ریاضی (۱) - نگاه به گذشته

۱- گزینهٔ «۱» *(امیر زراندوز)*

$$-mx^۲-(m^۲+۳)x+۱۲=۰ \xrightarrow{x=۲}$$

$$-۴m-۲m^۲-۶+۱۲=۰$$

$$\Rightarrow m^۲+۲m-۳=۰\Rightarrow (m+۳)(m-۱)=۰$$

$m=۱$ قابل قبول نیست، چون به ازای این مقدار، معادله، ریشهٔ مضاعف ندارد.

$$\begin{cases} m=۱\Rightarrow -x^۲-۴x+۱۲=۰\Rightarrow \Delta>۰ \\ m=-۳\Rightarrow ۳x^۲-۱۲x+۱۲=۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^۲-۴x+۴=۰\Rightarrow \Delta=۰$$ ق ق

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۲- گزینهٔ «۱» *(میلاد منصوری)*

ابتدا جواب‌های معادلهٔ $x^۲-۸x+۷=۰$ را می‌یابیم:

$$x^۲-۸x+۷=۰\Rightarrow (x-۷)(x-۱)=۰\Rightarrow \begin{cases} x_۱=۷ \\ x_۲=۱ \end{cases}$$

بنابراین جواب بزرگ‌تر معادلهٔ $x^۲-ax+\frac{۷}{۴}=۰$ برابر $\frac{۷}{۲}$ است.

$x'_۱=\frac{۷}{۲}$ را در معادله جایگذاری کرده و a را می‌یابیم:

$$\left(\frac{۷}{۲}\right)^۲-\frac{۷}{۲}a+\frac{۷}{۴}=۰\Rightarrow a=۴$$

$$x^۲-۴x+\frac{۷}{۴}=۰\Rightarrow (x-\frac{۷}{۲})(x-\frac{۱}{۲})=۰ \begin{cases} \nearrow x'_۱=\frac{۷}{۲} \\ \searrow x'_۲=\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

بنابراین $\frac{x_۲}{x'_۲}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲}}=۲$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۳- گزینهٔ «۱» *(امیر ممموریان)*

با توجه به این که سهمی رو به بالا است، $a>۰$. طول رأس سهمی نیز عددی منفی است:

$$-\frac{b}{۲a}<۰ \xrightarrow{a>۰} -b<۰\Rightarrow b>۰$$

سهمی، محور yها را در نقطه‌ای با عرض منفی قطع کرده است:

$$-c<۰\Rightarrow c>۰$$

فقط مورد «ت» قطعاً درست است. موارد «الف» و «پ» نادرست و مورد «ب» با توجه به مقادیر a و c می‌تواند درست یا نادرست باشد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴- گزینهٔ «۱» *(اسماعیل میرزایی)*

$$۳x^۲-۵x+۱>mx-۲\Rightarrow ۳x^۲-(۵+m)x+۳>۰$$

شرط همواره مثبت بودن: $\begin{cases} a=\text{ضریب } x^۲>۰ \\ \Delta<۰\Rightarrow (-(۵+m))^۲-۴\times ۳\times ۳<۰ \end{cases}$

$$\Rightarrow ۲۵+۱۰m+m^۲-۳۶<۰\Rightarrow m^۲+۱۰m-۱۱<۰$$

$$m^۲+۱۰m-۱۱=(m+۱۱)(m-۱)=۰\Rightarrow \begin{cases} m=۱ \\ m=-۱۱ \end{cases}$$

m	-۱۱	۱
$m^۲+۱۰m-۱۱$	$+$ ۰ $-$	۰ $+$

بنابراین به ازای $-۱۱<m<۱$، سهمی داده شده همواره بالای خط $y=mx-۲$ قرار می‌گیرد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۹۱)

ثانوی بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۵- گزینهٔ «۴» *(محمد کوکلی)*

$$\left|\frac{x-1}{2}-1\right| \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2}-1 \geq 5 \Rightarrow \frac{x-1}{2} \geq 6 \Rightarrow x \geq 13 \\ \text{یا} \\ \frac{x-1}{2}-1 \leq -5 \Rightarrow \frac{x-1}{2} \leq -4 \Rightarrow x \leq -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R} - (-7, 13)$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۶- گزینهٔ «۴» *(مصطفی بهنام‌مقدم)*

$$y = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1 \Rightarrow \text{راس}: (2, 1)$$

طول راس سهمی $y = (k+1)x^2 + x + c$ نیز $x = \frac{-1}{2(k+1)}$ است.

$$\xrightarrow{\text{انطباق طول دو راس}} \frac{-1}{2(k+1)} = 2 \Rightarrow k+1 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow k = -\frac{5}{4}$$

معادلهٔ سهمی دوم به صورت زیر است:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + x + c = -\frac{1}{4}(x^2 - 4x) + c = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + c + 1$$

$$\xrightarrow{\text{انطباق عرض دو راس}} c + 1 = 1 \Rightarrow c = 0$$

$$\Rightarrow k + c = -\frac{5}{4}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۷- گزینهٔ «۳» *(امیر محمودیان)*

از آنجا که حاصل ضرب دو عبارت درجهٔ دو، فقط به ازای ۲ مقدار صفر شده و در سایر مقادیر منفی است دو حالت زیر ممکن است به وجود آید:

الف) هر دو عبارت ریشه‌های ۱- و ۴ دارند و ضریب x^2 در دو عبارت علامت متفاوت دارد. یعنی جدول تعیین علامت هرکدام به صورت زیر است.

x		-1		4	
$P_1(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

x		-1		4	
$P_2(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

بنابراین دو عبارت به صورت $P_1(x) = k(x+1)(x-4)$ و $P_2(x) = m(x+1)(x-4)$ است و نسبت ضرایب x آن‌ها برابر با ۱- است؛ اما $\frac{-8}{-2} \neq -1$، بنابراین این حالت مورد قبول نیست.

ب) هر دو عبارت ریشهٔ مضاعف دارند. یکی در ۱- و دیگری در ۴ و علامت ضریب x^2 در آن‌ها متفاوت است.

$$\Delta_1 = 0 \Rightarrow (-8)^2 - 4a = 0 \Rightarrow 4a = 64 \Rightarrow a = 16$$

$$\Delta_2 = 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4(-1)(b) = 0 \Rightarrow 4 + 4b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow ab = -16$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۸- گزینهٔ «۱» *(امیر محمودیان)*

با توجه به این که $abc < 0$ است، ۴ حالت ممکن است وجود داشته باشد:

۱) $a < 0$، $b > 0$ و $c > 0$: سهمی رو به پایین $(a < 0)$ و طول راس سهمی مثبت است $\left(-\frac{b}{2a} > 0\right)$ و نمودار، عرض از مبدأ مثبت دارد $(c > 0)$: نمودار پ

۲) $b < 0$، $a > 0$ و $c > 0$: سهمی رو به بالا و طول راس سهمی مثبت است و نمودار، عرض از مبدأ مثبت دارد: نمودار ب

۳) $c < 0$، $b > 0$ و $a > 0$: سهمی رو به بالا و طول راس سهمی منفی است و نمودار، عرض از مبدأ منفی دارد: نمودار ت

ثانیه‌بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۴) $a<0$، $b<0$ و $c<0$: سهمی رو به پایین و طول راس سهمی منفی است و نمودار، عرض از مبدأ منفی دارد: نمودار الف

بنابراین در هر ۴ نمودار داده شده، $abc<0$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

۹- گزینهٔ «۴» *(محمد علیزاده)*

$$P(x)=\frac{(9x^2-6x+1)(1-4x^2)}{(x+1)^2}=\frac{(3x-1)^2(1-4x^2)}{(x+1)^2}\geq 0$$

$$\begin{cases}(3x-1)^2=0\Rightarrow x=\frac{1}{3}\\ 1-4x^2=0\Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}\\ (x+1)^2=0\Rightarrow x=-1\end{cases}$$

x		-1		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$	
$(3x-1)^2$	+		+		+	0	+		+
$1-4x^2$	−		−	0	+		+	0	−
$(x+1)^2$	+	0	+		+		+		+
f	−	تعریف نشده	−	0	+	0	+	0	−

$$\Rightarrow x\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]\Rightarrow b-a=\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)=1$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۰- گزینهٔ «۴» *(محمد کوکلی)*

$$y=a(2x-b)^2+c=a(2(x-\frac{b}{2}))^2+c=4a(x-\frac{b}{2})^2+c$$

به‌طور کلی هر سهمی به صورت $y=a(x-h)^2+k$ که $a\neq 0$ است، راسی به مختصات (h,k) دارد. بنابراین:

$$\begin{cases}h=\frac{b}{2}=1\Rightarrow b=2\\ k=c=2\end{cases}$$

نقطهٔ $(0,3)$ روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$3=4a(0-\frac{b}{2})^2+c\Rightarrow 3=4a+2\Rightarrow a=\frac{1}{4}$$

