژن و هیدروژن به ترتیب -33°C ، -196°C و -253°C است. در نتیجه مقایسه گزینه «۲» درست است.

تعداد یون‌های حاصل از انحلال آمونیوم کربنات در آب،
 $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3(\text{s}) \xrightarrow{\text{در آب}} 2\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$ (یون ۳)
 تعداد یون‌های حاصل از انحلال سولفات در آب.

$\text{MgSO}_4(\text{s}) \xrightarrow{\text{در آب}} \text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + \text{SO}_4^{2-}(\text{aq})$ (یون ۲)
 در نتیجه مقایسه گزینه «۳» درست است.

مطابق شکل صفحه ۹۴ کتاب درسی مقدار تمک حل شده در دریای مدیترانه برحسب درصد بیشتر از این مقدار در اقیانوس آرام است.

(شیمی - آ - ردیای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی؛

صفحه‌های ۷۳، ۸۲، ۹۱، ۹۲ و ۹۳)

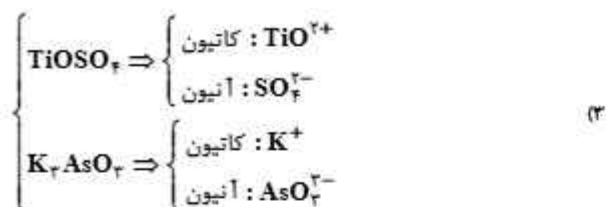
۱۳۹ - گزینه «۴»

(مسن مینونی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) با توجه به شکل نمودار کتاب درسی که کاربردهای NaCl را نشان می‌دهد، سهم استفاده از NaCl استخراج شده در مصارف خانگی و تولید سدیم کربنات کمتر از ۵۰ درصد می‌باشد.

(۲) اولین مرحله استخراج فلز منیزیم، واکنش یون آن با محلول دارای یون هیدروکسید است که منجر به تولید رسوب $\text{Mg}(\text{OH})_2$ نامحلول می‌شود.

 $\Rightarrow$ تیتانیل آرسنیت: $(\text{TiO})_3(\text{AsO}_4)_3$ (۴) در هر سه واکنش به ترتیب رسوب‌های سفید رنگ AgCl ، $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ و BaSO_4 تولید می‌شود که نشان‌دهنده وجود یون‌های Ca^{2+} ، Cl^- و Ba^{2+} در محلول‌ها می‌باشد.

(شیمی - آ - آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲، ۹۳ و ۹۴)

۱۴۰ - گزینه «۳»

(امیر خاتمیان)

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{گازوئیل}} &= 50\text{L} \\ d_{\text{گازوئیل}} &= 0.85\text{g/mL} = 850\text{g/L} \end{aligned} \right\}$$

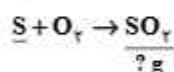
$$\Rightarrow m_{\text{محلول (گازوئیل)}} = d \times V = 850 \times 50 = 42500\text{g}$$

$$400\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده گوگرد}}{42500} \times 10^6$$

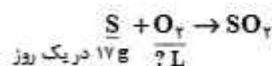
$$\Rightarrow x = \frac{42500 \times 400}{10^6} = 17\text{g گوگرد}$$

مقدار گوگردی که در طول ۳۰ روز در خودرو دیزلی می‌سوزد:

$$30 \times 17\text{g} = 510\text{g}$$



$$? \text{ SO}_2 = 510\text{g S} \times \frac{1\text{mol S}}{32\text{g S}} \times \frac{1\text{mol SO}_2}{1\text{mol S}} \times \frac{64\text{g SO}_2}{1\text{mol SO}_2} = 1020\text{g}$$



$$? \text{ L O}_2 = 1020\text{g S} \times \frac{1\text{mol S}}{32\text{g S}} \times \frac{1\text{mol O}_2}{1\text{mol S}} \times \frac{22.4\text{L O}_2}{1\text{mol O}_2} = 1120\text{L O}_2$$

$$\frac{1120\text{L}}{100\%} \Rightarrow \frac{560\text{L}}{50\%}$$

(شیمی - آ - ردیای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی؛

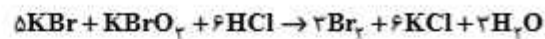
صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰، ۹۳ و ۹۴)

شیمی ۲

گزینه ۲ «۱۴۱»

(متن مبثونی)

در ابتدا واکنش مورد نظر را موازنه می‌کنیم.



با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم.

(۱) سرعت تولید Br_2 سه برابر سرعت مصرف $KBrO_3$ می‌باشد. اما با توجه به این که حالت فیزیکی Br_2 در واکنش مایع است و غلظت مایعات خالص با گذشت زمان تغییر نمی‌کند، نباید سرعت تولید آن را در واکنش براساس تغییر غلظت در نظر گرفت. پس مقایسه سرعت این دو ماده براساس غلظت آن‌ها صحیح نیست.

(۲) سرعت هر کدام از مواد HCl و KCl ، شش برابر سرعت واکنش است. علامت منفی برای HCl و علامت مثبت برای KCl نیز با توجه به مثبت بودن واکنش $\bar{R}$ به درستی قرار داده شده است.

(۳) با توجه به ضرایب KBr و KCl ، تساوی قرار داده شده صحیح است.

(۴) اگر کل عبارت را بر عدد ۲ تقسیم کنیم به رابطه

$$\bar{R} = -\frac{\Delta[HCl]}{6\Delta t} = -\frac{\Delta[KBrO_3]}{\Delta t}$$

ضرایب مواد و مثبت بودن، این تساوی صحیح است. در مرحله بعد به محاسبه

قسمت دوم سوال می‌پردازیم. گونه کاهنده با توجه به تغییرات عدد اکسایش Br^- در ترکیب KBr است. ترکیب یونی تولید شده نیز KCl می‌باشد.

$$? \text{ mol } KCl = 2 \text{ mol } KBr \times \frac{6 \text{ mol } KCl}{\Delta \text{ mol } KBr} = 2 / 4 \text{ mol } KCl$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

گزینه ۱ «۱۴۲»

(ممنوعه پوریاورد)

طبق متن کتاب الیاف آهن داغ و سرخ شده در هوا نمی‌سوزند و سایر

گزینه‌ها طبق متن کتاب درست می‌باشند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

گزینه ۴ «۱۴۳»

(امسان روستایی)

