



آزمون ۱۸ مهر ماه ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	علی آزاد-احمد حسن زاده-فرد-روح اله حسینی-افشین خاصه-خان-احمد رضا ذاکر زاده-محمد زنگنه-ستار زواری-احسان سیفی-سلسله-کیان کریمی-خراسانی-مهسان گودرزی-رضا ماجدی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-روح اله حسینی-سید محمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-محمد خندان-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-علیرضا شریف-خطیبی-هومن عقیلی-حامد فاسمیان-مهرداد ملوندی
فیزیک	محمد احمدی-حسین الهی-ریحانه آزادیان-علیرضا جباری-محمد رضا خادمی-علی خلیلی-رحمت اله خیراله زاده-سماکوش مهدی شریفی-محمد مهدی شیبانی-مصطفی کیانی-محمد کاظم منشادی-امیر احمد میرسعید-سیده ملیحه میر صالحی-محمد رضا نصیری-مجتبی نکوئیان
شیمی	مبین احمدی-هدی پهایری-پور-محمد رضا پورچاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیر سعید حسینی-پیمان خواجویی-مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-مینا سید حسینی-عرفان شاگری-راد-حسین شاهسواری-رسول عابدینی-ژوآره-محسن مجتبی-مجتبی معجوب

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی یاسین کشاورزی مریم زارعی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیرتر-کمپور بهنام شاهینی زهره آقا محمدی	مهشید نیازی امیرعلی بیات
ویراستاری و تهیه های برتر	محمد پارسا سیزدای سیتا صالحی	محمد پارسا سیزدای	محمد پارسا سیزدای	سیتا صالحی	فرزاد خلاج مقدم
مسئول درس	سید سپهر متولیان	محمد خندان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی معجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	پارسا عمادی-مهسا محمدتیا-معصومه صمت کار-سجاد سلیمی-فرشته کیمرانی			ابراهیم نوری	پریا اقبالی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مجیا اصفری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	قرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

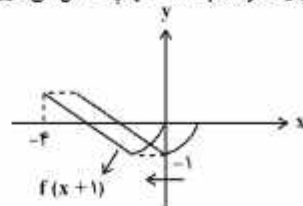
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بن صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳۰۰۰۰

حسابان ۲

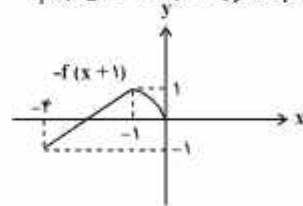
گزینه ۱

(نمره حسن زاده غفر)

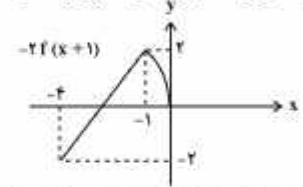
راحل اول: نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می کنیم.



قرینه نمودار را نسبت به محور x ها به دست می آوریم.



در نهایت نمودار را با ضریب ۲ در راستای محور y ها انبساط می دهیم.



راحل دوم: کافی است تبدیل یافته نقطه $A(0, -1)$ را بیابیم.

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ y = -2f(x+1) \Rightarrow -\frac{y}{2} = f(x+1) \\ x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ -\frac{y}{2} = -1 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

پس می توان نتیجه گرفت. $A'(-1, 2)$

با توجه به گزینه ها، نقطه $A'(-1, 2)$ تنها روی نمودار گزینه «۱» قرار دارد.

(حسابان ۲- صفحه های ۳ و ۷)

گزینه ۲

(علی آزاد)

برای به دست آوردن دامنه تابع $y = \sqrt{f(-x-2)}$ باید تا معادله $f(-x-2) \geq 0$ را حل کنیم. با توجه به نمودار تابع f ، مجموعه جواب تا معادله $f(x) \geq 0$ برابر $[-1, 1]$ است. پس.

$$f(-x-2) \geq 0 \Rightarrow -1 \leq -x-2 \leq 1 \Rightarrow -3 \leq x \leq -1$$

پس بازه $[-3, -1]$ دامنه تابع $y = \sqrt{f(-x-2)}$ است.

(حسابان ۲- صفحه های ۳ و ۹)

گزینه ۳

(رضا مایری)

مطابق نمودار داریم.

$$-2 \leq \frac{1}{4}f(2x+1) - 2 \leq 8$$

$$\Rightarrow 0 \leq \frac{1}{4}f(2x+1) \leq 10 \Rightarrow 0 \leq f(2x+1) \leq 40 \Rightarrow R_f = [0, 40]$$

برد تابع $y = -f(\frac{x}{4}) + 2$ به صورت زیر محاسبه می شود.

$$0 \leq f(\frac{x}{4}) \leq 40 \Rightarrow -40 \leq -f(\frac{x}{4}) \leq 0$$

$$\Rightarrow -38 \leq -f(\frac{x}{4}) + 2 \leq 2 \Rightarrow R_y = [-38, 2]$$

برد این تابع تنها شامل دو عدد طبیعی ۱ و ۲ است.

(حسابان ۲- صفحه های ۲ تا ۱۰)

گزینه ۴

(امسان سیلی سلسله)

لازم نیست تمام نمودار $y = 3 - 2f(-2x)$ را رسم کنیم. بلکه کافی است نقاط متناظر با A و B را پیدا کنیم.

$$A(-2, 2) \in f \Rightarrow f(-2) = 2 \xrightarrow{x=-2} y = 3 - 2f(-2(-\frac{2}{2})) = 3 - 2f(-2) = -1 \Rightarrow A'(\frac{2}{2}, -2)$$

$$B(6, 0) \in f \Rightarrow f(6) = 0 \xrightarrow{x=6} y = 3 - 2f(-2(-\frac{6}{2})) = 3 - 2f(6) = 3 \Rightarrow B'(-3, 2)$$

جواب این سؤال فاصله بین A' و B' است.

$$A'B' = \sqrt{(-\frac{9}{2})^2 + (2)^2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۱۰)

گزینه ۵

(کیان کریمی نقرسانی)

نمودار تابع $f(x)$ از یک مثلث با ارتفاع ۱ و قاعده ۴ تشکیل شده است.

نمودار تابع $(a+2)f(ax)$ از یک مثلث با ارتفاع $|a+2|$ و قاعده $|\frac{4}{a}|$ تشکیل شده است. مساحت مثلث جدید را می نویسیم.

$$\frac{|a+2| \times |\frac{4}{a}|}{2} = 4 \Rightarrow \frac{|a+2|}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{a+2}{a} = \pm 2 \Rightarrow a = 2, -1$$

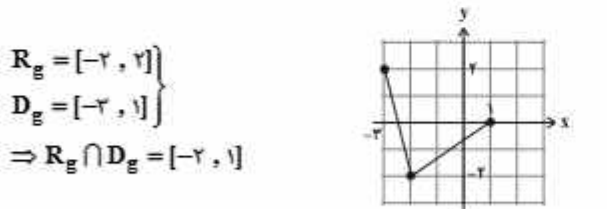
مجموع مقادیر a برابر ۲ می شود.

(حسابان ۲- صفحه های ۷ و ۹)

گزینه ۶

(کیان کریمی نقرسانی)

برای رسم نمودار $g(x) = 2f(x+1)$ باید نمودار $f(x)$ را ۱ واحد به چپ انتقال بدهیم و سپس عرض همه نقاط را ۲ برابر کنیم. با توجه به نمودار g، داریم.



که این مجموعه شامل ۴ عدد صحیح است.

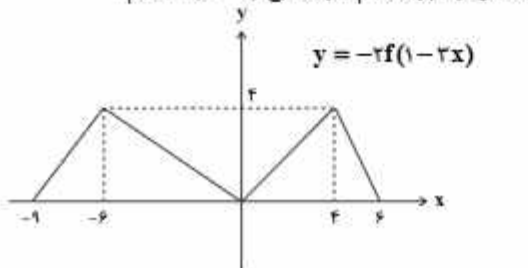
(حسابان ۲- صفحه های ۳ و ۷)

(کتاب پرتکرار حسابان ۲، سؤال ۹)

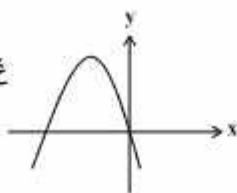
گزینه ۷

(رضا مایری)

راحل اول: برای رسم نمودار تابع $f(x-2)$ داریم.



$$\Rightarrow (k-2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} k=4 & \text{قق} \\ k=2 & \text{غ ق} \end{cases}$$



(مسایان ۳- صفحه‌های ۳ تا ۹)

(معمولاً ملونری)

۹- گزینه «۱»

در نظر می‌گیریم $g(x) = 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$. طبق فرض

نقطه $A = (2, 1)$ روی تابع g قرار دارد. پس داریم:

$$g(2) = 1 \Rightarrow 2f(1) + 1 = 1 \Rightarrow 2f(1) = 0 \Rightarrow f(1) = 0$$

نقطه $A' = (0, 0)$ روی نمودار تابع f متناظر با نقطه A است.

$$AA' = \sqrt{(2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$$

(مسایان ۲- مشابه مثال منقعه ۱۰)

(کتاب پرنگار مسایان ۲، مشابه سؤال ۷ (ب))

(روح‌اله غنی)

۱۰- گزینه «۳»

راه‌حل اول، قرار دهیم $k = \frac{m}{n}$. نقاط جدول زیر روی نمودار

تابع $y = f(x)$ است.

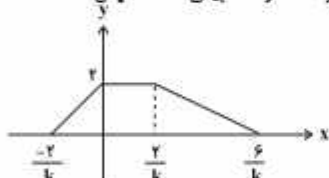
x	-۲	۰	۲	۶
y	۰	۲	۲	۰

تغییر این نقاط روی نمودار $y = f(kx)$ به صورت زیر است:

x	$-\frac{2}{k}$	۰	$\frac{2}{k}$	$\frac{6}{k}$
y	۰	۲	۲	۰

بنابراین نمودار تابع $y = f(kx)$ به شکل زیر است.

(دقت کنید که چون m و n طبیعی هستند، پس $k > 0$)



پس ناحیه محدود به نمودار تابع و محور طول‌ها دوزنقه‌ای است که طول

قاعده کوچک آن $\frac{2}{k}$ ، طول قاعده بزرگ آن $\frac{6}{k}$ ، ارتفاع آن $\frac{2}{k}$ و ارتفاع

آن ۲ است. پس $15 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{k} + \frac{6}{k} \right) \times 2 \Rightarrow \frac{10}{k} = 15 \Rightarrow k = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

بنابراین $(m, n) = (2, 3)$ و در نتیجه $2m + n = 7$

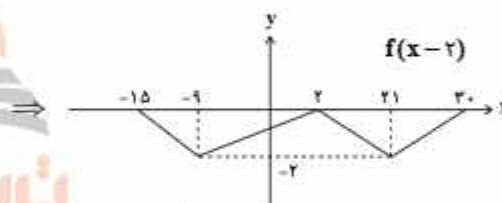
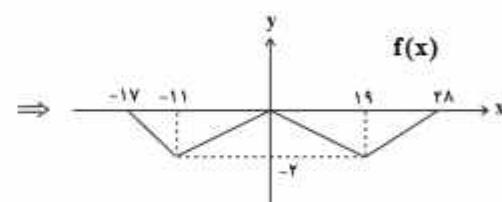
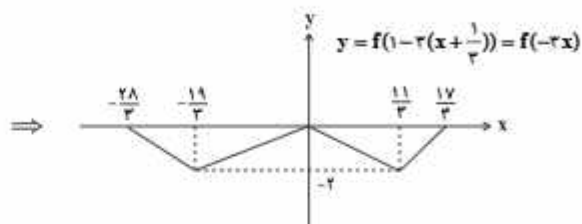
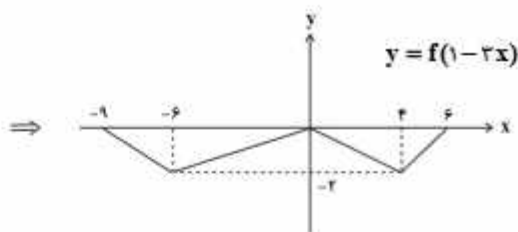
راه‌حل دوم، می‌دانیم اگر مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع $y = f(x)$ و محور x ‌ها برابر S باشد آن‌گاه مساحت ناحیه محدود به نمودار

تابع $y = f(kx)$ و محور x ‌ها برابر $\frac{S}{k}$ خواهد بود (چرا؟). پس مطابق شکل صورت سؤال داریم:

$$S = \frac{(2+6) \times 2}{2} = 10 \Rightarrow \text{طبق فرض } \frac{S}{\frac{m}{n}} = 15 \Rightarrow \frac{10}{\frac{m}{n}} = 15 \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow m=2, n=3 \Rightarrow 2m+n=7$$

(مسایان ۲- صفحه ۹)



$$\Rightarrow f(x-2) = -2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -9 \\ x_2 = 21 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = 21 - (-9) = 30$$

راه‌حل دوم، ابتدا معادله $f(1-2x) = -2$ را حل می‌کنیم.

$$y = -2f(1-2x) \xrightarrow{f(1-2x)=-2} y = 4$$

پس طول نقاط تقاطع نمودار داده شده با $y = 4$ ، جواب معادله مورد نظر است.

$$\begin{cases} f(1-2(4)) = f(-7) = -2 \xrightarrow{x-2=-7} x = -9 \\ f(1-2(-6)) = f(13) = -2 \xrightarrow{x-2=13} x = 21 \end{cases}$$

اختلاف ریشه‌ها برابر ۳۰ می‌شود.

(مسایان ۳- صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

(افشین قاصدیان)

۸- گزینه «۳»

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 = x^2 - 6x + 9 - 4 = (x-3)^2 - 4$$

$$g(x) = -f(2x+k) - 3 \Rightarrow g(x) = -(2x+k-3)^2 + 4 - 3 = -(2x+k-3)^2 + 1$$

اگر قرار باشد سهمی فقط از ناحیه اول عبور نکند آن‌گاه باید رأس سهمی در ربع دوم واقع شده و رو به پایین باشد. یعنی:

$$2x+k-3=0 \Rightarrow \text{طول رأس سهمی } x_S = \frac{3-k}{2} < 0 \Rightarrow k > 3$$

درضمن، حداقل مقدار k زمانی اتفاق می‌افتد که نمودار سهمی از مبدأ

$$(0, 0) \in g \Rightarrow 0 = -(0+k-3)^2 + 1$$

مختصات بگذرد.

ریاضی ۱

گزینه ۲ - ۱۱

(نامبر محتوی)

ابتدا شرط تعریف بازه را بررسی می کنیم.

$$\begin{cases} A = [m-2, 4) \Rightarrow 4 > m-2 \Rightarrow m < 6 \\ B = [-3, 2m-1) \Rightarrow 2m-1 > -3 \Rightarrow 2m > -2 \Rightarrow m > -1 \end{cases} \quad (1)$$

برای این که دو بازه A و B جدا از هم باشند داریم.

$$2m-1 \leq m-2 \Rightarrow 2m \leq -1 \Rightarrow m \leq -\frac{1}{2} \quad (2)$$

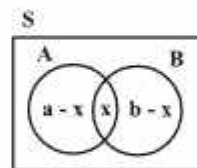
$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow -\frac{1}{2} < m \leq -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله: صفحه های ۲ تا ۵)

گزینه ۴ - ۱۲

(نامبر حسن زاده غریز)

با فرض $n(A) = a$ و $n(B) = b$ و نمودار ون زیر داریم.



$$\begin{cases} |a-b| = 7 \\ a-x = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b-a = -7 \text{ یا } 7 \\ a-x = 10 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{دوتا}]{\text{جمع}} b-x = 3 \text{ یا } 17$$

در نتیجه.

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = (a-x) + (b-x) = a+b-2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-x = 10 \\ b-x = 3 \text{ یا } 17 \end{cases} \Rightarrow a+b-2x = \begin{cases} 10+3 = 13 \\ 10+17 = 27 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله: صفحه های ۸ تا ۱۳)

گزینه ۲ - ۱۳

(ممنبر زکله)

جملات موجود در شکل، مربوط به دنباله حسابی $a_n = n+3$ هستند. از

طرفی چون جملات a_1 و a_3 با هم و a_5 و a_9 تسبی به a_4 متساوی الفاصله هستند پس می توان نوشت.

$$\frac{a_7 + a_{16}}{2} = a_9 \Rightarrow a_7 + a_{16} = 2a_9$$

$$\frac{a_5 + a_{13}}{2} = a_9 \Rightarrow a_5 + a_{13} = 2a_9$$

$$\Rightarrow a_7 + a_5 + a_9 + a_{13} + a_{16} = (a_7 + a_{16}) + (a_5 + a_{13}) + a_9$$

$$= 2a_9 + 2a_9 + a_9 = 5a_9 \xrightarrow{a_9=12} 5 \times 12 = 60$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله: صفحه های ۱۳ تا ۲۴)

گزینه ۳ - ۱۴

(انجین خاصه قان)

$$t_n = an^2 + bn + c \Rightarrow \begin{cases} t_1 = a + b + c = 5 \\ t_7 = 49a + 7b + c = 14 \\ t_9 = 81a + 9b + c = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_7 - t_1 = 48a + 6b = 9 \\ t_9 - t_7 = 32a + 2b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$a + b + c = 5 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow t_n = \frac{3}{4}n^2 - \frac{3}{4}n + 5$$

$$\Rightarrow t_8 = 48 - 6 + 5 = 47$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله: صفحه های ۱۳ تا ۲۰)

گزینه ۱ - ۱۵

(ستار زواری)

اگر بزرگ ترین و کوچک ترین عدد درج شده را به ترتیب y و x در نظر

بگیریم، داریم.

$$8, x, \dots, y, 155$$

طبق خاصیت دنباله حسابی.

$$8 + 155 = x + y = 163 \quad (*)$$

$$y - x = 141 \xrightarrow{(*)} y = 152, x = 11$$

طبق صورت سؤال.

پس قدرنسبت این دنباله برابر $11 - 8 = 3$ می باشد.

$$d = \frac{155 - 8}{n+1} = 3 \Rightarrow n = 48$$

حال داریم.

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله: صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

گزینه «۲» - ۱۶

(مهبسان کوردری)

$$3^m \times 3^n = (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow 3^{m+n} = 27 = 3^3 \Rightarrow m+n=3$$

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{m+n}{2} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

گزینه «۲» - ۱۷

(کیان کریمی نراسانی)

برای سه جمله متوالی در دنباله‌های هندسی داده شده داریم:

$$\begin{cases} b^2 = ac \\ (-b)^2 = (a+10)(c+10) \Rightarrow b^2 = ac + 10(a+c) + 100 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{b^2=ac} 10(a+c) = -100 \Rightarrow \frac{a+c}{2} = -5$$

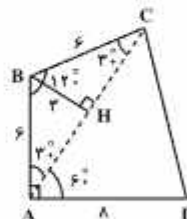
برای رد کردن بقیه گزینه‌ها کافی است اعداد $a = -2$, $b = 4$ و $c = -8$ را در نظر بگیریم.