بنابراین:

$$abc=\frac{1}{4}\times 2\times 2=1$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱۱- گزینهٔ «۳» *(اسماعیل میرزایی)*

$$|\frac{4x-1}{2}-2|\leq 3\Rightarrow -3\leq\frac{4x-1}{2}-2\leq 3$$

$$\Rightarrow -1\leq\frac{4x-1}{2}\leq 5\Rightarrow -2\leq 4x-1\leq 10\Rightarrow -1\leq 4x\leq 11$$

$$\Rightarrow\frac{-1}{4}\leq x\leq\frac{11}{4}\Rightarrow\begin{cases}m=\frac{-1}{4}\\ n=\frac{11}{4}\end{cases}\Rightarrow n-m=\frac{12}{4}=3$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱۲- گزینهٔ «۱» *(امیر ممبوریان)*

$$4x^2-2mx+25>0\Rightarrow\begin{cases}a>0\Rightarrow 4>0\\ \Delta<0\Rightarrow(-2m)^2-400<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow 4m^2<400\Rightarrow m^2<100\Rightarrow -10<m<10\quad(1)$$

$$mx^2+6x+m+8<0\Rightarrow\begin{cases}a<0\Rightarrow m<0\quad(2)\\ \Delta<0\Rightarrow 36-4m(m+8)<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow -m^2-8m+9<0$$

m		-9		1	
$-m^2-8m+9$	−	0	+	0	−

$m \in (-\infty, -9) \cup (1, +\infty)$ (۳)

از اشتراک (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$-10 < m < -9$

$\Rightarrow b - a = -9 - (-10) = 1$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۳- گزینهٔ «۲» *(امیر ممبوریان)*

الف) این رابطه تابع است، زیرا اگر مساحت یک مربع به صورت a^2 باشد، ضلع مربع **a** خواهد بود. $(a > 0)$

ب) هر سهمی یک رأس دارد، بنابراین این رابطه تابع است.

پ) هر عدد طبیعی دو ریشهٔ چهارم دارد که قرینهٔ یکدیگرند، پس این رابطه تابع نیست.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۴- گزینهٔ «۴» *(احمد مهرابی)*

به ازای مؤلفه‌های اول برابر، باید مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند:

$(3, b^2) = (3, b+2) \Rightarrow b^2 = b+2 \Rightarrow b^2 - b - 2 = 0$

$\Rightarrow (b-2)(b+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -1 \end{cases}$

$b = 2 : f = \{(-2, 2), (3, 4), (-3, 2), (2, 1)\}$

$b = -1 : f = \{(-2, -1), (3, 1), (-3, -1), (-1, -2)\}$

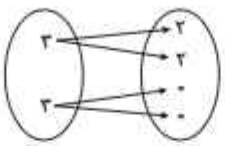
به ازای هر دو مقدار **b**، رابطه تابع است.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۵- گزینهٔ «۱» *(امیر ممبوریان)*

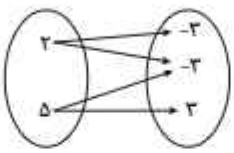
به ازای $a = 3$ و $b = -1$، نمودارهای پیکانی را بازنویسی می‌کنیم:

الف)



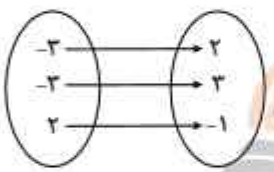
به ازای ورودی ۳، دو خروجی متمایز دارد و تابع نیست.

ب)



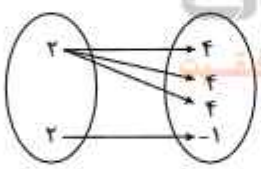
به ازای ورودی ۵، دو خروجی متمایز دارد و تابع نیست.

پ)



به ازای ورودی ۳- دو خروجی متمایز دارد و تابع نیست.

ت)



به ازای ورودی ۲، دو خروجی متمایز دارد و تابع نیست.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۶- گزینهٔ «۴» *(عاطفه قانع‌مصدری)*

$g = \{(2a, 4c), (c+2, a)\} = \{(e, 4), (f, 4)\}$

$4c = a = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 1 \end{cases}$

$g = \{(8, 4), (3, 4)\} = \{(e, 4), (f, 4)\}$

بنابراین $e + f = 11$ است.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱۷- گزینهٔ «۴» (مهند ولی زاده)

برد و دامنه (۱) $= \{۲, ۴\}$ و $\{-۱, ۳\}$

برد و دامنه (۲) $= [۱, ۴]$ و $[-۱, ۳]$

برد و دامنه (۳) $= [۲, ۴)$ و $[-۱, ۳] - \{۰\}$

برد و دامنه (۴) $= [۲, ۴]$ و $[-۱, ۳]$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱۸- گزینهٔ «۱» (امیر ممموریان)

با توجه به این که شیب تابع خطی، مثبت است $(m > ۱)$، داریم:

$$\begin{cases} f(-۲a+۱) = -۱ \\ f(a+۱) = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m(-۲a+۱)+a-۳ = -۱ \\ m(a+۱)+a-۳ = ۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۲ma+m+a = ۲ \\ ma+m+a = ۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲ma+m+a = ۲ \\ ۲ma+۲m+۲a = ۱۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۳m+۳a = ۱۶, ma = \frac{۵}{۳}$$

با توجه به روابط بالا، خواهیم داشت:

$$m(\frac{۱۶}{۳}-m) = \frac{۵}{۳} \Rightarrow -m^۲ + \frac{۱۶}{۳}m - \frac{۵}{۳} = ۰$$

$$\Rightarrow ۳m^۲ - ۱۶m + ۵ = ۰$$

$$\Delta = (-۱۶)^۲ - ۶۰ = ۱۹۶ \Rightarrow m_{۱,۲} = \frac{۱۶ \pm ۱۴}{۶} \Rightarrow \begin{cases} m_۱ = \frac{۱}{۳} \\ m_۲ = ۵ \end{cases}$$

با توجه به $m > ۱$، مقدار ۵ برای m قابل قبول است.

$$\Rightarrow a = \frac{۱۶}{۳} - ۵ = \frac{۱}{۳}$$

$$y = ۵x - \frac{۸}{۳} \xrightarrow{x=۱} y = \frac{۷}{۳}$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱۹- گزینهٔ «۱» (احمد مهرابی)

$$\begin{cases} ۲x+y = ۶ \\ x-۲y = -۴ \end{cases} \Rightarrow x = y = ۲$$

$$\Rightarrow (\frac{x}{y}, x^۲+y) = (۱, ۶) = (۳x^۲ - ۵y - ۱, ۳y)$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۲۰- گزینهٔ «۲» (امیر ممموریان)

از آنجا که تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است باید $f(۲) = -۳$ باشد. (مقدار وسط برد متعلق به مقدار وسط دامنه باشد.) زیرا تابع خطی یا شیب مثبت دارد یا منفی. اگر شیب مثبت داشته باشد $f(۴) = ۱$ و $f(۲) = -۳$ و اگر شیب منفی داشته باشد $f(۱) = -۵$ است و $f(۴) = -۵$ و $f(۲) = -۳$ و $f(۱) = ۱$.

با شیب منفی

$$\begin{cases} f(۱) = ۱ \\ f(۴) = -۵ \end{cases} \Rightarrow m = \frac{۶}{-۳} = -۲$$

$$\Rightarrow y = -۲x + b \Rightarrow ۱ = -۲ + b \Rightarrow b = ۳$$

$$\Rightarrow y = -۲x + ۳ \Rightarrow f(۲) = -۱$$ قابل قبول نیست

با شیب مثبت

$$\begin{cases} f(۱) = -۵ \\ f(۴) = ۱ \end{cases} \quad m = \frac{۶}{۳} = ۲$$

$$y = ۲x + b \Rightarrow -۵ = ۲(۱) + b \Rightarrow b = -۷$$

$$y = ۲x - ۷ \Rightarrow f(۲) = -۳$$ قابل قبول است.

$$D_{\text{جدید}} = \{۴, ۶, ۳\} \Rightarrow \begin{cases} f(۴) = ۲(۴) - ۷ = ۱ \\ f(۶) = ۲(۶) - ۷ = ۵ \\ f(۳) = ۲(۳) - ۷ = -۱ \end{cases}$$

$\Rightarrow$ مجموع اعضای برد $= ۵$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

هندسه (۱) - نگاه به گذشته

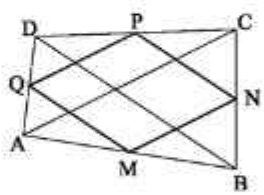
۲۱- گزینهٔ «۴» *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم هر دو n ضلعی منتظم، همواره با هم متشابه‌اند. اگر نسبت تشابه این دو شش ضلعی منتظم را برابر k در نظر بگیریم، آن‌گاه نسبت مساحت‌ها برابر k^2 و نسبت محیط‌ها برابر k است. داریم:

$$\frac{S}{S'}=k^2 \Rightarrow k^2=\frac{16}{25} \Rightarrow k=\frac{4}{5}$$
$$\frac{P}{P'}=k \Rightarrow \frac{P}{75}=\frac{4}{5} \Rightarrow P=75\times\frac{4}{5}=60$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۲۲- گزینهٔ «۱» *(محمدابراهیم کیتی‌زاده)*



چهارضلعی $MNPQ$ متوازی‌الاضلاع است (چرا؟) و در آن $MN=\frac{AC}{2}$ و $NP=\frac{BD}{2}$ است. باتوجه به برابری قطرها داریم:

$$AC=BD \Rightarrow \frac{AC}{2}=\frac{BD}{2} \Rightarrow MN=NP$$

متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس چهارضلعی $MNPQ$ لوزی می‌باشد.

