

دفترچه پاسخ

آزمون ۳ مرداد ۱۴۰۴ اختصاصی دوازدهم ریاضی



پیدا و رنگارنگ

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اچالایی - محمد بحیرایی - میثم بهرامی جویا - حسین پور اسماعیل - محمد ابراهیم توتنده جاتی - عادل حسینی - بهرام حلاج - افشین خاصه خان - عاطفه خان محمدی - وحید راحتی - میلاد سجادی لاریجانی - علی اصغر شریفی پویان - پهرتایان - حمید عزیززاده - آریسن غلامی راد - احسان غنی زاده - حمید مام قادی - سید سپهر متولیان - مصطفی محمدپور مجتبی تادری - غلامرضا تیزی - جهانبخش تیکتام
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - رضا بخشنده - محبوبه بهادری - جواد حاتم - حسین حاجیلو - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - کیوان دارابی - یاسین سپهر - محمد طاهر شعاعی - رضا عباسی اصل - فرشاد فرامرزی - پژمان فرهادیان - امیر محمد کریمی مهرداد ملوندی - داریوش تافلی - محمد هجری - امیر وفائی - سرژ یقینا زاریان - کبری
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - رضا کوکلی - سعید جعفری کافی - آباد - سید محمد رضا حسینی فرد - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سید وحید ذوالفقاری - فرهاد صابر - مرتضی فہیم علوی - امیر محمد کریمی - تیلوفر مهدوی
فیزیک	سعید اردم - معصومه افضلی - زهره آقامحمدی - شهرام آموزگار - امیر حسین پرادران - میلاد حسینی - محمد علی راست پیمان - پنهان رستمی - فرشید رسولی - مهدی زمان زاده - هاشم زمانیان - سعید شرقی - محمد رضا شریفی - علی عاقلی - پوریا علاقه مند - سیاوش فارسی - مصطفی کیانی - محمد گودرزی - علیرضا گوته - امیر احمد میر سعید - سید ملیحه میر صالحی - حسام تادری - حسین تاضی - مهدی یوسفی
شیمی	حامد اسماعیلی - امیر علی پرورداریون - محمد رضا پورچاوند - حمید ذبحی - سهند راحمی پور - جعفر رحیمی - فرزاد رضایی - روزبه رضوانی - سید رضا رضوی - حمینا شرافتی پور - امیر حسین طیبی - رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - محمد کوهستانیان - علیرضا کیانی دوست حسن لشکری - محمد حسن محمدزاده مقدم - سالار ملکی - امین توروزی - سید رحیم هاشمی دهکردی

گزینه‌ها و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینه‌ها	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
گروه ویراستاری	امیر حسین ابومحبوب یاسین کشاورزی مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیر حسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بهیر ترکمبور زهره آقامحمدی	یاسر راش مجتبی محبوب فرزاد حلاج مقدم احسان پنجه شاهی
مسئول درس	سید سپهر متولیان	امیر محمد کریمی	امیر محمد کریمی	حسام نادری	آرش ظریف
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین توحیدی
ویراستاران (مستندسازی)	معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - خروشته - کیمرانی - احسان میرزینی مهدی صالحی پرهام مهر آرا				

گروه منی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اسفندی مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۳ - کفون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

$$t_1 = \tan \alpha, t_r = \cot \alpha$$

$$S_{\text{جدید}} = t_1 + t_r = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= \frac{1}{P} = \frac{1}{\frac{2\sqrt{2}}{9}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

$$P_{\text{جدید}} = t_1 t_r = \tan \alpha \cot \alpha = 1$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{9\sqrt{2}}{2}x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 9\sqrt{2}x + 4 = 0$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

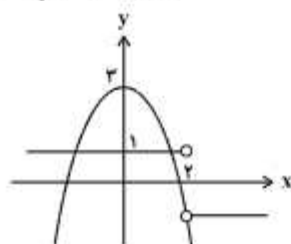
(معمربصغنی ابراهیمی)

گزینه «۲» ۴-

$$\text{نمودار دو تابع } f(x) = \frac{x-2}{2-x} \text{ و } g(x) = 3-x^2 \text{ را در یک دستگاه}$$

مختصات رسم می‌کنیم.

$$f(x) = \frac{x-2}{2-x} = \begin{cases} -1 & x > 2 \\ 1 & x < 2 \end{cases}$$



توابع f و g در ۲ نقطه متقاطع‌اند، پس معادله ۲ جواب دارد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۲۳ تا ۲۸)

(عمیر علیزاده)

گزینه «۲» ۵-

$$A \xrightarrow[\text{سرعت موتور}]{10 \text{ km}} B \xrightarrow[\text{سرعت ماشین}]{24 \text{ km}} C$$

$$t_{AB} + t_B + t_{BC} = \frac{2}{5} \xrightarrow[\text{ساعت}]{x=vt \Rightarrow t=\frac{x}{v}} \frac{10}{v} + 0 + \frac{24}{v+2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{10}{v} + \frac{24}{v+2} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{10}{v} + \frac{24}{v+2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{10}{v} + \frac{24}{v+2} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\times v(v+2)} \frac{10(v+2)}{v} + 24 = \frac{2v(v+2)}{5}$$

$$10v + 20 + 24v = \frac{2v^2 + 4v}{5} \Rightarrow 2v^2 - 28v - 20 = 0$$

$$\Rightarrow v = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{28 \pm 32}{2} \Rightarrow \begin{cases} v = 10 \\ v = -\frac{2}{3} \end{cases} \text{ غ قی}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{سرعت ماشین}}{\text{سرعت موتور}} = \frac{v+2}{v} = \frac{12}{10} = 1.2$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

مسایان ۱

گزینه «۲» ۱-

(آپین غلامی راد)

مجموع جملات تهم تا یازدهم برابر است با.

$$a_9 + a_{10} + a_{11} = S_{11} - S_8$$

$$\begin{cases} S_{11} = 22 \times 52 = 1144 \\ S_8 = 16 \times 27 = 432 \end{cases} \Rightarrow S_{11} - S_8 = 712$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۳)

گزینه «۳» ۲-

(میشی نادر)

می‌دانیم مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از

$$\text{فرمول } S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \text{ به دست می‌آید که در آن } a_1 \text{ جمله اول و } q$$

قدرنسبت است. داریم:

$$\begin{cases} S_8 = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = 765 \\ S_9 = \frac{a_1(1-q^9)}{1-q} = 45 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{S_8}{S_9} = \frac{\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^9)}{1-q}} = \frac{765}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^8}{1-q^9} = 17 \Rightarrow \frac{(1-q^8)(1+q)}{1-q^9} = 17 \Rightarrow 1+q^8 = 17$$

$$\Rightarrow q^8 = 16 \Rightarrow q = \pm \sqrt[8]{16} = \pm 2$$

دنباله صعودی است، لذا $q > 1$ است.

$$S_9 = 45 \Rightarrow \frac{a_1(1-2^9)}{1-2} = 45 \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$S_9 = \frac{3(1-2^9)}{1-2} = \frac{3(1-512)}{-1} = 1533$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۳ تا ۶)

گزینه «۴» ۳-

(عمیر علیزاده)

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ رابطه } x_r = \cos \alpha \text{ و } x_1 = \sin \alpha$$

برقرار است و در نتیجه داریم:

$$9x^2 - 2(1+2\sqrt{2})x + k\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{a} = \frac{1+2\sqrt{2}}{9} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{k\sqrt{2}}{9} \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_r^2 = S^2 - 2P = 1 \Rightarrow \frac{1+8+4\sqrt{2}}{9} - \frac{2\sqrt{2}k}{9} = 1$$

$$\Rightarrow 9+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}k=9 \Rightarrow k=2 \Rightarrow P=\frac{2\sqrt{2}}{9}$$

۶- گزینه «۲»

(اعسان غنی زاده)

$$\begin{aligned} \sqrt{x+7+6\sqrt{x}} &= 2+\sqrt{x+3} \\ \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} x+6\sqrt{x}+7 &= 4+4\sqrt{x+3}+x+3 \\ \Rightarrow x+6\sqrt{x}+7 &= x+4\sqrt{x+3}+7 \\ \Rightarrow 6\sqrt{x} &= 4\sqrt{x+3} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان دو}} 36x = 16x+48 \\ \Rightarrow 20x &= 48 \Rightarrow x = 2.4 \\ \xrightarrow{x=2.4} \frac{\sqrt{5x+4}}{2+\sqrt{15x}} &= \frac{\sqrt{16}}{2+\sqrt{36}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۷- گزینه «۴»

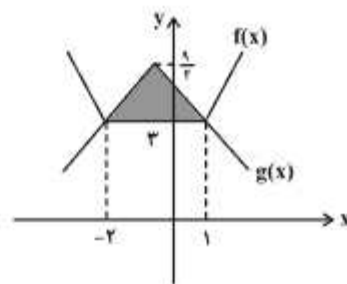
(مجتبی نازری)

نمودار توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

$$f(x) = |x-1| + |x+2| = \begin{cases} -x+1-x-2 & ; x \leq -2 \\ -x+1+x+2 & ; -2 < x < 1 \\ x-1+x+2 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x-1 & ; x \leq -2 \\ 3 & ; -2 < x < 1 \\ 2x+1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = -|x+\frac{1}{2}| + \frac{9}{2} = \begin{cases} -x+4 & ; x \geq -\frac{1}{2} \\ x+5 & ; x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} (1 - (-2)) \times (\frac{9}{2} - 3) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۸- گزینه «۴»

(عارف شینلی)

$$|2x+1| + |3a-2| = 5 \Rightarrow |2x+1| = 5 - |3a-2|$$

شرط آن که معادله فوق جواب نداشته باشد، این است که عبارت سمت

راست منفی باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a-2 > 5 \Rightarrow a > \frac{7}{2} \\ 2a-2 < -5 \Rightarrow a < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب برابر با $\mathbb{R} - [-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}]$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۹- گزینه «۳»

(مجتبی نازری)

چون A و B دو سر قطر دایره‌اند، بنابراین وسط پاره‌خط AB مرکز دایره است.

$$\begin{aligned} &\{A(a, 2a+1) \\ &\quad B(2, 2)\} \\ &\xrightarrow{\text{مرکز دایره}} O(\frac{a+2}{2}, \frac{2a+1+2}{2}) = (\frac{a+2}{2}, \frac{2a+3}{2}) \end{aligned}$$

نقطه O روی تیمساز تاحیه‌های اول و سوم قرار دارد، یعنی روی خط $y = x$ واقع است. پس طول و عرض نقطه O با هم برابرند.

$$y = x \Rightarrow \frac{2a+3}{2} = \frac{a+2}{2} \Rightarrow 2a+3 = a+2 \Rightarrow a = -1$$

لذا مختصات مرکز دایره عبارت است از: $O(0, 0)$ و حال فاصله نقطه $O(0, 0)$ از خط $x - 2y + 1 = 0$ را به دست می‌آوریم.

$$d = \frac{|1 \times 0 - 2 \times 0 + 1|}{\sqrt{1+4}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۱۰- گزینه «۱»

(پناایش نیکنام)

مثلث در رأس A قائمه می‌باشد، پس شیب AB و AC ، قرینه و معکوس همدیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2k-6}{4} = \frac{k-3}{2} \\ m_{AC} = \frac{4}{2-k} \end{cases} \Rightarrow \frac{k-3}{2} = \frac{k-2}{4} \Rightarrow k = 4$$

$$\Rightarrow B(6, 5), C(4, -1)$$

مساحت مثلث ABC به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$AC = \sqrt{(-1-2)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{20} = 10$$

(مسایان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

حسابان ۲

۱۱- گزینه «۲»

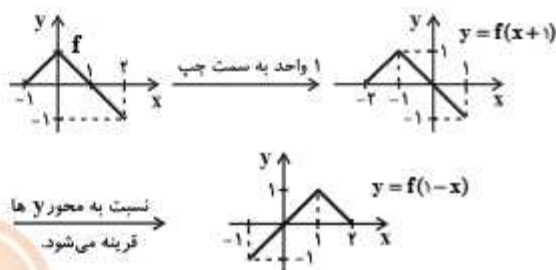
(عمیر عام قاری)

$f(-x) = f(x)$ به این معناست که اگر نمودار تابع f را نسبت به محور x ها قرینه کنیم، نمودار به دست آمده منطبق بر نمودار تابع f می شود. بنابراین تنها گزینه ای که این شرایط را دارد گزینه «۲» است.

(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۲)

۱۲- گزینه «۲»

(میلاد سبازی لاریجانی)



(حسابان ۲- مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۲)

۱۳- گزینه «۱»

(سورسیر متولیان)

فرض می کنیم مختصات A' به صورت $A'(x_0, y_0)$ باشد.

$$\begin{cases} x_0 = 5 - 2 = 3 \\ y_0 - 5 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \end{cases}$$

پس $A'(3, 2)$ است. حال مقادیر OA ، OA' و AA' را به دست

$$OA = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

می آوریم:

$$OA' = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$AA' = \sqrt{(3-2)^2 + (2-(-3))^2} = \sqrt{26}$$

طبق عکس قضیه فیثاغورس، $\triangle OAA'$ قائم الزاویه بوده و مساحت آن از رابطه

$$S = \frac{1}{2} OA \times OA' = \frac{13}{2}$$

زیر به دست می آید.

(حسابان ۲- صفحه ۱۰)

۱۴- گزینه «۳»

(علی اصغر شریفی)

قرینه نسبت به خط $y = x$ یعنی همان وارون کردن.

$$y = \sqrt{x-1}; y \geq 0 \Rightarrow y^2 = x-1 \Rightarrow y^2 + 1 = x$$

جای x و y را عوض می کنیم:

$$y = x^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = (x-3)^2 + 1; x \geq 3$$

$$\xrightarrow{\text{انحطاط عمودی}} y = 2(x-3)^2 + 2$$

$$y = 10 \Rightarrow 10 = 2(x-3)^2 + 2$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 & \checkmark \\ x = 1 & \times \end{cases}$$

(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۵- گزینه «۴»

(کاظم ایلاتی)

تابع f ابتدا نسبت به محور x ها قرینه و عرض نقاط آن در مقدار مثبت $|a|$

ضرب شده است. سپس نمودار حاصل ۲ واحد به راست و ۲ واحد به بالا

منتقل شده است و نمودار g حاصل شده است.

$$g(x) = a|x-b|+c = a|x-2|+2 \Rightarrow b=2, c=2$$

از طرفی مختصات نقطه $(\frac{1}{3}, 0)$ در ضابطه باید صدق کند.

$$0 = a|\frac{1}{3}-2|+2 \Rightarrow a = -\frac{2}{\frac{2}{3}} = -3 \Rightarrow ab+c = -6+2 = -4$$

(حسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۷)

۱۶- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$g(x) = \sqrt{9x+18} = \sqrt{9(x+2)} = 3\sqrt{x+2}$$

بنابراین برای رسم نمودار تابع $g(x) = 3\sqrt{x+2}$ از روی نمودار تابع

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

کافی است ابتدا نمودار تابع f را سه واحد به چپ انتقال

داده، سپس عرض هر نقطه را ۳ برابر کرده تا نمودار تابع

$$g(x) = 3\sqrt{x+2} = \sqrt{9x+18}$$

حاصل شود.