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

گزینه «۴» - ۱۸

(مهرراز ملونری)

مطابق شکل، قطر AC را رسم می‌کنیم؛ در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، زوایای مجاور ساق 30° درجه هستند و داریم:



$$\frac{BH}{BC} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow BH = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{CH}{BC} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CH = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

داریم $AC = 2CH = 6\sqrt{3}$ و در نتیجه:

$$\begin{cases} S_{ABC} = \frac{BH \times AC}{2} = \frac{3 \times 6\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \\ S_{ACD} = \frac{1}{2} AC \times AD \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 36 \end{cases}$$

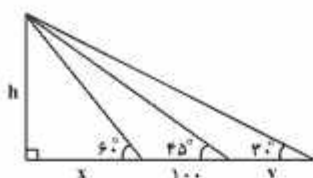
مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر می‌شود با:

$$S = S_{ABC} + S_{ACD} = 36 + 9\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات، صفحه‌های ۳۳ و ۳۵)

گزینه «۲» - ۱۹

(علی آزاد)



$$\begin{cases} \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sqrt{3}x \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}h \\ \tan 45^\circ = \frac{h}{x+100} = 1 \Rightarrow h = x+100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h = 50(3 + \sqrt{3}) \\ x = 50(\sqrt{3} + 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h = 50(3 + \sqrt{3}) \\ x = 50(\sqrt{3} + 1) \end{cases}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h}{x+100+y} \Rightarrow x+100+y = \sqrt{3}h$$

$$\Rightarrow 50\sqrt{3} + 50 + 100 + y = \sqrt{3} \times 50(3 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow 50\sqrt{3} + 150 + y = 150\sqrt{3} + 150 \Rightarrow y = 100\sqrt{3}$$

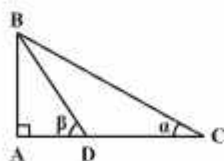
(ریاضی ۱- مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

گزینه «۴» - ۲۰

(روح‌اله غسلی)

طبق فرض $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ ، پس مطابق شکل $AB = 3x$ و $AC = 4x$:

همچنین $\cot \beta = \frac{5}{12}$ ، پس $AD = 5y$ و $AB = 12y$ در نظر می‌گیریم.



داریم $AB = 12y = 3x$ ، یعنی $x = 4y$ و در نتیجه خواهیم داشت:

$$AC = 4x = 4(4y) = 16y$$

$$\frac{DC}{AB} = \frac{11y}{12y} = \frac{11}{12} \quad \text{پس } DC = AC - AD = 11y \text{ و لذا.}$$

(ریاضی ۱- مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

حسابان ۱

۲۱- گزینه «۱»

(نمره حسن زاده غفر)

$$\Rightarrow S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \xrightarrow{S_n > 400} \\ \frac{n}{2} [2 \times 4 + (n-1)8] > 400 \Rightarrow n[8 + 8n - 8] > 800 \\ \Rightarrow 8n^2 > 800 \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \Rightarrow \min(n) = 11 \\ (\text{مسایان ۱- صفحه های ۲ و ۳})$$

۲۲- گزینه «۳»

(علی آزاد)

با توجه به این که جمع دو جمله برابر با $\frac{A}{3}$ و ضرب آن‌ها برابر با $\frac{4}{3}$ شده است بنابراین با حل معادله درجه دوم $x^2 - \frac{A}{3}x + \frac{4}{3} = 0$ می‌توانیم جملات t_1 و t_2 را که ریشه‌های این معادله هستند به دست آوریم.

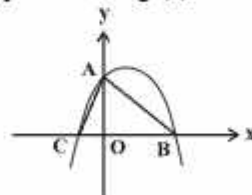
$$x^2 - \frac{A}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - Ax + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 \\ \Rightarrow x = \frac{A \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3} \\ x_2 = 2 \end{cases}, t_2 = 2 \Rightarrow q = 2$$

$$S_5 = \frac{\frac{2}{3}(1-2^5)}{1-2} = -\frac{1}{3}(1-2^5) = -\frac{1}{3} + 2^4 \\ = -\frac{1}{3} + 16 = \frac{47}{3} \\ (\text{مسایان ۱- صفحه های ۳ تا ۶})$$

۲۳- گزینه «۲»

(مهمرب زنگنه)

محل تقاطع تابع با محور y ‌ها برابر با ym و فرض کنیم صف‌های آن α و β هستند به طوری که $\alpha\beta = -ym$ و چون یکی از ریشه‌های معادله $-x^2 + 6x + ym = 0$ مثبت و دیگری منفی است پس $\alpha\beta < 0$ و در نتیجه $m > 0$ ، چون مثلث در رأس A قائمه است پس:



$$OA^2 = BO \times CO \\ (ym)^2 = |\alpha| \times \beta \xrightarrow{\alpha < 0} ym^2 = -\alpha\beta \\ \Rightarrow ym^2 = -\frac{c}{a} \xrightarrow{\frac{c=ym}{a=-1}} ym^2 = ym \\ \Rightarrow ym(ym-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{y} \end{cases}$$

فقط مقدار $m = \frac{1}{y}$ قابل قبول است.

(مسایان ۱- صفحه های ۸ و ۹)

۲۴- گزینه «۴»

(علی آزاد)

با توجه به معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ خواهیم داشت: $S = \alpha + \beta = 3$ از آنجا که α و β ریشه‌های معادله داده شده هستند بنابراین در خود معادله نیز صدق می‌کنند:

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^2 - 3\beta + 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 + 1 = 3\beta \\ \Rightarrow \frac{\beta^2 + 1}{3} = \beta$$

$$\xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha(\alpha-3) = -1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3-\alpha}$$

$$\frac{1}{3-\alpha} + \frac{\beta^2 + 1}{3} = \alpha + \beta = S = 3 \quad \text{بنابراین داریم:}$$

(مسایان ۱- صفحه های ۸ و ۹)

۲۵- گزینه «۴»

(علی آزاد)

ابتدا به وسیله تغییر متغیر، معادله داده شده را به معادله درجه ۲ تبدیل می‌کنیم:

$$x^2 - 7x^2 + 8 = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 - 7t + 8 = 0$$

با توجه به این که $\Delta > 0$ می‌باشد فرض می‌کنیم ریشه‌های معادله $t^2 - 7t + 8 = 0$ به صورت α' و β' باشند پس داریم:

$$\alpha' + \beta' = 7, \quad \alpha'\beta' = 8$$

$$x^2 = t \Rightarrow \begin{cases} \alpha' = \alpha^2 \\ \beta' = \beta^2 \end{cases} \quad \text{از طرفی می‌دانیم:}$$

پس داریم:

$$\begin{cases} \alpha^2\beta^2 = 8 \quad (*) \Rightarrow \alpha\beta = 2 \\ \alpha^2 + \beta^2 = 7 \xrightarrow{\text{توان}} \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 = 49 \\ \xrightarrow{(*)} \alpha^4 + \beta^4 = 33 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^4 + \beta^4}{\alpha\beta} = \frac{33}{2} = 16 \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه های ۸ و ۹)

۲۶- گزینه «۳»

(نمردختا داکترزاده)

با توجه به فرض سؤال، نتیجه می‌شود که ضابطه تابع به صورت $y = (x-2)^2$ یا $y = -(x-2)^2$ است و با توجه به ضابطه داده شده،

فقط $y = (x-2)^2$ قابل قبول است و داریم:

(پیانیش: نیکنام)

۲۸- گزینه «۱»

$$\begin{aligned} -\sqrt{2x-1} &= t \xrightarrow{t \leq 0} 2x-1 = t^2 \Rightarrow x = \frac{t^2+1}{2} \\ (2+t)\left(\frac{t^2+1}{2}\right) + \frac{19}{2} &= 0 \Rightarrow (t+2)(t^2+2) + 19 = 0 \\ \Rightarrow t^3 + 2t^2 + 2t + 4 + 19 &= 0 \Rightarrow (t+1)^3 + 27 = 0 \\ \Rightarrow t+1 &= -3 \Rightarrow t = -4 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 4 \Rightarrow 2x-1 = 16 \\ \Rightarrow x &= \frac{17}{2} = 8.5 \end{aligned}$$

می‌دانیم $8 < 8.5 < 9$ و در نتیجه جواب سؤال ۱۷ $8+9=17$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(کیان کریمی: نمر اسان)

۲۹- گزینه «۱»

از $|t| = -t$ نتیجه می‌شود که $t \leq 0$. پس داریم:

$$\begin{aligned} |x^2 - 6x + 5| &= -x^2 + 6x - 5 \xrightarrow{x^2 - 6x + 5 = t} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ \Rightarrow 1 &\leq x \leq 5 \end{aligned}$$

همچنین برای نامعادله داریم:

$$\begin{aligned} |x-a| \leq b &\Rightarrow -b \leq x-a \leq b \Rightarrow a-b \leq x \leq a+b \\ \Rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=5 \end{cases} &\Rightarrow a=3, b=2 \Rightarrow ab=6 \end{aligned}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

(غلامرضا نیازی)

۳۰- گزینه «۴»

دو خط L و L' موازی‌اند زیرا شیب‌های برابر دارند در نتیجه فاصله آن‌ها برای اندازه یک ضلع مستطیل است.

$$L: y = 2x + \frac{3}{2}, \quad L': y = 2x$$

$$L \text{ و } L' \text{ فاصله} = \frac{\left|\frac{3}{2} - 0\right|}{\sqrt{1+4}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} L': y = 2x \\ L'': y = 4x \end{cases} \Rightarrow x=0=y \Rightarrow \begin{cases} L: 4x-2y+3=0 \\ L'': y-4x=0 \end{cases}$$

$$-y+3=0 \Rightarrow y=3, x=\frac{3}{4}$$

دو رأس مقابل مستطیل $(0,0)$ و $(\frac{3}{4}, 3)$ می‌باشند.

$$\text{طول قطر} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (3)^2} = \sqrt{9\left(\frac{17}{16}\right)} = \frac{3}{4}\sqrt{17}$$

$$\Rightarrow \text{اندازه ضلع دیگر مستطیل} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\sqrt{17}\right)^2 - \left(\frac{3}{4\sqrt{5}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{729}{16} - \frac{9}{16}} = \frac{27}{4\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = \frac{27}{4\sqrt{5}} \times \frac{3}{4\sqrt{5}} = \frac{81}{40}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

$$(x+2a)^2 - 4x + b = (x-2)^2$$

$$x^2 + 4ax + 4a^2 - 4x + b = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 + (4a-4)x + 4a^2 + b = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a-4 = -4 \Rightarrow a=0 \\ 4a^2 + b = 4 \Rightarrow b=4 \end{cases}$$

$$g(x) = 4x - f(x) = 4x - (x^2 - 4x + 4) = -x^2 + 8x - 4$$

چون $\Delta = 64 - 16 > 0$ است، پس داریم:

$$S = -\frac{b}{a} = 8$$

$$P = \frac{c}{a} = 4$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{8}{4} = 2$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

(ناصر معنوی)

۳۷- گزینه «۲»

معادله فرض سؤال به صورت زیر است:

$$\frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{a+1}{2(x+2)} = \frac{a}{x}$$

دو طرف معادله را در $(x-2)(x+2)(2x)$ ضرب می‌کنیم.

$$2x + (a+1)(x^2 - 2x) = 2a(x^2 - 4)$$

$$\Rightarrow (2a-1)x^2 + (2a-1)x - 4a = 0 \quad (*)$$

برای این که معادله فرض سؤال، یک جواب داشته باشد، دو حالت برای $(*)$ در نظر می‌گیریم:

حالت اول: معادله درجه دوم $(*)$ ، ریشه مضاعف داشته باشد، پس:

$$\Delta = (2a-1)^2 - 4(2a-1)(-4a) = 0$$

$$\Rightarrow (2a-1)(2a-1+4a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} & \text{غ ق ق} \\ a = \frac{1}{5} & \text{ق ق} \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $a = \frac{1}{2}$ ، معادله $(*)$ بی‌معنی خواهد بود!

حالت دوم: معادله درجه دوم $(*)$ ، دو ریشه ساده داشته باشد که یکی از آن‌ها در بین ریشه‌های مخارج‌های معادله فرض سؤال باشد.

$$x = 0 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در } (*)} a = 0 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در } (*)} -x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=-1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$x = 2 \xrightarrow{(*)} (2a-1)(4) + (2a-1)(2) - 4a = 0 \Rightarrow -6 = 0 \text{ غیرممکن}$$

$$x = -2 \xrightarrow{(*)} (2a-1)(4) + (2a-1)(-2) - 4a = 0 \Rightarrow -8a = 2$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در } (*)} -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{ق ق} \\ x=-2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس مقادیر $\frac{1}{5}$ ، صفر و $-\frac{1}{4}$ برای a قابل قبول است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow BA = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 \\ 6 & 0 & -2 \\ 8 & 10 & 0 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر سوم BA برابر است با ۱۸.

(هئرسه ۳- مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۱)

(سیرمندی‌ها خیلی فزونی)

گزینه ۲- ۳۴

$$AB = \begin{bmatrix} m & 1 \\ p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+3 & m+n \\ 3p+3 & p+n \end{bmatrix}$$

در ماتریس اسکالر درایه‌های قطر اصلی برابرند و بقیه درایه‌ها صفرند.

$$\begin{cases} 2p+3=0 \Rightarrow p=-\frac{3}{2} \\ m+n=0 \\ 2m+3=p+n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=-\frac{3}{2} \\ n=\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

(هئرسه ۳- صفحه‌های ۱۲ تا ۲۱)

(افزایشی / پویایی)

گزینه ۳- ۳۵

ابتدا ماتریس A^T را محاسبه می‌کنیم.

$$A^T = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

شماره ۳

گزینه ۳- ۳۱

(افزایشی / پویایی)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \bar{O}$$

مثال نقض برای گزینه ۱- «

مثال نقض برای گزینه ۲- «

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

تساوی گزینه ۴- تنها در صورتی درست است که دو ماتریس A و B

تعویض‌پذیر باشند و در غیر این صورت این رابطه برقرار نیست.

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ دو ماتریس اسکالر باشند.

آن‌گاه $AB = BA = \begin{bmatrix} ab & 0 \\ 0 & ab \end{bmatrix}$ است. پس رابطه گزینه ۳- همواره

برقرار بوده و مثال نقض ندارد.

(هئرسه ۳- مشابه تمرین‌های ۳، ۴ و ۱۰ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

گزینه ۱- ۳۲

(استاتی / استاتی)

در سطر سوم ماتریس مربعی A شماره سطر $i = 3$ و j از ۱ تا n تغییر می‌کند.

$$\Rightarrow \text{سطر سوم} = \begin{bmatrix} 3+2 \times 1 & 3+2 \times 2 & 3+2 \times 3 & \dots & 3+2 \times n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های سطر سوم $= (3+2 \times 1) + (3+2 \times 2) + \dots + (3+2 \times n)$

$$+ \dots + (3+2 \times n) = 96 \Rightarrow 2n + 2(1+2+\dots+n) = 96$$

$$2n + 2\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = 96$$

$$\Rightarrow \frac{n^2 + 4n - 96}{(n+12)(n-8)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -12 & \text{غ ق} \\ n = 8 & \text{ق ق} \end{cases}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ستون سوم برابر است با:

$$(1+2 \times 3) + (2+2 \times 3) + \dots + (8+2 \times 3)$$

$$= (1+2+\dots+8) + 8 \times 6 = 36 + 48 = 84$$

(هئرسه ۳- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

گزینه ۲- ۳۳

(عبارت / شریف / شریف)

مطابق ضابطه ماتریس A داریم:

کلیوان (دارایی)

گزینه «۲» - ۳۸

بهتر است به جای ۳ بار انجام عمل ضرب، از ماتریس A فاکتور بگیریم.

$$A(B-C+A) = A \times \left(\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 6 & -1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= A \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2(1+2+3) = 18$$

(هئرسه ۳- مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۰)

(امیرسین / جمعیوب)

گزینه «۴» - ۳۹

ابتدا دو ماتریس سمت چپ را در هم ضرب کرده و سپس حاصل را در

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -6 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{ماتریس سمت راست ضرب می‌کنیم.}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -x+2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -6 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -x^2+2x+24 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-4 \end{cases}$$

(هئرسه ۳- صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

(همین عقیل)

گزینه «۴» - ۴۰

$$\forall i, j; a_{ij} = -a_{ji}$$

$$a_{11} = -a_{11} \Rightarrow y = -4$$

$$a_{11} = -a_{11} \Rightarrow a_{11} = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$a_{22} = -a_{22} \Rightarrow z = -(y+2) = -(-4+2) = 2$$

$$\Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -7 \\ -4 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \times \begin{bmatrix} 0 & 4 & -7 \\ -4 & 0 & -2 \\ 7 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} -65 & & \\ & -20 & \\ & & -53 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\text{جمع درایه‌های قطر اصلی} = -138$$

(هئرسه ۳- صفحه‌های ۱۱ تا ۲۱)

حال به راحتی می‌توان به‌طور مستقیم ماتریس A^{1404} را به دست آورد.

$$A^{1404} = (A^2)^{702} = (-I)^{702} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲ است.

(هئرسه ۳- مشابه تمرین ۵ صفحه ۲۰)

گزینه «۳» - ۳۶

(همین عقیل)

با توجه به فاکتورگیری و خواص ضرب ماتریس‌ها داریم:

$$CAB + CB^T = C(A+B)B = (C)(2I)(B) = 2CB = 2 \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 6+9+10+0 = 25$$

(هئرسه ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه «۲» - ۳۷

(روح اله عشق)

A یک ماتریس قطری است. پس برای هر $n \in \mathbb{N}$ داریم:

$$A^n = \begin{bmatrix} 2^n & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^n & 0 \\ 0 & 0 & 1^n \end{bmatrix}$$

$$B = I + A + A^2 + \dots + A^k \quad \text{بنابراین:}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 2^k & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^k & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2+2^2+\dots+2^k & 0 & 0 \\ 0 & 1+(-1)+\dots+(-1)^k & 0 \\ 0 & 0 & k+1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{cases} 2^{k+1} + k, & \text{فرد } k \\ 2^{k+1} + k + 1, & \text{زوج } k \end{cases}$$

$$\text{اما چون } 2^{10} + 9 = 1024 + 9 = 1033, \text{ پس } k+1 = 10 \text{ و } k = 9.$$

$$1+2+2^2+\dots+2^k = 2^{k+1} - 1$$

تذکر:

(هئرسه ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

هشتمه ۱

۴۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

(المیرسین ایتیموب)

(۱) این حکم نادرست است. چون در مثلث قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی عمودمتصف‌ها وسط وتر، یعنی روی مثلث است.

(۲) این حکم نادرست است. به عنوان مثال تقض می‌توان مثلی به طول اضلاع ۵، ۶ و ۲ را در نظر گرفت که اندازه بزرگ‌ترین ضلع از دو برابر کوچک‌ترین ضلع بزرگ‌تر است.

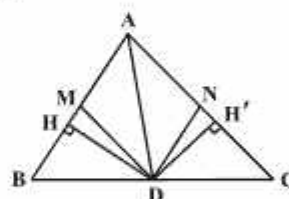
(۳) این حکم کاملاً درست و فاقد مثال تقض است. هر زاویه خارجی مثلث برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است. پس قطعاً از این دو زاویه بزرگ‌تر است.

(۴) این حکم نادرست است. به عنوان مثال تقض در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائمه ۳ و ۴، ضلع به طول ۴، ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۳ و بزرگ‌تر از آن است.

(هئرسه ۱- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴۲- گزینه «۱»

(المیرسین ایتیموب)



از نقطه D، عمودهای DH و DH' را بر اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم. چون D روی تیساز زاویه A قرار دارد، پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی $DH = DH'$. از طرفی طبق قضیه زاویه برتر در مثلث ABC داریم:

$$\widehat{B} > \widehat{C} \Rightarrow AC > AB \Rightarrow \frac{AC}{2} > \frac{AB}{2} \Rightarrow CN > AM$$

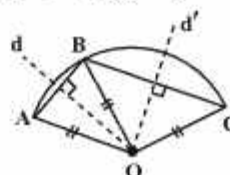
$$\frac{S_{AMD}}{S_{CND}} = \frac{\frac{1}{2} DH \times AM}{\frac{1}{2} DH' \times CN} = \frac{AM}{CN} < 1$$

(هئرسه ۱- صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۴۳- گزینه «۱»

(عمر قنران)

مطابق شکل، سه نقطه A، B و C را روی کمان دایره مشخص می‌کنیم.