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴)

۲۳- گزینهٔ «۱» *(مهدی نیک‌زاد)*

طبق رابطهٔ تعداد اضلاع و قطرهای یک چندضلعی داریم:

$$\frac{2n(2n-3)}{2}=2(n+1+\frac{(n+1)(n-2)}{2})$$
$$\Rightarrow n^2-4n=0 \begin{cases} n=0 \text{ غ ق ق} \\ n=4 \end{cases}$$

تعداد قطرهای n ضلعی $=\frac{n(n-3)}{2}=\frac{4\times1}{2}=2$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحهٔ ۵۵)

۲۴- گزینهٔ «۳» *(محسن محمدکریمی)*

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$\frac{AB^2}{AC^2}=\frac{BH\times BC}{CH\times BC}=\frac{BH}{CH}=3 \Rightarrow \frac{AB}{AC}=\sqrt{3}$$

زوایای B و CAH هر دو متمم زاویهٔ C هستند، بنابراین برابر یکدیگرند و داریم:

$$\left.\begin{matrix} \hat{B}=C\hat{A}H \\ A\hat{H}B=A\hat{H}C=90^\circ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \overset{\Delta}{AHB} \sim \overset{\Delta}{CHA}$$

$$\Rightarrow k=\frac{AB}{AC}=\sqrt{3}$$

ضلع BH از مثلث AHB و ضلع AH از مثلث CHA، اضلاع متناظر در این دو مثلث و AM و CN میانه‌های وارد بر این دو ضلع هستند. می‌دانیم نسبت میانه‌ها در دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه است، بنابراین داریم:

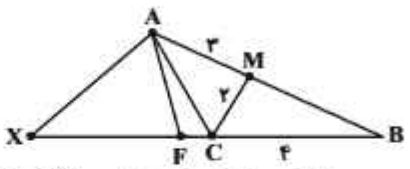
$$\frac{AM}{CN}=k=\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحهٔ ۴۶)

۲۵- گزینهٔ «۱» *(امیرمحمد کریمی)*

$$۴AM=۶CM=۳BC=۲۴FC=۱۲\Rightarrow\begin{cases}AM=۳\\CM=۲\\BC=۴\\FC=۰/۵\end{cases}$$

X را روی امتداد BF طوری در نظر می‌گیریم که $FX=۴/۵$ باشد، حال داریم:



$$FB=FC+CB=۰/۵+۴=۴/۵=FX$$

پس AF میانه است. از طرفی داریم:

$$\left.\begin{matrix}AM=BM=۳\Rightarrow AB=۶\\BX=۲BF=۹\\BC=۴\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB^۲=BC.BX$$

$$\Rightarrow\frac{AB}{BX}=\frac{BC}{AB}\ ,\ \hat{B}=\hat{B}\Rightarrow\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{ABX}$$

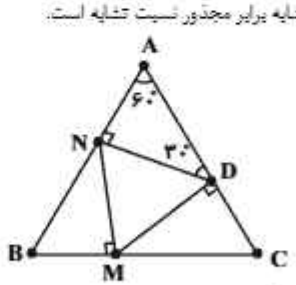
و نسبت تشابه برابر است با $\frac{AB}{BX}=\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}$ و چون نسبت میانه‌ها برابر با نسبت تشابه است پس:

$$\frac{CM}{AF}=\frac{AB}{BX}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow\frac{۲}{AF}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow AF=۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۲۶- گزینهٔ «۳» *(امیرمحمد کریمی)*

چون این دو مثلث متساوی‌الاضلاع هستند پس با هم متشابه‌اند و می‌دانیم نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه است.



اگر $AN=x$ باشد داریم:

$AD\Rightarrow AD=۲x$ وتر مثلث قائم‌الزاویه با زاویه ۳۰° است

طبق فیثاغورس داریم:

$$ND=\sqrt{AD^۲-AN^۲}=\sqrt{(۲x)^۲-x^۲}=\sqrt{۳}x$$

و از طرفی $\overset{\Delta}{AND}\cong\overset{\Delta}{BNM}$ است (برابری زوایا و $NM=ND$) پس:

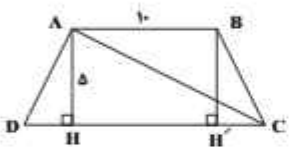
$$BN=AD=۲x\Rightarrow AB=۳x$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MND}}=(\frac{AB}{ND})^۲=(\frac{۳}{\sqrt{۳}})^۲=۳$$

$$\Rightarrow\frac{۱۲}{S_{MND}}=۳\Rightarrow S_{MND}=۴$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۲۷- گزینهٔ «۲» *(محمد قندان)*



مطابق شکل فرض کنید $AB=۱۰$ و $AH=۵$ باشد. در این صورت داریم:

$$S_{ABCD}=\frac{۱}{۲}AH(AB+CD)$$

$$\Rightarrow ۶۰=\frac{۱}{۲}\times۵(۱۰+CD)$$

$$\Rightarrow ۱۰+CD=۲۴\Rightarrow CD=۱۴$$

دو مثلث AHD و $BH'C$ هم‌نهشت هستند، بنابراین داریم:

$$DH=CH'=\frac{CD-AB}{۲}=\frac{۱۴-۱۰}{۲}=۲$$

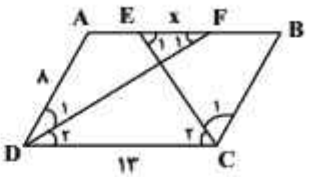
$$\Rightarrow CH=CH'+HH'=۲+۱۰=۱۲$$

$$\overset{\Delta}{AHC}:AC^۲=AH^۲+CH^۲=۲۵+۱۴۴=۱۶۹\Rightarrow AC=۱۳$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

آرنج بوک
همسیر موفقیت

۲۸- گزینهٔ «۲» (علی ایمانی)



فرض کنید $EF = x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \text{ مورب } DF \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{D}_2 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_2} \hat{F}_1 = \hat{D}_1$$

$$\xrightarrow{\overset{\Delta}{ADF}} AF = AD = 8 \Rightarrow AE = AF - EF = 8 - x$$

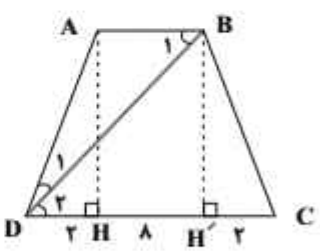
$$AB \parallel DC \text{ مورب } CE \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{C}_2 \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{E}_1 = \hat{C}_1$$

$$\xrightarrow{\overset{\Delta}{BCE}} BE = BC = 8$$

$$AE + BE = AB \Rightarrow (8 - x) + 8 = 13 \Rightarrow x = 3$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۲۹- گزینهٔ «۴» (رضا سیدنیقی)



$$AB \parallel DC, \text{مورب } BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_2}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow AD = AB = 8$$

$$\overset{\Delta}{ADH}: AH^2 = AD^2 - DH^2 = 8^2 - 2^2 = 60$$

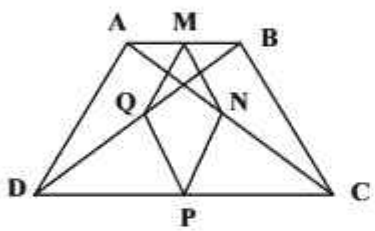
$$\Rightarrow BH'^2 = AH^2 = 60$$

$$\overset{\Delta}{BDH'}: BD^2 = BH'^2 + DH'^2 = 60 + 10^2$$

$$\Rightarrow BD^2 = 160 \Rightarrow BD = 4\sqrt{10}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۳۰- گزینهٔ «۲» (بوار عالمی)



در مثلث ABD، نقاط M و Q به‌ترتیب وسط اضلاع AB و BD هستند پس طبق تعمیم قضیهٔ تالس، $MQ = \frac{1}{2}AD$ است. به دلیل مشابه به‌ترتیب در مثلث‌های ABC، ADC و BDC، $MN = \frac{1}{2}BC$، $NP = \frac{1}{2}AD$ و $PQ = \frac{1}{2}BC$ است و در نتیجه داریم:

$$\text{محیط } MNPQ = \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}BC$$

$$= AD + BC = 3 + 3 = 6$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

ثرنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

فیزیک (۱) - نگاه به گذشته

۳۱- گزینهٔ «۱» *(معید زرین‌کفش)*

با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی، داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[v=2\frac{km}{s}=2000\frac{m}{s}]{m=1/5ton=1500kg} K=\frac{1}{2}\times 1500\times(2000)^2=3\times 10^9 J=3\times 10^3 MJ$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۳۲- گزینهٔ «۴» *(کیانوش شهریاری)*