(حسابان ۲- صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۷ - گزینه «۲»

(بیوانبش نیکنام)

ابتدا دامنه تابع $y = f(2x+1)$ را بدست می آوریم.

$$D_f = [-2, 5] \Rightarrow -2 \leq 2x+1 \leq 5 \\ \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{y=f(2x+1)} = D_{y=g(-2x+2)} = [-2, 2]$$

دامنه تابع g برابر است با:

$$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -6 \leq -2x \leq 6 \Rightarrow -4 \leq -2x+2 \leq 8 \\ \Rightarrow D_g = [-4, 8]$$

(حسابان ۲ - صفحه های ۱ تا ۱۲)

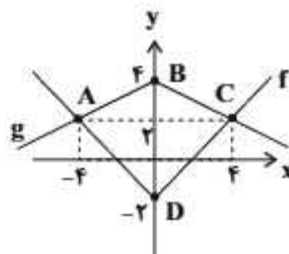
۱۸ - گزینه «۳»

(افشین قاضیخان)

ابتدا نمودار تابع f را رسم می کنیم.

برای رسم نمودار تابع g طول هر نقطه تابع f باید دو برابر شود و عرض هر

نقطه قرینه شده و سپس ۲ واحد اضافه گردد.



مختصات نقاط A و C به صورت زیر به دست آمده اند.

$$|x| - 2 = -\left|\frac{x}{2}\right| + 4 = -\frac{1}{2}|x| + 4 \Rightarrow |x| = 4 \\ \Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ x_C = 4 \end{cases}, y_A = y_C = 2$$

قطرهای چهارضلعی $ABCD$ بر هم عمودند و مساحت آن برابر نصف

حاصل ضرب اندازه قطرهایست.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

(حسابان ۲ - صفحه های ۱ تا ۱۲)

۱۹ - گزینه «۴»

(پویان ظهیرانیان)

خط $x = \frac{1}{3}$ محور تقارن سهمی $y = 3x^2 - 2x + 1$ است

پس با تقارن نسبت به این خط، ضابطه و نمودار تابع

تغییری نمی کنند حال ۲ واحد به سمت x های منفی انتقال می دهیم.

$$y = 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 1 = 3x^2 + 10x + 9$$

و سپس این تابع را با خط $y = 1 - 4x$ تقاطع می دهیم.

$$3x^2 + 10x + 9 = 1 - 4x \Rightarrow 3x^2 + 14x + 8 = 0 \\ = (3x+2)(x+4) = 0 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -4$$

(حسابان ۲ - صفحه های ۱ تا ۱۲)

۲۰ - گزینه «۲»

(افشین قاضیخان)

برای رسم نمودار تابع g نمودار تابع f را یک واحد به چپ می بریم، طول و عرض

نقاط آن را در ۲- ضرب می کنیم و در نهایت ۳ واحد به بالا انتقال می دهیم.

پس برای به دست آوردن دامنه g بازه $[-1, 3]$ را یک واحد به چپ

می بریم تا به $[-2, 2]$ تبدیل شود و سپس مقادیر این بازه را در ۲- ضرب

می کنیم تا به $[-4, 4]$ تبدیل شود.

برای برد هم می توانیم بنویسیم:

$$1 \leq f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \leq 5 \Rightarrow -1 \leq -2f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \leq -2$$

$$\Rightarrow -7 \leq g(x) = 2 - 2f\left(1 - \frac{x}{2}\right) \leq 1 \Rightarrow R_g = [-7, 1]$$

$$\Rightarrow D_g - R_g = [-4, 4] - [-7, 1] = (1, 4]$$

(حسابان ۲ - صفحه های ۱ تا ۱۲)

ریاضی ۱

۲۱- گزینه «۴»

(عسین پور اسماعیل)

$$\begin{aligned} \left[-\frac{1}{2}, \frac{16}{3}\right] - W &= \left[-\frac{1}{2}, \frac{16}{3}\right] - \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ &= \left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, 4) \cup (4, 5) \cup \left(5, \frac{16}{3}\right] \end{aligned}$$

که حداقل از ۷ بازه جدا از هم تشکیل شده است.

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲ تا ۵)

۲۲- گزینه «۳»

(معمربهرایی)

$$\begin{aligned} \begin{cases} n(U) = 50 \\ n(A') = 20 \end{cases} &\Rightarrow n(A) = 50 - 20 = 30 \\ \Rightarrow n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= n(A) + n(B - A) = 30 + 7 = 37 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۲۳- گزینه «۳»

(مصطفی ممبریور)

$$A = \{1, 9, 81, \dots\} \text{ و } B = \{0, 1, 4, 9, 16, \dots\} \Rightarrow A \subseteq B$$

مجموعه‌های $A \cup B = B$ ، $A \cap B = A$ و A' نامتناهی هستند.

مجموعه $A - B = \emptyset$ متناهی است.

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۲۴- گزینه «۱»

(معمربهرابیم توژ تهرانی)

در هر دنباله حسابی اختلاف هر جمله با جمله قبلیش برابر قدرنسبت است.

$$\begin{aligned} a_5^2 + a_7^2 &= a_6^2 + a_8^2 + 10 \\ \Rightarrow (a_6^2 - a_5^2) + (a_8^2 - a_7^2) &= -10 \\ \Rightarrow (a_6 - a_5)(a_6 + a_5) + (a_8 - a_7)(a_8 + a_7) &= -10 \\ \Rightarrow 4(a_6 + a_5) + 4(a_8 + a_7) &= -10 \\ \Rightarrow a_5 + a_6 + a_7 + a_8 &= -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۲۵- گزینه «۱»

(میتهم بهرامی‌پور)

$1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, \dots, n(n-1)$ تعداد کل دایره (به صورت مستطیل)

$$\text{تعداد دایره رنگی (به صورت مثلث)} = \frac{n(n+1)}{2} \xrightarrow{n=10} \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

$$\text{تعداد دایره‌های سفید} = n(n-1) - \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\xrightarrow{n=10} 10 \times 9 - \frac{10 \times 11}{2} = 135$$

$$\Rightarrow \frac{\text{رنگی}}{\text{سفید}} = \frac{55}{135} = \frac{11}{27}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۲۶- گزینه «۲»

(وکیل راضی)

$$3x - 2, \underbrace{-2x + 14}_{\text{واسطه حسابی}}, 5x + 6 \Rightarrow 2(-2x + 14) = 3x - 2 + 5x + 6$$

$$\Rightarrow -4x + 28 = 8x + 4 \Rightarrow 24 = 12x \Rightarrow x = 2$$

$$16, 10, 4, \dots \Rightarrow a_1 + (n-1)d > -38$$

$$\Rightarrow 16 - 6(n-1) > -38 \Rightarrow 6n < 60 \Rightarrow n < 10$$

پس ۹ جمله این دنباله، بزرگ‌تر از -۳۸ می‌باشند.

(ریاضی ۱- مجموعه، آنگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

$$\Delta OAH : \tan 45^\circ = \frac{AH}{x} = 1 \Rightarrow AH = x$$

$$\Delta OBH : \tan 60^\circ = \frac{BH}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow BH = x\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AB = x\sqrt{3} - x = x(\sqrt{3} - 1) = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{\sqrt{3} - 1} = 6(\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{مقدار جابه‌جایی} = 6(\sqrt{3} + 1) - 6 = 6\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(عاطفه قان‌منعمی)

۲۰- گزینه «۴»

$$\frac{\cos 60^\circ \times \cot 45^\circ}{1 + \tan 30^\circ \times \tan 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times 1}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + 1} = \frac{1}{4}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$1) \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ} = \frac{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{2}{3}} = \sqrt{3}$$

$$2) \frac{\cos 60^\circ \times \cot 30^\circ}{2 \sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \times \sqrt{3}}{2 \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3) \frac{1 - 2 \sin^2 30^\circ}{\cos^2 45^\circ} = \frac{1 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$4) \frac{\sin 60^\circ \times \sin 30^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(کرم ابلان)

۲۷- گزینه «۱»

اگر جملات دنباله هندسی به صورت $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, a_1q^4, \dots$

باشند، باید طبق فرض سوال a_1q, a_1q^2, a_1q^3 سه جمله متوالی یک

دنباله حسابی باشند. بنابراین:

$$2a_1q^2 = a_1q + a_1q^3$$

$$\Rightarrow 2q^2 = q + q^3 \Rightarrow q^3 - 2q^2 + q = q(q^2 - 2q + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{q \neq 0} (q^2 - 2q + 1) = (q - 1)(q^2 + q - 1) = 0$$

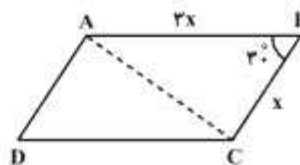
$$\xrightarrow{q \neq 1} q^2 + q - 1 = 0 \xrightarrow{q > 0} q = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، اکتو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(غلامرضا تیاژی)

۲۸- گزینه «۴»

ابتدا یک شکل فرضی متناسب برای سوال رسم می‌کنیم.



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ADC} \Rightarrow S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 2S_{\Delta ABC}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} (x)(3x) \sin 30^\circ$$

$$S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = 3x^2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} x^2 = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

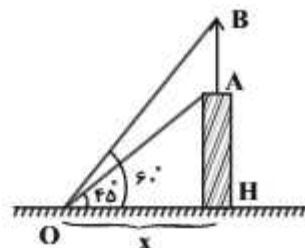
$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(x + 3x) = 8x = 16\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(بهرام علاج)

۲۹- گزینه «۲»

با رسم شکل برای موقعیت نهایی فرد داریم:



هنگامه ۲

گزینه «۳»

(افشین قاصدخان)

فرض کنید $\widehat{AD} = 3x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 2x \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{1}{3} \widehat{AD} = x$$

AC قطر دایره است، بنابراین داریم:

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow x + 2x = 180^\circ \\ \Rightarrow 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{2 \times 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

(هندسه ۲- رابره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

گزینه «۴»

(عمیر قنارن)

$$\widehat{BTC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow 110^\circ = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 220^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BTC} = 360^\circ - 220^\circ = 140^\circ$$

فرض کنید $\widehat{BT} = y$ و $\widehat{AT} = x$ ، $\widehat{TC} = z$ باشد. در این صورت داریم:

$$\widehat{B} = 2\widehat{A} \Rightarrow \frac{z}{2} = 2x \Rightarrow z = 4x \quad (1)$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{BT} - \widehat{TC}}{2} \Rightarrow \frac{y - z}{2} = x \Rightarrow y - z = 2x$$

$$\xrightarrow{(1)} y - 4x = 2x \Rightarrow y = 6x$$

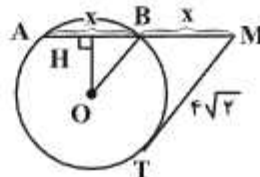
$$\widehat{BT} + \widehat{TC} = 140^\circ \Rightarrow 6x + 4x = 140^\circ \Rightarrow 10x = 140^\circ$$

$$\Rightarrow x = 14^\circ \Rightarrow y = 6 \times 14^\circ = 84^\circ$$

(هندسه ۲- رابره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۴)

گزینه «۲»

(مهردار ملوتری)



با توجه به فرض سؤال $AB = BM = x$ و $MT = 4\sqrt{2}$ ، در نتیجه طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MB \cdot MA = MT^2 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow AB = x = 4$$

از مرکز دایره، عمود OH را بر وتر AB فرود می‌آوریم. داریم:

$$BH = \frac{AB}{2} = 2, OB = R = 2\sqrt{17}$$

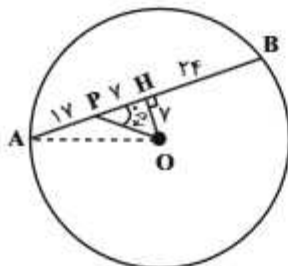
$$\xrightarrow{\text{پیتاگورس}} OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{68 - 4} = 8$$

(هندسه ۲- رابره: صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)

گزینه «۱»

(سید معتمد خا خلیل خرد)

از مرکز دایره عمود OH را بر وتر AB رسم می‌کنیم. نقطه H وسط وتر است و داریم:



$$AH = BH = \frac{31 + 17}{2} = 24 \Rightarrow PH = 7$$

همچنین مثلث OPH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس داریم:

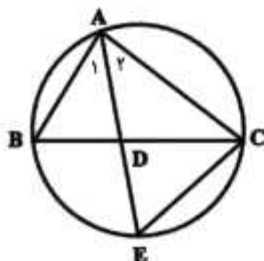
$$OH = PH = 7$$

$$\Rightarrow AO = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

(هندسه ۲- رابره: صفحه ۱۳)

گزینه «۳»

(سرژ یغیازاریان تهریزی)



$$\widehat{A} = \widehat{BCE} = \frac{\widehat{BE}}{2} \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{A}_1 \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{BCE}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{BCE} \\ \widehat{E} = \widehat{E} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی زوایه}} \triangle AEC \sim \triangle DEC \Rightarrow \frac{DE}{CE} = \frac{CE}{AE}$$

$$\Rightarrow AE \times DE = CE^2 \quad (1)$$

حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AD \times DE = BD \cdot DC \quad (2)$$

با کم کردن طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$DE^2 = CE^2 - BD \cdot DC$$

(امیر وفائی)

گزینه «۳»

$$\triangle ABD : AB = AD \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{B} \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BAC} = \widehat{AC} \\ \widehat{D} = \widehat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{D} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{B} \xrightarrow{\triangle ABC} BC = AC = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{BAC} = \widehat{AC} \\ \widehat{D} = \widehat{B} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{D} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{B} \xrightarrow{\triangle ABC} BC = AC = 10$$