عمودمتصف پاره‌های AB و BC را رسم کرده و محل تقاطع آن‌ها را مشخص می‌کنیم؛ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB \text{ عمودمتصف } d \Rightarrow AO = BO \\ BC \text{ عمودمتصف } d' \Rightarrow BO = CO \end{array} \right\} \Rightarrow AO = BO = CO$$

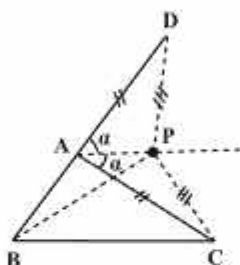
در نتیجه O از سه نقطه A، B و C به یک فاصله بوده و مرکز دایره است.

(هئرسه ۱- مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۶)

۴۴- گزینه «۴»

(روح‌اله عسلی)

AB را از طرف A به اندازه AC تا نقطه D امتداد می‌دهیم. دو مثلث APD و APC به حالت (ض ض) هم‌تپشت هستند. بنابراین $PD = PC$. اکنون در مثلث BPD بتابه تاساوی مثلی داریم:



$$BD < PB + PD \Rightarrow BA + AD < PB + PD$$

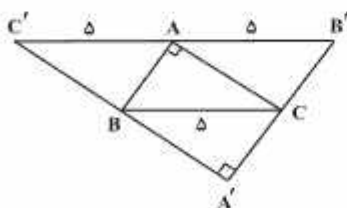
$$\frac{AD=AC}{PD=PC} \rightarrow AB + AC < PB + PC$$

(هئرسه ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۸)

۴۵- گزینه «۴»

(سیدعمر رضا عسلی‌فر)

مثلث ABC با اضلاع ۳، ۴ و ۵ قائم‌الزاویه است و محل هم‌رسی ارتفاع‌های آن رأس قائم (رأس A) است. این نقطه محل هم‌رسی عمودمتصف‌های اضلاع مثلث A'B'C' است و فاصله‌اش تا هر رأس ۵ است.



$$AA' + AB' + AC' = 15$$

(هئرسه ۱- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۴۶- گزینه «۴»

(عمر قنران)

نقطه M محل تقاطع عمودمتصف AC با ضلع AB طبق تعریف عمودمتصف، فاصله‌اش از A و C برابر است؛ بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 4x + 3x + 2x = 9x = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{A}OB = 180^\circ - 2/5x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \\ \hat{B}OC = 180^\circ - 2/5x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \end{cases}$$

در نتیجه.

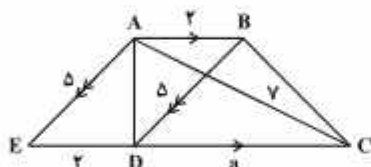
$$\frac{\hat{A}OB}{\hat{B}OC} = \frac{110^\circ}{130^\circ} = \frac{11}{13}$$

(هنر سه - صفحه های ۱۹ و ۲۰)

(عوض عقیل)

۴۹ - گزینه «۳»

از A خطی به موازات قطر BD رسم می کنیم تا امتداد CD را در E قطع کند. پس. $DE = 2$ و $AE = 5$.



$$\Delta AEC \text{ در } \underbrace{y-5}_{y} < a + 2 < \underbrace{y+5}_{12} \Rightarrow (0 < a < 10) \cap (a > 2)$$

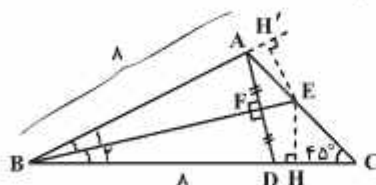
$$\Rightarrow 2 < a < 10 \Rightarrow \max(a \in \mathbb{N}) = 9$$

(هنر سه - صفحه های ۱۵ تا ۲۷)

(منصور قدران)

۵۰ - گزینه «۲»

در مثلث ABD، BF عمود منصف AD است. پس $AF = FD$ و $\hat{B}FD = \hat{A}FB$ است. بنابراین دو مثلث BFD و AFB هم تپشت اند و در نتیجه $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ و $AB = BD = 8$ است.



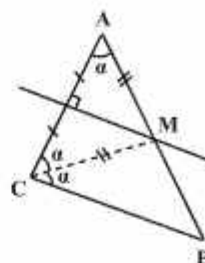
حال چون BE تيمساز است، پس فاصله E از دو ضلع AB و BC برابر است. طبق شکل EHC منساوی الساقین قائم الزاویه است. پس.

$$EH^2 + CH^2 = CE^2 \Rightarrow 2EH^2 = 16 \Rightarrow EH = 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{تيمساز BE}} EH' = 2\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABE} = \frac{1}{2} AB \times EH'$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

(هنر سه - صفحه های ۱۳ و ۱۵ تا ۲۷)



$$AM = MC \Rightarrow \hat{M}AC = \hat{M}CA = \alpha$$

نقطه M از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است. پس CM تيمساز

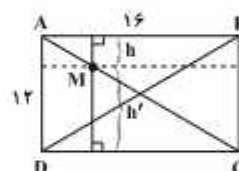
$$\hat{M}CA = \hat{M}CB = \alpha \Rightarrow \hat{C} = 2\hat{A}$$

زاویه C است و داریم.

(عباس انقی)

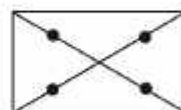
۴۷ - گزینه «۳»

ابتدا شکل مورد نظر مسئله را رسم می کنیم. نقطه M را روی قطر AC در نظر می گیریم و فاصله آن تا اضلاع AB و CD را به ترتیب h و h' لحاظ می کنیم. پس داریم.



$$\begin{cases} h' + h = 12 \\ h' - h = 8 \end{cases} \xrightarrow{+} 2h' = 20 \Rightarrow h' = 10 \Rightarrow h = 2$$

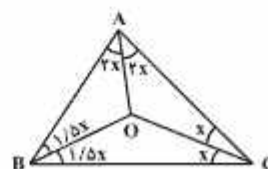
سپس با کمی دقت متوجه می شویم F نقطه مشابه M روی قطرها به صورت زیر موجود است.



(هنر سه - صفحه های ۱۰ و ۱۱)

(اسحاق اسفندیار)

۴۸ - گزینه «۳»



$$\frac{\hat{A}}{4} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{2} = x \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 4x \\ \hat{B} = 3x \\ \hat{C} = 2x \end{cases}$$

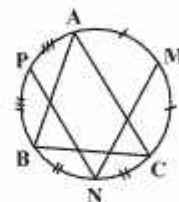
طبق فرض داریم.

شماره ۲

گزینه «۱» - ۵۱

(روح اله عسلی)

$$\begin{aligned} 66^\circ = \widehat{PNM} &= \frac{\widehat{PAM}}{2} = \frac{\widehat{AP} + \widehat{AM}}{2} \Rightarrow \widehat{AP} + \widehat{AM} = 132^\circ \\ \times 2 &\Rightarrow 2\widehat{AP} + 2\widehat{AM} = 264^\circ \\ \frac{2\widehat{AP} = \widehat{AB}}{2\widehat{AM} = \widehat{AC}} &\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AC} = 264^\circ \\ \Rightarrow \widehat{BC} &= 360^\circ - (\widehat{AB} + \widehat{AC}) = 360^\circ - 264^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 96^\circ \\ \Rightarrow \widehat{A} &= \frac{\widehat{BC}}{2} = 48^\circ \end{aligned}$$

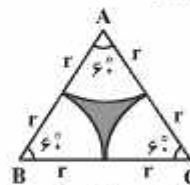


(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴)

گزینه «۲» - ۵۲

(منصور قنبران)

اگر طول شعاع قطاع دایره‌ها r باشد، طول هر سه ضلع مثلث برابر $2r$ بوده و نوع مثلث، متساوی‌الاضلاع است.



مساحت ناحیه رنگی برابری برابر تفاضل مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع ABC از سه قطاع دایره با شعاع r و زاویه 60° درجه است، بنابراین:

$$\begin{aligned} S_{\text{رنگی}} &= S_{ABC} - 3S_{\text{قطاع دایره}} = \frac{(2r)^2 \sqrt{3}}{4} - 3\left(\frac{\pi r^2 \times 60^\circ}{360^\circ}\right) \\ &= r^2 \sqrt{3} - \frac{\pi r^2}{2} = r^2 \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 4\sqrt{3} - 2\pi = 4\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Rightarrow r &= 2 \end{aligned}$$

محیط ناحیه رنگی برابر طول سه کمان دایره به شعاع r و زاویه 60° درجه است.

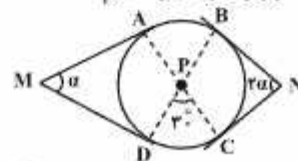
$$S_{\text{محیط ناحیه رنگی}} = 3\left(\frac{\pi R}{180^\circ} \alpha\right) = 3\left(\frac{\pi \times 2 \times 60^\circ}{180^\circ}\right) = 2\pi$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

گزینه «۲» - ۵۳

(منصور قنبران)

طبق رابطه زاویه بین دو وتر درون دایره داریم:



$$\widehat{CPD} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{CD} = 60^\circ$$

حال طبق رابطه زاویه بین امتداد دو وتر خارج دایره داریم:

$$\begin{aligned} \widehat{M} = \alpha &= \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} - \widehat{AD}}{2} \\ \widehat{N} = 2\alpha &= \frac{\widehat{AB} + \widehat{AD} + \widehat{CD} - \widehat{BC}}{2} \end{aligned} \quad \xrightarrow{+}$$

$$3\alpha = \widehat{AB} + \widehat{CD} = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

(هندسه ۲ - مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۷)

گزینه «۳» - ۵۴

(سیدمرتضی عسلی خرد)

در گزینه «۳» به ازای $x = 3$ ، مقدار شعاع دایره و فاصله مرکز دایره از خط با هم برابرند یعنی خط و دایره مماس هستند. در گزینه «۱» برای $x = \frac{3}{2}$ خط و دایره متقاطع‌اند زیرا خط از مرکز دایره می‌گذرد، در گزینه «۲» برای $x = 2$ خط و دایره بیرون از هم هستند.

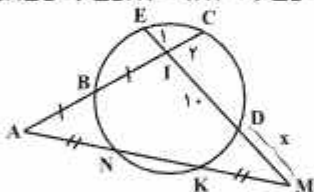
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

گزینه «۲» - ۵۵

(منصور قنبران)

طبق رابطه طولی درون دایره داریم:

$$BI \times CI = EI \times DI \Rightarrow BI \times 2 = 1 \times 10 \Rightarrow BI = AB = 5$$



حال طبق رابطه طولی برای امتداد وترها در خارج دایره داریم:

$$\begin{cases} AB \times AC = AN \times AK \\ MD \times ME = MK \times MN \end{cases}$$

طبق فرض $AN = MK$ ، پس $AK = MN$ و در نتیجه طرف راست تساوی‌های بالا با هم برابرند و داریم:

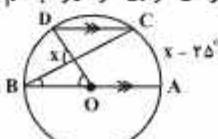
$$\begin{aligned} AB \times AC &= MD \times ME \Rightarrow 5 \times (5 + 7) = x(x + 11) \\ \Rightarrow \frac{x^2 + 11x - 60}{(x+11)(x-2)} &= 0 \xrightarrow{x \neq -11} x = 4 \end{aligned}$$

(هندسه ۲ - صفحه ۱۸)

گزینه «۱» - ۵۶

(سیدمرتضی عسلی خرد)

کمان‌های محصور بین وترهای موازی دو دایره، با هم برابرند، پس:



$$\widehat{BD} = \widehat{AC} = x - 25^\circ \Rightarrow \begin{cases} \widehat{O} = x - 25^\circ \\ \widehat{B} = \frac{x - 25^\circ}{2} \end{cases}$$

حال با جای گذاری x داریم:

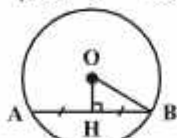
$$R^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 (1+9) \Rightarrow R = \frac{5\sqrt{10}}{2}$$

(هئرسه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۸)

۵۹- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

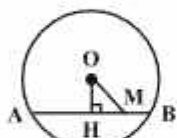
ابتدا مطابق شکل زیر، طول وتر AB را می‌یابیم.



$$\begin{cases} OB = R = 2\sqrt{17} \\ OH = 4\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow[\text{در } \triangle BOH]{\text{قیثاغورس}} BH = \sqrt{152 - 32} = 11$$

در نتیجه $AB = 2BH = 22$

طبق فرض، نقطه M به فاصله ۹ واحد از مرکز دایره قرار دارد؛ پس مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} OH = 4\sqrt{2} \\ OM = 9 \end{cases} \xrightarrow[\text{در } \triangle OHM]{\text{قیثاغورس}} HM = \sqrt{81 - 32} = 7$$

لذا با توجه به شکل داریم:

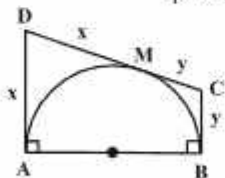
$$\begin{cases} AM = AH + HM = 11 + 7 = 18 \\ BM = BH - HM = 11 - 7 = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

(هئرسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۶۰- گزینه «۴»

(مهردار ملونری)

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره، از نقطه‌ای خارج آن، با هم برابرند؛ پس مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} AD = DM = x \\ BC = CM = y \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$ABCD \text{ دوزنقه } = AB + 2x + 2y = 50$$

$$\xrightarrow{AB=16} 2(x+y) = 34 \Rightarrow x+y = 17$$

مساحت دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ برابر می‌شود با:

$$S = \frac{(AD+BC) \times AB}{2} = \frac{17 \times 16}{2} = 17 \times 8 = 136$$

(هئرسه ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

$$\xrightarrow{\text{زاویه خارجی در مثلث}} x = \widehat{B} + \widehat{O} \Rightarrow x = x - 25^\circ + \frac{x-25^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow 25^\circ = \frac{x-25^\circ}{2} \Rightarrow x = 75^\circ$$

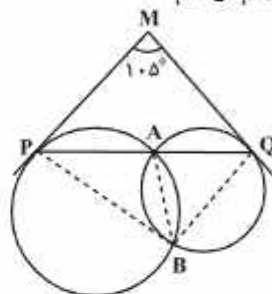
$$\Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

(هئرسه ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۷)

۵۷- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

وتر مشترک AB را رسم می‌کنیم.



زوایای ظلی $\widehat{APM}$ و $\widehat{AQM}$ به ترتیب با زوایای محاطی $\widehat{ABP}$

و $\widehat{ABQ}$ برابر است (چرا؟)؛ لذا داریم:

$$\widehat{PBQ} = \widehat{ABP} + \widehat{ABQ} = \widehat{APM} + \widehat{AQM} \quad (1)$$

در مثلث PMQ این‌طور می‌نویسیم که:

$$\widehat{APM} + \widehat{AQM} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

$$\widehat{PBQ} = 75^\circ$$

در نتیجه از رابطه (۱) داریم:

(هئرسه ۲- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

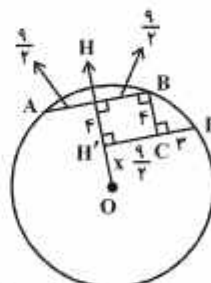
۵۸- گزینه «۲»

(عباس انهن)

از O بر وتر AB عمود OH را رسم می‌کنیم که آن را نصف می‌کند:

$$AH = HB = \frac{9}{2}$$

یعنی:



همچنین CD را امتداد می‌دهیم تا OH را در H' قطع کند. فرض

می‌کنیم $OH' = x$ ، لذا با توجه به این‌که $H'HBC$ مستطیل است، داریم:

$$\begin{cases} HH' = BC = 4 \\ CH' = BH = \frac{9}{2} \end{cases}$$

چنانچه قضیه فیثاغورس را در مثلث‌های قائم‌الزاویه $OH'B$ و $OH'D$

$$x^2 + \left(\frac{9}{2} + 2\right)^2 = (x+4)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = R^2$$

بنویسیم، آن‌گاه:

$$\Rightarrow x^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = (x+4)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \xrightarrow{\text{نهایت}} x = \frac{5}{2}$$

ریاضیات گسسته

۶۱ - گزینه «۴»

(استاق اسفندیار)

می‌دانیم برای هر دو عدد حقیقی مثبت a و b داریم،
 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

$$x + 2 = a, \quad y + 2 = b$$

$$(x + 2 + y + 2) \left(\frac{1}{x + 2} + \frac{1}{y + 2} \right) = (a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$= \frac{a}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{b} = 1 + 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 + 2 = 4$$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۱ صفحه ۸)

۶۲ - گزینه «۳»

(افشین ناصه‌نار)

گزاره‌های ۱، ۲ و ۴ به روش اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها، ثابت می‌شوند اما گزینه «۳» به روش مستقیم اثبات می‌شود.

$$(2k)^2 = 4k^2 = 4k^2 - 1 + 1 = 4k^2 - 1 + (2k - 1)(2k + 1) + 1$$

(ریاضیات گسسته - صفحه ۴)

۶۳ - گزینه «۱»

(افشین ناصه‌نار)

اگر x یا y یا هر دو برابر صفر شوند آن گاه تساوی برقرار است و اگر x و y هر دو غیر صفر باشند تساوی برقرار نیست. پس تعداد مثال نقض برابر خواهد بود با،
 $4 \times 4 = 16$

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۳ صفحه ۸)

۶۴ - گزینه «۴»

(غابر قاسمیان)

$$2x^2 + y^2 + 2z^2 + A \geq -x^2 + 12x - 8y - 2z^2 + 4z$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + y^2 + 8y + 4z^2 - 4z + A \geq 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)^2 + (y + 4)^2 + (2z - 1)^2 - 26 + A \geq 0$$

برای این که رابطه همواره درست باشد حداقل A برابر ۲۶.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۶۵ - گزینه «۱»

(سکندر روشنی)

عبارت $x^2y - xy^2 = xy(x - y)$ همواره زوج است؛ زیرا اگر x یا y

حداقل یکی زوج باشد، xy زوج است و اگر x و y هر دو فرد

باشند، $x - y$ زوج است. بنابراین مسئله جواب ندارد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۴ تا ۶)

۶۶ - گزینه «۱»

(سیدمرتضای عینی‌فر)

$$\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \text{زوج} \Rightarrow \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 = \text{زوج}$$

می‌دانیم اگر a عددی صحیح و a^2 زوج باشد، آن گاه a زوج است، بنابراین

داریم

$$\frac{n(n+1)}{2} = \text{زوج} \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4k' \Rightarrow n = 4, 8 \\ n+1 = 4k' \Rightarrow n = 3, 7 \end{cases}$$

توجه، دو عدد متوالی n و $n+1$ همزمان زوج نیستند.

(ریاضیات گسسته - مشابه کار در کلاس صفحه ۵)

۶۷ - گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌لطیفی)

$$4x^2 + 2y^2 + 8y \geq 2x - 11$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 11 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 1 + 2 + 8 \geq 0$$

۶۹- گزینه «۴»

(گزینه دارایی)

راه حل اول:

$$Ak+1 = (2n+1)^2 \Rightarrow Ak+1 = 4n^2 + 4n + 1$$

$$\Rightarrow Ak = 4(n^2 + n) \Rightarrow 2k = n(n+1) \Rightarrow k = \binom{n+1}{2}$$

$$29 \leq \binom{n+1}{2} \leq 112 \Rightarrow 9 \leq n+1 \leq 15$$

$$\Rightarrow 8 \leq n \leq 14 \Rightarrow n \text{ تعداد مقادیر } = 14 - 8 + 1 = 7$$

$$k \in \{29, 30, \dots, 112\}$$

راه حل دوم:

$$\Rightarrow Ak+1 \in \{232, 241, \dots, 905\}$$

$$232 \leq n^2 \leq 905 \Rightarrow 16 \leq n \leq 30 \quad \text{با فرض } Ak+1 = n^2 \text{ داریم}$$

$$n = 17, 19, \dots, 29 \quad (7 \text{ مقدار})$$

n عددی فرد است. پس.