متحتی تغییرات مقدار ماده B رو به پایین و متحتی تغییرات مقدار مواد A و C رو به بالا است. پس ماده B واکنش دهنده و ماده A و C فراورده هستند. از طرفی با توجه به نمودار، شیب متحتی مواد A و B مشابه یکدیگر و دو برابر شیب متحتی ماده C است و در نتیجه اگر ضریب ماده C را برابر یک در نظر بگیریم، ضریب مواد A و B برابر ۲ خواهد بود. در نتیجه معادله موازنه شده به صورت $2B \rightarrow 2A + C$ خواهد بود. از طرفی با توجه به سرعت واکنش می‌توان در نهایت به مقدار مول تولیدی ماده A رسید.

$$\bar{R}_A = 2\bar{R}_{\text{واکنش}} = 2 \times 0.06 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = 0.12 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\Delta t = 120 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 2 \text{ min}$$

$$0.12 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} = \frac{x \text{ mol } A}{2 \text{ min}} \Rightarrow \text{mol } A = 0.24$$

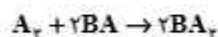
(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

گزینه ۴ «۱۴۴»

(امین علی بیات)

بعد از باز شدن شیر مخزن حجم کل آن برابر با دو لیتر خواهد بود و غلظت هر یک از گازها و واکنش میان آن‌ها به صورت زیر خواهد بود.

$$[A_2] = \frac{10 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}, \quad [BA] = \frac{20 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



و همان‌طور که می‌بینیم مقدار واکنش دهنده‌ها متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است. حال به کمک سرعت واکنش زمان لازم برای مصرف واکنش دهنده A_2 را که سرعت مصرف آن با سرعت واکنش برابر است، حساب می‌کنیم.

$$10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\Delta[A_2]}{\Delta t} = \frac{\Delta \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 500 \text{ s} \xrightarrow{+60} \Delta t = \frac{25}{3} \text{ min}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۵ - گزینه «۴»

(معمرباشا پوریاور)

اگر فرض کنیم در واکنش دوم x گرم O_2 تولید می‌شود، در این صورت جرم SO_2 حاصل از واکنش اول $5x$ گرم خواهد بود. به این ترتیب در مورد واکنش اول می‌توان گفت:

$$SO_2 \text{ مقدار} = 5x \text{ g } SO_2 \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{80 \text{ g } SO_2} = \frac{x}{16} \text{ mol } SO_2$$

$$\bar{R}_{SO_2} = \frac{\frac{x}{16} \text{ mol}}{\Delta t} = \frac{x}{16 \Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش اول}} = \bar{R}_{SO_2} = \frac{x}{48 \Delta t}$$

برای واکنش دوم خواهیم داشت:

$$O_2 \text{ مقدار} = x \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = \frac{x}{32} \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{\frac{x}{32} \text{ mol}}{\Delta t} = \frac{x}{32 \Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش دوم}} = \bar{R}_{O_2} = \frac{x}{32 \Delta t}$$

$$\frac{\bar{R}_{\text{واکنش اول}}}{\bar{R}_{\text{واکنش دوم}}} = \frac{\frac{x}{48 \Delta t}}{\frac{x}{32 \Delta t}} = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

۱۴۶ - گزینه «۲»

(ایمان شوائبی غیر)

فرمول ساختاری داده شده مربوط به بنزولیک اسید یا فرمول مولکولی $C_7H_6O_2$ است.

بررسی همه موارد:

الف) درست: اسیدهای آلی بر اثر واکنش با محلول پتاسیم پرمنگنات، رنگ بنفش محلول را از بین می‌برند. (بر اثر گرم شدن)

ب) نادرست: اختلاف جرم مولی $C_7H_6O_2$ و C_7H_8O برابر ۱۶ گرم بر مول و اختلاف جرم مولی C_7H_8 و C_7H_6 برابر ۱۴ گرم بر مول است.

پ) نادرست: بنزولیک اسید در تمشک و توت فرنگی وجود دارد.

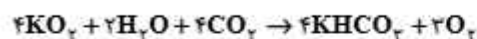
ت) نادرست: بنزولیک اسید دارای ۴ پیوند دوگانه و ۱۱ پیوند یگانه است.

ث) درست: جرم مولی بنزولیک اسید ۱۲۲ گرم بر مول و جرم مولی استیک اسید (CH_3COOH) و اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) به ترتیب ۶۰ و ۶۲ گرم بر مول است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱۴۷ - گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)



در ۱۰۰ ثانیه اول واکنش، ۰/۰۳ مول KO_2 مصرف می‌شود، پس می‌توان حجم O_2 تولید شده را به دست آورد.

$$0.03 \text{ mol } KO_2 \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{4 \text{ mol } KO_2} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol } O_2} = 0.5628 \text{ L } O_2$$

$$R_{O_2} = \frac{0.5628 \text{ L}}{\frac{100}{60} \text{ min}} = 0.33768 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۴۸ - گزینه «۴»

(نرا حسین پورمقدم)

$$\Delta n_{KClO_4} = 5 - 0 = 5 = 4 / 5 \text{ mol}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\Delta[KClO_4] = \frac{\Delta n}{V} = \frac{4/5}{\frac{1}{2}} = 2/25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad (1) \text{ نادرست}$$

$$\Delta t = 40 - 0 = 40 \text{ s}$$

$$\bar{R}_{KClO_4} = \frac{\Delta[KClO_4]}{\Delta t} = \frac{2/25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}{40 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}}$$

$$= 3/375 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \quad KClO_4 \text{ تجزیه}$$

(۲) نادرست: سرعت واکنش برابر است با سرعت تغییر غلظت هر

واکنش‌دهنده یا محصول واکنش در واحد زمان تقسیم بر ضریب

استوکیومتری آن در واکنش.



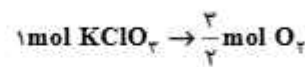
(۳) تادرست:

$$n_1 - n_2 = 1/3$$

$$\Delta t = 30 - 10 = 20 \text{ s}$$

$$\Delta[\text{KClO}_3] = \frac{n_1 - n_2}{V} = \frac{1/3}{2} = 0.165 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\bar{R} = \frac{\Delta[\text{KClO}_3]}{2 \times \Delta t} = \frac{0.165 \text{ mol.L}^{-1}}{2 \times 20 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.2475 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

(۴) درست: $2 \text{ mol KClO}_3 \sim 3 \text{ mol O}_2$ پراساس واکنشیعنی با تجزیه هر مول KClO_3 $\frac{3}{2}$ مول O_2 تولید می‌شود.

$$t = 40 \text{ s} \Rightarrow \Delta n_{\text{KClO}_3} = 5 - 0 = 5 = 4/5$$

$$n_{\text{O}_2} = \Delta n_{\text{KClO}_3} \times \frac{3}{2} = 4/5 \times 1/5 = 6/75 \text{ mol}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۱۴۹ - گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

بررسی گزینه‌های تادرست:

(۱) تادرست: رادیکال، گوشت فعال و ناپایداری است که در ساختار خود

الکترون جفت شده دارد.