(رنگا بنفشه)

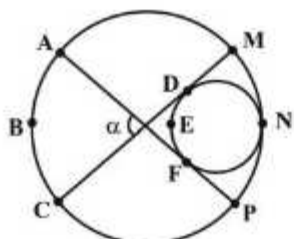
۳۹- گزینه «۴»

با فرض $\widehat{ABC} = \widehat{DEF} = x$ و $\widehat{MNP} = 102^\circ$ ، مطابق شکل داریم:

$$\alpha = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{MNP}}{2} \Rightarrow 2\alpha = x + 102^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\widehat{DNF} - \widehat{DEF}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{(266^\circ - x) - x}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 180^\circ - x \quad (2)$$



با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$2\alpha + \alpha = (x + 102^\circ) + (180^\circ - x) \Rightarrow 3\alpha = 282^\circ \Rightarrow \alpha = 94^\circ$$

(خندسه ۲- رابره: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(معیوبه بیداری)

۴۰- گزینه «۱»

مطابق شکل فرض کنید $DM = \sqrt{CM}$ باشد. در این صورت طبق روابط

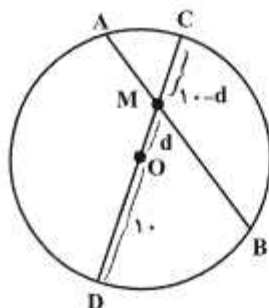
طولی برای دو وتر منقطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow 2CM \times BM = CM \times \sqrt{CM}$$

$$\Rightarrow BM = \frac{\sqrt{CM}}{2} = \frac{\sqrt{CM}}{2} \times \frac{1}{2} AM = \frac{\sqrt{CM}}{4} AM$$

$$AB = 11 \Rightarrow AM + BM = 11 \Rightarrow AM + \frac{\sqrt{CM}}{4} AM = 11$$

$$\Rightarrow \frac{11}{4} AM = 11 \Rightarrow AM = 4 \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{CM}}{4} \times 4 = \sqrt{CM}$$



حال طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$AM \cdot BM = MC \cdot MD = (10-d)(10+d) = 100 - d^2$$

$$\Rightarrow 4 \times \sqrt{CM} = 100 - d^2 \Rightarrow d^2 = 72 \Rightarrow d = 6\sqrt{2}$$

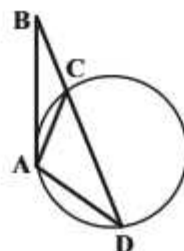
(خندسه ۲- رابره: صفحه ۱۸)

طبق رابطه طولی در دایره داریم:

$$AB^2 = BC \times BD \Rightarrow 256 = 10 \times BD$$

$$\Rightarrow BD = 25.6 \Rightarrow CD = 15.6$$

$$\Delta ACD \text{ محیط} = 15.6 + 10 + 16 = 41.6$$



(خندسه ۲- رابره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(داریوش تافمی)

۳۷- گزینه «۳»

$$\hat{E} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BC} = 2x \quad (1)$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{DC} + \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} + \widehat{BC} = 6x \xrightarrow{\widehat{DC} = 2x} \widehat{BC} = 4x \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \widehat{AD} = 6x$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow 12x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 15^\circ$$

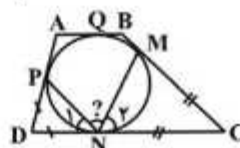
(خندسه ۲- رابره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

(مهردار علونیری)

۳۸- گزینه «۲»

چون ABCD دوزنقه است، پس:

$$\hat{D} = 180^\circ - \hat{A} = 70^\circ, \hat{C} = 180^\circ - \hat{B} = 40^\circ$$



می‌دانیم اگر از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر آن دایره رسم کنیم: طول

دو مماس با هم برابر است. پس:

$$\begin{cases} DP = DN \Rightarrow \hat{N}_1 = \frac{180^\circ - \hat{D}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ \\ CM = CN \Rightarrow \hat{N}_2 = \frac{180^\circ - \hat{C}}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{MNP} = 180^\circ - (\hat{N}_1 + \hat{N}_2) = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

(خندسه ۲- رابره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+2a & -4+a \\ b-2 & -2b-1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} -4+a=0 \Rightarrow a=4 \\ b-2=0 \Rightarrow b=2 \end{cases}$$

$$AC = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & 5 \\ 2 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2c+8 & 10+4d \\ 2c-2 & 10-d \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}} \begin{cases} 10+4d=0 \Rightarrow d=-2/5 \\ 2c-2=0 \Rightarrow c=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=4+2+1-2/5=4/5$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربرد: صفه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

(امیرسین ایوملیوب)

۴۴ - گزینه «۲»

چون ماتریس A ، ماتریسی قطری است، پس درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی

آن برابر صفر هستند. داریم:

$$2b+1=0 \Rightarrow 2b=-1 \Rightarrow b=-\frac{1}{2}$$

$$a-2b=0 \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$$

با جای‌گذاری مقادیر a و b در ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} c^2-1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times A = \begin{bmatrix} (c^2-1)^2 & 0 \\ 0 & 2^2 \end{bmatrix}$$

ماتریس $A \times A$ ، ماتریسی اسکالر است، پس درایه‌های واقع بر قطر اصلی

آن برابر یکدیگرند.

$$(c^2-1)^2 = (2)^2 \Rightarrow \begin{cases} c^2-1=2 \Rightarrow c^2=3 \Rightarrow \begin{cases} c=\sqrt{3} \\ c=-\sqrt{3} \end{cases} \\ c^2-1=-2 \Rightarrow c^2=-1 \quad \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a+c) = -1+2=1$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربرد: صفه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

هئرسه ۳

۴۱ - گزینه «۲»

(افشین قاصدخان)

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A+B+C = A + \frac{1}{2}A - \frac{1}{3}A$$

$$= \frac{-5}{2}A = -\frac{5}{2} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B+C \text{ مجموع درایه‌های } = \frac{-5}{2} \times 2a = \frac{-15}{2} \Rightarrow a=1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow B = \frac{1}{2}I$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربرد: صفه‌های ۱۲ تا ۱۳)

(امیرمحمد کریمی)

۴۲ - گزینه «۴»

$$AB = \begin{bmatrix} 2\alpha+1 & 1 \\ 1 & \beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha & 2\alpha+1 \\ 1-\beta & 1 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم در ماتریس قطری تمام درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی برابر با صفر

هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha+1=0 \Rightarrow \alpha=-\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha^2+\alpha\beta=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4} \\ 1-\beta=0 \Rightarrow \beta=1 \end{cases}$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربرد: صفه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

(مشابه کار در کلاس صفه ۱۸)

(امیرسین ایوملیوب)

۴۳ - گزینه «۲»

یک ماتریس مربعی، قطری است هرگاه تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی

آن برابر صفر باشند، بنابراین داریم:

۴۵- گزینه «۴»

(یاسین سیفر)

دو ماتریس هم مرتبه با هم برابرند هرگاه درایه های نظیر به نظیر برابر داشته باشند. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+y=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$$

$$y-3=t+1 \xrightarrow{y=3} t+1=0 \Rightarrow t=-1$$

$$-t+1=z \xrightarrow{t=-1} z=2$$

با توجه به مقادیر به دست آمده داریم:

$$x+y+z+t=8$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۱۳)

(مشابه مثال صفحه ۱۳)

۴۶- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2X = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

بنابراین حاصل جمع درایه های ماتریس X، برابر ۶ است.

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴۷- گزینه «۳»

(سرژ یقینازریان توبریزی)

$$\begin{cases} c_{r1} = 2a_{r1} - b_{r1} \Rightarrow c_{r1} = 2(2) - a = 4 - a \\ c_{r2} = 2a_{r2} - b_{r2} \Rightarrow c_{r2} = 2m - (-1) = 2m + 1 \end{cases} \xrightarrow{c_{r1} - c_{r2}} 2m + a = 5$$

$$\begin{cases} c_{11} = 2a_{11} - b_{11} \Rightarrow c_{11} = 2(a-1) - (-a) = 3a - 2 \\ c_{r2} = 2a_{r2} - b_{r2} \Rightarrow c_{r2} = 2(-1) - 2 = -4 \end{cases} \xrightarrow{c_{11} - c_{r2}} a = 2$$

$$2m + a = 5 \xrightarrow{a=2} m = \frac{3}{2} \Rightarrow a - 2m = -1$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴۸- گزینه «۲»

(امیرمهدی کریمی)

$$\begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ & \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \cos^2 22/5^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2 22/5^\circ & -\sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ \\ \sin 22/5^\circ \cos 22/5^\circ & \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ & 0 \\ 0 & \cos^2 22/5^\circ + \sin^2 22/5^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴۹- گزینه «۱»

(مهدی میری)

$$\begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2+y & xy+x \\ xy+y & y^2+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 12 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (x^2+y) - (y^2+x) &= (x^2-y^2) - (x-y) \\ &= (x-y)(x+y-1) = 18-8=10 \end{aligned} \quad (1)$$

$$(xy+x) - (xy+y) = x-y = 12-10=2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2(x+y-1) = 10$$

$$\Rightarrow x+y-1=5 \Rightarrow x+y=6$$

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$$

حال داریم:

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

۵۰- گزینه «۴»

(یاسین سیفر)

ماتریس A را به صورت زیر تشکیل می دهیم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(1)-2 & 2+2 & 2+2 \\ 2+1+1 & 2(2)-2 & 2+2 \\ 2+1+1 & 2+2+1 & 2(2)-2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4 & 4 \\ 4 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \text{مجموع درایه های } 3 \times 3$$

(هئرسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه های ۱۰ و ۱۱)

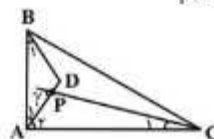
(مشابه مثال صفحه ۱۱)

هندسه ۱

۵۱- گزینه «۴»

(عسین شاپیلو)

با توجه به شکل و فرض داریم:



$$\hat{A} = \hat{C} = 80^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 80^\circ \\ \hat{C} = 40^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 60^\circ$$

چون نقطه D روی عمود منصف AB واقع است، پس $AD = DB$ و مثلث ABD متساوی الساقین است و $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$ ، بنابراین:

$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{ADB}}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{A} - \hat{A}_1 = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$$

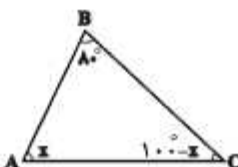
$$\hat{C}_1 = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma = \text{زاویه خارجی} = \hat{A}_2 + \hat{C}_1 = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۵۲- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)



فرض کنیم $\hat{A} = x$ باشد. در این صورت مطابق شکل $\hat{C} = 100^\circ - x$ است و طبق فرض داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow x > 100^\circ - x \Rightarrow 2x > 100^\circ \Rightarrow x > 50^\circ$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۵۳- گزینه «۴»

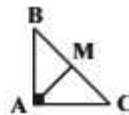
(کیوان زاربان)

بین اندازه‌های اضلاع داده شده رابطه فیثاغورس برقرار است:

$$(17)^2 = (15)^2 + 8^2$$

بنابراین مثلث قائم‌الزاویه است. پس رأس قائمه محل هم‌مرسی ارتفاع‌ها و نقطه وسط وتر محل هم‌مرسی عمود منصف‌ها است. فاصله مورد نظر برابر می‌شود با:

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{17}{2} = 8 \frac{1}{2}$$



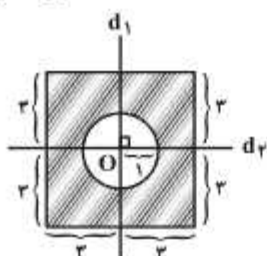
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۵۴- گزینه «۳»

(غرشاد غرامرز)

تقاطعی که از یک خط داده شده به فاصله ۳ واحد باشند، دو خط به موازات آن و به فاصله ۳ واحد در دو طرف آن می‌باشند؛ بنابراین نقاط واقع در بین این دو خط فاصله‌ای کمتر از سه واحد تا خط اولیه دارند. از طرفی، مجموعه نقاطی که فاصله آن‌ها تا نقطه O، بیشتر از یک واحد باشد، نقاط خارج دایره‌ای به مرکز O و شعاع یک واحد هستند. دو خط به موازات هر یک از خطوط d_1 و d_2 و به فاصله ۳ واحد از آن‌ها و همچنین دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۱ واحد رسم می‌کنیم. نقاط واقع در ناحیه بین آن‌ها، جواب مسئله هستند. داریم:

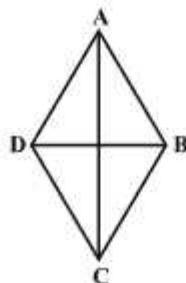
$$S_{\text{هاشورخورد}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{دایره}} = 6^2 - \pi \times 1^2 = 36 - \pi$$



(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۵۵- گزینه «۴»

(امیرعسین ابومعویب)



لوزی ABCD را مطابق شکل در نظر بگیرید؛ به گونه‌ای که طول اضلاع آن برابر ۸ و طول قطر AC برابر ۲۰ باشد در این صورت در مثلث ABC داریم:

$$AB + BC = 8 + 8 = 16, AC = 20 \Rightarrow AB + BC < AC$$

بنابراین چنین مثلثی قابل رسم نیست (طبق اصل تاساوی مثلثی) و در نتیجه لوزی ABCD قابل رسم نمی‌باشد.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۵۶- گزینه «۴»

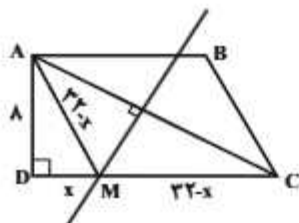
(پژمان قهرمانیان)

طول اضلاع مثلث باید در تاساوی مثلثی صدق کند. داریم:

$$2x - 2 + x + 7 > x + 2 \Rightarrow x > -\frac{3}{2}$$

$$x + 7 + x + 2 > 2x - 2 \Rightarrow 9 > -2$$

$$2x - 2 + x + 2 > x + 7 \Rightarrow x > \frac{3}{5}$$



$$AM^2 = AD^2 + DM^2 \Rightarrow (32-x)^2 = 64 + x^2$$

$$1024 - 64x = 64 \Rightarrow x = \frac{960}{64} = 15$$

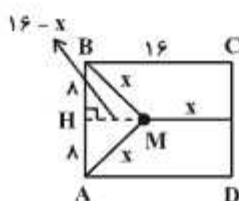
(هنرسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(کیوان دارابی)

۶۰- گزینه «۲»

فرض کنید نقطه M واقع بر عمودمتصف ضلع AB به فاصله برابر از رئوس A و

B و ضلع CD قرار دارد. اگر این فاصله را با x نمایش دهیم، مطابق شکل داریم:



$$\triangle MHB : BM^2 = BH^2 + HM^2 \Rightarrow x^2 = 8^2 + (16-x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 64 + 256 + x^2 - 32x$$

$$\Rightarrow 32x = 320 \Rightarrow x = 10$$

با توجه به شکل، مساحت مثلث BMD به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{BMD} = |S_{BMC} + S_{CMD} - S_{BCD}|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = \left| \frac{16 \times 8}{2} + \frac{10 \times 16}{2} - \frac{16 \times 16}{2} \right|$$

$$\Rightarrow S_{BMD} = |64 + 80 - 128| = 16$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

بنابراین مقادیر قابل قبول برای x به صورت $x > 3/5$ است.

$$\text{محیط مثلث} = x + 7 + 2x - 2 + x + 2 = 4x + 7$$

$$x > 3/5 \Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow 4x + 7 > 19$$

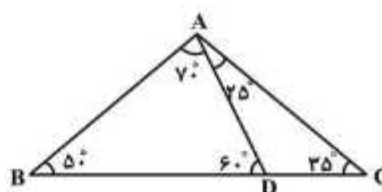
پس تنها عدد ۲۲ در بین گزینه‌ها می‌تواند محیط این مثلث باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۵۷- گزینه «۲»

(معمّر ظاهر شعاعی)

مثلث ABC به صورت زیر می‌شود:



گزینه «۲» در مثلث ABD، $\hat{B}AD > \hat{B}DA$ ، پس $BD > AB$.