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۳ تا ۶)

۷۰- گزینه «۴»

(مصطفی زرداری)

با پرهان خلف می توانیم ثابت کنیم A حتماً زوج است چون اگر فرض کنیم A فرد باشد، هر سه عدد $a_1 - b_1$, $a_2 - b_2$ و $a_3 - b_3$ نیز فرد هستند. از طرفی مجموع ۳ عدد فرد، فرد است پس داریم:

$$a - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 = \text{فرد}$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = \text{فرد}$$

$$\xrightarrow{\text{یک اضافه و کم}} \underbrace{(a_1 + 1 + a_2 - 1 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3)}_{\text{یکسان}} = \text{فرد}$$

$$\Rightarrow \text{فرد} = \text{صفر}$$

تناقض حاصل نشان می دهد که فرض خلف باطل و حکم درست است. یعنی A الزاماً عددی زوج است.

(ریاضیات گسسته - مشابه مثال صفحه ۶)

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 2x^2 + (2y^2 + 4y + 4) + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + 2x^2 + 2(y^2 + 2y + 1) + 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + 2x^2 + 2(y+1)^2 + 2 \geq 0 \quad \text{همواره درست است}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه های ۶ تا ۸)

۶۸- گزینه «۳»

(گزینه دارایی)

بررسی گزینه ها:

$\alpha + \beta$ می تواند گنگ یا گویا باشد، مثلاً:

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{2} - 1 \\ \beta = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = 1 \in \mathbb{Q}, \quad \alpha + \beta = 2\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

یا

$$\begin{cases} \alpha = 1 - \sqrt{2} \\ \beta = 1 + \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -1 \in \mathbb{Q}, \quad \alpha + \beta = 2 \in \mathbb{Q} \quad (\text{مثال نقض})$$

پس گزینه «۱» رد می شود. اما گزینه «۲» عدد گویای غیرصفر $\alpha\beta$ در عدد

نامعلوم $\alpha + \beta$ ضرب شده است. پس گنگ یا گویا بودن آن به $\alpha + \beta$ ربط

دارد که آن هم نامعلوم است. مثلاً در صورت انتخاب اعداد α و β مانند مثال

دوم بالا، حاصل عبارت گزینه «۲» عددی گویا خواهد بود. اما گزینه «۴»

$$\alpha(1-\beta) + \beta = \alpha - \alpha\beta + \beta = (\alpha + \beta) - \alpha\beta$$

چون $\alpha\beta$ گویا است، پس باز هم گنگ یا گویا بودن این عدد مانند گزینه

«۲» به $\alpha + \beta$ بستگی دارد. اما گزینه «۳» قطعاً گنگ است، زیرا:

$$\alpha^2\beta^2(1+\alpha) = \underbrace{\alpha^2\beta^2}_{\text{عدد گویای غیرصفر}} \times \underbrace{\beta(1+\alpha)}_{\text{گویا گنگ}} \Rightarrow \underbrace{\beta}_{\text{گویا}} + \underbrace{\beta\alpha}_{\text{گنگ}} \in \mathbb{Q}'$$

توجه: حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است و

حاصل ضرب یک عدد گنگ در یک عدد گویای غیرصفر، قطعاً گنگ است.

(ریاضیات گسسته - مشابه تمرین ۳ صفحه ۸)

آمار و احتمال

گزینه ۳» ۷۱-

(افشین ناصحان)

اگر A ، یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A برابر 2^n است. طبق فرض داریم:

$$n(P(B)) = 2^{m+p} \quad n(P(C)) = 2^{m-p}$$

$$\Rightarrow 2^{m+p} - 2^{m-p} = 6 \times 2^{m-p}$$

$$2^{m+p} = 6 \times 2^{m-p} = 2^6 \times 2^{m-p} \Rightarrow m+p = 6+m-p \Rightarrow p=3$$

(آمار و احتمال - صفحه ۱۷)

گزینه ۲» ۷۲-

(امیرسین ابومعویب)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) اگر $x=0$ باشد، آن‌گاه به ازای هر عدد حقیقی y ، $xy=0$ و رابطه $xy < x$ برقرار نیست.

(۲) به ازای هر عدد حقیقی x ، کافی است $y = x^2 + 1$ انتخاب شود تا نامساوی $x^2 < y$ برقرار باشد، پس این گزاره سوری درست است.

(۳) اگر $x=0$ باشد، آن‌گاه از رابطه $x^2 - y^2 = 1$ ؛ $x^2 = -1$ ؛ $y^2 = 1$ به دست می‌آید که امکان‌پذیر نیست و در نتیجه مقداری برای y وجود ندارد.

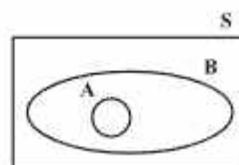
(۴) اگر $x > 1$ باشد، آن‌گاه $1 - x^2 < 0$ و در نتیجه $y^2 < 0$ که امکان‌پذیر نیست و مقداری برای y یافت نمی‌شود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

گزینه ۲» ۷۳-

(روح‌اله عسلی)

با توجه به نمودار ω سه ناحیه داریم: A ، $B-A$ و B' ؛ برای $1 \in S$ سه انتخاب داریم: $1 \in A$ یا $1 \in B-A$ یا $1 \in B'$ به همین ترتیب برای $2 \in S$ ، $3 \in S$ و $4 \in S$ نیز ۳ انتخاب داریم. پس پتانیه اصل ضرب تعداد راه‌های انجام این کار برابر است با:



$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰)

گزینه ۴» ۷۴-

(سیدمرتضی عسینی‌فر)

با توجه به جدول ارزش‌ها برای $p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ ، در سطرهایی که این گزاره ارزش درست دارد گزاره $(p \Leftrightarrow q) \wedge p$ ارزش نادرست دارد و در این سه سطر ارزش گزاره $p \wedge q$ نیز نادرست است.

p	q	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow (p \wedge \sim q)$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge p$	$p \wedge q$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	T	F	F

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

گزینه ۴» ۷۵-

(عباس انبی)

گزاره $x-3 = \frac{x^2-5x+6}{x-2}$ به ازای $x=2$ تعریف نشده است. از

طرفی با بررسی گزینه‌ها، مجموعه جواب‌ها به صورت زیر است:

$$2x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x^2 = 1.6 \Rightarrow S = \{4\} \quad (1)$$

$$S = \{4, 8, 12, 16, \dots\} \quad (2)$$

$$S = \{0, 4, 5, 6, \dots\} \quad (3)$$

$$S = \{1, 2\} \quad (4)$$

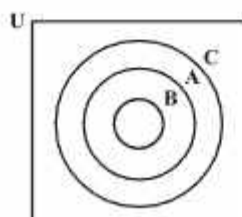
(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

گزینه ۱» ۷۶-

(امیرسین ابومعویب)

طبق فرض و با استفاده از قوانین زیرمجموعه می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} B-A = \emptyset \Rightarrow B \subseteq A \\ A-C = \emptyset \Rightarrow A \subseteq C \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq C \Rightarrow C' \subseteq B'$$



این گزاره، هم‌ارز گزاره زیر می‌شود.

$$\sim [(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)] \vee (p \Rightarrow q)$$

$$\equiv \underbrace{\sim (p \Rightarrow q)}_{\text{درست}} \vee \underbrace{\sim ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)}_{\text{درست}} \vee (p \Rightarrow q)$$

درست

$\equiv T$ (همواره درست)

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۹)

(معطلی رنداری)

۷۹- گزینه «۲»

تقیض گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت $p \wedge \sim q$ است پس داریم:

$$p \wedge \sim q \equiv (\forall x \in \mathbb{R} ; x \leq x^T) \wedge \sim (\text{برخی اعداد فرد، اول نیستند})$$

$$\equiv p \wedge \sim (\exists x \in O ; x \notin P) \equiv p \wedge (\forall x \in O ; x \in P)$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

(امیرسین ابومعیر)

۸۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) رابطه درست است زیرا داریم:

$$A \cap D \subseteq A \subseteq B \subseteq B \cup C \Rightarrow A \cap D \subseteq B \cup C$$

(۲) هر دو مجموعه $A - B$ و $C - D$ برابر $\emptyset$ هستند.

پس $A - B \subseteq C - D$.

(۳) اثبات درستی رابطه به صورت زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} C \subseteq D \Rightarrow D' \subseteq C' \\ A \subseteq B \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap D' \subseteq B \cap C'$$

$$\Rightarrow A - D \subseteq B - C$$

(۴) این رابطه ممکن است نادرست باشد. به عنوان مثال نقض داریم:

$$A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{1\}, D = \{1, 2\}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ است. از

$$\text{طرفی } A - C = \{2, 3\} \text{ و } B - D = \{3, 4\} \text{ و } A - C \not\subseteq B - D$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

همان‌طور که در نمودار ون مشاهده می‌شود $C - B \neq \emptyset$ و $B \cap C = B$.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

(روح‌اله غسینی)

۷۷- گزینه «۱»

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\sim q \vee q) \equiv p \wedge T \equiv p$$

بنابراین:

$$\sim [(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)] \vee \sim q \equiv \sim p \vee \sim q \equiv p \Rightarrow \sim q$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

(معطلی رنداری)

۷۸- گزینه «۱»

روش اول: در حالتی که p و q هر دو نادرست باشند کل گزاره به انتقای مقدم

درست است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)$
ن	ن	د	ن	ن

اما در این حالت گزاره‌های ۲ و ۴ هر دو نادرست هستند. پس نمی‌توانند

هم‌ارز این گزاره باشند. در حالتی که p درست و q نادرست باشد

تیز $p \Rightarrow q$ نادرست و کل گزاره به انتقای مقدم درست می‌شود اما در این

حالت گزاره $p \vee q \sim$ نیز نادرست است و نمی‌تواند هم‌ارز گزاره داده شده

باشد.

روش دوم: می‌دانیم $p \vee q \equiv p \Rightarrow q$ ، پس گزاره صورت سؤال به

صورت زیر می‌شود:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

فیزیک ۳

گزینه «۴» - ۸۱

(پیشنه آژارین)

بررسی گزینه‌ها،

(۱) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند بردار مکان نامیده می‌شود.

(۲) این عبارت تعریف سرعت متوسط متحرک است نه تندی متوسط.

(۳) اگر متحرک روی خط راست حرکت کند و تغییر جهت ندهد تندی و اندازه سرعت متوسط برابر می‌شود.

(۴) تندی لحظه‌ای همواره با اندازه سرعت لحظه‌ای برابر است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۹)

(مشابه نهایی فروردین ۱۳۰۳)

گزینه «۲» - ۸۲

(عیدرضا بیاری)

هرگاه متحرک از مبدأ مکان ($x=0$) عبور کند، جهت بردار مکان آن عوض می‌شود. ریشه‌های معادله مکان را به دست می‌آوریم.

$$x=0 \Rightarrow t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-5) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 2s, t_2 = 5s$$

متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 از مبدأ مکان می‌گذرد. مکان متحرک را

در ۱۰ ثانیه اول حرکت تعیین علامت می‌کنیم.

t	0	2s	5s	10s
x	+	+	-	+

بنابراین بین $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ بردار مکان متحرک در سوی منفی است زیرا $x < 0$ است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۴ تا ۸)

گزینه «۳» - ۸۳

(امیرالمیر میرستیر)

بررسی موارد:

(الف) تادرست است. از $t_1 = 6s$ تا $t_2 = 8s$ به مدت ۲ ثانیه ساکن بوده و از صفر تا ۵ ثانیه و نیز از ۹s تا ۱۳s متحرک به مدت ۹ ثانیه در قسمت منفی محور x بوده است.

(ب) درست است. متحرک از ۳s تا ۵s و از ۸s تا ۹s به مبدأ نزدیک می‌شده و در لحظات $t = 5s$ و $t = 9s$ از مبدأ مکان عبور کرده و بردار مکان تغییر جهت داده است.

(پ) تادرست است. بیشترین فاصله از مبدأ مکان یا همان مبدأ مختصات، ۱۲m می‌باشد. ولی بیشترین فاصله از مبدأ حرکت $14m = 10 + 4$ می‌باشد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

گزینه «۲» - ۸۴

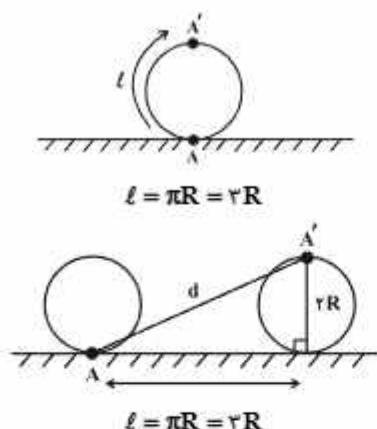
(میری شریلی)

هنگامی که تندی متوسط از اندازه سرعت متوسط بزرگ‌تر باشد به این معنی است که مسافت طی شده از اندازه جابه‌جایی بزرگ‌تر است (تادرستی الف) و به همین دلیل متحرک تغییر جهت داده است پس برای تغییر جهت لازم است متحرک متوقف شده باشد (درستی ب)، اما الزاماً در مورد حرکت و عبور متحرک از مبدأ مکان $x=0$ صحیحی نشده است (تادرستی ب).

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

گزینه «۲» - ۸۵

(معمركاظم مششاری)



$$d = \sqrt{(2R)^2 + (2R)^2} = \sqrt{12}R$$

$$\frac{d}{2R} = \frac{\sqrt{12}}{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۳)

گزینه «۱» - ۸۶

(میر انصاری)

اندازه سرعت متوسط در ۳ ثانیه چهارم ($9s \leq t \leq 12s$) برابر است با:

$$|\bar{v}_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

تندی متوسط در ۶ ثانیه دوم ($6s \leq t \leq 12s$) برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{\text{زمان}} = \frac{14+2}{6} = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$

$$\frac{|\bar{v}_{av}|}{s_{av}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

گزینه «۳» - ۸۷

(سیدعلیه میرصالحی)

در لحظه عبور از مبدأ مکان، $x=0$ می‌شود.

$$x=0 \Rightarrow t^2 - 9t + 20 = 0 \Rightarrow (t-4)(t-5) = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 4s, t_2 = 5s$$

بنابراین متحرک در لحظه $t_1 = 4s$ برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند.

$$t=0 \Rightarrow x=20m \quad t=4s \Rightarrow x=0$$

سرعت متوسط متحرک در بازه صفر تا ۴s به صورت زیر به دست می‌آید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-20}{4} = -5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳ تا ۷)

۸۸- گزینه «۲»

(عبارتاً بیاری)

سرعت متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 را به دست می آوریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - (-5)}{8 - 2} = \frac{15}{6} = 2.5 \frac{m}{s}$$

بنابراین مورد «ب» درست است. اما مورد «ت» نادرست است. زیرا بزرگی سرعت متوسط در یک بازه زمانی معین، یکتا است و ذکر کلمه حداقل برای آن بی معنی است. کندي متوسط حداقل را در بازه زمانی t_1 تا t_2 حساب می کنیم.

$$(s_{av})_{min} = \frac{\ell_{min}}{\Delta t} = \frac{\ell_{min}}{t_2 - t_1} = \frac{10 - 12 + (12 - (-5))}{8 - 2 = 6s} = 2.1 \frac{m}{s}$$

$$(s_{av})_{min} = \frac{21}{6} = 3.5 \frac{m}{s}$$

بنابراین مورد «پ» درست اما مورد «الف» درست نیست. زیرا برای کندي متوسط مقدارهای دیگری هم می توان در نظر گرفت.

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۸۹- گزینه «۴»

(عبارتاً بیاری)

هر سه متحرک A، B و C در بازه زمانی صفر تا T جابه جایی های یکسانی دارند. بنابراین می توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \frac{\Delta x_A = \Delta x_B = \Delta x_C}{\Delta t} \rightarrow (v_{av})_A = (v_{av})_B = (v_{av})_C$$

رد گزینه «۱»

متحرک های A و B در بازه زمانی صفر تا T علاوه بر جابه جایی یکسان، مسافت های یکسانی را نیز پیموده اند و داریم:

$$\ell_A = \ell_B = \Delta x_A = \Delta x_B$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow (s_{av})_A = (s_{av})_B = (v_{av})_B = (v_{av})_B$$

رد گزینه «۲»

برای مقایسه کندي متوسط متحرک C با دو متحرک دیگر می توان نوشت:

$$\ell_C > \ell_B \xrightarrow{s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}} \left. \begin{aligned} (s_{av})_C &> (s_{av})_B \\ (v_{av})_B &= (s_{av})_B \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow (s_{av})_C > (v_{av})_B$$

رد گزینه «۳»

با توجه به روابط به دست آمده داریم:

$$\left. \begin{aligned} (v_{av})_A &= (s_{av})_B \\ (s_{av})_B &< (s_{av})_C \end{aligned} \right\} \Rightarrow (v_{av})_A = (s_{av})_B < (s_{av})_C$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۹۰- گزینه «۳»

(رمانه آزدان)

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱ و ۴ چون زمان مشخص نیست نمی توان نظر قطعی داد.

گزینه ۲ جابه جایی ها برابرند اما چون زمان ها برابر نیستند سرعت ها برابر نمی شوند.

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ تا ۹)

۹۱- گزینه «۱»

(رسمت اله غیراله زارسمانگوش)

با توجه به شکل، جابه جایی متحرک از لحظه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = -4m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = 8m \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8 - (-4)}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6 \frac{m}{s}$$

مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$ برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{12}{2} = 6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ تا ۸)

(مشابه تمرین ۱-۲ صفحه ۹ کتاب درسی)

۹۲- گزینه «۴»

(رسمت اله غیراله زارسمانگوش)

ابتدا جابه جایی در بازه زمانی صفر تا t_2 را به دست می آوریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -5 \frac{m}{s} = \frac{\Delta x}{8} \Rightarrow \Delta x_{t_2} = -40 \frac{m}{s}$$

سپس جابه جایی در بازه زمانی صفر تا t_2 را به دست می آوریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 \frac{m}{s} = \frac{\Delta x}{12} \Rightarrow \Delta x_{t_2} = 24 \frac{m}{s}$$

در نهایت جابه جایی و سرعت متوسط در بازه زمانی t_2 تا t_3 برابر است با:

$$\Delta x_{t_2} = \Delta x_{t_2} + \Delta x_{t_2} \Rightarrow 24 \frac{m}{s} = -40 \frac{m}{s} + \Delta x_{t_2} \Rightarrow \Delta x_{t_2} = 64 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{t_2}}{\Delta t} = \frac{64 \frac{m}{s}}{12 - 8} = 8 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه های ۳ و ۴)

۹۳- گزینه «۱»

(رسمت اله غیراله زارسمانگوش)

در ابتدا سرعت لحظه ای در $t = 10s$ را به دست می آوریم. سرعت لحظه ای در $t = 10s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است که به صورت خط چین در شکل رسم شده است.

$$v = \text{شیب خط مماس} = \frac{12 - 0}{10 - 6} = \frac{12}{4} = 3 \frac{m}{s}$$

چون سرعت لحظه ای در $t = 10s$ برابر سرعت متوسط بین $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 12s$ است پس:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{x_2 - 7}{12 - 4} \Rightarrow x_2 - 7 = 24 \Rightarrow x_2 = 31m$$

فاصله متحرک از مبدأ در لحظه $t = 12s$ برابر $31m$ است.

(فیزیک ۳- صفحه های ۷ تا ۸)

(مکمل تمرین ۱-۳ صفحه ۸ کتاب درسی)

۹۴- گزینه «۳»

(منعم امیری)

در $t_1 = 2s$ متحرک در مکان $x_1 = 8cm$ و در $t_2 = 6s$ متحرک در

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - 8}{6 - 2} = 2 \frac{cm}{s}$$

مکان $x_2 = 16cm$ قرار دارد.

و با توجه به نمودار جهت حرکت متحرک ۴ بار تغییر کرده است.