(۲) تادرست: هندوانه و گوجه‌فرنگی محتوی لیکوپین هستند.

(۴) تادرست: چهره آشکار ردپای غذا نشان می‌دهد که سالانه حدود ۳۰

درصد از غذا در جهان به زیاده تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۰، ۹۱ و ۹۲)

۱۵۰ - گزینه «۴»

(یاسر راشن)

بررسی موارد:

مورد اول، فرایندهای پنهان تولید غذا شامل مصرف گسترده زمین‌های

کشاورزی، آب فراوان برای آبیاری و انرژی برای فراوری و حمل و نقل است

که همگی بخشی از این ردپا هستند.

مورد دوم، با بالا رفتن تعداد انسان‌ها و بهبود سطح زندگی، نیاز به غذاهای

متنوع‌تر و باکیفیت‌تر افزایش می‌یابد که مستلزم اختصاص زمین‌های

کشاورزی بیشتر و مصرف منابع گسترده‌تر است.

مورد سوم، باتوجه به محدودیت منابع زمین و آب بدون افزایش کارایی در

تولید و توزیع غذا، نمی‌توان نیازهای جمعیت جهانی را که در حال افزایش

است، به‌طور پایدار برآورده کرد به‌طوری که اگر الگوی مصرف کنونی ادامه

یابد بهره‌وری تولید رخ ندهد. در سال ۲۰۵۰ به دو برابر مساحت زمین

برای تامین غذای جمعیت جهان نیاز است.

مورد چهارم، الگوی توسعه پایدار با بهینه‌سازی و کاهش هدر رفت، قصد دارد

نیاز به مساحت زمین برای تولید غذا را تا سال ۲۰۵۰ به حداکثر یک برابر

مساحت زمین کاهش دهد.

مورد پنجم، اگر مصرف‌گرایی، بی‌رویه و هدر رفت غذا ادامه یابد، فشار بر

زمین‌های کشاورزی و سایر منابع چنان فزونی می‌گیرد که تامین نیازهای

تسل آینده به شدت با مشکل مواجه خواهد شد و نیاز به جایگزینی الگوی

کوتنی با الگوی توسعه پایدار بیش از پیش احساس می‌شود.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۳ و ۹۵)



د دفترچه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۳۰ آبان ماه ۱۴۰۴

مراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسین پرهیزگار، نازنین قاضی، حاجیلو، ملیکا ذاکری، محسن قدایی، الهام محمدی
عربی، زبان قرآن	آرمین سلیمپناه، بهران سعیدیه، محمد رضا سواری، حمیدرضا قاندرانی
چین و انگلی	محمد رضایی، محمد مهدی مازدانی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمتاله استیری، ایمان حسن پور، بیتا قربان پور، سعید کاویانی، عقیل محمدی روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	مسئول بررسی های مستند سازی
فارسی	نازنین قاضی، حاجیلو	نازنین قاضی، حاجیلو	مرتضی منشاری	انار محمدی
عربی، زبان قرآن	آرمین سلیمپناه	آرمین سلیمپناه	درویشعلی ابراهیمی	مهدی یعقوبیان، محسن جمشیدی ایلا لیزدی، تیما مروج مهدی یعقوبیان ایولفضل مرادی
چین و انگلی	محمد مهدی مازدانی	محمد مهدی مازدانی	غیرمهدی کشار سکینه گلشنی	سجاد حقیقی پور، مجتبی رضازاده علی ابراهیمی آرقی
انگلیستهای متعین	نیورا جاکلیان	نیورا جاکلیان	معصومه شافری	—
زبان انگلیسی	رحمتاله استیری	رحمتاله استیری	طاهرا صغریان، محبت مرآتی، قاضی	سپهر لشتیانی، علیرضا رمضانزاده

مدیر گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شافری
مستند سازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: معیا صغری، مسئول دفترچه: قربا رابوی
خروجی کار و صفحه آرا	زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نجیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۳۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۲۱

فارسی ۳

۲۰۱- گزینه ۱

(تأثیرین قاطعه هابیلوصفاقراره)

قرض در این عبارت، به معنی «لازم، ضروری، آن چه خداوند بریتدگانش واجب کرده است» است.

(لغت، واژه نامه)

۲۰۲- گزینه ۴

(مفسرین پرمهرنگار- سبزواری)

تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۱ «فراق» ← فراق

گزینه ۲ «مطور» ← مستور

گزینه ۳ «اصرار» ← اسرار

(املا، صفحه های ۶۸ و ۶۹)

۲۰۳- گزینه ۲

(تأثیرین قاطعه هابیلوصفاقراره)

«ماند» در بیت صورت سؤال، در معنای «شد، گردید و ...» به کار رفته است، بنابراین فعلی استادی محسوب می شود؛ پس جواب درست، گزینه ای است که هر دو فعل موجود در آن، استادی باشند.

گزینه ۲ «در هر دو مصراع فعل «ندم» استادی است.

تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۱ «نزد» و «درید» دو فعل این گزینه هستند که هر دو غیراستادی اند.

گزینه ۳ «نیت» اول، استادی است، «نیت» دوم، غیراستادی است و به معنی «وجود ندارد» به کار رفته است.

گزینه ۴ «شد» فعل اول است که استادی است؛ فعل دوم، «دارد» است که غیراستادی است.

(دستور، صفحه های ۶۸، ۶۹ و ۵۲)

۲۰۴- گزینه ۱

(تأثیرین قاطعه هابیلوصفاقراره)

نخست، باید جمله هسته را بیابیم: آن را عشق خوانند (جمله هسته)، چون هنگامی که (پیوند وابسته ساز) محبت به غایت برسد (جمله وابسته)، پس، باید ساختار جمله «آن را عشق خوانند» را بیابیم که به این شکل می شود: «آن ها (نهاد) بچنان، آن را (مفعول و نشانه مفعول) عشق (مستند) می خوانند (فعل استادی): نهاد + مفعول + مستند + فعل».

از بین گزینه ها فقط گزینه ۱ «است که چنین ساختاری دارد».