با نوشتن رابطهٔ محاسبهٔ انرژی جنبشی به صورت مقایسه‌ای، داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_B}{K_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow[K_A=4K_B]{v_B=3v_A} \frac{K_B}{4K_B}=\frac{m_B}{m_A}\times\left(\frac{3v_A}{v_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_B}{m_A}=\frac{1}{36}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۳۳- گزینهٔ «۲» *(فرشاد لطف‌اله‌زاده)*

اگر کمیت‌های مربوط به اتومبیل را با اندیس (۱) و کمیت‌های مربوط به موتور را با اندیس (۲) نمایش دهیم، در حالت اول داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow[m_1=2m_2]{K_1=\frac{1}{2}K_2} \frac{1}{2}=2\times\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2=\frac{1}{4}\Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=\frac{1}{2}\Rightarrow v_2=2v_1 \quad (*)$$

در حالت دوم، چون تندی اتومبیل به اندازهٔ $7/2\frac{km}{h}=\frac{7/2}{3/6}\frac{m}{s}=2\frac{m}{s}$ افزایش یافته، داریم:

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_1'}{K_2'}=\frac{m_1}{m_2}\times\left(\frac{v_1'}{v_2'}\right)^2$$

$$\xrightarrow[m_1=2m_2,\ v_1'=v_1+2(m/s),\ v_2'=v_2]{K_1'=K_2'}$$

$$1=2\times\left(\frac{v_1+2}{v_2}\right)^2 \xrightarrow{(*)} \left(\frac{v_1+2}{2v_1}\right)^2=\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_1+2}{2v_1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow v_1+2=\sqrt{2}v_1$$

$$\Rightarrow(\sqrt{2}-1)v_1=2\Rightarrow v_1=\frac{2}{\sqrt{2}-1}$$

$$\xrightarrow[\sqrt{2}+1]{\text{صورت و مخرج ضربدر}} v_1=\frac{2}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}$$

$$\Rightarrow v_1=2\sqrt{2}+2(m/s)$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۳۴- گزینهٔ «۴» *(امیر ممموری‌انزابی)*

در حالت اولیه، زاویهٔ بین بردارهای نیرو و جابه‌جایی $\theta_1=90^\circ-37^\circ=53^\circ$ است که در حالت دوم و با کاهش 16° ای، به $\theta_2=53^\circ-16^\circ=37^\circ$ می‌رسد. با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ کار یک نیروی ثابت، داریم:

$$W=Fd\cos\theta \Rightarrow \frac{W_2}{W_1}=\frac{F_2}{F_1}\times\frac{d_2}{d_1}\times\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}$$

$$\xrightarrow[\theta_1=53^\circ,\ \theta_2=37^\circ]{F_2=2F_1,\ d_2=d_1} \frac{W_2}{W_1}=\frac{2F_1}{F_1}\times\frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{W_2}{W_1}=2\times\frac{0/8}{0/6}=\frac{8}{3}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۳۵- گزینهٔ «۴» *(حسین مقدومی)*

با استفاده از تعریف کار یک نیروی ثابت برای هر کدام از حالات داریم:

$$W_1=F_1d_1\cos\theta_1=Fd\cos 0^\circ\Rightarrow W_1=Fd$$

$$W_2=F_2d_2\cos\theta_2=2Fd\cos 30^\circ\Rightarrow W_2=\sqrt{3}Fd$$

$$W_3=F_3d_3\cos\theta_3=\sqrt{2}Fd\cos 60^\circ\Rightarrow W_3=\frac{\sqrt{2}}{2}Fd$$

$$\Rightarrow W_2>W_1>W_3$$

بنابراین داریم:

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۳۶- گزینهٔ «۲» *(اسعد طاهری زاده)*

بر جسم چهار نیروی $\vec{F}_1$، $\vec{F}_2$، وزن و عمودی سطح وارد می‌شود که کار نیروهای وزن و عمودی سطح، به سبب عمود بودن نیرو بر امتداد مسیر حرکت برابر با صفر است. داریم:

$$W_{F_1} = F_1 d\cos\theta_1 \xrightarrow[\theta_1=37^\circ]{F_1=200N,\, d=20m}$$

$$W_{F_1} = 200\times 20\times\cos 37^\circ = 4000\times 0/8 = 3200J$$

$$W_{F_2} = F_2 d\cos\theta_2 \xrightarrow[\theta_2=180^\circ-53^\circ]{F_2=100N,\, d=20m}$$

$$W_{F_2} = 100\times 20\times\cos(180^\circ-53^\circ) = -100\times 20\times\cos 53^\circ$$

$$= -2000\times 0/6 = -1200J$$

لذا کار کل انجام شده روی جسم که جمع جبری کار انجام شده توسط هر یک از نیروها می‌باشد، برابر است با:

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{mg} + W_N$$

$$\Rightarrow W_t = 3200 + (-1200) + 0 + 0 = 2000J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۳۷- گزینهٔ «۱» *(شیلا شیرزادی)*

باید مجموع کار سه نیروی $\vec{F}$، اصطکاک و وزن را حساب کنیم:

$$W_t = W_{mg} + W_f + W_F$$

$$W_{mg} = -(U_2 - U_1) \xrightarrow[U_2=mgh]{U_1=0} W_{mg} = -mgh$$

$$\xrightarrow[h=2m]{m=1kg\ ,\ g=10\frac{N}{kg}} W_{mg} = -20J$$

$$W_f = fd\cos\theta_f \xrightarrow[f=5N\ ,\ d=\frac{2}{\sin 30^\circ}=4m]{\theta_f=180^\circ\ ,\ \cos\theta_f=-1} W_f = -20J$$

$$W_F = Fd\cos\theta_F \xrightarrow[F=20N\ ,\ d=4m]{\theta_F=0\ ,\ \cos\theta_F=1} W_F = 80J$$

$$W_t = -20 - 20 + 80 = 40J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰ و ۶۵)

۳۸- گزینهٔ «۲» *(میثم رشتیان)*

اگر از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی برای این جابه‌جایی استفاده کنیم، داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[v_1=v_0\ ,\ v_2=\frac{80}{100}v_1=\frac{4}{5}v_1]{W_t=-360J\ ,\ m=8kg} -360 = \frac{1}{2}\times 8[(\frac{4}{5}v_0)^2 - v_0^2]$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{25}v_0^2\times 4 = -360 \Rightarrow v_0^2 = 250$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۴)

۳۹- گزینهٔ «۱» *(قصرو ارغوانی‌فرد)*

می‌دانیم کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر در انرژی جنبشی جسم می‌باشد. از صورت مسئله ابتدا جرم جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 25 = \frac{1}{2}m\times 5^2 \Rightarrow m = 2kg$$

حال از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2}\times 2\times[(-10)^2 - (5)^2] = 75J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۴)

۴۰- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

می‌دانیم $W_{mg} = -\Delta U_g$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{mg} = -(U_{g_B} - U_{g_A}) \xrightarrow[U_{g_B}=120J]{U_{g_A}=100J}$$

$$W_{mg} = -(120-100) = -20J$$

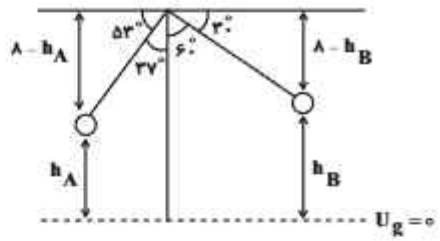
(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۱- گزینهٔ «۳» *(پوریا علاقه‌مند)*

کار نیروی وزن برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است. با در نظر گرفتن پایین‌ترین نقطهٔ مسیر حرکت آونگ به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$W_{mg} = -(U_B - U_A) \xrightarrow[U_B=mgh_B]{U_A=mgh_A}$$

$$W_{mg} = mg(h_A - h_B)$$



$$۸\times\sin ۵۳^\circ = ۸-h_A \xrightarrow{\sin ۵۳^\circ = ۰/۸} h_A = ۱/۶\,m$$

$$۸\times\sin ۳۰^\circ = ۸-h_B \xrightarrow{\sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}} h_B = ۴\,m$$

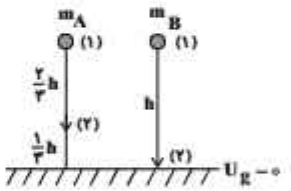
$$W_{mg} = mg(h_A - h_B) \xrightarrow[g=۱۰\frac{m}{s^۲},\ h_A=۱/۶m,\ h_B=۴m]{m=۹۰۰g=۰/۹kg}$$

$$W_{mg} = ۰/۹\times۱۰\times(۱/۶-۴) = -۲۱/۶\,J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

۴۲- گزینهٔ «۳» (علیرضا یاری)

با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



چون مقاومت هوا ناچیز است، پایستگی انرژی مکانیکی برای هر دو گلوله برقرار است: $E_{۱A}=E_{۲A}$ و $E_{۱B}=E_{۲B}$