(فیزیک ۳- صفحه های ۱ تا ۸)

(مکمل پرسش ۱-۳ صفحه ۸ کتاب درسی)

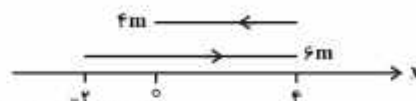
گزینه ۲» ۹۵

(معمرباشا تصویر)

الف) تادرست: در لحظه $t = 1s$ متحرک از مبدأ مکان $(x = 0)$ عبور کرده است.
ب) تادرست: در ثانیه ششم (۵ تا ۶ ثانیه)، تندی حرکت ثابت است زیرا شیب خط مماس بر نمودار ثابت است. (در این بازه نمودار مکان- زمان به شکل خط راست است)

ج) درست: متحرک از مکان $x = -2m$ در نهایت به مکان $x = 0m$ رسیده یعنی جابه‌جایی $2m$ است.

د) تادرست: مسیر حرکت مطابق شکل زیر است و متحرک مسافت $10m$ را طی نموده است.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

گزینه ۲» ۹۶

(معمرباشا تصویر)

هنگامی که مسیر حرکت بخش‌بندی شده باشد، برای به‌دست آوردن تندی متوسط ابتدا باید زمان طی شده را در هر قسمت محاسبه کنیم. اگر کل مسافت پیموده شده را ℓ در نظر بگیریم، داریم:

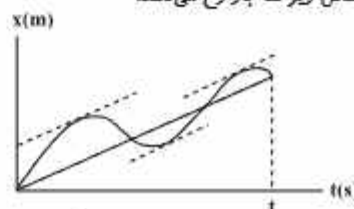
$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= \frac{\ell_1}{v_1} = \frac{\ell/3}{10} = \frac{\ell}{30} \\ \Delta t_2 &= \frac{\ell_2}{v_2} = \frac{\ell/3}{2} = \frac{\ell}{6} \\ \Delta t_3 &= \frac{\ell_3}{v_3} = \frac{\ell/3}{8} = \frac{\ell}{24} \\ \Delta t_{\text{کل}} &= \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = \frac{\ell}{30} + \frac{\ell}{6} + \frac{\ell}{24} = \frac{4\ell + 10\ell + 5\ell}{60} = \frac{19\ell}{60} \\ s_{\text{av}} &= \frac{\ell}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\ell}{\frac{19\ell}{60}} = \frac{60}{19} \approx 3.16 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

گزینه ۳» ۹۷

(میری شریف)

در نمودار مکان- زمان سرعت متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه و سرعت لحظه‌ای برابر شیب خط مماس بر نمودار است. برابری سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای به معنی هم‌شیب بودن و موازی بودن خطوط واصل و مماس است که مطابق شکل زیر سه بار رخ می‌دهد.



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

(مکمل مثال ۱- ۷ صفحه «کتاب درسی»)

گزینه ۲» ۹۸

(میری شریف)

جابه‌جایی فقط به مکان اولیه و نهایی بستگی دارد.

$$|\Delta x| = |x_2 - x_1| = 6m$$

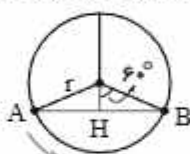
متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x در حال حرکت بوده و برای آن‌که به مکان $14m$ برسد قطعاً باید تغییر جهت داده باشد و به همین دلیل اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط برابر نیستند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱)

گزینه ۴» ۹۹

(کتاب آبی)

ابتدا شکل مدار زمین را با فرض این‌که مسیر حرکت آن به دور خورشید پادساعتگرد است، رسم می‌کنیم و شعاع مدار را r می‌گیریم.



حال می‌خواهیم نسبت مسافت طی شده زمین را به جابه‌جایی آن در مدت ۴ ماه حساب کنیم. زمین در مدت ۴ ماه معادل $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ دایره کامل مدارش را طی می‌کند. بنابراین مسافت طی شده یعنی طول کمان $\widehat{AB}$ برابر $\frac{1}{3}$ محیط دایره خواهد بود و داریم:

$$\begin{aligned} \widehat{AB} &= \frac{2\pi r}{3} \\ \widehat{AB} &= r \sin 60^\circ \Rightarrow AB = r \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} r \\ \frac{2\pi r}{3} &= \frac{\sqrt{3}}{2} r \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} = 1 \end{aligned}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه ۴» ۱۰۰

(کتاب اول)

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان، سرعت را نشان می‌دهد که باید در شروع حرکت این شیب صفر باشد (گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴»). از طرفی چون در لحظه t بایستی متحرک متوقف شود، شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه صفر است. در شروع حرکت متحرک در جهت مثبت محور حرکت می‌کند پس باید شیب خط مماس بر نمودار در بازه زمانی صفر تا t مثبت باشد، بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

بررسی گزینه «۲» در شروع حرکت، شیب خط مماس بر نمودار، منفی است و متحرک در خلاف جهت مثبت محور حرکت می‌کند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

(مشابه پرسش ۸ آذر فصل صفحه ۲۶)

فیزیک ۱

۱-۱- گزینه «۳»

(ممنوع اعماری)

با انجام صحیح تبدیل یکا به روش تبدیل زنجیره‌ای به پاسخ درست می‌رسیم.

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ dm}}{10^{-1} \text{ m}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{10^1 \text{ s}}{1 \text{ das}} = 1 \times 10^{-3} \frac{\text{dm}}{\text{das}}$$

بررسی سایر گزینه‌ها.

$$220 \text{ km} \times \frac{10^{-3} \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ Mm}}{10^6 \text{ m}} = 0.22 \text{ Mm} \quad (1)$$

$$640 \text{ cm}^3 \times \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ cm}^3} \times \frac{1 \text{ dam}^3}{10^3 \text{ m}^3} = 6.4 \times 10^{-4} \text{ dam}^3 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 2 \frac{\mu\text{N}}{\text{ns}} \times \frac{10^{-6} \text{ N}}{1 \mu\text{N}} \times \frac{1 \text{ kN}}{10^3 \text{ N}} \times \frac{1 \text{ ns}}{10^{-9} \text{ s}} \times \frac{10^{-12} \text{ s}^2}{1 \mu\text{s}^2} \\ = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{kN}}{\mu\text{s}} \quad (4) \end{aligned}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱-۲- گزینه «۱»

(مبتنی بر کولیان)

اگر جابه‌جایی کشتی را با Δx و مدت حرکت آن را با t نشان دهیم، داریم:

$$\Delta x = 6 \times 10^3 \text{ mile} = 6 \times 10^3 \text{ mile} \times \frac{1609 \text{ m}}{1 \text{ mile}} = 9.654 \times 10^6 \text{ m}$$

$$v = 160 \text{ گره} = 160 \times \frac{1.852 \text{ km}}{1 \text{ گره}} = 296.32 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

با توجه به رابطه جابه‌جایی با سرعت ثابت بر روی خط

راست ($\Delta x = v \Delta t$) می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 9.654 \times 10^6 = 296.32 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 3.258 \times 10^4 \text{ s}$$

$$\Delta t = 3.258 \times 10^4 \text{ s} = 3.258 \times 10^4 \text{ s} \times \frac{1 \text{ Ms}}{10^6 \text{ s}} = 0.3258 \times 10^{-1} \text{ Ms}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱-۳- گزینه «۱»

(ممنوع اعماری)

از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$\begin{aligned} 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} \times \frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \times \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right)^2 \\ = \frac{12 \times 100 \times 3600}{2.54 \times 12} = 144 \times 10^2 \frac{\text{ft}}{(\text{min})^2} = 1.44 \times 10^5 \frac{\text{ft}}{(\text{min})^2} \end{aligned}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱-۴- گزینه «۲»

(مبتنی بر الفی)

$$\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{B}}{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \right] + \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] [\text{C}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = \frac{[\text{B}]}{\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]} \Rightarrow [\text{B}] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^4}{\text{s}^2} \right] \\ \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] [\text{C}] \Rightarrow [\text{C}] = \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{B}]}{[\text{C}]} = \frac{[\text{B}]}{[\text{C}]} = \frac{\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^4}{\text{s}^2} \right]}{\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]} = \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \right]$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱-۵- گزینه «۴»

(ممنوع اعماری)

جرم ظرف را m و حجم آن را V در نظر می‌گیریم.

$$m + m_1 = 120 \quad \text{حالت اول.}$$

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V} \Rightarrow m_1 = \rho_1 V = 2V \Rightarrow m + 2V = 120 \quad (I)$$

$$m + m_2 = 180 \quad \text{حالت دوم.}$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V} \Rightarrow m_2 = \rho_2 V = 5V \Rightarrow m + 5V = 180 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} m = 80 \text{ g} \\ V = 20 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۶ - گزینه «۲»

(رنگت آله غیرالغزاده سگاکوش)

از مقایسه چگالی دو جسم داریم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

با توجه به اطلاعات سوال.

$$\rho_B = 0.4 \rho_A, \quad m_A = m_B - \frac{36}{100} m_B = \frac{64}{100} m_B = 0.64 m_B$$

با جایگذاری موارد فوق در رابطه نوشته شده داریم.

$$\frac{\rho_A}{0.4 \rho_A} = \frac{0.64 m_B}{m_B} \times \frac{a^3}{\frac{4}{3} \pi r^3} \xrightarrow{\pi=3} \frac{10}{4} = \frac{64}{100} \times \frac{a^3}{4r^3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = \frac{1000}{64} \Rightarrow \left(\frac{a}{r}\right)^3 = \left(\frac{10}{4}\right)^3 \Rightarrow \frac{a}{r} = \frac{10}{4}$$

$$\frac{r}{a} = 0.4 \Rightarrow r = 0.4 a$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۷ - گزینه «۱»

(معمدموری شینان)

می‌دانیم شیب این نمودار $\frac{m}{V}$ یا همان ρ (چگالی) براساس $\frac{g}{cm^3}$ است.

$$\rho_A = 2.6 \frac{g}{cm^3} = 2600 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_B = 1.2 \frac{g}{cm^3} = 1200 \frac{kg}{m^3}$$

اگر حجم مساوی V از هر کدام مخلوط کنیم.

$$\rho_1 = \frac{2600V + 1200V}{V + V} = 1900 \frac{kg}{m^3}$$

اگر جرم مساوی m از هر کدام مخلوط کنیم.

$$\rho_2 = \frac{\frac{m}{2600} + \frac{m}{1200}}{\frac{m}{2600} + \frac{m}{1200}} = 1800 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۸ - گزینه «۱»

(علیرضا بجاری)

ابتدا چگالی‌های دو فلز A و B را برحسب $\frac{g}{cm^3}$ به دست می‌آوریم.

$$\rho_A = 2000 \frac{g}{L} \times \frac{1L}{10^3 cm^3} = 2 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_B = 2000 \frac{g}{L} \times \frac{1L}{10^3 cm^3} = 2 \frac{g}{cm^3}$$

با توجه به این که هنگام تشکیل آلیاژ، حجم آن به اندازه $15 cm^3$ کاهش

یافته است، داریم.

$$\rho_{آلیاژ} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B - \Delta V} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B - \Delta V} = \frac{2 \times 60 + 2 \times 45}{60 + 45 - 15}$$

$$\Rightarrow \rho_{آلیاژ} = \frac{270}{90} = 3 \frac{g}{cm^3}$$

$$\Rightarrow \rho_{آلیاژ} = 3 \frac{g}{cm^3} \times \frac{10^{-3} kg}{1g} \times \frac{1 cm^3}{10^{-6} m^3} = 3000 \frac{kg}{m^3}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۰۹ - گزینه «۲»

(معمدمکرم منشاری)

$$\rho_{فلز} = \frac{m_{فلز}}{V_{فلز}} \Rightarrow V_{فلز} = \frac{m_{فلز}}{\rho_{فلز}} = \frac{2000}{2/5} = 500 cm^3$$

$$V_{حفره} + V_{فلز} = V_{آب \text{ بیرون ریخته}}$$

$$\Rightarrow 900 = 500 + V_{حفره} \Rightarrow V_{حفره} = 400 cm^3$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۱۱۰ - گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتالی)، برای یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند که در اینجا برای عدد $0.057 cm$ ، آخرین رقمی که می‌خواند $0.007 cm$ است؛ لذا یک واحد از آخرین رقم آن برابر $0.001 cm$ می‌شود. بنابراین، دقت اندازه‌گیری ریزسنج برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 cm \xrightarrow{1 cm = 10 mm} \rightarrow$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \times 10 = 0.01 mm$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

فیزیک

گزینه ۲»

(علی غلیلی)

طبق متن کتاب، در جدول سری الکتریسیته مالشی، مواد پایین تر جدول نسبت به مواد بالاتر در جدول الکترون خواهی بیشتری دارند. یعنی اگر دو ماده در این جدول با یکدیگر تماس پیدا کنند، الکترون از ماده بالاتر به ماده پایین تر منتقل می شود. به تعبیری دیگر جسم بالاتر بار مثبت و جسم پایین تر بار منفی پیدا می کند. طبق توضیحات بالا فقط گزینه «۲» صحیح است.

(فیزیک ۲- صفحه ۳)

گزینه ۲»

(معمربا شامی)

همان طور که می دانیم منظور از بار الکتریکی هسته یک اتم، بار الکتریکی مجموع پروتون های آن می باشد. $q_{\text{هسته اتم کربن}} = 6e$ یون Na^+ چون یک الکترون از دست داده است، پس تعداد الکترون های آن با توجه به عدد اتمی $Z = 11$ به $n_e = 10$ رسیده است.

$$q_{\text{الکترون های}} = -10e$$

$$\Rightarrow \frac{q_{\text{هسته اتم کربن}}}{q_{\text{الکترون های}}} = \frac{6e}{-10e} = -\frac{3}{5}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۲ و ۵)

گزینه ۳»

(معمربوری شینیان)

اندازه نیروی میان دو بار الکتریکی نقطه ای از رابطه $F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$ به دست می آید. نیروی الکتریکی را در حالت اول به دست می آوریم،

$$F_1 = \frac{k \times 4 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{0.09} = \frac{2}{9} k \times 10^{-9}$$

حال ۲۵٪ یعنی $\frac{1}{4}$ از بار $4 \mu\text{C}$ را که $-1 \mu\text{C}$ است، به بار q_1 می دهیم.

$$q_1' = 5 \mu\text{C} + (-1 \mu\text{C}) = 4 \mu\text{C}$$

حالا یک بار $q_1' = 4 \mu\text{C}$ و یک بار $q_2' = -3 \mu\text{C}$ داریم که نیروی میان آنها را محاسبه می کنیم.

$$F_2 = \frac{k \times 4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{0.09} = \frac{4}{3} k \times 10^{-9}$$

و نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ برابر $\frac{3}{5}$ است که برابر $\frac{60}{100}$ است. یعنی ۶۰ درصد کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۸)

گزینه ۳»

(معمربا شامی)

ابتدا به کمک قانون کولن هر یک از نیروهای وارد بر بار q_1 را محاسبه می کنیم.

$$F_{r1} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{r1}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-2}} = 180 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{r1} = (180 \text{ N}) \vec{j}$$

$$F_{r1} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{r1}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-2}} = 40 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{r1} = (40 \text{ N}) \vec{j}$$

$$F_{r1} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{r1}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-2}} = 30 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{r1} = (30 \text{ N}) \vec{i}$$

پس بردار نیروی خالص عبارت است از:

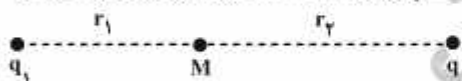
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r1} + \vec{F}_{r1} \Rightarrow \vec{F}_T = (30 \text{ N}) \vec{i} + (20 \text{ N}) \vec{j}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۱۰)

گزینه ۲»

(معمربا شامی)

با توجه به همنام بودن بارها، نقطه M بین بارها قرار خواهد گرفت.



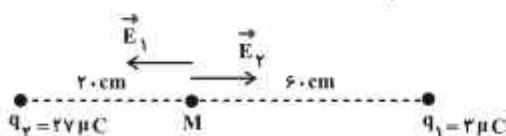
$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k |q_1|}{(r_1)^2} = \frac{k |q_2|}{(r_2)^2} \Rightarrow \frac{2}{r_1^2} = \frac{27}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 9 \Rightarrow r_2 = 3r_1 \quad (I)$$

$$r_1 + r_2 = 80 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} r_1 = 20 \text{ cm} \\ r_2 = 60 \text{ cm} \end{cases}$$

در حالت بعدی داریم:



$$\left. \begin{aligned} E_2 &= \frac{k |q_2|}{r_2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = 60.75 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ E_1 &= \frac{k |q_1|}{r_1^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 27 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-2})^2} = 0.75 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{aligned} \right\}$$

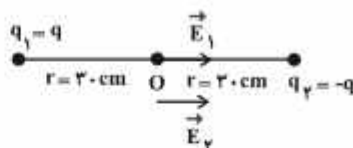
$$\Rightarrow E_T = |E_2 - E_1| = 6 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۱۷)

۱۱۶ - گزینه «۴»

(عبارتاً بیاری)

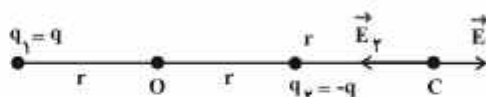
اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار $|q|$ را در فاصله $r = 3 \text{ cm}$ از آن، برابر با E در نظر می‌گیریم و میدان الکتریکی خالص را در نقطه O برحسب E بدست می‌آوریم.



$$E = k \frac{|q|}{r^2}$$

$$\vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \xrightarrow{E_1 = E_2 = E} \vec{E}_O = \vec{E} + \vec{E} = 2\vec{E}$$

میدان الکتریکی هر یک از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه C بدست می‌آوریم.



$$E_2 = E$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{2r}{r}\right)^2 = 4 \Rightarrow E_1 = \frac{E_2}{4} \xrightarrow{E_2 = E} E_1 = \frac{E}{4}$$

اکنون میدان الکتریکی خالص در نقطه C را پیدا می‌کنیم.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{E}{4} - E = -\frac{3}{4}E$$

در پایان نسبت $\left| \frac{\vec{E}_O}{\vec{E}_C} \right|$ را حساب می‌کنیم.

$$\left| \frac{\vec{E}_O}{\vec{E}_C} \right| = \left| \frac{2E}{-\frac{3}{4}E} \right| = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۱۷ - گزینه «۲»

(سیرمه‌ینه میرعلانی)

چون انرژی پتانسیل الکتریکی بار $4 \mu\text{J}$ کاهش یافته، $\Delta U = -4 \mu\text{J}$ است. درباره پتانسیل الکتریکی نقطه B از رابطه $\Delta U = q\Delta V$ برای دو نقطه از A تا B داریم،

$$\Delta U = q(V_B - V_A) \xrightarrow{\Delta U = -4 \mu\text{J}, q = -2 \mu\text{C}} -4 = -2(V_B - 20)$$

$$\Rightarrow 2 = V_B - 20 \Rightarrow V_B = 22 \text{ V}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱۱۸ - گزینه «۴»

(معماری غارمی)

اگر بار هر قطره کوچک را q ، چگالی سطحی بار الکتریکی آن را σ بنامیم و حجم آن را V فرض کنیم، داریم،

$$V' = 64V \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R'^3 = 64 \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) \Rightarrow R' = 4R$$

پس با توجه به رابطه $\sigma = \frac{|q|}{A}$ می‌توان نوشت،

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \frac{A}{A'} \Rightarrow \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{q'}{q} \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \Rightarrow \sigma' = 64 \times \frac{1}{16} \times \left(1 \times \frac{\mu\text{C}}{\text{cm}^2}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma' = 4 \times 10^{-2} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(معماری شیانلی)

در ابتدا با توجه به این که نیروی الکتریکی از رابطه $F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2}$ به

دست می‌آید، F_1 را به دست می‌آوریم،

$$F_1 = \frac{k \times (-6 \times 10^{-6}) \times (14 \times 10^{-6})}{r^2}$$

در اثر تماس دو گوی رسانا، دو گوی باری برابر و به اندازه $\frac{q_1 + q_2}{2}$ پیدا

می‌کنند که اینجا برابر $4 \mu\text{C} = \frac{14 + (-6)}{2} \mu\text{C}$ است. نیروی F_2 برابر

$$F_2 = \frac{k \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{r^2}$$

است یا،

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{4}{21} \text{ و چون نیروی بین دو گلوله قبل از تماس، جاذبه و پس از تماس،}$$

دافعه است، پس $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۱۲۰ - گزینه «۲»

(تبری - قارچ ۱۴۰۲)

بار $q < 0$ در خلاف جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است و از طرفی نیروی

وارد بر بار $q < 0$ در خلاف جهت خطوط میدان است. پس مطابق رابطه

تعریف کار ($W = F_E d \cos \theta$) چون $\theta = 0$ است پس کار نیروی میدان

الکتریکی مثبت است. ($\cos \theta = 1$)

دقت کنید در مورد تغییر انرژی جنبشی بار نمی‌توان اظهار نظر نمود چون در

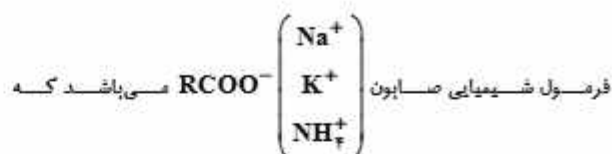
صورت سؤال اندازه و جهت بقیه نیروهای وارد بر بار مشخص نشده است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

شیمی ۳

۱۲۱- گزینه «۴»

(میثا سیدسینلی)



بخش RCOO^- بخش آبیوتی و بخش شامل یون مثبت بخش کاتیوتی می باشد که نسبت شمار آتیون به کاتیون آن ۱ است. پاک کننده غیرصابونی دارای فرمول $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3\text{Na}$ می باشد که بخش کاتیوتی Na^+ و بخش آتیوتی $\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3^-$ می باشد که نسبت شمار آتیون به کاتیون آن نیز ۱ می باشد.