گزینه ۱ «آتش عشق (نهاد) او را (مفعول و نشانه مفعول) چنان (مستند) گرداند (فعل استادی): نهاد + مفعول + مستند + فعل

تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۲ «بردم (نهاد) به او (حرف اضافه و متمم) دهقان فداکار (مستند) می گفتند (فعل استادی): نهاد + متمم + مستند + فعل

گزینه ۳ «عشق (نهاد) بنده را (مفعول و نشانه مفعول) به خدا (حرف اضافه و متمم) برساند (فعل غیر استادی)

گزینه ۴ «پروانه (نهاد) قوت (مفعول) از عشق آتش (حرف اضافه و متمم) خورد (فعل غیر استادی)

(دستور، صفحه های ۵۴، ۵۵ و ۵۲)

۲۰۵- گزینه ۳

(مفسرین فدایی - شیرازی)

ایات گزینه های ۱، ۲ و ۴، فاقد «اسلوب معادله» هستند، زیرا ویژگی های اسلوب معادله را ندارند؛ ولی در بیت گزینه ۳، «اسلوب معادله» وجود دارد چون ویژگی های «اسلوب معادله» را دارد.

ویژگی های اسلوب معادله: ۱) هر دو مصراع، یک مفهوم را بیان می کنند. ۲) معنای هر مصراع، مستقل و جداگانه است و فهم هر یک، می تواند بی نیاز از دیگری انجام شود. ۳) دو مصراع را می توان جابه جا کرد و اشکالی در معنا پدید نیاید. ۴) یک مصراع، مثال و مصداقی است برای مصراع اول. ۵) بین دو مصراع، می توان «همان طور که» قرار داد. ۶) هر مصراع از نظر دستوری مستقل است.

(آرایه، صفحه ۵۱)

۲۰۶- گزینه ۳

(ملیکا زاکری)

در گزینه ۳، واژه های «جمال و کمال» سجع هستند و هم چنین میان «حسن، جمال و کمال» مراعات نظیر وجود دارد.

تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۱ «فقط تشبیه دارد: انسان (مشبه)، شمع (مشبه به)، چون (ادات تشبیه)، صبر بر داغ دیدگی (وجه شبه)

گزینه ۲ «فقط استعاره دارد: رگ جان (جان چون انسانی قرض شده که رگ دارد)، گزینه ۴ «فقط تشخیص وجود دارد: عاشق بودن پروانه

(آرایه، صفحه های ۵۵، ۵۴ و ۵۸)

۲۰۷- گزینه ۲

(تأثیرین قاطعه هابیلوصفاقراره)

صورت کامل ایات، به شرح زیر است:

ای جوینار جاری زین سایه برگ مگریزا کلین گونه فرصت از کف دادند بی شحاران
گفتی: «به روزگارن، مهری نشسته» گفتن: «بیرون نمی توان کرد، حتی به روزگارن»

نکته مهم درسی:

بیت «سعدی به روزگارن، مهری نشسته در دل / بیرون نمی توان کرد، آلا به روزگارن» از سعدی است که شیفی کدکتنی، مصراع دوم را در شعر خود با تغییر کوچکی (تبدیل «آلا» به «حتی») تضمین کرده است.

(شعر مفقود، صفحه ۵۹)

۲۰۸- گزینه ۴

(تأثیرین قاطعه هابیلوصفاقراره)

در بیت صورت سؤال، شکایت بی از «جنایی و دورماندگی از معشوق» است.

در گزینه ۴، نیز، نقیر و صدای زاری و ناله، به علت همین جنایی و پینده شدن از یار است.

تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۱ «تأکید شکایت و لیراز رنج، از سختی های راه عشق است».

گزینه ۲ «شکایت و خستگی، از پیدا نکردن هم زیان و کسی است که حال عاشق را یقیند».

گزینه ۳ «مصراع اول، از اشتیاق بی پایان عاشق حکایت می کند و مصراع دوم، از به هدر رفتن زندگی کسانی که از عشق محروم مانده و به آن دست نیافته اند».

(مفهوم، صفحه های ۶۸ و ۶۹)

۲۰۹- گزینه ۳

(تأثیرین قاطعه هابیلوصفاقراره)

هر دو عبارت به این مفهوم اشاره دارند که هنگام قرب و ادراک شهودی خداوند، انسان از خود بی خود می شود و دیگر نه خود و نه دیگران را به یاد می آورد؛ بلکه یکسره در وجود بی پایان خداوند، غرق و فدا می شود.

تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۱ «تقابل عشق و عقل (عشق، ازین برنده عقل و اندیشه است).

گزینه ۲ «تأثیر خوب گوش دادن، بر خوب سخن گفتن گوینده

گزینه ۴ «برآوردن حاجات به حرمت توسل به بزرگان مقرب به حق

(مفهوم، صفحه ۵۳)

۲۱۰- گزینه ۴

(الهام ممدی)

مفهوم عبارت گزینه ۴ «ترک خود است؛ یعنی، سائل در مسیر عشق، خود، خواسته ها و نیازهایش را نادیده انگارد و به آن ها بی اعتنا باشد».

تشریح گزینه های دیگر:

گزینه ۱ «اشتیاق و خیال عشق، از دالایی و خرد جهان ارزشمندتر است و ارزش دیوانگی عشق از همه عقل ها بیشتر است که بیانگر آن است عشق بر عقل برتری دارد و این دیدگاه تقابل بین عقل و عشق را نشان می دهد».

گزینه ۲ «عشق مانند آتش (فراگیر) است، در هر جایی که فروزد آید، چیز دیگری جز آن نمی تواند ساکن شود».

گزینه ۳ «برای رسیدن به عشق که بالاترین مرحله است، باید از دو مرحله معرفت و محبت گذر کرد».

(مفهوم، صفحه های ۵۴ و ۵۵)

عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینه ۳

(آزمین ساعده) (آزمین ساعده)

کلمات «ذکریات (خاطرات)» و «شعائر (مراسم)» متضاد یکدیگر نیستند.