سایر گزینه‌ها صحیح‌اند.

گزینه «۱» $\triangle ABC : \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$

گزینه «۳» $\triangle ACD : \hat{ADC} > \hat{C} \Rightarrow AC > AD$

گزینه «۴» $\triangle ABD : \hat{BAD} > \hat{B} \Rightarrow BD > AD$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۸- گزینه «۱»

(امیرعباس ایوب‌نویس)

عکس قضیه شرطی گزینه «۱» عبارت است از: «اگر دو ضلع و یک زاویه

مثلثی با دو ضلع و یک زاویه مثلثی دیگر برابر باشد این دو مثلث

هم‌نهشتند». واضح است که این موضوع در حالت کلی صحیح نیست، پس

عبارت مورد نظر نمی‌تواند یک قضیه شرطی باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلاال؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۹- گزینه «۱»

(یووار خاتمی)

چون M روی عمودمتصف AC قرار دارد، پس از دو سرپاره‌خط به یک فاصله است

(MA = MC). با فرض $DM = x$ داریم $AM = MC = 32 - x$ و

لذا در مثلث قائم‌الزاویه ADM طبق قضیه فیثاغورس داریم:

آمار و احتمال

۶۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

مطابق جدول ارزش گزاره‌های p ، q و r داریم:

p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن	د

همان‌طور که مشاهده می‌شود، در ۳ حالت از جدول، ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ ، نادرست است.

راه حل دوم، ارزش گزاره $(p \vee q) \Rightarrow r$ وقتی نادرست است که r نادرست و $p \vee q$ درست باشد. ارزش گزاره r در ۴ حالت نادرست است. ارزش $p \vee q$ در ۳ حالت از ۴ حالت ارزش گزاره‌های p و q درست است. (آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۵ تا ۹)

۶۲- گزینه «۲»

(مرتضی غییم‌علوی)

می‌دانیم که عکس نقیض هر گزاره، با آن گزاره معادل است. عکس نقیض گزاره صورت سؤال به شکل زیر است:

$$\sim (x \leq -3 \vee x \geq 3) \Rightarrow (x^2 \leq 9)$$

$$= (x > -3 \wedge x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

$$= (-3 < x < 3) \Rightarrow x^2 > 9$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۶۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

گزینه «۱»، معادله $\frac{x^2-9}{x+3} = x-3$ به ازای $x \neq -3$ و در نتیجه برای همه اعضای مجموعه A ، صحیح است. پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «۲» $x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in A \\ x = -6 \end{cases}$

در نتیجه این گزاره سوری درست است.

گزینه «۳»

$$|3-x| < 2 \Rightarrow |x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$$

بنابراین تاس‌سوی به ازای $x=1$ برقرار نیست و در نتیجه گزاره سوری نادرست است.

گزینه «۴»

$$x^2 \geq x \Rightarrow x^2 - x \geq 0 \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \Rightarrow (x \leq 0) \vee (x \geq 1)$$

چون همه اعضای A بزرگ‌تر یا مساوی ۱ هستند پس گزاره درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۶۴- گزینه «۳»

(مرتضی غییم‌علوی)

طبق جدول ارزش گزاره‌ها، اگر $[p \Rightarrow (q \Rightarrow p)] = r$ و $[(q \Rightarrow p) \Rightarrow q] = s$ باشند، آنگاه داریم:

p	q	$q \Rightarrow p$	r	s	$r \wedge s$
د	د	د	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

همان‌طور که مشاهده می‌شود، گزاره مورد نظر هم‌ارز منطقی با گزاره q است.

حال طبق قانون جذب داریم: $q \wedge (p \vee q) \equiv q$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۶۵- گزینه «۱»

(مرتضی غییم‌علوی)

فرض کنید مجموعه A دارای m عضو و مجموعه B دارای n عضو باشد. در این صورت داریم:

$$r^m = 16 \times r^n \Rightarrow r^m = r^{n+4} \Rightarrow m = n+4$$

$$r^{m+1} - r^{n+3} = 192 \Rightarrow r^{m+1} - r^{m-1} = 192$$

$$\Rightarrow r^{m-1}(r-1) = 192 \Rightarrow r^{m-1} = 64 \Rightarrow m = 7$$

بنابراین نقیض گزاره صورت سؤال عبارت است از:

$$\exists x \in \mathbb{R}; x \leq 2 \vee x \geq 5$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

(امیرسین ابومعوی)

۶۹- گزینه «۱»

اگر گزاره‌های p و q درست باشند، آنگاه گزاره $p \leftrightarrow \sim q$ نادرست بوده

و داریم:

با بررسی گزینه‌ها، مقدار سه عبارت (۲)، (۳) و (۴) برابر ۱ می‌شود که رد خواهند شد و مقدار عبارت (۱) برابر صفر خواهد بود.

$$(1) \quad 1 \times (1-1) + (1-1) \times 1 = 0$$

$$(2) \quad 1 \times 1 + (1-1)(1-1) = 1$$

$$(3) \quad \max\{1, 1\} = 1$$

$$(4) \quad 1 + 1 - 1 \times 1 = 1$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(غریزه تکیانش)

۷۰- گزینه «۲»

یک مجموعه n عضوی، دارای 2^n زیرمجموعه است، بنابراین داریم:

$$\frac{2^{n(B)}}{2^{n(A)}} = 4 \Rightarrow 2^{n(B)-n(A)} = 2^2 \Rightarrow n(B) - n(A) = 2$$

$$\Rightarrow n(B) = n(A) + 2$$

$$2^{n(A \cup B)} = 512 = 2^9 \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 9 = n(A) + (n(A) + 2) - 1 \Rightarrow 2n(A) + 1 = 9 \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow A = 2^4 = 16 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های } A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

حال می‌دانیم یک مجموعه k عضوی 2^{k-1} زیرمجموعه زوج عضوی دارد

پس $2^6 = 64$ زیرمجموعه مطلوب خواهیم داشت.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(مرتضی غنیم‌علوی)

۶۶- گزینه «۲»

دو عبارت $p \Rightarrow q$ و $\sim p \vee q$ هم‌ارز منطقی هستند. پس داریم:

$$(\sim p \Rightarrow q) \wedge [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]$$

$$= (p \vee q) \wedge [(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$$

$$= (p \vee q) \wedge [(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)]$$

$$= (p \vee q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$$

$$= (p \vee q) \wedge \sim (p \vee q) = F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

(مرتضی غنیم‌علوی)

۶۷- گزینه «۲»

زیرمجموعه مدنظر نباید صفر را داشته باشد. حال یک زیرمجموعه دلخواه

از $A - \{0\}$ مثل B را در نظر بگیرید. بین B و $A - \{0\}$ یکی

شرایط مسئله را دارد. پس نصف زیرمجموعه‌های مجموعه $A - \{0\}$ مطلوبند

$$\frac{2^{18}}{2} = 2^{17} \text{ یعنی}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

(سعید بخشی‌گانی آبار)

۶۸- گزینه «۳»

نقیض گزاره سوری « $\forall x; P(x)$ » به صورت « $\exists x; \sim P(x)$ » است. از

طرفی داریم:

$$\sim (2 < x < 5) = \sim [x > 2 \wedge x < 5]$$

$$= \sim (x > 2) \vee \sim (x < 5) = x \leq 2 \vee x \geq 5$$

ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۴»

(فرهاد صابر)

گویا بودن هر یک از گزینه‌های ۱ تا ۳ بررسی می‌کنیم.

توجه کنید که عملیات‌های انجام شده عدد گویا را گویا نگه می‌دارد.

گزینه «۱»

$$\frac{m-2n}{m+2n} \xrightarrow{\times 2} \frac{2m-4n}{m+2n} \xrightarrow{+2} \frac{\Delta m}{m+2n}$$

$$\xrightarrow{\times \left(\frac{1}{\Delta}\right)} \frac{m}{m+2n} \quad (I)$$

گزینه «۲»

$$\frac{m}{m+2n} \xrightarrow{\text{واژون}} \frac{m+2n}{m} \xrightarrow{-1} \frac{2n}{m} \xrightarrow{+2} \frac{n}{m} \quad (II)$$

گزینه «۳»

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{\times 2} \frac{2mn}{m^2+2mn} \xrightarrow{+1} \frac{m^2+2mn}{m^2+2mn}$$

مثال نقض برای گزینه «۴»

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{2} \\ m &= 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{m-2n}{m+2n} = 0 \in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

$$\frac{m-n}{m^2+n^2+mn} = \frac{2\sqrt{2}}{26} \in \mathbb{Q}'$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

۷۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومنیوب)

$$\text{گزینه «۲»} \cdot (x-1)(x^2+2x-3)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2+2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \end{cases}$$

یعنی اگر $(x-1)(x^2+2x-3)=0$ باشد، x می‌تواند برابر ۱ یا (-3) باشد.

پس عکس قضیه در حالت کلی برقرار نیست.

درستی سایر گزینه‌ها را به عنوان تمرین خودتان بررسی کنید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ و ۷)

۷۳- گزینه «۱»

(سیدوحید زوالفقاری)

مثال نقض برای گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» عبارت‌اند از:

$$\text{گزینه «۲»} \cdot (-1)^2 = (1)^2 \text{ ولی } -1 \neq 1$$

$$\text{گزینه «۳»} \cdot (-3)^2 < 2^2 \text{ ولی } -3 < 2$$

$$\text{گزینه «۴»} \cdot -2 < 2 \text{ ولی } -\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه کار در کلاس، صفحه‌های ۷ و ۸)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۷)

۷۴- گزینه «۴»

(سیدمرتضی حسینی فر)

گزاره گزینه «۱» با مثال نقض $\{2, 3\}$ قابل رد کردن است.

گزاره گزینه «۲» نادرست است و قابل اثبات نیست.

گزاره گزینه «۳» نادرست است، زیرا برهان خلف برای اثبات درستی یک

حکم استفاده می‌شود، نه برای رد کردن آن.

اثبات درستی گزاره گزینه «۴» به صورت زیر است.

$$a = 2k + 1, b = 2q + 1$$

$$\Rightarrow ab = (2k + 1)(2q + 1) = 4kq + 2k + 2q + 1$$

$$= 2(2kq + k + q) + 1 = 2q' + 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۳)

۷۵- گزینه «۴»

(رضا توکلی)

حکم $A \cap B = A \cap C$ آن‌گاه $B = C$ غلط است و برای رد کردن آن

از مثال نقض استفاده می‌کنیم. باید طوری مثال بزنیم که $A \cap B = A \cap C$

باشد اما $B \neq C$ که گزینه ۴ جواب است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

(مشابه کار در کلاس صفحه ۳)

۷۶- گزینه «۲»

(گویان دارایی)

$$(\alpha - \beta)^2 + \alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 = \text{گویا} \times \text{گویا}$$

از طرفی با برهان خلف می توان نشان داد که $\alpha + \beta$ گنگ است.

برهان خلف.

$$\alpha, \beta \in \mathbb{Q}, \alpha + \beta \in \mathbb{Q}, \alpha + \beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow \alpha + \beta - (\alpha + \beta) \in \mathbb{Q}$$

$$0 \in \mathbb{Q} \Rightarrow \alpha \in \mathbb{Q}$$

که خلاف فرض است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۵ و ۶)

۷۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومعوی)

ابتدا طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می کنیم.

$$2a^2 + 10b^2 + 10 - 6a - 2b - 6ab \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 6a + 9) + (b^2 - 2b + 1) + (a^2 - 6ab + 9b^2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-1)^2 + (a-3b)^2 \leq 0$$

سه عبارت $(a-3)^2$ ، $(b-1)^2$ و $(a-3b)^2$ همگی مربع کامل و روابط

همگی برگشت پذیر هستند پس برای درست بودن رابطه کافی است داشته باشیم.

$$\begin{cases} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ b-1=0 \Rightarrow b=1 \\ a-3b=0 \Rightarrow a=3b \end{cases}$$

که خواهیم داشت.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۶ تا ۸)

۷۸- گزینه «۲»

(نیلوفر معروی)

$$5x^2 + y^2 + z^2 \geq 2xy + 2xz + yz \Leftrightarrow 10x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 6xy + 2xz + yz$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 6xy - 2xz - yz \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (9x^2 - 6xy + y^2) + (x^2 - 2xz + z^2) + (y^2 - 2yz + z^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۶ تا ۸)

۷۹- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومعوی)

گزینه «۱» اگر $n=3$ باشد، آنگاه هیچ کدام از اعداد $4^3 - 1 = 63$ و

$$4^3 + 1 = 65$$

عدد اول نیستند.

$$1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{گزینه «۳» اگر } x = \frac{1}{2} \text{ باشد، آنگاه } \left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{2}$$

گزینه «۴» اگر $\alpha = \sqrt{2}$ و $\beta = -\sqrt{2}$ باشد، آنگاه $\alpha + \beta = 0$ عددی

گویاست ولی $2\alpha - 2\beta = 5\sqrt{2}$ عددی گنگ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۲ و ۳)

۸۰- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومعوی)

یادآوری: از کتاب درسی آمار و احتمال به یاد داریم که گزاره مرکب

« $p \Rightarrow q$ » به صورت « q شرط لازم برای p است» تفسیر می شود.