بررسی سایر گزینه ها.

۱) وازلین برخلاف غسل دارای گروه عاملی هیدروکسیل نیست و در آب نیز نامحلول می باشد.

۲) غسل و آب با هم محلول ساخته که با توجه به کتاب درسی تور را برخلاف کلونید (مخلوط آب و روغن و صابون) بخش نمی کنند و مسیر عبور تور در آن ها مشخص نیست.

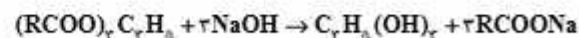
۳) با توجه به متن کتاب درسی گفته شده که بیماری وبا هنوز هم می تواند برای هر جامعه تهدید کننده باشد.

(شیمی ۳- صفحه های ۲ تا ۷، ۱۰ و ۱۱)

۱۲۲- گزینه «۳»

(یاسر راشن)

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است.



در ادامه جرم مولی گروه R را حساب می کنیم.

$$221 \text{ g (استر)} \times \frac{1 \text{ mol (استر)}}{(r(M_R + 44) + r(12) + 5) \text{ g (استر)}} \times \frac{r \text{ mol RCOONa}}{1 \text{ mol (استر)}} \times \frac{(M_R + 67) \text{ g RCOONa}}{1 \text{ mol RCOONa}}$$

$$\times \frac{r \text{ mol RCOONa}}{1 \text{ mol (استر)}} \times \frac{(M_R + 67) \text{ g RCOONa}}{1 \text{ mol RCOONa}}$$

$$= 228 \text{ g RCOONa} \Rightarrow M_R = 237 \text{ g.mol}^{-1}$$

قسمت اول: جرم مولی استر را حساب می کنیم.

$$3(237 + 44) + 36 + 5 = 884 \text{ g.mol}^{-1}$$

در میان گزینه ها جرم مولی ترکیب $\text{C}_{57}\text{H}_{114}\text{O}_6$ برابر با ۸۸۴ گرم بر مول است.

قسمت دوم: جرم مولی صابون را حساب می کنیم.

$$237 + 1(12) + 2(16) + 1(23) = 304 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۳- صفحه های ۵ و ۶)

۱۲۳- گزینه «۱»

(غرقان ساگری راد)

فقط مورد (ب) صحیح است.

بررسی سایر موارد.

الف) برخی محلول ها همانند محلول کات کیود می توانند رنگی باشند.

ج) در کلونیدها و سوسپانسیون ها برخلاف محلول ها مسیر حرکت تور مشخص است.

د) در مخلوط های همگن (محلول ها) برخلاف کلونیدها و سوسپانسیون ها حالت

فیزیکی و ترکیب شیمیایی در همه قسمت ها یکسان است.

(شیمی ۳- مشابه تور را پیازمایید صفحه های ۶ و ۷)

۱۲۴- گزینه «۱»

(پیمان خوانی مهر)

موارد (آ) و (ب) صحیح هستند.

بررسی سایر موارد.

ب) نادرست: زیرا ترکیب B پاک کننده غیرصابونی است و با آب سخت

تشکیل رسوب نمی دهد بنابراین می تواند پاک کننده خوبی باشد.

ت) نادرست: صابون ها با آلاینده ها برهم کنش دارند و واکنش انجام نمی دهند.

(شیمی ۳- صفحه های ۳ تا ۶ و ۸ تا ۱۱)

۱۲۵- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

برای جلوگیری از تشکیل رسوب در آب سخت، از صابون فسفات دار استفاده می شود.

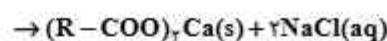
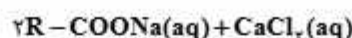
در تهیه صابون مراغه از روغن های جاتوری مانند دتبه گوسفند استفاده می شود.

برای از بین بردن میکروب ها از صابون با ماده شیمیایی کلردار استفاده می شود.

(شیمی ۳- صفحه های ۸، ۹، ۱۱ و ۱۲)

۱۲۶ - گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)



$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{8/0.8}{x} \times 100 \Rightarrow x = 10/1 \text{ g}$$

$$10/1 \text{ g رسوب} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{((2(M_R + 44) + 40) \text{ g رسوب})}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol رسوب}} \times \frac{((M_R + 44) + 23) \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} = 10/2 \text{ g صابون}$$

$$\Rightarrow M_R = 229 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 229 + 44 + 23 = 306 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ جرم مولی صابون}$$

$$C_n H_{2n+1} COONa = 12n + 2n + 1 + 12 + 2(16) + 23 = 306$$

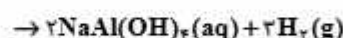
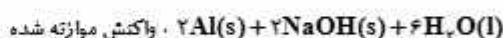
$$\Rightarrow n = 17 \Rightarrow C_{17} H_{35} COONa \text{ فرمول مولکولی صابون}$$

۱۸ اتم کربن در ساختار صابون وجود دارد.

(شیمی ۳ - صفحه ۹)

۱۲۷ - گزینه «۳»

(سجید تیزرو)



واکنش این مخلوط با آب گرماده بوده و سبب افزایش دمای محیط می‌شود.

در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها

قرار دارد.

(شیمی ۳ - مشابه با هم بیندیشیم صفحه ۱۳)

۱۲۸ - گزینه «۱»

(مبین مینوب)

بررسی گزینه‌های نادرست.

(۲) اسیدها با اغلب فلزات واکنش می‌دهند، نه همه آن‌ها.

(۳) اسید طبق تعریف آرتیوس ماده‌ای است که در آب سبب افزایش غلظت

یون هیدرونیوم می‌شود.

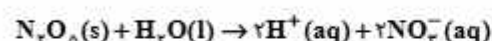
(۴) پیش از آن‌که ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دانان با برخی از واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۲۹ - گزینه «۱»

(مسمن مینوب)

دی‌نیتروژن پنتا اکسید (N_2O_5) یک اکسید نافلزی است و با اتحلال در آب، رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند. معادله یونش آن به صورت زیر است.



هر یک مول از N_2O_5 ، چهار مول یون تولید می‌کند پس هر تیم مول از آن دو مول یون تولید می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها.

(۲) برخی از اسیدها در ساختار خود هیدروژن دارند و هنگام حل شدن در

آب H^+ آزاد می‌کنند اما دسته دیگری از اسیدها هستند که در ساختار

خود هیدروژن ندارند اما با اتحلال خود در آب سبب پدیدار شدن H^+

می‌شوند مانند SO_3 .

(۳) بازها در آب سبب افزایش یون هیدروکسید (OH^-) می‌شوند و نه

هیدروکسیل ($-OH$)

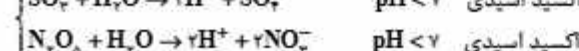
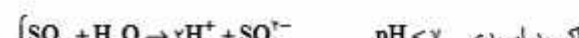
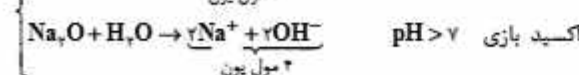
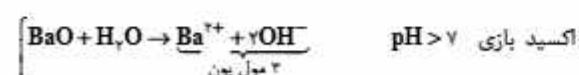
(۴) طبق مدل آرتیوس می‌توان میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول را

مشخص کرد.

(شیمی ۳ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱۳۰ - گزینه «۱»

(رسول عابدینی زواره)



(شیمی ۳ - مشابه فور را بیازمایید صفحه ۱۶)

شیمی ۱

۱۳۱ - گزینه «۳»

(امیرمسعود غسینی)

فراوان ترین عنصر سیاره زمین، آهن که درصد فراوانی آن کمتر از ۵۰٪ است و فراوان ترین عنصر سیاره مشتری، هیدروژن است که درصد فراوانی هیدروژن در آن بیش از ۹۰٪ است.

بررسی سایر گزینه‌ها،

(۱) دومین عنصر فراوان مشتری، هلیوم است که در طیف تشریحی خطی خود، در ناحیه مرئی ۶ خط رنگی دارد.

(۲) در میان ۸ عنصر فراوان سیاره زمین، ۴ عنصر F ، Mg ، Si ، S و Al در

دوره سوم جدول دوره‌ای جای دارد.

$$\frac{4}{8} \times 100 = 50\%$$

(۴) مشتری نزدیک‌ترین سیاره گازی به خورشید و به‌طور کلی، پنجمین سیاره نزدیک به خورشید است. زمین سومین سیاره نزدیک به خورشید بوده و به دلیل فاصله کمتری که نسبت به مشتری از خورشید دارد، دمای سطح آن بالاتر است.

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۳، ۴، ۵ و ۱۱ و ۱۳)

۱۳۲ - گزینه «۳»

(حری نیاپور)

$${}_{25}^{50}\text{A}^{2-} \Rightarrow \begin{cases} p = 25 \\ n = 25 \Rightarrow e - n = 2 \\ e = 27 \end{cases}$$

$${}^1_1\text{H} \Rightarrow n = 1 \quad {}^2_1\text{H} \Rightarrow n = 2$$

$$\frac{\text{شمار نوترون } {}^2_1\text{H}}{\text{شمار نوترون } {}^1_1\text{H}} = \frac{2}{1}$$

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۳ - گزینه «۴»

(پیمان غولایی‌مدر)

در ایزوتوپ‌های لیتیم ترکیب فراوانی به صورت ${}^6_3\text{Li} > {}^7_3\text{Li}$ است، پدیده‌ای است که نسبت عدد اتمی به عدد جرمی در ${}^7_3\text{Li}$ کوچک‌تر از ${}^6_3\text{Li}$ است. بررسی سایر گزینه‌ها،

(۱) نیتروژن برخلاف فلزات جزو ۸ عنصر فراوان سیاره مشتری محسوب می‌شود.

(۲) اختلاف عدد اتمی ${}^{14}_6\text{C}$ و ${}^{15}_6\text{C}$ برابر ۱۵ (عدد اتمی فسفر) است که طبق کتاب رادیوایزوتوپ فسفر در ایران تولید می‌شود.

(۳) اختلاف شمار الکترون و نوترون در یون ${}^{51}_{23}\text{C}^{3+}$ برابر ۸ است.

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۳ و ۱۱)

۱۳۴ - گزینه «۴»

(عنصر رضا جمشیری)

بررسی گزینه‌های نادرست،

(۱) تمامی رادیوایزوتوپ‌ها از جمله رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن (${}^1_1\text{H}$) پایدار هستند.

(۲) یکی از ایزوتوپ‌های اورانیوم، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

(۳) در هر خاتمه از جدول تناوبی، به دلیل وجود ایزوتوپ‌های آن عنصر، جرم اتمی میانگین آن عنصر نوشته شده است.

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۰ تا ۱۲)

۱۳۵ - گزینه «۴»

(عنصر رضا پورغابری)

تخت‌سین عنصر ساخته شده به دست بشر، ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ است که نیم‌عمر کمی داشته و در طبیعت یافت نمی‌شود. اندازه یون یدید با اندازه یکی از یون‌های حاوی تکنسیم (و ته خود یون تکنسیم) مشابه است و در نتیجه غده تیروئید در هنگام جذب یون یدید، این یون را نیز جذب می‌کند.

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۷ و ۸)

۱۳۶ - گزینه «۲»

(رسول عابدینی زواره)

$$\bar{M} = \frac{m_1 F_1 + m_2 F_2 + m_3 F_3}{100}$$

$$F_1 = \frac{6/02 \times 10^{22}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 10\%$$

$$F_2 = \frac{1/204 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 20\%$$

$$F_3 = \frac{4/214 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} \times 100 = 70\%$$

$$\bar{M} = \frac{26(10) + 25(20) + 24(70)}{100} = 24/4 \text{ amu}$$

$$MF_2 = 24/4 + (2 \times 19) = 62/4 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱۳۷ - گزینه «۱»

(سعید تیزرو)

$$X \text{ درصد فراوانی ایزوتوپ‌های } \begin{cases} \text{ایزوتوپ سبکتر} : \frac{4}{50} \times 100 = 20\% \\ \text{ایزوتوپ سنگین‌تر} : \frac{16}{20} \times 100 = 80\% \end{cases}$$

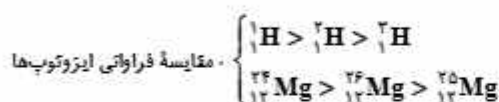
۲) تور زرد لامپ‌ها به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌ها است و سدیم جزو هشت عنصر فراوان موجود در سیاره زمین نیست.

۳) در دما و فشار اتاق ۷ عنصر به شکل مولکول‌های ۲ اتمی وجود دارند که عبارتند از:

$H_2, N_2, O_2, F_2, Cl_2, Br_2, I_2$. در بین این عناصر تنها کلر و برم

تماد دو حریف دارند.

۴) هر دو عنصر هیدروژن و منیزیم سه ایزوتوپ طبیعی دارند.



(شیمی - صفحه‌های ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ تا ۲۳)

(یاسر راش)

۱۴۰ - گزینه «۳»

پروسی گزینده‌ها.

۱) تادرست: رنگ شعله بیشتر برای شناسایی کیفی عناصر کاربرد دارد، ته تعیین مقدار دقیق آن‌ها. همچنین، وجود عناصر دیگر می‌تواند بر رنگ شعله تأثیر بگذارد و دقت را کاهش دهد.

۲) تادرست: نشر پرتوهای الکترومغناطیسی می‌تواند در هر سه حالت ماده (جامد، مایع و گاز) رخ دهد.

۳) درست: هر عنصر، زمانی که انرژی دریافت می‌کند (مثلاً حرارت می‌بیند)، تور با طول موج‌های مشخصی ساطع می‌کند. این طول موج‌ها یک الگوی خاص را تشکیل می‌دهند که برای هر عنصر منحصر به فرد است. این الگو (طیف تشری خطی)، مانند اثر انگشت یا بارکد، به ما امکان می‌دهد تا عنصر مورد نظر را شناسایی کنیم.

۴) تادرست: مشاهده رنگ شعله تنها یک روش تقریبی است. برای شناسایی دقیق مواد، تحلیل طیف تشری خطی و بررسی طول موج‌های دقیق تشر شده ضروری است.

(شیمی - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

$$\bar{M} = M_1 + (M_2 - M_1) \frac{F_2}{100}$$

$$\Rightarrow 10.8 = M_1 + (1) \frac{80}{100} \Rightarrow M_1 = 10.0 \text{ amu}, M_2 = 11.0 \text{ amu}$$

با توجه به اختلاف تعداد ذرات داخل هسته دو ایزوتوپ سنگین‌تر می‌توان تعداد پروتون‌های هسته (عدد اتمی عنصر X) را به دست آورد.

$$\begin{cases} n - p = 1 \\ n + p = 11 \end{cases} \Rightarrow n = 6, p = 5$$

عنصر X با عدد اتمی ۵، عنصر B می‌باشد.

بررسی مورد الف) هر دو عنصر B و ${}^{81}_{81}Tl$ متعلق به گروه سیزدهم جدول می‌باشند. بررسی مورد ب) بیشترین تیمه عمر در بین ایزوتوپ‌های ساختگی هیدروژن 3_1H است که عدد جرمی آن با عدد اتمی عنصر B برابر است. بررسی مورد پ) عناصر پایین B در جدول، ${}^{13}_{13}Al$ و ${}^{31}_{31}Ga$ هستند که تماد شیمیایی هر دو به صورت دو حریف است.

(شیمی - صفحه‌های ۵، ۶ و ۷ تا ۱۵)

(مبین لیمبری)

۱۳۸ - گزینه «۳»

$$\text{تعداد اتم هر گرم } Br_2 = 1 \text{ g } Br_2 \times \frac{1 \text{ mol } Br_2}{160 \text{ g } Br_2} \times \frac{2 \text{ mol } Br}{1 \text{ mol } Br_2}$$

$$\times \frac{N_A}{1 \text{ mol } Br} = \frac{N_A}{80}$$

$$\begin{cases} m = O & \text{تعداد اتم‌های} \\ n = N & \text{تعداد اتم‌های} \end{cases}$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{N_A}{80} = 0.27 \text{ نمونه} \times \frac{1 \text{ نمونه}}{(16m + 14n) \text{ g}} \times \frac{(m + n) \times N_A}{1 \text{ mol}}$$

$$\Rightarrow 10.8m + 10.8n = 9.8n + 11.2m \Rightarrow 10n = 4m \Rightarrow \frac{n}{m} = 0.4$$

(شیمی - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(سعید تیزرو)

۱۳۹ - گزینه «۲»

عبارت مطرح شده در صورت سؤال و گزینه «۲» درست است و سایر گزینه‌ها تادرست می‌باشند.

بررسی گزینده‌ها.

۱) هر توار رنگی در طیف تشری خطی عناصر، ناشی از بازگشت الکترون از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر (ته لزوماً لایه اول) است.

شیمی ۲

۱۴۱ - گزینه «۴»

(امیر خاتمیان)

پروسی موارد:

الف) تادرست: نظم چرخه‌های طبیعی به دلیل مصرف بی‌رویه مواد معدنی و نفتی و تولید جمع انبوهی از زباله‌ها به هم می‌خورد.

ب) درست

پ) درست

ت) درست

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱ تا ۵)

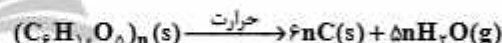
۱۴۲ - گزینه «۱»

(عرفان شاکری‌راد)

ابتدا جرم تمام درخت‌ها را به دست می‌آوریم.

$$200 \times 1350 = 270000 \text{ kg}$$

سیس از طریق روابط استوکیومتری جرم سلولز را محاسبه می‌کنیم.