(واژگان، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

۲۱۲- گزینه ۴

(معمدرضا سوری)

«کان یتعبد» عبادت می‌کرد

(ترجمه فعل، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

۲۱۳- گزینه ۴

(مهران سعیدتیا)

«کلّ الذین یقیمون الصلاة» تمام کسانی که نماز را بر پا می‌دارند (رد گزیده‌های ۱ و ۲)

(۳) / «یؤتون الزکاة» زکات می‌دهند (رد گزیده‌های ۱ و ۳) / «هم المفلحون» همان

رستگارانند (رد سایر گزیده‌ها)

(ترجمه، صفحه ۲۶)

۲۱۴- گزینه ۴

(آزمین ساعده)

«أرى الزملاء الذین» هم‌شاگردی‌هایی را می‌بینم که (رد گزیده‌های ۱ و ۳) /

«یلمعون فی المسابقات العالمیة» در مسابقات جهانی بازی می‌کنند (رد گزیده‌های ۱ و ۳) / «تمرأمانی ذکریاتی» خاطراتم مقابلم گذر می‌کنند (رد سایر گزیده‌ها)

(ترجمه، صفحه ۱۸)

۲۱۵- گزینه ۳

(معمدرضا سوری)

«أولی آیات» اولین آیات / «جیار» اضافی است.

(ترجمه، ترکیبی)

۲۱۶- گزینه ۴

(معمدرضا قاندرامینی)

تشریح گزیده‌های دیگر:

گزیده ۱ «مشتاقین» یا اشتیاق (نقش حال دارد)

گزیده ۲ «ترجمه صحیح» هر مسلمانی آرزو می‌کند یک بار آن صحنه را ببیند.

گزیده ۳ «أقول» می‌گویم

(ترجمه، صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

۲۱۷- گزینه ۴

(آزمین ساعده)

نقش «میتما» در عبارت صورت سؤال حال است نه مضارع

(عمل اعرابی، صفحه ۲۳)

۲۱۸- گزینه ۱

(مهران سعیدتیا)

حال باید منصوب و نکره باشد.

تشریح گزیده‌های دیگر:

گزیده ۲ «معرفة» است، نمی‌تواند حال باشد.

گزیده ۳ «مرفوع» است، نمی‌تواند حال باشد.

گزیده ۴ «چنین ساختاری نمی‌تواند جمله حالیه باشد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۴)

۲۱۹- گزینه ۳

(معمدرضا قاندرامینی)

«شورین» نقش حال را دارد و حالت اسم قبل از خود (الأسعین) را هنگام وقوع

فعل بیان می‌کند.

ترجمه عبارت: «جانیکنان ایرانی یا خوشحالی از مسابقه بازگشتند».

نکته مهم درسی:

کلمه‌ای را به عنوان حال انتخاب می‌کنیم که در جمله نقش دیگری (مفعول، صفت و

...) نداشته باشد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲۰- گزینه ۳

(آزمین ساعده)

«شیرین» حال برای «التیین» است.

تشریح گزیده‌های دیگر:

گزیده ۱ «شاب» صفت برای «مهندس» است.

گزیده ۲ «فرحاً» صفت برای «تلمیذا» است.

گزیده ۴ «در این عبارت نیز حال وجود ندارد.

(قواعد، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

دین و زندگی (۳)

۲۲۱- گزینه ۲»

(میثم حاشمی)

اختیار که به معنای توانایی بر انجام یک کار و یا ترک آن است، یک حقیقت وجدانی است و هر انسانی آن را در خود می‌یابد و می‌پندد که شیان روز در حال تصمیم گرفتن برای انجام یک کار یا ترک آن است.

(درس ۵، صفحه ۵۳)

۲۲۲- گزینه ۱»

(میثم حاشمی)

کسی که اختیار را در سخن یا بحث انکار می‌کند، در عمل از آن بهره می‌برد و آن را اثبات می‌کند. مولوی این حقیقت را در بیت گزینه ۱» بیان کرده است، اما سایر گزینه‌ها به شواهد اختیار اشاره دارد.

(درس ۵، صفحه ۵۳)

۲۲۳- گزینه ۴»

(میثم حاشمی)

«قدر» به معنای «اندازه» است و «تقدیر» به معنای «اندازه گرفتن» «قضا» نیز به معنای «به انجام رساندن» «پایان دادن» «حکم کردن» و «حتمیت بخشیدن» است.

(درس ۵، صفحه ۵۴)

۲۲۴- گزینه ۳»

(مرضی معینی کبیر)

وجود اختیار و اراده در انسان ناشی از اراده الهی و خواست خداست. به عبارت دیگر، خداوند اراده کرده است که انسان موجودی مختار و دارای اراده باشد (قضای الهی). سلسله علت‌ها در این حالت در یک ردیف و مستقل نیستند، بلکه نسبت به هم در مرتبه‌های مختلف قرار دارند و علت مرتبه پایین وابسته به علت مرتبه بالایی است، حتی از نوع وابستگی به عامل بالاتر است.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۲۲۵- گزینه ۱»

(محمدرضا مانی‌مندی)

این که هر کدام از ما خودمان را مسئول کارهای خود می‌دانیم و به همین جهت آثار و عواقب عمل خود را می‌پذیریم، به «مسئولیت‌پذیری» از شواهد وجود اختیار اشاره دارد.

این که گاهی دچار تردید می‌شویم که از میان چندین راه و چندین کار، کدام یک را انتخاب کنیم، به «تفکر و تصمیم» از جمله شواهد اختیار اشاره دارد. اینکه هرگاه در کاری موفق می‌شویم، احساس رضایت و خرسندی وجودمان را فراموش می‌گیریم، به «احساس رضایت یا شمیمی» از دیگر شواهد وجود اختیار در انسان مربوط می‌شود.

(درس ۵، صفحه ۵۴)

۲۲۶- گزینه ۱»

(میثم حاشمی)

گاه در کاری مرتکب اشتباه می‌شویم و به خود یا دیگری زیان می‌رسانیم. در این هنگام، احساس پشیمانی نشانگر آن است که من توان ترک آن کار را داشتم. دویست زیر به همین مفهوم اشاره دارند: «گر نبودی اختیار این شرم چیست؟ / این دریغ و خجلت و آزر چیست؟ / وان پشیمانی که خوردی زان بدی / از اختیار خویش گشتی مهدی»

(درس ۵، صفحه ۵۴)

۲۲۷- گزینه ۲»

(مرضی معینی کبیر)

سخن امیرالمؤمنین علی (ع) بدین معناست که از نوعی قضا و قدر الهی، به نوع دیگری از قضا و قدر الهی پناه می‌بریم. در واقع، فروریختن دیوار بست و کج یک قضای الهی است، اما این قضا متناسب با ویژگی و تقدیر خاص آن دیوار، یعنی کجی آن است، اما اگر دیوار ویژگی دیگری داشته باشد، مثلاً محکم باشد، قضای دیگری را به دنبال خواهد آورد و انسانی که این دو تقدیر و این دو قضا را پشت‌پس تصمیم می‌گیرد و دست به انتخاب متناسب‌تر می‌زند دقت کنیم که در گزینه ۱» بخش اول گزینه صحیح ولی بخش دوم غلط است.