همه عبارت ها را به سمت چپ می بریم.

$$x^2 + 4y^2 - 4xy + 4y^2 + z^2 - 4yz + 2x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 4y^2 - 4xy) + (4y^2 + z^2 - 4yz) + 2(x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2y)^2 + (2y-z)^2 + 2(x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ 2y-z=0 \Rightarrow 2y=z \Rightarrow x=2y=z=1 \\ x-2y=0 \Rightarrow x=2y \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۲ تا ۸)

فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(غرض از رسول)

فقط مورد (د) نادرست است چرا که بار الکتریکی کمیت گواتیمی و ناپیوسته است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۵)

۸۲- گزینه «۱»

(عسین تاضی)

ابتدا بار الکتریکی 6×10^{-13} الکترون را به دست می آوریم.

$$\Delta q = -ne \Rightarrow \Delta q = -6 \times 10^{-13} \times 1.6 \times 10^{-19} = -9.6 \times 10^{-32} \text{ C}$$

اگر علامت بار جسم تغییر نکند.

$$q_2 = 2q_1$$

$$q_2 - q_1 = \Delta q \Rightarrow \frac{\Delta q = -9.6 \mu\text{C}}{q_2 = 2q_1}$$

$$2q_1 - q_1 = -9.6 \Rightarrow q_1 = -9.6 \mu\text{C}$$

اگر علامت بار جسم تغییر کند.

$$q_2 = -2q_1$$

$$q_2 - q_1 = \Delta q \Rightarrow \frac{\Delta q = -9.6 \mu\text{C}}{q_2 = -2q_1} \Rightarrow -2q_1 - q_1 = -9.6$$

$$\Rightarrow -3q_1 = -9.6 \Rightarrow q_1 = 3.2 \mu\text{C}$$

$$\Rightarrow 3.2 + (-9.6) = -6.4 \mu\text{C}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۵)

۸۳- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

چون خواسته سؤال چند برابر شدن اندازه نیرو است، بهتر است از رابطه مقایسه‌ای قانون کولن استفاده کنیم. داریم:

$$q_A = q_B = q \Rightarrow \text{بارها در حالت اول}$$

طبق اصل یابستگی بار الکتریکی داریم:

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \Rightarrow \frac{q_A = q_B = q}{q'_B = -2q} \Rightarrow q'_A = 4q$$

$$F = \frac{k|q_A||q_B|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A|}{|q_A|} \times \frac{|q'_B|}{|q_B|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = 4 \times 2 \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = 2 \Rightarrow F' = 2F$$

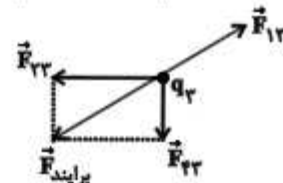
$$\frac{F'}{F} = \frac{4|q| \times 2|q|}{|q| \times |q|} \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = 2 \Rightarrow F' = 2F$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۵)

۸۴- گزینه «۴»

(میلاد عسلی)

ابتدا نیروهای وارد بر بار q_3 را رسم و محاسبه می‌کنیم.



$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{9 \times 10^{-9} \times 25 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(1 - \sqrt{5} \times 10^{-2})^2} = 36\sqrt{5} \text{ N}$$

$$F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 36 \text{ N}$$

برای دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ باید با نیروی $\vec{F}_{33}$ خنثی شود بنابراین:

$$\sqrt{(F_{13})^2 + (F_{23})^2} = F_{33}$$

$$\Rightarrow \sqrt{F_{13}^2 + 36^2} = 36\sqrt{5} \Rightarrow F_{13}^2 + 36^2 = (36\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow F_{13}^2 = (72)^2 \Rightarrow F_{13} = 72 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow 72 = \frac{9 \times 10^{-9} \times |q_3| \times 8 \times 10^{-6}}{(0.1)^2}$$

$$\Rightarrow |q_3| = 4 \mu\text{C} \Rightarrow q_3 = +4 \mu\text{C}$$

دقت کنید که برای تعادل داشتن بار q_3 ، بار q_2 الزاماً باید مثبت باشد.

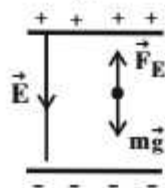
(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۵)

۸۵- گزینه «۳»

(زهره آقامنبری)

با توجه به پایانه‌های باتری متوجه می‌شویم که صفحه بالایی دارای پتانسیل مثبت و صفحه پایینی دارای پتانسیل منفی است و خط‌های میدان الکتریکی از بالا به پایین برقرار است. برای محاسبه بزرگی میدان بین دو صفحه داریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{10 \times 10^3}{10 \times 10^{-2}} = 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



چون ذره معلق است، طبق قانون اول نیوتون، نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow 10^5 \times |q| = 8 \times 10^{-15} \times 10$$

$$\Rightarrow |q| = 8 \times 10^{-19} \text{ C}$$

طبق اصل گواتیمه بودن بار الکتریکی، داریم:

$$|q| = ne \Rightarrow n = \frac{|q|}{e} = \frac{8 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۳ و ۳ تا ۳۷)

۸۶- گزینه «۴»

(معصومه افشاری)

با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی، دو بار تاهم‌نام هستند. خطوط میدان از بار q_3 خارج و به بار q_1 وارد می‌شوند، یعنی بار q_3 مثبت و بار q_1 منفی است.

$$E_B = \frac{9 \times 10^9 \times 6 / 5 \times 10^{-6}}{121 \times 10^{-4}} = 45 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

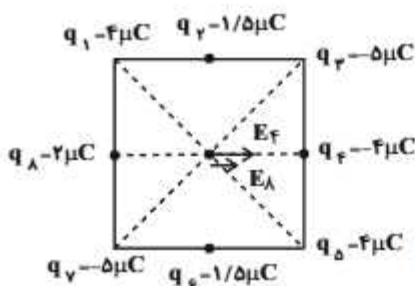
$$E_T = \sqrt{E_A^2 + E_B^2} \Rightarrow E_T = \sqrt{(18 \times 10^5)^2 + (45 \times 10^5)^2}$$

$$\Rightarrow E_T = 9\sqrt{29} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

(جزء آتامنماری)

۹۰ - گزینه «۴»



در مرکز مربع، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_3 با هم،

بارهای q_2 و q_4 با هم و بارهای q_1 و q_3 تیز با هم برابر و در خلاف جهت

یکدیگر می‌باشد، بنابراین این میدان‌ها دو به دو اثر هم‌دیگر را خنثی می‌کنند.

بنابراین فقط کافی است اندازه میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_2 و q_4 را

در مرکز مربع محاسبه کنیم و با توجه به جهت آن‌ها، میدان خالص را در مرکز

مربع حساب کنیم. داریم:

$$E_F = k \frac{|q_F|}{r_F^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 9 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_A = k \frac{|q_A|}{r_A^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 4 / 5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_t = E_F + E_A = 13 / 5 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

با توجه به تراکم خطوط میدان، چون تراکم خطوط اطراف بار q_1 بیشتر است،
بنابراین اندازه بار q_1 بزرگتر از اندازه بار q_2 است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۸۷ - گزینه «۲» (سعیار شرق)

چون الکترون در جهت خط‌های میدان الکتریکی پرتاب می‌شود، پس رفته
رفته به صفحه منفی نزدیک خواهد شد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن
افزایش خواهد یافت. طبق قانون پایستگی انرژی، به همان میزان تیز انرژی
جنبشی اولیه خود را از دست می‌دهد و داریم:

(دقت کنید برای آن که الکترون به صفحه دیگر برخورد نکند باید در آستانه
برخورد به آن متوقف شود، یعنی $K_f = 0$)

$$\Delta U = -\Delta K$$

$$\Rightarrow q\Delta V = -(K_f - K_i) \Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times (-20) = 0 - K_i$$

$$\Rightarrow 1/6 \times 10^{-19} \times 20 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{1/6 \times 10^{-19} \times 20 \times 2}{9 \times 10^{-31}}} = \frac{8}{3} \times 10^6 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

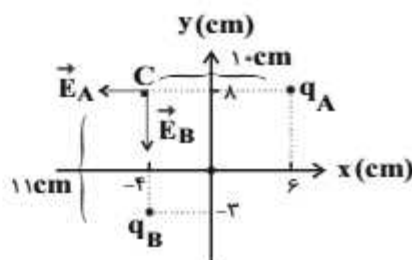
۸۸ - گزینه «۴» (مصطفی افشار)

در یک رسانا که در تعادل الکتریکی قرار دارد، تمام نقاط آن دارای پتانسیل
الکتریکی یکسان هستند، پس $V_A = V_B$ و می‌دانیم در نقاط توک تیز تراکم بار
الکتریکی تیز بیشتر است، بنابراین تراکم بار در نقطه B بیشتر است.

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۸۹ - گزینه «۴» (سعید ارم)

با توجه به شکل محورهای مختصات و محل قرارگیری بارها و نقطه C،
خواهیم داشت:



$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_A = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(10 \times 10^{-2})^2} = 18 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۲»

(ممنوعی راست پیمان)

هر متحرک در هر لحظه فقط می تواند در یک مکان قرار داشته باشد. (تمودارهای (الف) و (ج)). در نمودارهای (ب) و (د) که با تعریف تابع هم سازگار نیست، متحرک در یک لحظه معین در دو مکان متفاوت قرار دارد که چنین چیزی ممکن نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه ۶)

(مشابه سوال ۷ صفحه ۲۶، پرسش های آخر فصل)

۹۲- گزینه «۴»

(پوریا علاقه مند)

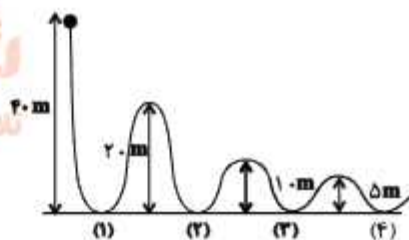
با توجه به شکل و تعریف مسافت و جابه جایی، داریم:

$$\text{مسافت} = \ell = 40 + 20 + 20 + 10 + 10 + 5 + 5 = 110 \text{ m}$$

$$\text{جابه جایی} = |\Delta x| = 40 \text{ m}$$

$$\frac{|\Delta x|}{d} = \frac{40}{110} = \frac{4}{11}$$

بنابراین:



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲ و ۳)

۹۳- گزینه «۳»

(علیرضا کونه)

با توجه به این که بردار سرعت متوسط متحرک در SI و در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 4s$ برابر با $10\hat{i}$ و نیز در بازه زمانی $t_2 = 4s$ تا $t_3 = 12s$ برابر با $7\hat{i}$ می باشد، می توان نوشت:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} 10\hat{i} = \frac{\vec{d}_4 - \vec{d}_0}{4 - 0} \\ 7\hat{i} = \frac{\vec{d}_{12} - \vec{d}_4}{12 - 4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{d}_4 - \vec{d}_0 = 40\hat{i} \\ \vec{d}_{12} - \vec{d}_4 = 28\hat{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{d}_{12} - \vec{d}_0 = 68\hat{i}$$

در نهایت بردار سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0$ تا $t_3 = 12s$ برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}_{12} - \vec{d}_0}{12 - 0} = \frac{68\hat{i}}{12} = \left(6\frac{1}{3}\frac{m}{s}\right)\hat{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲ تا ۵)

۹۴- گزینه «۳»

(علی عاقلی)

در ۲ ثانیه دوم، در لحظه $t = 3s$ که شیب خط مماس بر نمودار صفر شده و علامت آن تغییر می کند، جهت حرکت متحرک عوض شده است و در بازه $3s$ تا $4s$ که شیب خط واصل مثبت است، سرعت متوسط نیز مثبت می باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲ تا ۵)

۹۵- گزینه «۴»

(امیرحسین برادران)

بررسی گزینه ها:

(۱) درست

(۲) درست، با توجه به رابطه سرعت متوسط، بردار سرعت متوسط و بردار

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad (\Delta t \text{ همواره مثبت است})$$

(۳) درست، اگر تندی متحرک در یک بازه زمانی صفر نشود، در این بازه جهت حرکت متحرک تغییر نکرده و بنابراین بزرگی جابه جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابرند و مطابق رابطه تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط این دو کمیت نیز با یکدیگر برابرند.

(۴) نادرست، بردار سرعت لحظه ای به جهت حرکت متحرک بستگی دارد و الزاماً هم جهت با بردار مکان نیست.

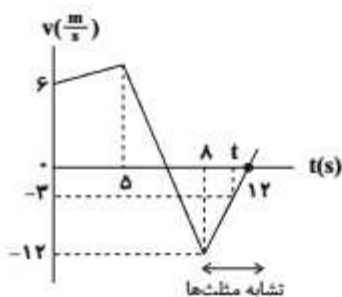
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲ تا ۵)

۹۶- گزینه «۲»

(عسام نادری)

سومین بار در لحظه ای بین $8s$ و $12s$ تندی متحرک نصف تندی اولیه

یعنی $\frac{3}{4}$ می شود. برای محاسبه این زمان، داریم:



۹۹- گزینه «۱»

(نیام رستمی)

با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{200 + 300}{200} = 2.5 \frac{m}{s}$$

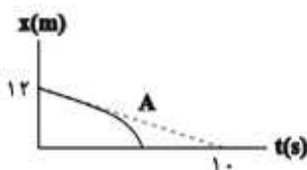
این عدد (تندی متوسط)، یعنی این شخص در هر ثانیه، 2.5 m از طول مسیر حرکت خود را طی کرده است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۰۰- گزینه «۲»

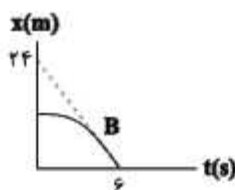
(امیرشهر میرسعید)

تندی در مبدأ زمان، یعنی تندی در لحظه $t = 0$ و تندی در مبدأ مکان، یعنی تندی در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؛ یعنی در لحظه $t = 6 \text{ s}$. بنابراین کافی است، شیب مماس بر نمودار مکان - زمان را در لحظه‌های فوق حساب کنیم.



شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$: $v_0 = \frac{-12}{10} = -1.2 \frac{m}{s}$

(خط A)



شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6 \text{ s}$ (خط B): $v_{(t=6s)} = \frac{-24}{6} = -4 \frac{m}{s}$

می‌بینیم، تندی متحرک در لحظه $t = 6 \text{ s}$ (مبدأ مکان) به اندازه $|\Delta v| = 4 - 1.2 = 2.8 \frac{m}{s}$ (مبدأ زمان) بیشتر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)

(مشابه تمرین (۱-۳)، صفحه ۱۰ کتاب درسی)

$$\Rightarrow \frac{12}{2} = \frac{12-8}{12-t} \Rightarrow t = 1 \text{ s}$$

$$\xrightarrow{t=0} v_0 = 6 \frac{m}{s}, \quad \xrightarrow{t=1 \text{ s}} v_{11} = -3 \frac{m}{s}$$

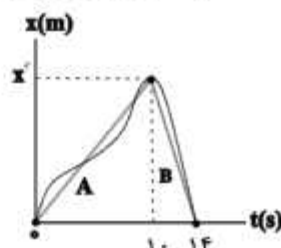
$$a_{av} = \frac{v_{11} - v_0}{11 - 0} = \frac{-3 - 6}{11} = \frac{-9}{11} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{9}{11} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۷- گزینه «۴»

(سیاوش فارسی)

برای محاسبه سرعت متوسط بین دو نقطه از نمودار مکان - زمان، باید شیب خط واصل بین دو نقطه را محاسبه کنیم. بنابراین، با توجه به شکل زیر داریم:



$$\frac{(10 \text{ s تا } 0 \text{ s}) v}{(14 \text{ s تا } 0 \text{ s}) v} = \frac{\text{شیب خط A}}{\text{شیب خط B}} = \frac{\frac{x' - 0}{10 - 0}}{\frac{0 - x'}{14 - 10}} = -0.4 \Rightarrow v' = -2.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۹۸- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست است. شیب خطی که مکان‌های جسم را در لحظه‌های t_1 و t_2 بهم وصل می‌کند، منفی است؛ در نتیجه، سرعت متوسط نیز منفی می‌باشد.

(۲) درست است. در بازه زمانی $t = 0$ تا t_2 جهت بردار جابه‌جایی در جهت محور X است.

(۳) نادرست است. در لحظه‌های t_1 و t_2 جهت حرکت تغییر می‌کند و در لحظه‌های t_1 و t_2 متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.

(۴) درست است. در لحظه t_2 ، متحرک در مبدأ مکان و در لحظه t_1 متحرک در مکان $x < 0$ است. بنابراین، در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان خواهد بود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(مشابه پرسش (۱-۳)، صفحه ۸ کتاب درسی)

فیزیک ۱

۱۰۱- گزینه «۳»

(شیرام آموزگار)

بررسی گزینه تادرست.

آزمایش و مشاهده در فیزیک، اهمیت زیادی دارد، اما آنچه بیش از همه در پیشبرد و تکامل علم فیزیک نقش ایفا کرده و می‌کند، تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌هایی است که با آن‌ها مواجه می‌شوند.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۰۲- گزینه «۲»

(ممد کوردی)

کمیت‌های فشار، تبدی، انرژی و مسافت، همگی کمیت‌هایی ترده‌ای و کمیت‌های شتاب، نیرو، گشتاور، سرعت متوسط و جابه‌جایی همگی کمیت‌هایی برداری‌اند. لذا کمیت‌های ذکر شده در گزینه «۲» همگی ترده‌ای‌اند.

(فیزیک ۱- صفحه ۶)

۱۰۳- گزینه «۲»

(ممد رضا شریلی)

$$۱) ۲۰۲ \text{ km} = ۲/۰۲ \times ۱۰^۳ \text{ km} \times \frac{۱۰^۳ \text{ m}}{۱ \text{ km}} \times \frac{۱ \mu\text{m}}{۱۰^{-۶} \text{ m}} = ۲/۰۲ \times ۱۰^{۱۱} \mu\text{m}$$

$$۲) ۰/۰۸۱۳ \mu\text{s} = ۰/۸۱۳ \times ۱۰^{-۶} \text{ s} \times \frac{۱۰^{-۶} \text{ s}}{1 \mu\text{s}} \times \frac{1 \text{ Ms}}{۱۰^۶ \text{ s}} = ۰/۸۱۳ \times ۱۰^{-۱۲} \text{ Ms}$$

$$۳) ۴ \text{ cm}^۳ = ۴ \text{ cm}^۳ \times \frac{۱۰^{-۴} \text{ m}^۳}{۱ \text{ cm}^۳} \times \frac{۱ \text{ mm}^۳}{۱۰^{-۹} \text{ m}^۳} = ۴ \times ۱۰^۵ \text{ mm}^۳$$

$$۴) ۹ \text{ m}^۳ = ۹ \text{ m}^۳ \times \frac{۱ \text{ dm}^۳}{۱۰^{-۳} \text{ m}^۳} = ۹ \times ۱۰^۳ \text{ dm}^۳$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۴- گزینه «۲»

(سیده علینا میرعلایی)

با توجه به این که مساحت مثلث برحسب یکای دسی‌متر مربع خواسته شده، لازم است در ابتدا همه ابعاد شکل به یکای متر تبدیل شوند. با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$h = ۱۵ \text{ mm}$ ارتفاع مثلث

$$= ۱۵ \text{ mm} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ m}}{۱ \text{ mm}} = ۱۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ m}$$

$a = ۱۰^۲ \text{ hm}$: قاعده مثلث

$$= ۱۰^۲ \text{ hm} \times \frac{۱۰^۲ \text{ m}}{۱ \text{ hm}} = ۱۰^۴ \text{ m}$$

در نتیجه مساحت مثلث برابر خواهد بود با:

$$S = \frac{1}{2} (a \times h) = \frac{1}{2} \times ۱۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^۴ = ۷۵ \text{ m}^۲ \times \frac{۱۰^۲ \text{ dm}^۲}{۱ \text{ m}^۲}$$

$$= ۷/۵ \times ۱۰^۳ \text{ dm}^۲$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۵- گزینه «۳»

(مهری زمان‌زاده)

ابتدا حجم استخر را برحسب سانتی‌متر مکعب ($\text{cm}^۳$) محاسبه می‌کنیم.

$$V = ۴ \times ۱۰ \times ۱۲ = ۴۸۰ \text{ m}^۳ = ۴۸۰ \times ۱۰^۶ \text{ cm}^۳$$

چون آهنگ خروج آب $\frac{\text{cm}^۳}{\text{s}}$ است، یعنی در هر ثانیه، $۵۰ \text{ cm}^۳$ آب از

استخر خارج می‌شود؛ پس به کمک یک تناسب، مدت زمان خالی شدن تصف استخر را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\text{حجم}}{۵۰ \text{ cm}^۳} = \frac{\text{زمان}}{۱ \text{ s}} \Rightarrow t = ۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s}$$

$$۲۴۰ \times ۱۰^۶ \quad t = ?$$

در انتها، باید ببینیم $۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s}$ ، معادل چند شبانه‌روز است.

$$۴۸ \times ۱۰^۵ \text{ s} \times \frac{۱ \text{ h}}{۳۶۰۰ \text{ s}} \times \frac{۱ \text{ day}}{۲۴ \text{ h}} = \frac{۴۸ \times ۱۰^۵}{۲۴ \times ۳۶۰۰} = ۵۵/۵ \text{ day}$$

این یعنی در میانه شبانه‌روز ۵۶، حجم آب استخر تصف می‌شود.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱۰۶- گزینه «۲»

(مهری یوسلی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای مدرج برابر با کمینه تقسیم‌بندی آن ابزار و در ابزارهای دیجیتال برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که ابزار گزارش می‌دهد. حال با توجه به این مفهوم دقت اندازه‌گیری هر یک از وسیله‌ها برابر است با:

(زهره آقامنبری)

۱۰۹ - گزینه «۳»

با توجه به اینکه جرم فلز ۰/۴ برابر جرم کره است، داریم:

$$m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{کره}} V_{\text{کره}} \rightarrow \rho_{\text{کره}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{کره}}} \quad (*)$$

حجم فلز و کره برابر است با:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{4}{3} \pi R_{\text{کره}}^3 = \frac{4}{3} \pi 2^3 = 32 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi (R_{\text{کره}}^3 - R_{\text{حفره}}^3) = \frac{4}{3} \pi (3^3 - 2^3) \text{ cm}^3 = 48 \text{ cm}^3$$

با استفاده از رابطه (*) داریم:

$$\rho_{\text{کره}} V_{\text{کره}} = \rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{کره}} = \frac{0.4 \times 32}{48} = \frac{4}{15} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

(حاشم زمالیان)

۱۱۰ - گزینه «۲»

به بررسی دلیل تادرستی گزینه‌های دیگر می‌پردازیم:

(۱) چون چگالی بتن کمتر از چگالی آب است، در هنگام آتش‌سوزی بتن‌ها
تجارت روی آن آب پاشید، زیرا بتن روی آب قرار می‌گیرد و آب عملاً در
خاموش کردن بتن بی‌اثر است.

(۳) هنگامی که چند مایع مختلف را که با هم مخلوط نمی‌شوند، در یک ظرف
می‌ریزیم، مایعی که چگالی کمتری نسبت به بقیه مایع‌ها دارد، بالاتر از همه
قرار می‌گیرد.

(۴) با محاسبه چگالی جسمی ناشناخته می‌توان جنس آن را تعیین کرد زیرا
ممکن است داخل جسم ناخالصی داشته باشیم و یا ممکن است چگالی یک
آلیاژ با جسمی دیگر برابر شود و ما را به اشتباه بیندازد.

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

(الف) $\frac{1 \text{ cm}}{5} = 0.2 \text{ cm}$ دقت اندازه‌گیری

(ب) 2.80 mA دقت اندازه‌گیری $0.1 \text{ mA} = 10^{-5} \text{ A} = 10 \mu\text{A}$

(پ) $\frac{20}{5} = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ دقت اندازه‌گیری

(ت) 0.016 mg دقت اندازه‌گیری $0.001 \text{ mg} = 1 \mu\text{g}$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۱۰۷ - گزینه «۳»

(زهره آقامنبری)

با توجه به رابطه مقایسه‌ای چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1}$$

چون حجم ظرف ثابت است: پس $V_1 = V_2$ است. از طرفی جرم مایع در
هر حالت برابر عدد ترازو منهای جرم ظرف است، پس داریم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{550 - 250}{800 - 250} = \frac{300}{550} = \frac{6}{11}$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

۱۰۸ - گزینه «۱»

(زهره آقامنبری)

با استفاده از رابطه چگالی و داده‌های نمودار داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V \text{ ثابت}} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{75}{50} = 1.5 \Rightarrow \rho_A = 1.5 \rho_B (*)$$

چگالی مخلوط برای دو مایع A و B برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_A = 4L, V_B = 6L} (*)$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1.5 \rho_B \times 4 + \rho_B \times 6}{4 + 6} = \frac{12 \rho_B}{10} = 1.2 \rho_B$$

(فیزیک ۱ - صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

شیمی ۲

۱۱۱ - گزینه «۳»

(امیرعلی برشوردراریون)

بررسی موارد تادرست.

الف) توضیحات داده شده مربوط به عنصر ژرمانیم می باشد که تعداد آن (Ge) است.

ب) عنصر قلع (Sn) رسانای گرمایی و الکتریکی بالایی دارد و در اثر ضربه خرد نمی شود.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۷ و ۸)

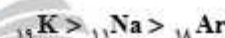
۱۱۲ - گزینه «۳»

(حسن لشکری)

تنها عبارت «ب» تادرست است.

بررسی برخی عبارتها.

ب) در یک دوره شعاع اتمها از چپ به راست کاهش می یابد.



ت) تمایل اتم ${}_{11}\text{Na}$ برای از دست دادن الکترون بیشتر از ${}_{12}\text{Mg}$ است زیرا فلزات گروه اول واکنش پذیری بیشتری از گروه دوم دارند.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۹ تا ۱۳)

۱۱۳ - گزینه «۴»

(معمرضا پوریاوند)

عبارت اول تنها مورد تادرست در مورد این عنصرها است.

فلزهای دسته d در مقایسه با فلزهای دسته s واکنش پذیری کمتری دارند و سرعت کدر شدن آنها کمتر است.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۱۳ تا ۱۷)

۱۱۴ - گزینه «۲»

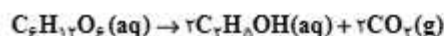
(رسول عابدینی زواره)

خصلت فلزی در یک گروه از بالا به پایین افزایش می یابد. بنابراین با افزایش فصلت فلزی در گروه هفدهم جدول دوره ای، شعاع اتمی و جرم اتمی میانگین افزایش می یابد، اما نسبت شمار الکترون ظرفیتی به شمار پروتون ها و واکنش پذیری آنها کاهش می یابد.

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۶ تا ۱۳)

۱۱۵ - گزینه «۴»

(معمربن عمربزرگ مقدم)



$$? \text{ mL C}_2\text{H}_5\text{OH} = 255 \text{ mL CO}_2 \times \frac{0.44 \text{ g CO}_2}{1000 \text{ mL CO}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1000 \text{ mL C}_2\text{H}_5\text{OH}}{0.78 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}$$

$$= 255 / 0.78 \text{ mL C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{aq})$$

با توجه به این که CO_2 و $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ هر دو فراورده هستند تیزی به محاسبه بازده نمی باشد.

(شیمی ۲ - صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۶ - گزینه «۱»

(امین نوروزی)

$$? \text{ LH}_2 = 48.0 \text{ g Fe}(\text{ناخالص}) \times \frac{60 \text{ g خالص}}{100 \text{ g ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}}$$

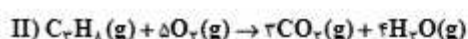
$$\times \frac{1 \text{ mol LH}_2}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{22}{2 \text{ LH}_2} = 115 / 2 \text{ LH}_2$$

(شیمی ۲ - قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۷ - گزینه «۴»

(غریزاد رضایی)

ابتدا واکنشها را موازنه می کنیم و سپس مقدار خالص NaNO_3 را به دست می آوریم.



$$\text{جرم ماده خالص} = \frac{\text{جرم ماده ناخالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100$$

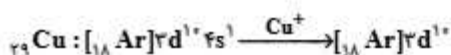
$$\Rightarrow 37 / 5 = \frac{x \text{ g NaNO}_3}{34} \times 100 \Rightarrow x = \frac{34 \times 37}{5} \text{ g NaNO}_3$$

اکنون مقدار O_2 تولیدی در واکنش (I) را به دست می آوریم.

$$? \text{ mol O}_2 = \frac{34 \times 37}{5} \text{ g NaNO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaNO}_3}{85 \text{ g NaNO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol NaNO}_3} \times \frac{80}{100} = \frac{3}{5} \text{ mol O}_2$$

بازده



$3d^1$ یک زیرلایه با $n+l=5$ است.