انرژی جنبشی گلولهٔ A را در ارتفاع $\frac{h}{۳}$ از سطح زمین و انرژی جنبشی گلولهٔ B را در لحظهٔ رسیدن به سطح زمین به‌دست می‌آوریم و نسبت آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$E_{۱A}=E_{۲A} \Rightarrow K_{۱A}+U_{۱A}=K_{۲A}+U_{۲A}$$

$$\xrightarrow{K_{۱A}=۰} m_Agh = K_{۲A}+m_Ag\frac{h}{۳} \Rightarrow K_{۲A}=\frac{۲}{۳}m_Agh$$

$$E_{۱B}=E_{۲B} \Rightarrow K_{۱B}+U_{۱B}=K_{۲B}+U_{۲B}$$

$$\xrightarrow[U_{۲B}=۰]{K_{۱B}=۰} m_Bgh = K_{۲B}$$

$$\frac{K_{۲B}}{K_{۲A}} = \frac{m_Bgh}{\frac{۲}{۳}m_Agh} \xrightarrow{m_B=۲m_A} \frac{K_{۲B}}{K_{۲A}} = \frac{۲m_A}{\frac{۲}{۳}m_A} = ۳$$

راه‌حل دوم: طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K_A = W_{tA} \xrightarrow[K_{۱A}=۰\ ,\ W_{tA}=W_{mgA}]{\Delta K_A = K_{۲A}-K_{۱A}}$$

$$K_{۲A} = W_{mgA}$$

$$W_{mgA} = m_Agd_A\cos\theta_A \xrightarrow[d_A=\frac{۲}{۳}h]{\theta_A=۰\ ,\ \cos\theta_A=۱}$$

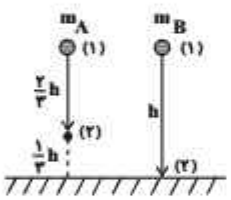
$$K_{۲A} = \frac{۲}{۳}m_Agh$$

$$\Delta K_B = W_{tB} \xrightarrow[K_{۱B}=۰\ ,\ W_{tB}=W_{mgB}]{\Delta K_B = K_{۲B}-K_{۱B}} K_{۲B} = W_{mgB}$$

$$W_{mgB} = m_Bgd_B\cos\theta_B \xrightarrow[d_B=h\ ,\ m_B=۲m_A]{\theta_B=۰\ ,\ \cos\theta_B=۱}$$

$$K_{۲B} = ۲m_Agh$$

$$\Rightarrow \frac{K_{۲B}}{K_{۲A}} = \frac{۲m_Ahg}{\frac{۲}{۳}m_Ahg} = ۳$$



(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴۳- گزینهٔ «۴» (زهره رامشینی)

$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_t = W_{وزن} + W_{نیروی\ مقاوم} = K_۲ - K_۱ \quad (۱)$$

$$W_{وزن} = -\Delta U = -(U_۲ - U_۱)$$

$$= -mg(h_۲ - h_۱) = -۱۵۰\times۱۰\times(۷۵-۸۰) = ۷۵۰۰\,J$$

$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$= \frac{۱}{۲}\times۱۵۰\times(۲۰^۲ - ۱۸^۲) = ۵۷۰۰\,J$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۷۵۰۰ + W_{نیروی\ مقاوم} = ۵۷۰۰$$

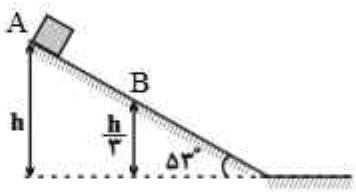
$$\Rightarrow W_{نیروهای\ مقاوم} = -۱۸۰۰\,J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

ثرنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۴۴- گزینهٔ «۳» *(مصطفی کیانی)*

مطابق شکل زیر، جسم در نقطهٔ **A** فقط انرژی پتانسیل گرانشی و در نقطهٔ **B**، هم انرژی جنبشی و هم انرژی پتانسیل گرانشی دارد. بنابراین با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل گرانشی در بالای سطح شیب‌دار را می‌یابیم. دقت کنید، چون در نقطهٔ **B**، ارتفاع از مبدأ پتانسیل گرانشی، $\frac{1}{3}$ ارتفاع در نقطهٔ **A** است، بنابه رابطهٔ $U=mgh$، باید $U_B=\frac{1}{3}U_A$ باشد.



$$E_A=E_B \xrightarrow{E=U+K} U_A+K_A=U_B+K_B$$

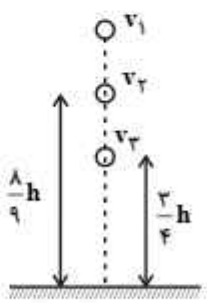
$$\xrightarrow[K_B=\frac{1}{2}mv_B^2]{U_B=\frac{1}{3}U_A,\,K_A=0} U_A+0=\frac{1}{3}U_A+\frac{1}{2}mv^2$$

$$\xrightarrow[v_B=10\,m/s]{m=4kg} \frac{2}{3}U_A=\frac{1}{2}\times 4\times 100$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}U_A=200 \Rightarrow U_A=300J$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴۵- گزینهٔ «۲» *(سیدعلی میرنوری)*



تنها نیرویی که در این جابه‌جایی بر روی جسم کار انجام می‌دهد، نیروی وزن جسم است. بنابراین با استفاده از قضیهٔ کار- انرژی جنبشی، برای دو نقطهٔ شروع و نقطهٔ ۲ $(\frac{8}{9}h)$ داریم:

$$W_{mg}=\Delta K \Rightarrow mg\Delta h=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow 10\times(h-\frac{8}{9}h)=\frac{1}{2}(8^2-0^2) \Rightarrow h=\frac{9\times 32}{10}m$$

به‌طور مشابه با نوشتن قضیهٔ کار- انرژی جنبشی بین دو نقطهٔ ۲ $(\frac{8}{9}h)$ و نقطهٔ ۳ $(\frac{3}{4}h)$، داریم:

$$W_{mg}=\Delta K \Rightarrow mg\Delta h=\frac{1}{2}m(v_3^2-v_2^2)$$

$$\Rightarrow 10\times(\frac{8}{9}-\frac{3}{4})h=\frac{1}{2}(v_3^2-8^2) \Rightarrow \frac{50}{18}h=v_3^2-64 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{50}{18}\left(\frac{9\times 32}{10}\right)=v_3^2-64 \Rightarrow v_3^2=144 \Rightarrow v_3=12\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۴۶- گزینهٔ «۱» *(داتیال راستی)*

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و انرژی مکانیکی توپ در لحظهٔ رها شدن را با E_1 نشان می‌دهیم:

$$E_1=K_1+U_1 \xrightarrow{K_1=0} E_1=U_1=mgh$$

$$\xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2},\ h=9m]{m=400g} E_1=36J$$

وقتی توپ در آستانهٔ برخورد با زمین قرار دارد، انرژی مکانیکی E_2 دارد:

$$E_2=K_2+U_2 \xrightarrow[\text{فرض}]{U_2=0} E_2=K_2$$

تغییر انرژی مکانیکی در این مدت برابر با کار نیروی مقاومت هوا است:

$$W_{\text{مقاومت هوا}}=-hf_D=E_2-E_1$$

$$\xrightarrow[f_D=0/5N]{E_1=36J,\ h=9m} -0/5\times 9=E_2-36$$

$$\Rightarrow K_2=E_2=31/5J$$

انرژی مکانیکی در لحظهٔ بعد از برخورد با زمین برابر E_3 است. با توجه به این‌که بر اثر برخورد انرژی جنبشی ۲۰ درصد کم می‌شود، داریم:

$$E_3=K_3=(\frac{100-20}{100})K_2=(0/8)(31/5)=25/2J$$

انرژی مکانیکی در زمانی که توپ پس از برخورد به زمین به ارتفاع h' می‌رسد برابر است با:

$$E_f = K_f + U_f \xrightarrow{K_f=0} E_f = U_f = mgh'$$

تغییر انرژی مکانیکی در مسیر برگشت برابر با کار مقاومت هوا در این مسیر است:

$$\Delta E' = E_f - E_i = W'_{هوا} = -h'f_D \xrightarrow[f_D=0/5N]{E_i=25/2,\ E_f=mgh'} (0/4)(10)h' - 25/2 = -h'(0/5) \Rightarrow h' = 5/6\,m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۴۷- گزینهٔ «۴» *(فرشید کارقانه)*

$$\frac{P_{اتلافی}}{P_{مفید}} = \frac{1}{4} \Rightarrow P_{مفید} = 4P_{اتلافی}$$

توان کل برابر است با مجموع توان مفید و توان تلف شده. لذا خواهیم داشت:

$$P_{کل} = P_{مفید} + P_{اتلافی} \Rightarrow P_{کل} = 4P_{اتلافی} + P_{اتلافی} = 5P_{اتلافی}$$

حال با استفاده از رابطهٔ بازده خواهیم داشت:

$$بازده = \frac{P_{مفید}}{P_{کل}} \times 100 = \frac{4P_{اتلافی}}{5P_{اتلافی}} \times 100 = 80\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۸- گزینهٔ «۱» *(ناصر امیدوار)*

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 800 \times (400 - 25)$$

$$\Rightarrow W_t = 150000\,J$$

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{150000}{4} = 37500\,W = \frac{37500}{750}\,hp = 50\,hp$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴، ۷۳ و ۷۴)