(درس ۵، صفحه ۵۷)

۲۲۸- گزینه ۱»

(محمدرضا مانی‌مندی)

آیه شریفه «ذلک بما قدمت ایذیکم و ان الله لیس یظلام للعین» این [تقویت] به خاطر کردار پیشین شماست [و نیز به خاطر آن است که] خداوند هرگز به پندگمان ستم نمی‌کند. به مسئولیت‌پذیری از شواهد وجود اختیار در انسان اشاره دارد که با بیت «هیچ گویی سنگ را فردا بیا / در نیایی من دهم بد را سزا» ارتباط مفهومی دارد.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۲۲۹- گزینه ۳»

(مرضی معینی کبیر)

امیرالمؤمنین با رفتار و سپس گفتار خود، نگرش صحیح خود از قضا و قدر الهی را نشان داد و به آن شخص و دیگران آموخت که اعتقاد به قضا و قدر، نه تنها مانع تحرک و عمل انسان نیست، بلکه عامل و زمینه‌ساز آن است. در واقع قانون‌مدی جهان زمینه‌ساز شکوفایی اختیار است.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۵ و ۵۷)

۲۳۰- گزینه ۱»

(محمدرضا مانی‌مندی)

با توجه به آیه «قد جاءکم من ربکم فمّن ابصر فلتنبه و من عمی فلعلمه» به راستی که دلایل روشنی از جانب پروردگارتان به سوی شما آمده است. پس هر کس که بی‌تفاوت است، به سود خود اوست و هر کس کورده شود، به زیان خود اوست. «تفکر در دلایل روشن الهی و تصمیم‌گیری در مورد بیت یا کورده ماندن در مورد آن‌ها پرداخت می‌شود.

(درس ۵، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

زبان انگلیسی ۳

۲۳۱- گزینه ۲»

(رسمت‌آله استیری)

ترجمه جمله: «گمان می‌کنم اگر او پاسخ نداده است، می‌توانید دوباره با او تماس بگیرید.»

- (۱) تعجب کردن، از خود پرسیدن (۲) فرض کردن، گمان کردن
(۳) محافظت کردن (۴) خلق کردن

(واژگان)

۲۳۲- گزینه ۱»

(رسمت‌آله استیری)

ترجمه جمله: «این کتاب درسی برای دانش آموزان سطح متوسط که اصول اولیه را می‌دانند، عالی است.»

- (۱) متوسط (۲) امیدوار، امیدوارکننده
(۳) متاسب (۴) مکران

(واژگان)

۲۳۳- گزینه ۴»

(اینها غریبان‌پر)

ترجمه جمله: «قبل از نوشتن گزارش نهایی‌ام باید تمام داده‌های تحقیق را گردآوری کنم.»

- (۱) حمل کردن، به همراه داشتن (۲) نصب کردن
(۳) منتظر بودن (۴) گردآوری کردن

(واژگان)

۲۳۴- گزینه ۱»

(رسمت‌آله استیری)

ترجمه جمله: «می‌توانید یک رستوران خوب که غذای گیاهی نزدیک اینجا سرو می‌کند، معرفی کنید؟»

- (۱) توصیه کردن، معرفی کردن (۲) در نظر گرفتن
(۳) تجربه کردن (۴) ترجمه کردن

(واژگان)

۲۳۵- گزینه ۳»

(رسمت‌آله استیری)

ترجمه جمله: «ما امیدواریم که یک راه‌حل مسالمت‌آمیز برای اختلاف نظر بین هر دو طرف وجود داشته باشد.»

- (۱) خارجی (۲) پیشرفته
(۳) مسالمت‌آمیز (۴) دورپله

(واژگان)

۲۳۶- گزینه ۲»

(رسمت‌آله استیری)

ترجمه جمله: «او مسئولیت کامل اشتباه را بر عهده گرفت و از کل گروه عذرخواهی کرد.»

- (۱) میراث (۲) مسئولیت
(۳) دستورالعمل، راه‌آما (۴) موقعیت

(واژگان)

ترجمه متن درک مطلب:

مؤسسه خیریه سازمانی است که به منظور متعصب‌رسانی به عموم مردم فعالیت می‌کند. آن‌ها را می‌توان به دو شکل اصلی طبقه‌بندی کرد: مؤسسات خیریه عمومی و بنیادهای خصوصی. قطعاً قبلاً نام بنیادها و خیریه‌ها را شنیده‌اید و شباهت‌های زیادی با یکدیگر دارند. نکته اصلی تفاوت آن‌ها در نحوه جمع‌آوری وجوه برای اهدافشان نهفته است. همچنین در نحوه عملکرد این دو تفاوت وجود دارد. بنیادهای خصوصی تمایل دارند به افرادی که برخی از استانداردهای تعیین‌شده توسط بنیاد را رعایت نمی‌کنند کمک‌های مالی اعطا کنند. از سوی دیگر، مؤسسات خیریه تمایل بیشتری به اقداماتی مانند تهیه غذاهای پخته یا سرگرمی برای افراد مسن دارند، یا این‌حال، تفاوت اصلی بین آن‌ها در نحوه جمع‌آوری وجوه نهفته است.

بنیادهای خصوصی اغلب وجوه خود را از یک منبع کلیدی جمع‌آوری می‌کنند، برای مثال، یک خیر ثروتمند. این منبع درآمد ممکن است یک خانواده ثروتمند باشد که به هدف اعتقاد دارد یا شرکتی که می‌خواهد چیزی را احداث کند. به این ترتیب، وجوه یک بنیاد خصوصی کنترل می‌شود، زیرا به منبع اصلی درآمد وابسته است.

مؤسسات خیریه عمومی به یک منبع درآمد متکی نیستند. در عوض، آن‌ها به کمک‌های مردمی یا کمک‌های مالی دولتی وابسته هستند. شاید متوجه شده باشید که چگونه برخی از بیمارستان‌ها و کلیساها به عنوان خیریه ثبت می‌شوند. این سازمان‌ها به درآمد از منابع متعددی متکی هستند که به آن‌ها موقعیت خود را به عنوان یک مؤسسه خیریه «عمومی» می‌دهد. در نتیجه، یکی از ویژگی‌های متمایز مؤسسات خیریه عمومی وابستگی آن‌ها به کمک‌های مکرر مردم است.