سیس ۱- ابتدا جرم کربن خالص در زغال را به دست می‌آوریم.

$$\text{کربن خالص} = 97200 \text{ kg} = \frac{72 \text{ kg}}{100 \text{ kg زغال}} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ تن}} \times 135 \text{ تن زغال}$$

۲- حال از طریق روابط استوکیومتری، جرم سلولز را به دست می‌آوریم.

$$97200 \text{ kg C} \times \frac{1000 \text{ g C}}{1 \text{ kg C}} \times \frac{1 \text{ mol C}}{12 \text{ g C}} \times \frac{1 \text{ mol}}{6 \text{ n mol C}}$$

$$\times \frac{162 \text{ n g سلولز}}{1 \text{ mol سلولز}} \times \frac{1 \text{ kg سلولز}}{1000 \text{ g سلولز}} = 218700 \text{ kg سلولز}$$

حال با تقسیم به جرم کل، درصد سلولز درخت‌ها به دست می‌آید.

$$\frac{\text{جرم سلولز}}{\text{جرم کل درخت‌ها}} \times 100 = \frac{218700}{270000} \times 100 = 81\%$$

راه ساده‌تر، تمام روابط و عملیات‌ها را اگر یکباره انجام دهیم، مقدار خیلی زیادی از آن‌ها با یکدیگر ساده می‌شوند.

$$\text{کربن} \frac{1 \text{ mol}}{12 \text{ g}} \times \frac{72 \text{ kg}}{100 \text{ kg زغال}} \times \frac{1000 \text{ kg}}{1 \text{ تن}} \times 135 \text{ تن زغال}$$

$$\times \frac{162 \text{ n g سلولز}}{1 \text{ mol سلولز}} \times \frac{100}{200 \times 1350} = 81\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۴۳ - گزینه «۳»

(عسین شاحسوار)

پروسی موارد تادرست.

ب) در دمای ۲۹۸ کلوین یا دمای اتاق فلوئور و کلر با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند که فلوئور به آرایش هشت‌تایی تنون می‌رسد. (ته الزاماً آرگون)

د) در دمای بالاتر از ۶۷۳ کلوین یا ۴۰۰°C فلوئور، کلر، برم و ید با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند که فلوئور، کلر و برم در دمای اتاق جامد نیستند.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانی؛ صفحه‌های ۱۳، ۱۴)

۱۴۴ - گزینه «۱»

(امیر خاتمیان)

فرض می‌کنیم (کلسیم کربنات) $x \text{ mol CaCO}_3$ و گرافیت $y \text{ mol}$ داریم.

$$? \text{ g CaCO}_3 = x \text{ mol CaCO}_3 \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3}$$

$$= 100x \text{ g CaCO}_3$$

$$? \text{ g گرافیت} = y \text{ mol گرافیت} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol C}} = 12y \text{ g گرافیت}$$

$$? \text{ g CO}_2 = (x+y) \text{ mol مخلوط اولیه} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol مخلوط اولیه}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 44(x+y) \text{ g CO}_2$$

$$100x + 12y = (x+y) \times 44 \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{y}{x}$$

$$\times 100 = \frac{\text{جرم گرافیت}}{\text{جرم گرافیت} + \text{جرم کلسیم کربنات}} : \text{درصد جرمی گرافیت در نمونه اولیه}$$

$$= \frac{12y}{100x + 12y} \times 100 \xrightarrow{y = \frac{y}{x}x} \frac{12(\frac{y}{x}x)}{(100x + 12(\frac{y}{x}x))}$$

$$= \frac{21x}{121x} = 17.3\%$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱۴۵ - گزینه «۱»

(علی نثیری)

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

پروسی موارد تادرست.

ب) خصلت فلزی در یک گروه از جدول دوره‌ای از بالا به پایین، افزایش می‌یابد.

ت) خصلت نافلزی رابطه عکس با شعاع دارد و از چپ به راست، افزایش می‌یابد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹ تا ۱۳)

۱۴۶ - گزینه «۳»

(پیمان شوانوی میر)

عدد اتمی X برابر ۲۴ و عدد اتمی Y برابر ۲۹ است.

بررسی گزینه‌ها،

(۱) نادرست؛ آرایش الکترونی Cr و Cu از قاعده آفا پیروی نمی‌کند.

(۲) نادرست؛ Cu با $ZnSO_4$ واکنش نمی‌دهد.

(۳) درست؛ مجموع $n+l$ برای الکترون‌های ظرفیت Cr ($3d^5 4s^1$)

برابر ۲۹ است.

(۴) نادرست؛ Cr و Cu ترکیبات رنگین تشکیل می‌دهند.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ و ۱۹ تا ۲۱)

۱۴۷ - گزینه «۴»

(امیرمستور حسینی)

بررسی گزینه‌های نادرست،

(۱) وجود نمونه‌هایی از فلزهای طلا تقریباً مس و پلاتین نیز به شکل آزاد

(عناصری) در طبیعت گزارش شده است.

(۲) طلا واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد به گونه‌ای که با گازهای موجود در

هواکره و همچنین مواد موجود در بدن انسان واکنش نمی‌دهد.

(۳) برای استخراج مقدار کمی طلا باید از حجم اتوبی خاک معدن استفاده

کرد. از این رو استخراج طلا همانند دیگر فعالیت‌های صنعتی آثار زیان‌بار

محیط زیستی بر جای می‌گذارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۴۸ - گزینه «۳»

(ناسر راش)

بررسی همه گزینه‌ها،

(۱) عبارت باید برعکس باشد. «هر چه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد

ترکیب دارد و استخراج آن سخت‌تر است.»

(۲) استخراج آهن از اکسید آن نیازمند شرایط خاص و استفاده از

واکنش‌دهنده‌هایی مانند کربن یا سدیم است.

(۳) واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی

است. هر چه این تمایل بیشتر باشد، واکنش‌پذیری آن عنصر بیشتر است.

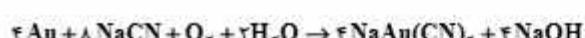
(۴) در فرایند استخراج آهن، استفاده از مواد بازیافتی و کاهش مصرف انرژی

نقش مهمی در کاهش آلودگی و بهینه‌سازی هزینه‌های تولید دارد.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۴۹ - گزینه «۲»

(رسول عابدی زواره)



$$?g NaOH = 4/925g Au \times \frac{80g Au}{100g Au} \text{ ناخالص}$$

$$\times \frac{1mol Au}{197g Au} \times \frac{4mol NaOH}{4mol Au} \times \frac{40g NaOH}{1mol NaOH} = 0/8g NaOH$$

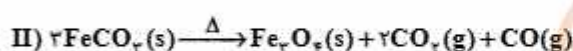
$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 90 = \frac{x}{0/8} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 0/72g$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۳)

۱۵۰ - گزینه «۳»

(امیرمستور حسینی)



$$P_{KMnO_4} = 2P_{FeCO_3} \quad P = \text{درصد خلوص ماده}$$

$$m g KMnO_4 \text{ ناخالص} \times \frac{2P_{FeCO_3} g KMnO_4}{100g KMnO_4 \text{ ناخالص}}$$

$$\times \frac{1mol KMnO_4}{158g KMnO_4} \times \frac{1mol O_2}{2mol KMnO_4} \times \frac{32g O_2}{1mol O_2}$$

$$\times \frac{R(I)}{100} = \frac{m \times P_{FeCO_3} \times 16 \times R(I)}{100 \times 79 \times 100} g O_2$$

$$m g FeCO_3 \text{ ناخالص} \times \frac{P_{FeCO_3} g FeCO_3}{100g FeCO_3 \text{ ناخالص}}$$

$$\times \frac{1mol FeCO_3}{116g FeCO_3} \times \frac{(2 \times 44 + 28)g \text{ گاز}}{3mol FeCO_3} \times \frac{R(II)}{100}$$

$$= \frac{m \times P_{FeCO_3} \times R(II)}{100 \times 29 \times 100} g \text{ گاز}$$

$$\frac{m \times P_{FeCO_3} \times 16 \times R(I)}{100 \times 79 \times 100} = \frac{m \times P_{FeCO_3} \times R(II)}{100 \times 29 \times 100}$$

$$\Rightarrow \frac{R(II)}{R(I)} = \frac{3 \times 16}{79} = 0/6$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۳)



پاسخ تشریحی

دروس عمومی

دوازدهم ریاضی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقت عام)



دفترچه پاسخ ✓

عمومی دوازدهم

رشته ریاضی

۱۸ مهر ماه ۱۴۰۴

فراخوان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، نازنین فاطمه حاجیلو، سعید جعفری، ابوالفضل عباس زاده، محسن فدایی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدیناه، مهران سعیدنیا، افشین کره‌بان فرد نگار هستی
چین و هنگی	محسن بیاتی، فردین سمائی، محمد مهدی مانده‌علی، مرتضی محسنی کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری، محمد مهدی نقلاوی، آرمین رحمانی، بیتا قربان‌پور، عقیل محمدی روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	ویرانه‌ور	مسئول درسی‌های مستندسازی
فارسی	نازنین فاطمه حاجیلو	نازنین فاطمه حاجیلو	مرتضی منشاری	---	فریا رنوفی
عربی، زبان قرآن	آرمین ساعدیناه	آرمین ساعدیناه	درویشعلی ابراهیمی	جواد جلیلیان	لیلا ایزدی
چین و هنگی	محمد مهدی مانده‌علی	محمد مهدی مانده‌علی	ابیرمهدی افشار سکینه گلشنی	محمدفرحان فخراریان	محمدصدرا پتجه‌پور
انگلیس‌های مذهبی	دیورا خاتانیان	دیورا خاتانیان	معصومه شاعری	---	---
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	طاها اصغریان، فاطمه نقدی	مانده سالاری	سپهر اشقیانی

مدیران گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت یا مصوبات	مدیر: معیا اصغری، مسئول دفترچه: فریا رنوفی
خروجی‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۲۱-۶۴۶۳



فارسی ۳

۲۰۱- گزینه ۱

(هسین پرهیزگار - سبزواری)

واژه‌هایی که نادرست معنا شده‌اند:

روی: مجازاً امکان، چاره

پتان: انگشت، سرانگشت

قبیم: صاحب‌جمال

مطاع: فرمانروا، اطاعت‌شده، کسی که دیگری فرمان او را می‌برد.

فاحش: واضح و آشکار

(لغت، واژه‌نامه)

۲۰۲- گزینه ۲

(هسین افتخار - تبریز)

غلط املائی در گزینه «۲» در واژه «ستا» می‌باشد که شکل صحیح آن، «ستا» است.

(ستا: روشنائی / ستا: ستایش)

سایر گزینه‌ها از نظر املائی صحیح می‌باشند.

(اعلام، صفحه ۱۸)

۲۰۳- گزینه ۳

(مهرن قزایی - شیراز)

گفته پنده کرده‌ست و او شرمسار [است] [فعل «است» به قرینه لفظی حذف شده است.]

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱» پنده همان به [است] که ز قصیر خویش / عذر به درگاه خدای آورد
(فعل «است» به قرینه معنایی حذف شده است.)گزینه «۲» چه غم [است] دیوار است را که دارد چون تو پشتیبان؟ / چه پاک از موج
بهر [است] آن را که باشد لوح کشتییان (فعل «است» به معنای «وجود دارد» به

قرینه معنایی حذف شده است.)

گزینه «۴» همه از بهر تو سرگشته و فرمانبردار [هستند] / شرط انصاف نباشد که تو
فرمان نبری (فعل «هستند» به قرینه معنایی حذف شده است.)

(دستور، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۰۴- گزینه ۳

(سعید پفقری)

در گزینه «۳» نقش ضمیر پیوسته، مفعولی است (من را مست کرد). در دیگر
گزینه‌ها مضاف‌الیه است.

(دستور، صفحه‌های ۱۰ و ۱۸)

۲۰۵- گزینه ۴

(تازنین قاضی فایه‌لو صفقارزاده)

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱» استعاره از حقایق محتوی و الهی

گزینه «۲» نماد عاشق غیرحقیقی و مدعی (پروانه، نماد عاشق حقیقی است.)

گزینه «۳» استعاره از چمن (این استعاره هنوز آنگشتان فراگیر نشده است که یک
نماد تلقی شود.)

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۰۶- گزینه ۳

(تازنین قاضی فایه‌لو صفقارزاده)

آرایه‌های شاخص عبارت صورت سؤال، تشبیه (باران رحمت، خوان نعمت) و سجع
(رسیده و کشیده) است که سجع در گزینه «۳» نیز یافت می‌شود (قرینت و نعمت).

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱» آرایه شاخص این گزینه مجاز است. ایر و باد و مه و خورشید: مجاز از
همه آفریده‌های طبیعی، نان: مجاز از خوراک روزانه و روزی، کفد مجاز از کل دست
گزینه «۲» آرایه شاخص این گزینه تلمیح است؛ به آیه ۱۰ سورة «ق» اشاره دارد.گزینه «۴» آرایه شاخص این گزینه، کنایه است. از دست رفتن دامن، کنایه از «از
خود بی خود شدن» است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۰۷- گزینه ۱

(هسین پرهیزگار - سبزواری)

برای پاسخ به این سؤال نیازی به مراجعه به کتاب‌نامه نیست فقط کافی است بدانید
گلستان نثر آمیخته به نظم است و کلیله و دمنه ترجمه است نه تألیف.

(تاریخ ادبیات، صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

۲۰۸- گزینه ۳

(تازنین قاضی فایه‌لو صفقارزاده)

ستارالعیوب بودن، یعنی او گناهان پندگانش را بسیار می‌پوشاند و علام‌العیوب بودن،
یعنی خداوند به همه احوال پندگانش (چه پنهان، چه آشکار) آگاه است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه «۱» ادراک‌ناپذیر بودن ماهیت خداوند

گزینه «۲» قادر مطلق بودن خداوند

گزینه «۴» ناتوانی انسان در وصف و ستایش خداوند و ادراک‌ناپذیری ماهیت او

(مفهوم، صفحه ۱۰)

۲۰۹- گزینه ۳

(سعید پفقری)

بیت گزینه «۳» و صورت پرسش هر دو این پیام را می‌رساند که فردی که خدا را
شناخت نمی‌تواند درباره او چیزی بگوید.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۲، ۱۳ و ۱۷)



۲۱۰- گزینه ۱»

(معسن قدایی - شیراز)

مفهوم حکایت: خطرات اشتباهات و گمان‌های نادرست که در وجود انسان ناامیزی ایجاد می‌کند

(مفهوم، صفحه ۱۸)

۲۱۱- گزینه ۳»

(معسن قدایی - شیراز)

افعال پایانی ابیات زیر هر دو «مضارع التزامی» هستند: به غفلت «نخوری» و تو فرمان «جبری»

نکته مهم درسی:

گاهی در ابتدای افعال مضارع التزامی به جای «ب»، «ن» مفتی قرار می‌گیرد که در این صورت به آن‌ها «مضارع التزامی مفتی» گویند.

(درستور، صفحه ۱۲)

۲۱۲- گزینه ۲»

(ابوالفضل عباس زاده)

در مصراع مذکور، «حذف به قرینه معنایی» به کار رفته است (در جملاتی که متاداً در آن‌ها به کار رفته است، حذف به قرینه معنایی وجود دارد).

در گزینه ۲» نیز «حذف به قرینه معنایی» به کار رفته است: گفته [است] فرموده [است].

توجه: گاهی فعل کمکی ماضی نقلی، به قرینه معنوی حذف می‌شود.

در سایر گزینه‌ها، «حذف به قرینه لفظی» به کار رفته است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱» وظیفه روزی [بتدگان] به خطای متکرر نبرد

گزینه ۳» چون برمی‌آید مفرح ذات [است].

گزینه ۴» در بحر مکاشفت مستغرق شده [بود].

(درستور، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۱۳- گزینه ۱»

(ابوالفضل عباس زاده)

ارکان تشبیه در موارد «ب» و «د» به درستی مشخص شده است:

ب) جلال و بزرگی خداوند، به کعبه تشبیه شده است: جلال (مشبه)، کعبه (مشبه‌به)

د) برگ‌ها به لباس سبزی مانند شده که درختان آن را بر تن کرده‌اند: ورق (مشبه)،

قیا (مشبه‌به)

تشریح گزینه‌های دیگر:

الف) «جیب مراقبت» اضافه تشبیهی نیست.

ج) «خوان نعمت» اضافه تشبیهی است که نعمت، مشبه آن است.

ه) در این بیت تشبیهی به کار نرفته است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۱۴- گزینه ۳»

(معسن افتاده - تبریز)

«بوستان» در گزینه ۳» استعاره از «عالم عرفان و معنویت» است.

«برده ناموس» در گزینه ۱» اضافه تشبیهی و «فرش زمردین» در گزینه ۲»

استعاره از «سبزه و چمن» و «زبان» در گزینه ۴» مجاز از «گفتار» است.

(آرایه، صفحه‌های ۱۲ و ۱۴)

۲۱۵- گزینه ۴»

(تأزین قافیه، پایلو صفا زاده)

«ما عیدناک حق عبادتک» حدیث پیامبر (ص) است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱» «شعری عربی از خود سعدی است و تضمین نیست.

گزینه ۲» «شعری عربی از خود سعدی است و تضمین نیست و عبارت «صلوا علیه و

آله» تلمیح به آیه ۵۴ سوره احزاب دارد: «إِنَّ اللَّهَ وَمَلَائِكَتَهُ يُصَلُّونَ عَلَى النَّبِيِّ يَا أَيُّهَا

الَّذِينَ آمَنُوا صَلُّوا عَلَيْهِ وَسَلِّمُوا تَسْلِيمًا»

گزینه ۳» تضمین ندارد.

(آرایه، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۲۱۶- گزینه ۱»

(معسن قدایی - شیراز)

سخنر رام و فرمانبر

معنای بیت: پروردگار، همه اجزای این عالم را سخنر و فرمانبردار انسان ساخته است؛ پس

شرط عدل و انصاف نیست که آدمی این نکته را فراموش کند و فرمانبردار حق نباشد.

(مفهوم، صفحه ۱۲)

۲۱۷- گزینه ۲»

(حسین پرهیزگار - سبزوار)

سعدی، به مکاشفت و شهود خفایق می‌پردازد و جلوه جمال حق او را مدحش می‌کند.

(مفهوم، صفحه ۱۴)

۲۱۸- گزینه ۳»

(معسن افتاده - تبریز)

ه) معنای مصراع: فقط به درگاه تو روی می‌آورم و فقط در جست‌وجوی احسان و

لیکویی تو هستم. - معنای آیه: تنها تو را می‌پرستیم و تنها از تو یاری می‌جوییم.

ج) معنای مصراع: نمی‌توان کسی را به تو مانند کرد، زیرا تو از خیال و تصور ما

بیرون هستی. - معنای آیه: کسی مانند او نیست.

د) معنای مصراع: تو سراسر نور و شادی هستی و یخ‌نخنده و پادشاه دهنده هستی. -

معنای آیه: خداوند نور آسمان‌ها و زمین است.

ب) معنای مصراع: خدایا، تو همه غیب‌ها را می‌دانی و همه عیب‌ها را می‌پوشانی. -

معنای آیه: دانای پنهان و آشکار هستی.

(مفهوم، صفحه ۱۰)



۲۱۹- گزینه ۴»

(مسئله پرمهرنگار - سبزواری)

بیت دوم نفی دقیق افراد مدعی در عشق است؛ پس هدف اصلی دویبیت بی ادعا بودن در عشق است (سکوت و رازداری عاشقانه).

(مفهوم، صفحه ۱۴)

۲۲۰- گزینه ۲»

(سید پیغمبری)

باز اعراض کنند: دوباره خداوند روی پگرداند.

(مفهوم، صفحه ۱۳)

عربی، زبان قرآن ۳

۲۲۱- گزینه ۱»

(نگار هستی)

مفرد «الأصنام (یتها)» به صورت «الصّائم» صحیح است.