۴۹- گزینهٔ «۳» *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا با داشتن حجم و چگالی آب، جرم آب خروجی در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 12\,L = 12 \times 10^{-3}\,m^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow[V=12\times10^{-3}\,m^3]{\rho=1000\frac{kg}{m^3}}$$

$$m = 1000 \times 12 \times 10^{-3} = 12\,kg$$

سپس توان مفید پمپ را به‌دست می‌آوریم:

$$P_{پمپ} = \frac{Ra}{100} \times P_{مصرفی} \xrightarrow[P_{مصرفی}=9kW=9000W]{\frac{Ra}{100}=0/8}$$

$$P_{پمپ} = 0/8 \times 9000 = 7200\,W$$

کار پمپ را در مدت یک ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$P_{پمپ} = \frac{W_{پمپ}}{t} \xrightarrow[t=1s]{P_{پمپ}=7200W} 7200 = \frac{W_{پمپ}}{1}$$

$$\Rightarrow W_{پمپ} = 7200\,J$$

حال با توجه به قضیهٔ کار و انرژی جنبشی تندی خروج آب از لوله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = W_{وزن} + W_{پمپ}$$

تندی اولیه آب در ته چاه برابر صفر است $(v_i = 0)$ و کار وزن آب در جابه‌جایی از ته چاه تا لولهٔ خروجی برابر است با:

$$W_{وزن} = -mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -mgh + W_{پمپ}$$

$$\xrightarrow[W_{پمپ}=7200J,\ g=10\frac{N}{kg}]{m=12kg,\ h=30m}$$

$$\frac{1}{2} \times 12v^2 = -12 \times 10 \times 30 + 7200$$

$$\Rightarrow 6v^2 = 3600 \Rightarrow v^2 = 600 \Rightarrow v = 10\sqrt{6}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۸ و ۷۳ تا ۷۶)

۵۰- گزینهٔ «۲» *(منصور قره‌قانی)*

ابتدا توان خروجی (مفید) را محاسبه کنیم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_2^2 - 0 = \frac{1}{2} \times 150 \times 6^2 = 2700\,J$$

$$P_{خروجی} = \frac{W_t}{t} \Rightarrow P_{خروجی} = \frac{2700}{10} = 270\,W$$

برای محاسبهٔ بازده داریم:

$$بازده = \frac{توان\ خروجی}{توان\ ورودی} \times 100$$

$$\Rightarrow بازده = \frac{270}{600} \times 100 = 45\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴ و ۷۳ تا ۷۶)

شیمی (۱) - نگاه به گذشته

۵۱- گزینهٔ «۲» *(ایمان حسین‌نژاد)*

رطوبت هوا در لایهٔ تروپوسفر (نخستین لایهٔ هواکره) از جایی به جای دیگر و از لحظه‌ای به لحظهٔ دیگر متغیر بوده و میانگین بخار آب در این لایه حدود یک درصد است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۲)

۵۲- گزینهٔ «۱» *(امیر حاتمیان)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نقطهٔ جوش گازهای اکسیژن، آرگون و نیتروژن برحسب درجهٔ سلسیوس، به ترتیب برابر ۱۸۳- ۱۸۶- و ۱۹۶- است؛ بنابراین طی کاهش دما، ابتدا اکسیژن، سپس آرگون و در نهایت گاز نیتروژن به حالت مایع تبدیل می‌شود.

گزینهٔ «۲»: در حالت (۳) آرگون به‌صورت گاز از هوای مایع خارج می‌شود، اما گاز اکسیژن همچنان به‌صورت مایع در ظرف وجود دارد که در هوای پاک و خشک درصد حجمی بالایی (حدود ٪۲۱) دارد.

گزینهٔ «۳»: گاز خارج شده در حالت (۲)، نیتروژن است ولی از هلیم برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند **MRI** استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: تهیهٔ اکسیژن صد در صد خالص در این فرایند دشوار است، زیرا نقطهٔ جوش آن نزدیک به آرگون است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۵۳- گزینهٔ «۱» *(رانیا معموری)*

گزینهٔ «۱»: انرژی گرمایی (نه انرژی شیمیایی) مولکول‌ها سبب می‌شود تا پیوسته آن‌ها در حال جنبش باشند و در سرتاسر هواکره توزیع شوند.

گزینهٔ «۲»: مطابق نمودارهای با هم بیندیشیم صفحهٔ ۶۷ کتاب درسی درست است.

گزینهٔ «۳»: بقیهٔ سیارات نیز اتمسفر دارند اما زمین تنها سیاره‌ای است که اتمسفر قابل زیستن دارد.

گزینهٔ «۴»: در لایهٔ تروپوسفر به ازای هر کیلومتر (۱۰۰۰ متر) که از سطح زمین ارتفاع می‌گیریم، دما در حدود ۶ درجهٔ سلسیوس افت می‌کند، در نتیجه اگر ۵۰۰۰ متر ارتفاع بگیریم، ۳۰ درجهٔ سلسیوس کاهش می‌یابد. حال اگر دما در سطح زمین ۲۲+ درجهٔ سلسیوس باشد، پس در ارتفاع ۵۰۰۰ متری دما ۸- درجهٔ سلسیوس خواهد بود.

$$+۲۲+(-۳۰)=-۸^{\circ}C$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۴۸، ۵۰ و ۶۷)

۵۴- گزینهٔ «۳» *(رسول عابدینی زواره)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) گاز هلیم را می‌توان از تقطیر جزء به جزء هوای مایع و افزودن بر هوای مایع، از تقطیر جزء به جزء گاز طبیعی نیز بدست آورد.

۲) ۷ درصد حجمی مخلوط گاز طبیعی هلیم است.

۳) سبک‌ترین گاز نجیب هلیم است.

۴) در کپسول غواصی از گاز هلیم $_{2}He$ استفاده می‌شود که آرایش الکترونی آن هشت‌تایی نمی‌باشد. $(He:1s^{2})$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

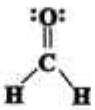
۵۵- گزینهٔ «۱» *(رضا سلیمانی)*

با توجه به ساختار PCl_3، نسبت جفت الکترون‌های پیوندی به جفت الکترون‌های ناپیوندی برابر $\frac{۳}{۱۰}$ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: در ترکیب MO_2 در صورتی که همهٔ اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی کنند، M می‌تواند متعلق به گروه‌های ۱۴ و ۱۶ جدول تناوبی باشد.

گزینهٔ «۳»: با توجه به ساختار لوویس CH_2O، اتم‌های H از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نکرده‌اند.



گزینهٔ «۴»: شمار الکترون‌های ظرفیتی ترکیب از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

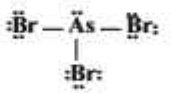
$$\Rightarrow 24 = (X + 3(6)) \Rightarrow X = 6$$

بنابراین عنصر X در این ترکیب عنصری از گروه ۱۶ جدول تناوبی است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۵۶- گزینهٔ «۳» *(رضا سلیمانی)*

$AsBr_3$ آرسنیک تری‌برمید نام دارد و دارای ۱۰ جفت‌الکترون ناپیوندی است.



با توجه به ساختار: $:O \equiv C:$، مولکول کربن مونوکسید دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است.

گزینهٔ «۴»: هر ۲ گونه دارای ۴ پیوند اشتراکی هستند و الکترون‌های پیوندی برابری دارند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۵۷- گزینهٔ «۲» *(سیدعلیرضا سیدی‌هلاج)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) در ترکیب اسکاندیم اکسید بار الکتروشی کاتیون ۳+ است. در ترکیب دی‌نیتروژن پنتااکسید با فرمول شیمیایی N_2O_5 اختلاف تعداد اتم این عنصرها برابر ۳ است.

۲) ترکیبات مولکولی مانند گوگرد دی‌اکسید حاصل اشتراک‌گذاری الکترون بین اتم‌های شرکت‌کننده در ترکیب هستند اما ترکیبات یونی مانند آهن (III)اکسید حاصل انتقال (مبادله) الکترون میان اتم‌ها و تشکیل کاتیون و آنیون می‌باشند.

۳) در PCl_3 ۴ اتم و ۲ عنصر وجود دارد، پس نسبت شمار کل اتم‌ها به عناصر برابر با ۲ است.

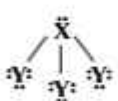
۴) مجموع شمار اتم‌ها در P_4O_6 برابر با ۱۰ و مجموع شمار اتم‌ها در N_2O_3 برابر با ۵ است، پس نسبت شمار اتم‌ها در ترکیب اول به ترکیب دوم برابر ۲ است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۵۸- گزینهٔ «۱» *(امیر طالعیان)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: با توجه به این‌که اتم‌های ناقلز X و Y به ترتیب به آرایش گاز نجیب آرگون و نئون رسیده‌اند؛ بنابراین ساختار XY_3 به‌صورت داده شده می‌باشد:

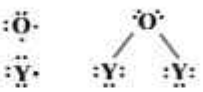


و اتم‌های X و Y به ترتیب فسفر P (از گروه ۱۵) و فلوئور F (از گروه ۱۷) جدول تناوبی هستند.

گزینهٔ «۲»: تعداد الکترون‌های موجود در ساختار مولکول XY_3 برابر ۲۶ بوده که با عدد اتمی Fe (آهن) که مربوط به گروه ۸ و دورهٔ چهارم جدول تناوبی است، برابر است.