۲۳۷- گزینه ۳»

(سعدی گویانی)

ترجمه جمله: «هدف اصلی این متن چیست؟»

«مقایسه مؤسسات خیریه عمومی یا بنیادهای خصوصی»

(درک مطلب)

۲۳۸- گزینه ۲»

(سعدی گویانی)

ترجمه جمله: «کلمه "benefactor" در پاراگراف ۲ نزدیک‌ترین معنا را به ... دارد.»

"donor" (اهدای کننده)

(درک مطلب)

۲۳۹- گزینه ۴»

(سعدی گویانی)

ترجمه جمله: «متن اظهار دارد که یک مؤسسه خیریه عمومی ... یتگی دارد.»

«به کمک‌های مردمی یا دولتی»

(درک مطلب)

۲۴۰- گزینه ۱»

(سعدی گویانی)

ترجمه جمله: «کدامیک از جملات زیر در مورد مؤسسات خیریه درست نیست؟»

«بنیادهای خصوصی و مؤسسات خیریه عمومی هیچ شباهتی ندارند.»

(درک مطلب)

۲۴۱- گزینه ۳

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «یافته‌های زیادی توسط تیم تحقیقاتی برای رویداد سالانه پیش‌رو منتشر شده است.»

نکته مهم درسی:

اسم "findings" به صورت جمع است، بنابراین باید از فعل مطابق با آن استفاده کرد (رد گزینه ۲). یا توجه به رابطه مفعول یا جای خالی، به ساختار مجهول نیاز داریم (رد گزینه‌های ۱ و ۴).

(گراهر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۲۹ کتاب درسی)

۲۴۲- گزینه ۴

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «به سبب زخمی دستور داده شد که به خانه برگردد، مگر نه؟»

نکته مهم درسی:

هرگاه جمله مثبت باشد، جمله ضمیمه منفی می‌شود (رد گزینه‌های ۲ و ۳). یا توجه به فعل جمله که مجهول می‌باشد، در سؤال ضمیمه باید فعل کمکی مورد استفاده در فعل مجهول به کار گرفته شود (رد گزینه ۱).

(گراهر، برگرفته از سؤال ۹ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۳۱ کتاب درسی)

۲۴۳- گزینه ۳

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «دانش‌آموزان می‌توانند اشاعه‌شان را همین الان تحویل دهند یا فردا از طریق ایمیل ارسال کنند.»

نکته مهم درسی:

یا توجه به مفهوم جمله تنها از "or" در جای خالی می‌توان استفاده کرد (رد سایر گزینه‌ها).

(رایتینگ، برگرفته از سؤال ۱۶ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه‌های ۳۴ و ۳۹ کتاب درسی)

۲۴۴- گزینه ۳

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «گری پس از سال‌ها زندگی در خارج از کشور، وقتی به وطنش بازگشت متوجه شد که حس تعلق خاطرش را از دست داده است.»

(۱) لمس

(۳) تعلق

(۴) فرهنگ

(۲) موفقیت

نکته مهم درسی:

به ترکیب واژگانی "sense of belonging" به معنای «حس تعلق» توجه کنید.

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۴۱ کتاب درسی)

۲۴۵- گزینه ۱

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «جیم راه‌های زیادی برای رسیدگی به این مسئله داشت، اما آن‌ها وقت‌گیرترین راه را ترجیح دادند.»

(۱) ترجیح دادن

(۲) گردآوری کردن، جمع شدن

(۳) دعوت کردن

(۴) تولید کردن

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۳۳ کتاب درسی)

۲۴۶- گزینه ۴

(ایمان حسن پور)

ترجمه جمله: «از این‌که فهمیدم اصول رابرت تنها در مدت زمان کوتاهی چقدر متفاوت شده بود، شگفت‌زده شدم.»

(۱) شعر

(۲) مترادف

(۳) هویت

(۴) اصل، قاعده

(واژگان، برگرفته از سؤال ۷ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۴، صفحه ۴۱ کتاب درسی)

ترجمه متن درک مطلب:

تغییرات اقتصادی و اجتماعی در چند دهه گذشته، خانواده اروپایی را تغییر داده است. چیزی که زمانی عادی بود - دو والد، پدر شاغل، مادر خانه دار، وضعیت مالی ثابت - اکنون استثنایی است. امروزه نیمی از ازدواج‌ها به شکست ختم می‌شود و حدود نیمی از همه فرزندان چندین سال را در یک خانواده تک‌والدی سپری می‌کنند. برخی از مادران دیگر هرگز ازدواج نمی‌کنند، برخی از والدین در اثر مرگ، زن یا شوهر خود را از دست می‌دهند و برخی از زنان و مردان مجرد بچه‌هایی را به فرزندی قبول می‌کنند. حتی تصمیم می‌گیرند بچه‌های دیگران را بزرگ کنند.

تعداد مادران مجرد بیشتر از پدران مجرد است. یک خانواده تک‌والدی در معرض خطر بیشتری برای پیامدهای منفی مانند کاهش درآمد، فقر و مشکلات رفتاری است. اکثر تک‌والدها انجام تمام وظایف مالی خود را دشوار می‌دانند. کاهش درآمد ممکن است آن‌ها را مجبور کند که خانواده را به خانه‌ای ارزان‌تر در محله‌ای دیگر منتقل کنند. بچه‌ها را از مدرسه‌ای به مدرسه دیگر منتقل کنند و پول کمتری برای خرید کالا خرج کنند.

در حالی که فشارها بر خانواده تک‌والدی بسیار زیاد است، مشکلات همیشه پنهان نمی‌آید. اگر یک مادر تک‌والد بتواند وظایف مختلف مراقبت از فرزندانش و خودش را مدیریت کند، خانواده او نه تنها دوام خواهد آورد، بلکه پیشرفت زیادی نیز خواهد داشت.

۲۴۷- گزینه ۴

(عقیل مصدق روش)

ترجمه جمله: «ایده اصلی پاراگراف اول چیست؟»

«تغییر در ساختار خانواده اروپایی»

(درک مطلب)

۲۴۸- گزینه ۴

(عقیل مصدق روش)

ترجمه جمله: «طبق متن، در گذشته یک خانواده معمولی اروپایی ...»

«دو والد داشت»

(درک مطلب)

۲۴۹- گزینه ۳

(عقیل مصدق روش)

ترجمه جمله: «کلمه "them" که در پاراگراف ۲» زیر آن خط کشیده شده است به "single parents" (تک‌والدها) اشاره دارد.»