(واگران، صفحه ۴)

۲۲۲- گزینه ۴»

(آرمین ساعدپناه)

«الصراع» و «التراع» هر دو به معنای «کشمکش» مترادف یکدیگر هستند نه متضاداً

(واگران، صفحه‌های ۲، ۳ و ۴)

۲۲۳- گزینه ۴»

(آرمین ساعدپناه)

«کَلِمَاتُ عَلَم» همه ما می‌دانیم (رد گزینه‌های ۱ و ۳) / «عَلَقُ فَائِة» تبرش را آویخت (رد سایر گزینه‌ها) / «کُتِفَ أَكْبَرُ الْمُصَنِّم» کُتِفَ بزرگ‌ترین بت (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۳)

۲۲۴- گزینه ۳»

(مهران سعیدنیا)

«قد حدّثنا» یا ما سخن گفته است (رد گزینه ۴) / «القرآن الکریم» قرآن کریم
 («در» اضافی است؛ رد گزینه ۴) / «الأنبیاء (ع)» پیامبران (ع) (رد گزینه ۱) /
 «صراعهم» کشمکش آنان (رد گزینه‌های ۱ و ۲) / «أقوالهم الکافرین» اقوام کافرشان (رد سایر گزینه‌ها)

(ترجمه، صفحه ۳)

۲۲۵- گزینه ۴»

(مهران سعیدنیا)

«يَتَخَيَّبُ النَّاسُ الْمَعَاصِي» مردم باید از گناهان دوری کنند

(ترجمه، صفحه‌های ۲ و ۳)

۲۲۶- گزینه ۳»

(آرمین ساعدپناه)

«لَمْ تَكُنْ» شکست

(ترجمه فعل، صفحه ۴)

۲۲۷- گزینه ۱»

(نگار هستی)

از میان حروف مشبیه بالفعل، حرف «ن» جمله بعد از خود را مورد تأکید قرار می‌دهد.
 (قواعد، صفحه ۵)

۲۲۸- گزینه ۱»

(آرمین ساعدپناه)

ترجمه عبارت: «مدیر گفت: امید است معلم به دانش آموز تئیل درس بدهد.»
 از میان کلمات گزینه‌ها صرفاً «لعل» می‌تواند به درستی جای خالی را تکمیل کند.
 (قواعد، صفحه ۶)

۲۲۹- گزینه ۲»

(افشین کریمیان فرد)

از میان حروف مشبیه بالفعل «لکن» برای کامل کردن پیام و برطرف کردن ابهام جمله قبل از خود می‌آید.

(قواعد، صفحه ۶)

۲۳۰- گزینه ۱»

(آرمین ساعدپناه)

از میان حروف مشبیه بالفعل، حرف «لیت» برای بیان حسرت و آرزوهایی می‌باشد که غالباً آمیدی به وقوعشان نیست.

(قواعد، صفحه ۶)

دین و زندگی (۳)

۲۳۱- گزینه ۴»

(مرضی هفستی کبیر)

اندیشه، چهار جوانی را پرتلاوت و زیبا می‌سازد. پیامبر اسلام (ص) درباره آن می‌فرماید: «افضل العیادة ادمان التفکر فی الله و فی قدرته: بهترین عبادت، اندیشیدن مداوم درباره خدا و قدرت اوست».

(دین و زندگی، ۳، درس ۱، صفحه ۲)

۲۳۲- گزینه ۴»

(مرضی هفستی کبیر)

این بیت از عبدالرحمان جامی درباره مقدمه دوم از استدلال نیازمندی جهان به خدا در پیدایش است و آن عبارت است از اینکه پدیده‌هایی که وجودشان از خودشان نیست، برای موجود شدن نیازمند به پدیدآورنده‌ای هستند که خودش پدیده نباشد، بلکه وجودش از خودش باشد.

(دین و زندگی، ۳، درس ۱، صفحه ۷)



۲۳۳- گزینه ۴»

(مفسرین مائده علی)

حدیث شریف امام علی (ع)، میثی بر این که «ما رأیت شیئاً الا و رأیت الله قبله و بعده و معه هیچ چیزی را ندیدم مگر اینکه خدا را قبل و بعد و یا آن دیدم.» بیانگر این است که تمامی موجودات، وجود خود را از خداوند دریافت می کنند و در تمامی احوال به او نیازمند هستند که نیازمندی موجودات به خداوند در بقا از بخش «بعده و معه» برداشت می گردد؛ زیرا موجودات پس از پیدایش نیز دائماً وابسته به وجود خداوند می باشند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه های ۹ و ۱۲)

۲۳۴- گزینه ۳»

(مفسرین بیانی)

موارد «ب» و «د» صحیح می باشد.

پروسی نادرستی سایر موارد:

الف) رابطه خداوند با جهان تا حدی شبیه رابطه مولد برق یا جریان برق است.

دقت شود خداوند شبیه به مولد برق است نه جریان برق!

ج) رابطه خداوند با جهان مانند رابطه پتا با مسجد نیست و یک تفاوت بنیادین میان این دو رابطه وجود دارد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۹)

۲۳۵- گزینه ۳»

(مفسرین بیانی)

آیه «و الله هو الغنی الحمید» و خداست که تنها بی نیاز ستوده است.» یک میثاقی قرآنی برای ستوده بودن خداوند می باشد.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۰)

۲۳۶- گزینه ۴»

(مفسرین بیانی)

موجودات دائماً یا زیان حال، به پیشگاه الهی عرض نیاز می کنند. زیان حال موجودات را مولوی این گونه بیان می کند:

«... ما همه شیران ولی شیر علم / حمله مان از یاد باشد دم به دم»

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه های ۹ و ۱۰)

۲۳۷- گزینه ۱»

(مفسرین هاشمی)

انسان های نا آگاه نسبت به نیاز دائمی انسان به خداوند، بی توجه اند؛ اما انسان های آگاه دائماً سایه لطف و رحمت خدا را احساس می کنند و خود را نیازمند عنايات پیوسته او می دانند.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۰)

۲۳۸- گزینه ۴»

(مفسرین هاشمی)

خداوند نور هستی است؛ یعنی تمام موجودات وجود خود را از او می گیرند، به سبب او پیدا و آشکار شده و یا به عرصه هستی می گذارند و وجودشان به وجود او وابسته است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۱)

۲۳۹- گزینه ۳»

(مفسرین هاشمی)

خداوند نور هستی است. یعنی تمام موجودات، وجود خود را از او می گیرند و به سبب او یا به عرصه هستی می گذارند. در واقع هر موجودی در حد خودش، تجلی خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۱)

۲۴۰- گزینه ۳»

(مفسرین صفائی)

لازمه شناخت هر چیزی احاطه و دسترسی به آن است.

(دین و زندگی ۳، درس ۱، صفحه ۱۲)

زبان انگلیسی ۲

۲۴۱- گزینه ۲»

(مفسرین رحمانی)

ترجمه جمله: «اردوی مدرسه به گوه های سرسبز و زیبا به عنوان سرگرم کننده ترین رویداد سال در نظر گرفته شد.»

(۱) متولد شدن (یا قبل be) (۲) در نظر گرفتن

(۳) درمان کردن (۴) غذا دادن

(واژگان)

۲۴۲- گزینه ۳»

(مفسرین رحمانی)

ترجمه جمله: «مدیر مدرسه ما یک مهمان برجسته را به ما معرفی کرد که حقایق جالبی در مورد حیوانات و طبیعت با ما در میان گذاشت.»

(۱) آرام (۲) تکراری

(۳) برجسته (۴) شگافی

(واژگان)



۲۴۳- گزینه ۱

(۲ زمین، زمانی)

ترجمه جمله: «باید یاد بگیرید وقتی دوستانتان اشتباه می کنند سرشان داد نزنید، چون این کار می تواند احساساتشان را جریحه دار کند.»

(۱) فریاد زدن، داد زدن

(۳) بغل کردن

(۲) اختصاص دادن، وقف کردن

(۴) شکستن

(واژه گان)

۲۴۴- گزینه ۴

(۲ زمین، زمانی)

ترجمه جمله: «دکتر توضیح داد که بعضی از افراد پس از این که سال ها در معرض صداهای بلند قرار می گیرند دچار کم شنوایی می شوند.»

(۱) فقیر

(۲) آرام، ساکت

(۳) ناگهانی

(۴) سخت

تکلمه مهم هرسی:

به ترکیب واژگانی "hard of hearing" در معنای «کم شنوا» دقت کنید.

(واژه گان)

۲۴۵- گزینه ۱

(۲ زمین، زمانی)

ترجمه جمله: «وقتی که او خبر غم انگیز را شنید، ناگهان به گریه افتاد و برای مدتی نتوانست جلوی گریه اش را بگیرد.»

(۱) ترکیدن

(۲) پخشیدن

(۳) ضبط کردن

(۴) تماشا کردن

تکلمه مهم هرسی:

به ترکیب واژگانی "burst into tears" در معنای «ناگهان زیر گریه زدن» دقت کنید.

(واژه گان)

۲۴۶- گزینه ۳

(۲ زمین، زمانی)

ترجمه جمله: «برای همه ما مفید است که دفتر خاطرات داشته باشیم، زیرا می توانیم چیزهای مهم و خاطرات شاد خود را به خاطر بسپاریم.»

(۱) بیماری

(۲) کتاب درسی

(۳) دفتر خاطرات

(۴) گلدان

تکلمه مهم هرسی:

به ترکیب واژگانی "keep a diary" به معنای «خاطرات نوشتن» دقت کنید.

(واژه گان)

توجه متن درک مطلب:

حفاظت از محیط زیست برای سیاره ما بسیار مهم است. ما باید از طبیعت مراقبت کنیم تا زمین را تمیز و سالم نگه داریم. کارهای ساده زیادی وجود دارند که می توانیم برای کمک به محیط زیست انجام دهیم. به عنوان مثال، می توانیم کافه، پلاستیک و شیشه را بازیافت کنیم. بازیافت به کاهش زباله و صرفه جویی در منابع کمک می کند. راه دیگر برای حفاظت از محیط زیست، صرفه جویی در [مصرف] آب است. هنگام مسواک زدن باید شیر آب را ببندیم و دوش های کوتاه تر بگیریم. همچنین، استفاده کمتر از برق نیز می تواند کمک کننده باشد. خاموش کردن چراغ ها در مواقعی که به آن ها نیاز نداریم و استفاده از لامپ های کم مصرف می تواند تفاوت بزرگی ایجاد کند.

علاوه بر این، کاشت درختان نیز برای محیط زیست بسیار مفید است. درختان هوا را پاک می کنند و برای حیوانات خانه فراهم می کنند. آن ها همچنین به پایدار نگه داشتن آب و هوا کمک می کنند. همه ما می توانیم در باغ های خود درختی بکاریم یا به یک رویداد اجتماعی کاشت درختان بپیوندیم. استفاده از حمل و نقل عمومی، پیاده روی یا دوچرخه سواری به جای رانندگی یا ماشین به کاهش آلودگی کمک می کند. ماشین ها گازهای مضر زیادی تولید می کنند که هوا را آلوده می کنند. با انتخاب راه های دیگر برای سفر، می توانیم هوا را تمیز نگه داریم و رد پای [تولید] کربن خود را کاهش دهیم. با ایجاد تغییرات کوچک در زندگی روزمره خود، می توانیم تفاوت بزرگی برای سیاره خود ایجاد کنیم.

(معمدهای رفلای)

۲۴۷- گزینه ۲

ترجمه جمله: «ایده اصلی متن چیست؟»

«راه های برای حفاظت از محیط زیست»

(درک مطلب)

۲۴۸- گزینه ۱

(معمدهای رفلای)

ترجمه جمله: «عبارت "cut down on" در پاراگراف ۱ از نظر معنایی به کلمه - نزدیک ترین است.»

"reduce" (کاهش دادن)

(درک مطلب)

۲۴۹- گزینه ۴

(معمدهای رفلای)

ترجمه جمله: «طبق متن، چرا هنگام مسواک زدن باید شیر آب را ببندیم؟»

«برای صرفه جویی در [مصرف] آب»

(درک مطلب)

۲۵۰- گزینه ۴

(معمدهای رفلای)

ترجمه جمله: «کدام فعالیت به عنوان راهی برای کمک به محیط زیست در متن ذکر نشده است؟»

«محدود کردن زباله های خانگی»

(درک مطلب)





دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دوره دوم)

۱۸ مهر

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰

زمان پاسخ گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید



مسئول آزمون	حمید لنجان زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
ویراستار	امیرحسین افجه، امیرعلی حسینی زاده
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، امیرحسین افجه، علی کریمی فرع، فرزاد شیرمحمدلی
حروف چینی و صفحه آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۲

(نامد گیریم)

کلی ترین پاسخ گزینه ی «۲» است. دیگر گزینه ها پاسخ را به تحصیل، ورزش، اقتصاد یا خلاقیت و هنر محدود کرده است.

(هوش کلامی)

۲۵۲- گزینه ۳

(نامد گیریم)

کلی ترین و مربوط ترین پاسخ گزینه ی «۳» است. بحران هویت طبق متن ممکن است به بروز سردرگمی شخصیتی و کاهش اعتماد به نفس منجر شود.

(هوش کلامی)

۲۵۳- گزینه ۱

(نامد گیریم)

برداشت «ج» کاملاً از متن دور است. عبارت «ب» نیز دقیقاً بر عکس متن است.

(هوش کلامی)

۲۵۴- گزینه ۱

(عمید اصلپوین)

عبارت «استراق سمع» مدتظر است.

(هوش کلامی)

۲۵۵- گزینه ۳

(عمید اصلپوین)

شکل درست بیت که هفده نقطه دارد:

سخن را سر است ای خردمند و بن / میاور سخن در میان سخن

(هوش کلامی)

۲۵۶- گزینه ۲

(کتاب منقوله هوش)

متن به وضوح سه سنت را در سه زمان و سه مکان مختلف مثال زده است که به سه دین بزرگ ابراهیمی مربوطند: اسلام، مسیحیت، یهود. دیگر گزینه ها از متن بر نمی آید.

(هوش کلامی)

۲۵۷- گزینه ۲

(کتاب منقوله هوش)

نویسنده ختام را در موردی به حافظ شبیه کرده است. لابد آن ویژگی در حافظ آشکارتر است که می توان شخصی را به او مانند کرد.

(هوش کلامی)

۲۵۸- گزینه ۲

(علی گیریم فرع)

اگر حجم آب داخل ظرف را x و حجم ظرف را با v نشان دهیم داریم:

$$x + 24 = \frac{4}{10} v \Rightarrow v = 60 + \frac{5}{2} x$$

$$A = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2A, B = \frac{v}{3} = 20 + \frac{5}{6} x$$

می دانیم:

پس داریم:

$$\Rightarrow B = 20 + \frac{5}{6} \times 2A = 20 + \frac{5}{3} A \Rightarrow B > A$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۲

(امیرسین افیه)

فرض کنیم جرم خاک 100 گرم بوده باشد. پس 60 گرم سیس و 30 گرم آب داشته ایم. اگر 90 درصد آب تبخیر شود، 27 گرم تبخیر می شود:

$$\frac{90}{100} \times 30 = 27$$

بنابراین جرم خاک، 73 گرم خواهد بود:

$$100 - 27 = 73$$

و این یعنی درصد جرمی «سیس» تقریباً 82 درصد می شود:

$$\frac{60}{73} = 82\% / 2\%$$

یعنی تقریباً 22 درصد بیش تر می شود:

$$82 - 60 = 22$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه ۲

(امیرسین افیه)

کوچک ترین مضرب مشترک سه عدد را به دست می آوریم:

$$42 = 6 \times 7$$

$$60 = 6 \times 10 \Rightarrow [42, 60, 78] = 6 \times 7 \times 10 \times 13 = 5460$$

$$78 = 6 \times 13$$

این 5460 دقیقه یعنی 91 ساعت:

$$5460 \div 60 = 91$$

$$91 = 3 \times 24 + 19$$

که یعنی سه شبانه روز و نوزده ساعت. سه شبانه روز و نوزده ساعت پس از ساعت $9:30$ صبح روز یکشنبه، ساعت $4:30$ صبح روز پنجشنبه است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه ۴

(علی گیریم فرع)

هر سه نفر با هم در دو روز کار انجام می دهند، یعنی در هر روز نصف کار را به پایان می رسانند. پس به شخصی نیاز دارند که در یک روز، نیمی دیگر را از کار انجام دهد. این شخص قطعاً کل کار را در دو روز انجام می دهد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه ۲»

(امیرمسین افیه)

در مرحله n ، همواره داریم:

$$n^2: \text{تعداد کل نقاط}$$

$$\frac{n(n-1)}{2}: \text{تعداد نقاط رنگی}$$

پس در n موردنظر داریم:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{45}{100} \Rightarrow \frac{n^2 - n}{2n^2} = \frac{45}{100}$$

$$\Rightarrow 100n^2 - 100n = 90n^2 \Rightarrow 10n^2 = 100n$$

$$\Rightarrow n = 10$$

پس مرحله $2n+2$ ، شکل بیست و دوم است:

$$2n+2 = 2 \times 10 + 2 = 22$$

و تعداد نقطه‌های رنگی آن، برابر است با:

$$\frac{22 \times 21}{2} = 11 \times 21 = 231$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه ۳»

(امیرگلین)

قطعاً زوج عددهای (۱ و ۶)، (۲ و ۵) و (۳ و ۴) کنار همند. معلوم است که با دانستن جایگاه یک یا دو عدد، نمی‌توان هر شش مستطیل را پر کرد.

جدول فرضی زیر را در نظر بگیرید:

		۳، ۴	۴، ۳
۲		۲	۵
۱		۱	۶

ولی اگر یکی از دو خانه ردیف بالا ۴ معلوم باشد، تکلیف همه خانه‌ها معلوم است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه ۳»

(فاطمه راسخ)

حاصل جمع اختلاف‌های دو عدد مجاور در الگوی صورت سؤال در وسط

شکل نوشته شده است:

$$(5-2) + (9-3) = 3 + 6 = 9$$

$$(7-1) + (5-2) = 6 + 3 = 9$$

$$(7-2) + (9-7) = 5 \Rightarrow ? - 2 = 3 \Rightarrow ? = 5$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه ۴»

(فاطمه راسخ)

اختلاف دو عدد کنار هم منتظر است:

$$7253: 7-2=5, 5-2=3, 5-3=2$$

$$532: 5-3=2, 3-2=1$$

$$21: 2-1=1$$

$$9274: 9-2=7, 7-2=5, 7-4=3$$

$$753: 7-5=2, 5-3=2$$

$$22: 2-2=0$$

(هوش منطقی ریاضی)

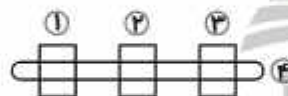
۲۶۶- گزینه ۲»

(فاطمه راسخ)

چهار شکل $\rightarrow$ ، $\rightarrow$ ، $\rightarrow$ و $\rightarrow$ در هر مرحله از این

الگوی یک واحد شیفت دارند و از چپ به راست و در نهایت به خط زیرین

منتقل می‌شوند:



همچنین شکلی که در جایگاه‌های اول و سوم قرار می‌گیرد، در جهت ↗

، شکلی که در جایگاه دوم قرار می‌گیرد در جهت ↖ و شکل زیرین در

جهت $\rightarrow$ قرار می‌گیرد.

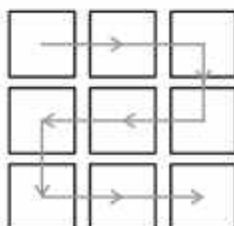
(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه ۲»

(قرارداد شیرمندی)

دایره درون مربع‌ها روی رأس‌ها و در مسیر زیر به شکل ساعتگرد جابه‌جا

می‌شود.



(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه ۳

(فقطه راسخ)

هریک از چهار شکل و و و در هر ردیف و هر ستون از مربع بزرگ شکل، یکبار وجود دارد.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه ۴

(فقطه راسخ)

نقطه چین صورت سؤال خارج از دو کمان، از مرکز دایره و از یکی از رأس‌های مستطیل می‌گذرد. چین نقطه‌ای تنها در گزینه ۴ هست.

در سایر گزینه‌ها، در گزینه‌های ۱ و ۳ مرکز دایره روی رأس مستطیل نیست. در گزینه ۲ نیز این نقطه، بین دو کمان موازی است.



(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه ۳

(تعمیرکنش)

دقت کنید نوک مثلث - که جهت آن را نشان می‌دهد، باید روی مرکز پاره‌خط باشد. تنها گزینه ۳ است که این ویژگی را دارد.

(هوش غیرکلامی)