گزینهٔ «۳»: آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت اتم فسفر (X) به صورت $3s^2 3p^3$ است که تعداد الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ آن یک واحد کمتر از تعداد الکترون‌های ظرفیت دومین عضو عناصر دستهٔ **d** یعنی $_{22}Ti$ با آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت $3d^2 4s^2$ است.

گزینهٔ «۴»:



$$\frac{\text{تعداد جفت } e^- \text{های پیوندی}}{\text{تعداد } e^- \text{های ناپیوندی}} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۵۹- گزینهٔ «۱» *(ارژنگ فاتحی)*

گاز کربن مونوکسید سمی و کشنده است و برخلاف گاز کربن دی اکسید در سوختن گاز شهری با رنگ شعلهٔ زرد تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: از جمله فراورده‌های سوختن زغال سنگ کربن دی‌اکسید است.

گزینهٔ «۳»: در سوختن کامل CO_2 و در سوختن ناقص CO ایجاد می‌شود.

گزینهٔ «۴»: در هر دو مولکول $:C \equiv O:$ و $\ddot{O}=C=\ddot{O}$ اتم‌ها در یک راستا قرار دارند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۶۰- گزینهٔ «۳» *(ایمان حسین‌نژاد)*

آهک همان کلسیم اکسید است که نوعی اکسید فلزی است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

شیمی (۱) - سؤالات آشنا

۶۱- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

از واکنش اکسید اغلب فلزها با آب، محلولی با خاصیت بازی و از واکنش اکسید اغلب نافلزها با آب، محلولی با خاصیت اسیدی تولید می‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

۶۲- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

در معادلهٔ نمادی یک واکنش، ترتیب مخلوط کردن واکنش‌دهنده‌ها و نکته‌های ایمنی واکنش مشخص نمی‌شود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۶۳- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

$2H_2S(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2SO_2(g) + 2H_2O(g) \quad S_1 = 9$

$4NH_3(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4NO(g) + 6H_2O(g) \quad S_2 = 19$

$S_2 - S_1 = 19 - 9 = 10$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۴- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

تنها عبارت (پ) درست است.

$8HNO_3(aq) + 3Cu(s) \rightarrow 3Cu(NO_3)_2(aq) + 2NO(g) + 4H_2O(l)$

آ) نسبت ضریب استوکیومتری $Cu(NO_3)_2$ به ضریب استوکیومتری H_2O برابر $\frac{3}{4}$ می‌باشد.

ب) بیش‌ترین ضریب استوکیومتری در بین فراورده‌ها مربوط به گونهٔ H_2O است.

پ) مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها ۲ واحد کم‌تر است.

ت) براساس قانون پایستگی جرم، شمار اتم‌ها در دو طرف معادله برابر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

ثرنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۶۵- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

موازنهٔ واکنش‌ها:

$$I)\ ۲LiBH_۴(s)+۲NH_۴Cl(s)$$

$$\rightarrow B_۲N_۲H_۶(l)+۹H_۲(g)+۲LiCl(s) \Rightarrow a=۹$$

$$II)\ ۲KNO_۳(s)+۳C(s)+S(s)$$

$$\rightarrow ۳CO_۲(g)+K_۲S(s)+N_۲(g) \Rightarrow b=۳$$

$$\Rightarrow a+b=۱۲$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۶۶- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

با توجه به جدول صفحهٔ ۶۶ کتاب درسی، ترتیب ردپای کربن دی‌اکسید ایجاد شده از منابع تولید برق در ازای تولید مقدار برق یکسان، به صورت زیر می‌باشد:

زغال سنگ > نفت خام > گاز طبیعی > انرژی خورشیدی > گرمای زمین > باد

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحهٔ ۶۶)

۶۷- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

در سدهٔ اخیر، با افزایش مقدار کربن دی‌اکسید و افزایش دمای کرهٔ زمین، مساحت برف در نیم‌کرهٔ شمالی کاهش یافته است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۶۸- گزینهٔ «۲» *(کتاب آبی)*

با توجه به شکل صفحهٔ ۶۹ کتاب درسی، پرتوهای خورشیدی به سه دسته تقسیم می‌شوند:

۱- بخش عمده که توسط زمین جذب می‌شود.

۲- بخش کوچکی که توسط هواکره جذب می‌شود.

۳- بخش کوچکی که به فضا بازتابیده می‌شود.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: بخشی از این پرتوها به فضا بازتابیده می‌شود.

گزینهٔ «۳»: پرتوهای تابیده شده توسط خورشید دارای انرژی بیشتر اما طول موج کوتاه‌تری نسبت به پرتوهای بازتابیده شده توسط زمین است.

گزینهٔ «۴»: گازهای گلخانه‌ای باعث شده‌اند که میانگین دمای کرهٔ زمین به $-۱۸^{\circ}C$ کاهش نیابد (نه پرتوهای خورشیدی).

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۶۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب آبی)*

هر چهار عبارت درست است. در گاز خروجی از اگزوز خودروها:

آ) CO، $CO_۲$ و ... جزو اکسیدهای نافلزی هستند.

ب) مولکول CO دارای سه جفت الکترون پیوندی است.

$$:C\equiv O:$$

پ) گاز $SO_۲$ در تولید سولفوریک اسید کاربرد دارد.

ت) مولکول‌های C_xH_y فاقد جفت الکترون ناپیوندی هستند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۱ و ۶۶ تا ۶۸)

۷۰- گزینهٔ «۳» *(کتاب آبی)*

تفاوت جرم کربن دی‌اکسید تولید شده در تولید برق از زغال‌سنگ و گرمای زمین برحسب کیلوگرم به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق برابر است با:

$$۰/۹-۰/۰۳=۰/۸۷$$

بنابراین:

$$\text{۶۰۰ کیلووات ساعت} \times \frac{۰/۸۷\,kg\,CO_۲}{\text{۱ کیلووات ساعت}} = ۵۲۲\ kg\,CO_۲$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

حسابان (۱) - نگاه به آینده

۷۱- گزینهٔ «۴» (مهدی ملارمضانی)

اگر اضلاع مستطیل را x_1 و x_2 در نظر بگیریم، داریم:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{۴۲}{۲} = ۲۱$$

$$P = x_1 x_2 = ۳۸$$

$$x^۲ - Sx + P = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲۱x + ۳۸ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۲)(x-۱۹) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x_1 = ۲ \\ x_2 = ۱۹ \end{cases}$$

قطر مستطیل برابر است با:

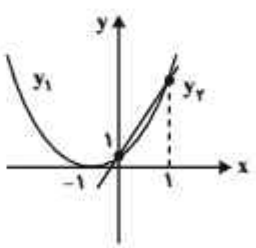
$$d^۲ = ۳۶۱ + ۴ = ۳۶۵ \Rightarrow d = \sqrt{۳۶۵}$$

(مسابقه ۱- مشابه مثال صفحهٔ ۹)

۷۲- گزینهٔ «۲» (مهدی ملارمضانی)

با توجه به روش هندسی معادلات داریم:

$$(x+۱)^۲ = ۲x + ۱ \Rightarrow \begin{cases} y_1 = (x+۱)^۲ \\ y_2 = ۲x + ۱ \end{cases}$$



دو نمودار، در دو نقطه همدیگر را قطع می‌کنند بنابراین معادله دارای دو جواب است.

(مسابقه ۱- مشابه فعالیت صفحهٔ ۱۴)

۷۳- گزینهٔ «۳» (مهدی ملارمضانی)

در معادله داده شده داریم:

$$|x+۱| = |۲x+۴| \Rightarrow \begin{cases} ۲x+۴ = x+۱ \Rightarrow x = -۳ \\ ۲x+۴ = -x-۱ \Rightarrow ۳x = -۵ \\ \Rightarrow x = -\frac{۵}{۳} \end{cases}$$

مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$-۳ + (-\frac{۵}{۳}) = -\frac{۱۴}{۳}$$

(مسابقه ۱- مشابه مثال صفحهٔ ۲۶)

۷۴- گزینهٔ «۴» (مهتی نادری)

مضارب دو رقمی عدد ۳ عبارت است از:

دنبالهٔ حسابی است. $\Rightarrow ۱۲, ۱۵, \ldots, ۹۹$

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{۹۹-۱۲}{۳} + ۱ = ۳۰$$

$$\begin{cases} a_1 = ۱۲ \\ n = ۳۰ \\ d = ۳ \end{cases}, \; S_n = \frac{n}{۲}[۲a_1 + (n-۱)\times d]$$

$$\xrightarrow{n=۳۰} S_{۳۰} = \frac{۳۰}{۲}[۲\times ۱۲ + (۳۰-۱)\times ۳]$$

$$= ۱۵[۲۴ + ۲۹\times ۳] = ۱۵[۲۴ + ۸۷] = ۱۵\times ۱۱۱ = ۱۶۶۵$$

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۷۵- گزینهٔ «۱» (علی آزاد)

$$x^۲ + ۲x + ۱ = \sqrt{۲(x^۲ + ۲x + ۱) + ۸} \xrightarrow{x^۲+۲x+۱=t}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{۲t + ۸} \Rightarrow t^۲ - ۲t - ۸ = ۰ \Rightarrow (t-۴)(t+۲) = ۰$$