(درک مطلب)

۲۵۰- گزینه ۲

(عقیل مصدق روش)

ترجمه جمله: «هر اساس متن، یک تک‌والد ممکن است فرزندش را از مدرسه‌ای به مدرسه دیگر منتقل کند وقتی که ...»

«آن‌ها مشکلات مالی دارند»

(درک مطلب)

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳۰ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
حامد کریمی	مسئول دفترچه
آرین غلامی	ویراستار
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرحسین افجه، امیرعلی حسینی‌زاده، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
ستایش یاوری	ویراستار مستندسازی

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه «۴»

(نامد گیریم)

شکل درست عبارت:

لذا تصریح هدف یادگیری، چه برای یاددهنده و چه برای یادگیرنده، از اولین گام‌هایی است که باید لحاظ شود، زیرا سبک یادگیری متأثر است از این تقریب ذهنی.

(نگینا متن: هوش کلانی)

۲۵۲- گزینه «۱»

(نامد گیریم)

ادامه‌ی متن باید در رد آموزشی باشد که تنها به انتقال محدود اطلاعات بسته می‌کند. چنین عبارتی در گزینه‌ی «۱» هست.

(استدلال: هوش کلانی)

۲۵۳- گزینه «۲»

(نامد گیریم)

قسمت نخست متن از تأثیرگذاری محیط در آموزش می‌گوید و قسمت دوم متن از نمونه کارهای مفید و مهم آموزشی که در محیط رخ می‌دهد.

(استدلال: هوش کلانی)

۲۵۴- گزینه «۳»

(مفید استخوان)

متن باید با عبارتی ادامه پیدا کند که با جمله «محققان احتمال می‌دهند این اثر ناشی از ارسال پیام نادرست از سوی روده باشد» نوعی تضاد دارد. این تضاد تنها در گزینه‌ی «۳» هست.

(استدلال: هوش کلانی)

۲۵۵- گزینه «۲»

(نامد گیریم)

شکل درست ایات:

(د) داد معشوقه به عاشق پیغام / که کند مادر تو با من جنگ
(ج) هرکجا بینم از دور کند / چهره پرچین و جبین پر آرتنگ
(ب) گر تو خواهی به وصالم برسی / باید این ساعت، بی خوف و درنگ
(ه) روی و سینه تنگش بدری / دل برون آری از آن سینه تنگ
(و) رفت و مادر را افکند به خاک / سینه بدید و دل آورد به جنگ
(ط) از قضا خورد دم در به زمین / و اندکی سوده شد او را آرتنگ
(الف) وان دل گرم که جان داشت هنوز / افتاد از کف آن بی فرهنگ
(ج) دید کز آن دل آغشته به خون / آید آهسته برون این آهنگ
(ز) آه دست پسرم یافت خراش / آخ پای پسرم خورد به سنگ

(ترتیب: هملاط، هوش کلانی)

۲۵۶- گزینه «۴»

(نامد گیریم)

کلمات هم‌معنی گزینه‌ها به‌جز گزینه‌ی «۴» از بن ماضی و بن مضارع یک مصدر ساخته شده است، در حالی که در گزینه‌ی «۴» هر دو کلمه از بن مضارع است:

شنو: شنو + ا / شنیداری: شنید + ار + ی
بینایی: بین + ا (بی) + ی / دیدار: دید + ار
رونده: رو + نده / رفتار: رفت + ار
پرستنده: پرست + نده / پرستار: پرست + ار

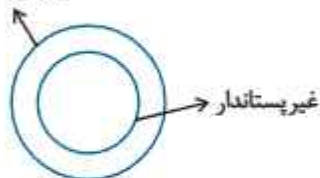
(سازمان واژه‌ها، هوش کلانی)

۲۵۷- گزینه «۲»

(کتاب منقوبه‌ی هوش)

یوزپلنگ‌ها همه پستاندارند. بنابراین، هیچ غیرپستانداری نیست که غیریوزپلنگ نباشد. همچنین دیگر انواع پستانداران، غیریوزپلنگ هستند ولی غیرپستاندار نیستند.

غیریوزپلنگ



(انسان اربعه، هوش کلانی)

۲۵۸- گزینه «۲»

(امیر حسین افیه)

سن علی را A و سن دخترش را D می‌نامیم، داریم:

$$\begin{cases} A = 2D \\ A + 15 = 2(D + 15) \Rightarrow A = 2D + 15 \\ \Rightarrow 2D = 2D + 15 \Rightarrow D = 15, A = 45 \end{cases}$$

(الف) $D + 40 = 55$ (ب) $A + 15 = 60 \Rightarrow A = 45$ (الف > ب)

(اکفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه «۱»

(امیر حسین افیه)

سن رضا را R و سن برادر را B می‌گیریم، داریم:

$$\begin{cases} R = 47 - B \\ (R - 4) = 2(B - 4) \Rightarrow R = 2B - 4 \\ \Rightarrow 47 - B = 2B - 4 \Rightarrow 2B = 51 \Rightarrow B = 17, R = 30 \\ (الف) $4 \times B = 68$ (ب) $R + 22 = 52 \Rightarrow R = 30$ (الف < ب) \end{cases}$$

(اکفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۸- گزینه «۳»

(تفاضل راسخ)

از تکرارها متوجه می‌شویم شکل‌هایی که تقارن محوری دارند کد «الف» و شکل‌های بدون این تقارن کد «ب» دارند همچنین شکل‌هایی که با سه پاره خط ساخته می‌شوند کد «ج» و شکل‌هایی که با چهار پاره خط ساخته می‌شوند کد «د» می‌خورند. شکل نهایی بدون تقارن و با سه خط ساخته شده است.

(گزینه‌های هوش غیرکلمه)

۲۶۹- گزینه «۱»

(فهرست ششم‌درج)

دو دایره برای هر چشم، دو دایره برای هر دست، سه دایره برای هر پا و یک دایره برای بدن داریم:

$$(2+2+2) \times 2 + 1 = 14 + 1 = 15$$

(شمارش، هوش غیرکلمه)

۲۷۰- گزینه «۲»

(معمبر کنیز)

در شکل گزینه «۱»، شکل وجود دارد که با هیچ دورانی به شکل

در نمی‌آید. شکل در گزینه «۳» نیست. شکل در

گزینه «۴» نیز معادل شکل رسم شده است که این دو نیز با دوران

به هم تبدیل نمی‌شوند.

(تجزیه‌ی هوش غیرکلمه)