مورد پنجم: در واکنش اول با مصرف ۱ مول فلز پتاسیم، ۰/۵ مول فلز آهن تولید می‌شود و در واکنش دوم با مصرف ۱ مول فلز متیزیم، ۲ مول فلز مس تولید می‌شود.

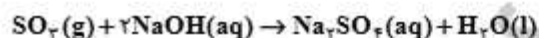
اتم $\Delta \text{mol} = 1 / \Delta \text{mol} = 2 \text{mol} - 0 = 2 \text{mol}$ اختلاف مول اتم‌های فلز آزاد شده

$$\frac{1}{\Delta \text{mol}} \times \frac{6 \cdot 02 \times 10^{23} \text{ اتم}}{1 \text{ mol اتم}} = 9 \cdot 03 \times 10^{23} \text{ اتم}$$

(شیمی ۲- قدر حرارای زمین را بدانیم: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳، ۱۵ و ۱۶ و ۱۹ تا ۲۲)

(سیدرحیم حاشمی‌دهکردی)

۱۲۰- گزینه «۱»



ابتدا: محاسبه مقدار عملی

$$300 \text{ mL NaOH} \times \frac{1 \text{ L NaOH}}{1000 \text{ mL NaOH}} \times \frac{0 \cdot 5 \Delta \text{mol NaOH}}{1 \text{ L NaOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{3 \text{ mol SO}_3}$$

$$\times \frac{378 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{1 \text{ mol Sc}_2(\text{SO}_4)_3} \times \frac{100 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3}{80 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3} \text{خالص}$$

$$= 1/181 \text{ g Sc}_2(\text{SO}_4)_3$$

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \text{بازده درصدی}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{1/181}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \text{جرم نمونه} = 2/36 \text{ g}$$

(شیمی ۲- قدر حرارای زمین را بدانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

اکنون مقدار گاز تولیدی را در واکنش (II) برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

$$\text{گاز} = \frac{2}{50} \text{ mol O}_2 \times \frac{1 \text{ mol گاز}}{\Delta \text{mol O}_2} \times \frac{25 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = \frac{21}{10} \text{ L گاز}$$

$$= 2/1 \text{ L گاز}$$

(شیمی ۲- قدر حرارای زمین را بدانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۸- گزینه «۲»

(معمرضا پوریاویر)

بررسی عبارت‌های تادرست.

پ. شبه‌فلزها از نظر شیمیایی خواصی یکسان تا فلزها دارند و خواص فیزیکی آنها به فلزها شباهت دارد.

ت. ${}_{21}\text{Sc}$ اولین عنصر دوره چهارم جدول دوره‌ای نیست، بلکه ${}_{19}\text{K}$ اولین عنصر این دوره به شمار می‌رود.

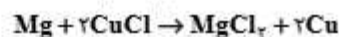
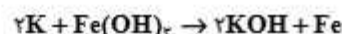
(شیمی ۲- قدر حرارای زمین را بدانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۲، ۱۶ و ۱۸)

۱۱۹- گزینه «۲»

(امیرحسین حبیبی)

فقط مورد دوم تادرست است.

واکنش‌های کامل شده.



بررسی همه موارد.

مورد اول: چون واکنش‌پذیری اتم فلز تنها از فلز موجود در ترکیب بیشتر است، در نتیجه واکنش انجام‌پذیر است و واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌هایی با پایداری بیشتر تبدیل می‌شوند.

مورد دوم: $\text{Fe}(\text{OH})_3$ یک رسوب سبز رنگ می‌باشد.

مورد سوم: به علت شعاع اتمی بیشتر Ca نسبت به Mg ، واکنش‌پذیری بیشتری داشته و سرعت واکنش افزایش خواهد یافت.

مورد چهارم: فلز Cu به صورت کاتیون Cu^+ در ترکیب CuCl وجود دارد.

شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۱»

(معمّر کوهستانیان)

حفاری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی استفاده می‌کردند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹ تا ۱۰)

۱۲۲- گزینه «۱»

(امیرعلی پهلورارپون)

بررسی گزینه‌های تادرست.

گزینه «۲»: صابون همه لکه‌ها را به یک اندازه از بین نمی‌برد؛ زیرا نوع پارچه، دما، نوع آب و تیز نوع و مقدار صابون بر روی قدرت پاک‌کنندگی آن تأثیر دارد.

گزینه «۳»: ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از بروز بیماری وبا، رعایت بهداشت فردی و همگاتی است.

گزینه «۴»: با توجه به تمودار صفحه ۲ کتاب درسی، با گذشت زمان، امید به زندگی افزایش یافته و به دنبال آن، جمعیت افراد بالای ۸۰ سال بیشتر شده است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹ تا ۱۰)

۱۲۳- گزینه «۴»

(معمّر عظیمیان زواره)

اسیدهای چرب، زنجیره‌های بلند کربنی هستند که به گروه‌های کربوکسیل انتهایی (COOH) ختم می‌شوند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۹ تا ۱۰)

(مطابق «فهر را بیازماید» صفحه‌های ۲ و ۳، «با هم پیوندیشیم» صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۲۴- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

بعد از انحلال صابون یون سدیم جداشده و سرآبدوست صابون دارای بار منفی خواهد بود (سمت ۲) و سمت دیگر صابون انتهای گروه هیدروکربنی است که به واسطه نیروی ناقطبی (واتدروالس) با لکه چربی جاذبه برقرار می‌کند.

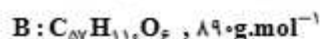
(شیمی ۳- صفحه ۸)

۱۲۵- گزینه «۲»

(علیرضا گیانی روست)

مورد اول درست است. زیرا هر دو مولکول ناقطبی هستند. در مولکول A بخش ناقطبی بر قطبی غلبه دارد.

مورد دوم درست است.



$$\frac{\text{g}}{\text{mol}} = 890 - 284 = 606$$

مورد سوم تادرست است.



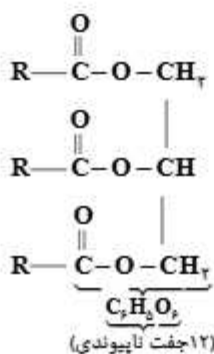
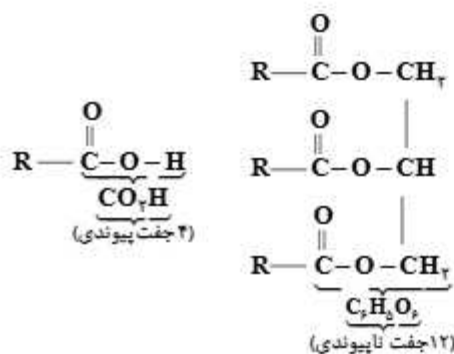
$$? LCO_2 = 89 \text{ g } C_{57}H_{115}O_2 \times \frac{1 \text{ mol}}{890 \text{ g}} \times \frac{57 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{57}H_{115}O_2}$$

$$\times \frac{22}{44} = 277 / 68 LCO_2$$

مورد چهارم درست است. گاز بوتان برای پر کردن فندک استفاده می‌شود.

نیروی بین مولکولی غالب در این مولکول‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

مورد پنجم درست است.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدریسی؛ صفحه‌های ۳ تا ۴)

(مرتبط با صفحه ۵ کتاب درسی، با هم پیوندیشیم)

۱۲۶- گزینه «۴»

(مینا شرافتن پور)

صابون مورد نظر مایع بوده و فرمول آن به صورت RCOOK است که در آن C_nH_{2n+1} می‌باشد. طبق گفته صورت سؤال، تعداد کربن‌های زنجیره هیدروکربنی برابر ۱۵ بوده و فرمول صابون به صورت $C_{15}H_{31}CO_2K$ خواهد بود.

پس ۲۵٪ NaOH خالص واکنش داده است.

$$100\text{g NaOH} \times \frac{40}{100} \times \frac{25}{100} = 10\text{g NaOH}$$

فرمول صابون: $\text{C}_{18}\text{H}_{37}\text{COONa}$

$$100\text{g NaOH} \times \frac{40\text{g خالص}}{100\text{g ناخالص}} \times \frac{1\text{mol NaOH}}{40\text{g NaOH}} \times \frac{1\text{mol صابون}}{1\text{mol NaOH}}$$

$$\frac{220\text{g صابون}}{1\text{mol صابون}} \times \frac{75}{100} = 240\text{g صابون}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳ تا ۶)

(منبر عظیمیان / زواره)

۱۲۹- گزینه «۳»

عبارت‌های (آ)، (ب) و (ث) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها.

عبارت (آ)، فرمول مولکولی این ترکیب و استر سه عاملی موجود در روغن

زیتون به ترتیب $\text{C}_{57}\text{H}_{111}\text{O}_6$ و $\text{C}_{57}\text{H}_{109}\text{O}_6$ می‌باشد.

تفاوت شمار اتم‌های هیدروژن در این مولکول‌ها برابر ۶ است.

عبارت (ب)، از سوختن کامل هر مول از آن ۵۵ مول H_2O تولید می‌شود.

عبارت (پ)، $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COO}^-\text{K}^+$ یک صابون مایع می‌باشد.

عبارت (ت)، فرمول مولکولی اسید چرب سازنده آن به صورت

$\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COOH}$ و بخش ناقصی این اسید دارای ۱۷ اتم کربن است.

عبارت (ث)، از واکنش هر مول از آن با ۲ مول NaOH می‌توان ۳ مول

صابون جامد به دست آورد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۳ تا ۸)

(عمید زینی)

۱۳۰- گزینه «۳»

فرمول مولکولی اتیلن گلیکول $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2$ است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تدریس؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

(مرتبط با صفحه ۳ کتاب درسی، فور را پیازهایید)

$$\text{صابون} \times \frac{1\text{mol}}{1\text{mol K}} \times \frac{1\text{mol K}}{39\text{g K}} \times 4 / 875\text{kg K} = \text{صابون kg} ?$$

$$\times \frac{294\text{g صابون}}{1\text{mol صابون}} = 36 / 75\text{kg صابون}$$

در این کارخانه روزانه ۳۶/۷۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود. پس در یک

ماه ۱۱۰۲/۵ کیلوگرم صابون تولید می‌شود.

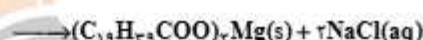
(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

(مینا شراغتی‌پور)

۱۲۷- گزینه «۲»

فرمول صابون جامد ۲۰ کربنه به صورت $\text{C}_{19}\text{H}_{39}\text{COO}^-\text{Na}^+$ می‌باشد و

واکنش این صابون با متیزیم کلرید به صورت زیر است.



از غلظت تمک خوراکی (NaCl) حاصل به مقدار صابون شرکت کرده در

واکنش می‌رسیم.

$$\text{صابون} \times \frac{1\text{mol}}{1\text{mol NaCl}} \times \frac{2 / 5 \times 10^{-3} \text{mol NaCl}}{1\text{L محلول}} \times \text{محلول L} = \text{صابون g} ?$$

$$\times \frac{224\text{g صابون}}{1\text{mol صابون}} = 3 / 24\text{g صابون}$$

$$= \frac{16 / 7 - 3 / 24}{16 / 7} \times 100 = 80\% \text{ درصد صابون شرکت نکرده در واکنش}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵، ۶، ۸ و ۹)

(مینا شراغتی‌پور)

۱۲۸- گزینه «۲»

$$4 / 32\text{g AB} \times \frac{100\text{g H}_2\text{O}}{32\text{g AB}} = 13 / 5\text{g H}_2\text{O}$$

$$100\text{g NaOH} \times \frac{40\text{g خالص}}{100\text{g ناخالص}} \times \frac{1\text{mol NaOH}}{40\text{g NaOH}} \times \frac{1\text{mol H}_2\text{O}}{1\text{mol NaOH}}$$

$$\times \frac{18\text{g H}_2\text{O}}{1\text{mol H}_2\text{O}} \times \frac{x}{100} = 13 / 5\text{g H}_2\text{O} \Rightarrow x = 75\%$$

شیمی ۱

۱۳۱ - گزینه «۲»

(سالار ملکی)

تعداد الکترونهای X^{2+} برابر با $n+m$ و تعداد نوترونهای E^{-} برابر با $n-m$ است. بنابراین:

$$\frac{n+m}{n-m} = 2 \Rightarrow n+m = 2n-2m \Rightarrow 3m = n$$

برای یافتن تعداد نوترونهای Z داریم:

$$6m + 7 - 2n - 2 = 2(3m - n) + 5 = 5$$

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۲ - گزینه «۳»

(مینا شرافتن پور)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: پرتوی D مربوط به رنگ بنفش است که بیشترین انرژی و کمترین طول موج را میان رنگ‌های رنگین کمان دارد.

گزینه «۲»: پرتوی A به رنگ سرخ بوده که هم رنگ با رنگ شعله فلز لیتیم (سبک‌ترین عنصر دوره دوم جدول تناوبی) می‌باشد.

گزینه «۳»: پرتوی C، آبی رنگ است. با این که در طیف تشریحی خطی هیدروژن و لیتیم طیف آبی رنگ وجود دارد، اما طول موج آن‌ها با هم متفاوت است.

گزینه «۴»: میزان انحراف B (سبز) از انحراف D (بنفش) کمتر و از انحراف A (سرخ) بیشتر است.

(شیمی ۱ - صفحه‌های ۲۰، ۲۲، ۲۳)

۱۳۳ - گزینه «۱»

(پنیر رحیمی)

ابتدا جرم اتمی میانگین لیتیم را به دست می‌آوریم:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{100} = \frac{(7 \times 94) + (6 \times 6)}{100} = 6.94 \text{ amu}$$

سپس با استفاده از جرم مولی LiCl، جرم اتمی میانگین Cl را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم اتمی میانگین Li} + \text{جرم اتمی میانگین Cl} = \text{جرم مولی LiCl}$$

$$\Rightarrow 6.94 + \text{جرم اتمی میانگین Cl} = 42.44$$

$$\Rightarrow \text{جرم اتمی میانگین Cl} = 35.5 \text{ amu}$$

در پایان درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر کلر را به دست می‌آوریم:

$$35.5 = \frac{35(100 - f_r) + 37f_r}{100} \Rightarrow f_r = 0.25$$

LiCl دارای یک اتم لیتیم و یک اتم کلر می‌باشد بنابراین برای لیتیم دو مورد و برای کلر دو مورد می‌توان گذاشت:

$$6 + 35 = 41 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$6 + 37 = 43 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$7 + 35 = 42 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$7 + 37 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۱ - کیهان، زارگانه الفبای هستی: صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۴ - گزینه «۳»

(سپند راضی پور)

$$\left. \begin{array}{l} n+p=107 \\ p=e+2 \\ e=\frac{2}{4}n \end{array} \right\} \Rightarrow n + \frac{2}{4}n + 2 = 107 \Rightarrow n = 60, p = 107 - 60 = 47$$

(شیمی ۱ - کیهان، زارگانه الفبای هستی: صفحه ۵)

۱۳۵ - گزینه «۲»

(غور زار رضایی)

رادیوایزوتوپ A و B در طول ۴ ساعت به ترتیب ۸ و ۴ نیم عمر طی می‌کنند

$$T = 20 \text{ min}$$

پس:

$$A \xrightarrow{T} \frac{A}{2} \xrightarrow{T} \frac{A}{4} \xrightarrow{T} \frac{A}{8} \xrightarrow{T} \frac{A}{16} \xrightarrow{T} \frac{A}{32}$$

$$\xrightarrow{T} \frac{A}{64} \xrightarrow{T} \frac{A}{128} \xrightarrow{T} \frac{A}{256}$$

$$T' = 60 \text{ min} \quad \frac{A}{256} \text{ پس از ۴ ساعت: مقدار باقی مانده A}$$

$$B \xrightarrow{T'} \frac{B}{2} \xrightarrow{T'} \frac{B}{4} \xrightarrow{T'} \frac{B}{8} \xrightarrow{T'} \frac{B}{16}$$

$$\frac{15}{16} B \text{ پس از ۴ ساعت: مقدار تجزیه شده B}$$

$$\frac{A}{256} = \frac{15}{16} B \rightarrow \frac{A}{B} = 15 \times 16 = 240$$

$$\frac{\text{جرم مولی A}}{\text{جرم مولی B}} = \frac{\text{جرم A}}{\text{جرم B}} \times \frac{\text{مول A}}{\text{مول B}} = 240$$

(شیمی ۱ - کیهان، زارگانه الفبای هستی: صفحه ۶)

۱۳۶ - گزینه ۳»

(سیدرضا رضوی)

در زمان تشکیل سحابی، دما کاهش می‌یابد.

(شیمی - کیهان، زاگراه انقبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۴ و ۱۵)

۱۳۷ - گزینه ۳»

(غلام اسماعیلی)

ذره‌های زیر اتمی باردار غالب در یون HXO_4^- ، همان الکترون‌ها هستند. اگر شمار پروتون‌های عنصر مجهول را X در نظر بگیریم، شمار الکترون‌های این یون به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$[(1 \times 1) + (X \times 1) + (4 \times 8) + 1] = 24 + X$$

شمار پروتون‌ها در یون « PF_6^- » نیز برابر با مجموع شمار پروتون‌های یک اتم فسفر و شش اتم فلوئور است؛ پس مجموع شمار پروتون‌های این یون برابر با $69 = [(1 \times 15) + (6 \times 9)]$ است؛ بنابراین نسبت خواسته شده برابر با

$$\frac{24 + X}{69} \text{ است. از آنجا که این نسبت در صورت سوال برابر } \frac{17}{23} \text{ است،}$$

$$\frac{24 + X}{69} = \frac{17}{23} = \frac{51}{69} \Rightarrow X = 17$$

می‌توان نوشت.

با توجه به اینکه شمار پروتون‌های این اتم برابر با کالر (17 Cl) است، پس عنصر مورد نظر همان (17 Cl) است.

(شیمی - کیهان، زاگراه انقبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۱۳۸ - گزینه ۲»

(منمبرضا پوریانور)

ایزوتوپ‌های یک عنصر از نظر پایداری در طبیعت، نقطه ذوب و جوش چگالی، ویژگی‌های فیزیکی وابسته به جرم، عدد جرمی و تعداد توترون‌ها (ذره‌های زیراتمی خنثی) با یکدیگر تفاوت دارند.

(شیمی - کیهان، زاگراه انقبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۹ - گزینه ۲»

(منمبرضا پوریانور)

عبارت اول و سوم درست است.

بررسی عبارت‌های تادرست.

مورد دوم) از تکتسیم برای تشخیص بیماری تیروئید استفاده می‌شود و نه برای درمان آن.

مورد چهارم) نخستین عنصر ساخته شده در راکتور هسته‌ای ^{99}Tc است که دارای ۴۳ پروتون و ۵۶ توترون است که ۱۳ واحد با یکدیگر اختلاف دارند (شیمی - کیهان، زاگراه انقبای هستی؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۴ و ۱۵)

۱۴۰ - گزینه ۱»

(امیرحسین طیبی)

ابتدا به کمک اطلاعاتی که در مورد تعداد اتم‌ها داده شده است، جرم اتمی میانگین عنصر A را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} ? \text{ atom} &= 523 / \Delta g \cdot A F_r \times \frac{1 \text{ mol } A F_r}{\text{Mg } A F_r} \times \frac{f \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } A F_r} \\ &\times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = 1 / 204 \times 10^{25} \text{ atom} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow M = 104 / 7 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = \overline{M}_A + 2 \overline{M}_F = \overline{M}_A + 2(19)$$

$$\Rightarrow \overline{M}_A = 47 / 7 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

سپس به محاسبه درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها می‌پردازیم.

$$\begin{aligned} {}^{26}\text{A} \quad {}^{48}\text{A} \quad {}^{49}\text{A} &\Rightarrow \begin{cases} F_1 + F_r + F_r = 100 \\ F_1 + F_r = F_r + 20 \end{cases} \Rightarrow F_r = 20 \\ \%F_1 \quad \%F_r \quad \%F_r &\Rightarrow \begin{cases} F_1 + F_r + F_r = 100 \\ F_1 + F_r = F_r + 20 \end{cases} \Rightarrow F_r = 20 \end{aligned}$$

فراوانی‌های ایزوتوپ‌ها را به صورت $F_r = 60 - x$ ، $F_r = 40$ و

$$F_1 = x \text{ در نظر می‌گیریم.}$$

$$\begin{aligned} \overline{M} &= \frac{M_1 F_1 + M_r F_r + M_r F_r}{F_1 + F_r + F_r} \\ \Rightarrow 47 / 7 &= \frac{46x + (48 \times 40) + 49(60 - x)}{100} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 20 \Rightarrow F_1 = 20\%, F_r = 40\%, F_r = 20\%$$

$$\frac{{}^{26}\text{A فراوانی}}{{}^{46}\text{A فراوانی}} = \frac{20}{40} = 1$$

(شیمی - کیهان، زاگراه انقبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۱۳ تا ۱۹)





دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد
(دوره دوم)
۳ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

حمید لنجان‌زاده اصفهانی	مسئول آزمون
فاطمه راسخ	ویراستار
محیا اصغری	مدیر گروه مستندسازی
علیرضا همایون‌خواه	مسئول درس مستندسازی
حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، سپهر حسن‌خان‌پور، فرزاد شیرمحمدلی	طراحان
معصومه روحانیان	حروف‌چینی و صفحه‌آرایی
حمید عباسی	ناظر چاپ

استعداد تحلیلی

۲۵۱- گزینه ۳

(نامدگریم)

دوره بین برای بزرگنمایی است نه اندازه گیری، اما دیگر وسایل برای اندازه گیری زمان، فشار و وزن به کار می روند.

(هوش کلانی)

۲۵۲- گزینه ۳

(سپهر حسن طار پور)

معلوم است که روی تخته سیاه با گچ می نویسند و روی وایت بورد با ماژیک. دسته دومی نیز جدیدتر است.

(هوش کلانی)

۲۵۳- گزینه ۱

(عمید اصفهانی)

مثن می گوید مأمون به دو فرزندش دستور داده بود هر گاه معلم برمی خاست تا کفش بپوشد و برود، هریک از دو فرزند بدونند و یکی از دو لنگه کفش معلم را پیش پای او بگذارند تا او خیم نشود و راحت کفش بپوشد این نشانه احترامی است که جایگاه معلم دارد.

(هوش کلانی)

۲۵۴- گزینه ۱

(سپهر حسن طار پور)

مثن می گوید آدمی باید نخست خود از دیگری علم بیاموزد و سپس اعضای آموزگاری کند.

(هوش کلانی)

۲۵۵- گزینه ۳

(نامدگریم)

طبق مثن، نظرات ویر در انکار نقش کاریزما در مشروعیت بخشی به حاکم نیست، اما می گوید این که قوانین و نهادهای سیاسی در جوامع مدرن تعیین کننده اند، یعنی مشروعیت قانونی عقلانی مهمتر است.

(هوش کلانی)

۲۵۶- گزینه ۲

(نامدگریم)

جان لاک معتقد بود اگر حکومتی حقوق طبیعی مردم را نقض کند، مردم حق این را دارند که برای تغییر آن اقدام کنند.

(هوش کلانی)

۲۵۷- گزینه ۳

(نامدگریم)

چه نمونه رفتارهایی ممکن است عامل کاهش رضایت عمومی و بحران مشروعیت یک حکومت باشد؟ فساد، ناکارآمدی، سرکوب و یا تاراجی اجتماعی. دو پرسش دیگر در مثن پاسخ نگرفته اند.

(هوش کلانی)

۲۵۸- گزینه ۱

(نامدگریم)

کافی است به این نکته توجه کنیم که حسن و یعقوب برادرند و فرزندان ایشان پسرعموی یکدیگرند. معلوم است که ما از نسبت بین مادران این دو اطلاعی نداریم.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینه ۲

(نامدگریم)

حسن برادر مہ پاره است، پس حسن، دایی فرزند مہ پاره است. معلوم است که پسر حسن، پسر دایی فرزند مہ پاره است. زن حسن، خواهر شوهر مہ پاره است. پس زن حسن برای فرزند مہ پاره، «عمه» است. معلوم است که پسر حسن، پسر عمه مہ پاره هم هست.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینه ۴

(نامدگریم)

پسر حسن، با دختر برادر زن عموی خود ازدواج کرده است. پس زن عموی پسر حسن، برای آن دختر، عمه است. پس زن عموی حسن، عمه زن پسر حسن است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینه ۱

(عمید اصفهانی)

ابتدا جدول را کامل می کنیم. امین کوچکترین فرزند است. امیر بزرگترین فرزند نیست. اصغر نیز بزرگترین فرزند نیست. پس بزرگترین فرزند اکبر است. او کمربند دارد. فقط یک نفر از آن که کراوات دارد بزرگتر است، پس آن که کراوات دارد بیست سال دارد. امیر کراوات ندارد. پس امیر هفده سال دارد و اصغر بیست سال.

سن	۲۲	۲۰	۱۷	۱۴
نام	اکبر	اصغر	امیر	امین
رنگ پیراهن				
لباس دیگر	کمربند	کراوات		

آن که پایون دارد، پیراهنش آبی است و کوچکترین فرزند نیست. یعنی امین نیست، پس امیر است. آن که نه کمربند دارد، نه کراوات و نه پایون، یعنی امین، قرمز پوشیده است. رنگ پیراهن اکبر و اصغر هم معلوم نیست.

سن	۲۲	۲۰	۱۷	۱۴
نام	اکبر	اصغر	امیر	امین
رنگ پیراهن	معلوم نیست	معلوم نیست	آبی	قرمز
لباس دیگر	کمربند	کراوات	پایون	ندارد

طبق جدول، اصغر کراوات زده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینه ۳»

(عمید اصلواتی)

طبق جدول پاسخ قبلی، آن که پایتون زده است، آبی پوشیده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینه ۴»

(عمید اصلواتی)

طبق جدول پاسخ‌های قبلی، آن که کمربند دارد، اکبر است که ۲۲ سال دارد.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینه ۲»

(عمید اصلواتی)

طبق داده‌های بالا، معلوم است که رنگ پیراهن اکبر و اصغر معلوم نیست.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینه ۲»

(عمید کنش)

کارخانه طبق نمودار در فصل‌های بهار و پاییز سودده بوده است، ولی میزان سود در این ماه‌ها طبق نمودار، دقیقاً قابل مقایسه نیست. حتی اگر تقریبی هم بگوییم، به نظر می‌رسد فصل پاییز سوددهی بیش‌تری داشته است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینه ۳»

(فاطمه راسخ)

یکی از نقطه‌ها در همه شکل‌ها در محل اشتراک دایره‌ها و مربع است. این فضا در گزینه «۳» اصلاً نیست. دیگر نقطه‌ها جایگاه تسبی مشابهی دارند.

(هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینه ۲»

(فاطمه راسخ)

تعداد پاره‌خط‌های شکل بیرونی در همه شکل‌ها، دقیقاً یکی بیش‌تر از تعداد پاره‌خط‌های شکل درونی است، به‌جز گزینه «۲».

(هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینه ۴»

(فاطمه راسخ)

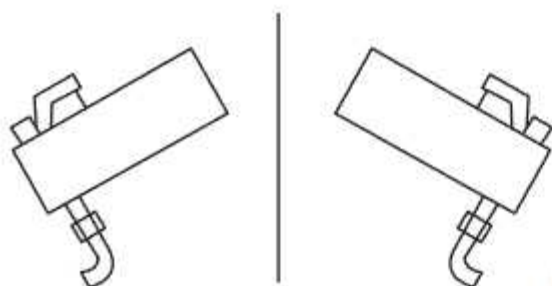
در همه شکل‌ها، دایره‌ای هست و دو چندضلعی. همواره بخش مشترک دایره با آن چندضلعی که تعداد اضلاع کم‌تری دارد، رنگی است به‌جز گزینه «۴».

(هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینه ۲»

(عمید کنش)

تقارن مد نظر:



(هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینه ۴»

(مهرزاد شیرمحمدیان)

تقارن مد نظر:



(هوش غیرکلامی)