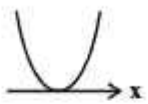
$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۴ \Rightarrow (x+۱)^۲ = ۴ \Rightarrow x+۱ = \pm ۲ \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -۳ \\ x_2 = ۱ \end{cases} \\ t = -۲ \Rightarrow (x+۱)^۲ = -۲ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{حاصل‌ضرب ریشه‌ها}} x_1 \times x_2 = -۳$$

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

۷۶- گزینهٔ «۴» *(آیانوش شهریاری)*

فرم کلی سهمی باید به شکل زیر باشد. پس:



$\Delta = 0 \ , \ a > 0$

$a > 0 \Rightarrow -(k-2) > 0 \Rightarrow k-2 < 0 \Rightarrow k < 2$

$\Delta = 0 \Rightarrow (-k)^2 - 4(-(k-2))(\frac{1}{4}) = 0$

$\Rightarrow k^2 + k - 2 = 0 \Rightarrow (k-1)(k+2) = 0$

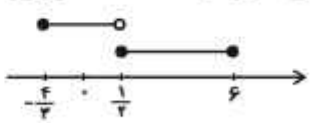
$\Rightarrow k = 1 \ , \ k = -2 \Rightarrow$ (چون $k < 2$) هر دو جواب قابل‌قبول

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۷۷- گزینهٔ «۳» *(وحید راعی)*

$$|2x-1| \le x+5 \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \text{ اگر: } 2x-1 \le x+5 \Rightarrow x \le 6 \xrightarrow[x \ge \frac{1}{2}]{\text{اشتراک با}} [\frac{1}{2}, 6] \\ x < \frac{1}{2} \text{ اگر: } -2x+1 \le x+5 \Rightarrow x \ge \frac{-4}{3} \xrightarrow[x < \frac{1}{2}]{\text{اشتراک با}} [-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}) \end{cases}$$

در آخر بین دو مجموعه جواب به‌دست آمده، اجتماع می‌گیریم:



$$[-\frac{4}{3}, \frac{1}{2}) \cup [\frac{1}{2}, 6] = [-\frac{4}{3}, 6] \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{3} \\ b = 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow a \times b = -\frac{4}{3} \times 6 = -8$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۷۸- گزینهٔ «۲» *(پویک اسلامی)*

طبق تعریف قدرمطلق

$$|a| = \begin{cases} a & ; \ a \ge 0 \\ -a & ; \ a < 0 \end{cases} \quad \text{یا} \quad |a| = \begin{cases} a & , \ a > 0 \\ -a & , \ a \le 0 \end{cases}$$

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» درست هستند.

مثال نقض برای گزینهٔ «۲»، $a = 0$ است.

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۷۹- گزینهٔ «۳» *(نسترن صمدی)*

عمودمنصف AB خطی است که از نقطهٔ وسط AB می‌گذرد و بر آن عمود است.

$$\text{نقطهٔ وسط AB} = (\frac{1+3}{2}, \frac{1-1}{2}) = (2, 0)$$

$$\text{شیب AB} = \frac{1-(-1)}{1-3} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow \text{شیب خط عمود بر AB} = 1$$

$$\begin{cases} (2, 0) \\ m = 1 \end{cases} \Rightarrow y - 0 = 1(x-2) \Rightarrow y = x - 2$$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۸۰- گزینهٔ «۲» *(امیرهوشنگ قفسه)*

فاصله نقطه (x_0, y_0) از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{فاصله} = \frac{|m(1) + 6 - m|}{\sqrt{m^2 + 9}} = \frac{6}{\sqrt{m^2 + 9}}$$

برای اینکه فاصله ماکزیمم شود باید مخرج مینیمم شود پس باید $m = 0$

لذا حداکثر فاصله برابر ۲ است.

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

ثرنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

حسابان (۱) - سؤالات آشنا

۸۱- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

در معادلهٔ درجه دوم $ax^2+bx+c=0$ با شرط $\Delta>0$ مجموع ریشه‌ها و حاصلضرب ریشه‌ها به ترتیب برابر $S=\frac{-b}{a}$ و $P=\frac{c}{a}$ می‌باشد.

بنابراین داریم:

$$S=\frac{-(-a)}{1}=a=3 \quad (*)$$

$$P=\frac{a-2}{1}=a-2 \xrightarrow{(*)} P=3-2=1$$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۲- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

در معادله درجه دوم داده شده داریم:

$$S=\alpha+\beta=-4 \text{ و } P=\alpha\beta=-1$$

با جای‌گذاری α در معادله داریم:

$$\alpha^2+4\alpha=1 \xrightarrow{\times\alpha} \alpha^3+4\alpha^2=\alpha \qquad (*)$$

حال داریم:

$$\alpha^3+4\alpha^2+\beta+3\alpha^2\beta^2 \overset{(*)}{=} \alpha+\beta+3(\alpha\beta)^2$$
$$=-4+3(-1)^2=-1$$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۳- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

با توجه نمودار، سهمی محور xها را در دو نقطه $x_1=1$ و $x_2=-3$ قطع کرده است بنابراین داریم:

$$y=a(x-x_1)(x-x_2) \Rightarrow y=a(x-1)(x+3)$$

همچنین نقطه $(0,-2)$ روی سهمی قرار دارد:

$$-2=a(-1)(3) \Rightarrow a=\frac{2}{3}$$

در نتیجه ضابطه سهمی به صورت $y=\frac{2}{3}(x^2+2x-3)=\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{3}x-2$ می‌باشد.

کمترین مقدار سهمی همان عرض رأس سهمی است که برابر $y=f(\frac{-b}{2a})$ می‌باشد.

$$y_s=f(\frac{-b}{2a})=f(-1) \Rightarrow y_s=\frac{2}{3}(-1)^2+\frac{4}{3}(-1)-2=\frac{-8}{3}$$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۸۴- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

$$\sqrt{x+1}=\sqrt{x+4}+1$$

$$\xrightarrow[\text{به توان ۲}]{\text{طرفین}} x+1=x+4+2\sqrt{x+4}+1 \Rightarrow 2\sqrt{x+4}=-4$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+4}=-2$$

حاصل یک رادیکال با فرجه زوج همواره نامنفی است. بنابراین معادله جواب ندارد.

روش دوم: چون $x+1<x+4$ در نتیجه $\sqrt{x+1}<\sqrt{x+4}$ و بنابراین $\sqrt{x+1}-\sqrt{x+4}<0$ می‌باشد و نمی‌تواند برابر ۱ باشد.

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۸۵- گزینهٔ «۳» *(کتاب اول)*

با استفاده از تغییر متغیر $\sqrt{2x^2+x}=t$ داریم:

$$t^2+4t=5 \Rightarrow t^2+4t-5=0$$
$$\Rightarrow (t-1)(t+5)=0$$

$$\begin{cases} t=1 \Rightarrow \sqrt{2x^2+x}=1 \Rightarrow 2x^2+x-1=0 \\ \xrightarrow{a+c=b} x=-1 \text{ یا } x=\frac{1}{2} \\ t=-5 \Rightarrow \sqrt{2x^2+x}=-5 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

هر دو جواب $x=\frac{1}{2}$ و $x=-1$ در معادله اولیه صدق می‌کنند بنابراین قابل قبول هستند و داریم:

$$|\frac{1}{2}-(-1)|=|\frac{3}{2}|=\frac{3}{2}$$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۸۶- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

طبق فرض $x<-۲$ بنابراین $|x|=-x$ حال داریم:

$$|۲-|x||-\sqrt{x^۲}=|۲-(-x)|-|x|=|۲+x|-|x|$$

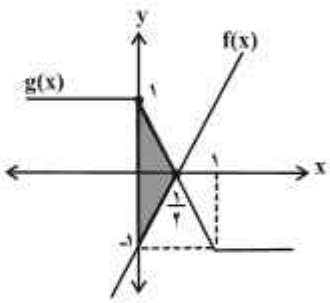
$$x+۲<۰ \quad -۲-x+x=-۲$$

(مسابقات ۱- صفحهٔ ۲۵)

۸۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب اول)*

نمودارهای توابع داده شده را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.

$g(x)$ یک تابع سرسره‌ای (آبشاری) است.

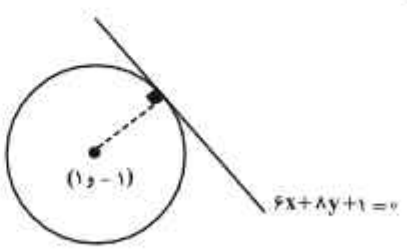


$$\Rightarrow S=\frac{۱}{۲}\times ۲\times \frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۳}$$

(مسابقات ۱- صفحهٔ ۲۶)

۸۸- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

شکل فرضی رو به رو را در نظر بگیرید.



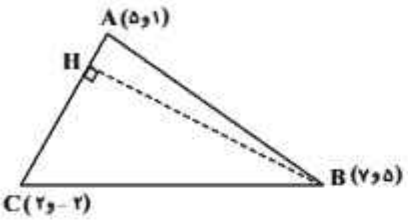
با توجه به شکل فاصلهٔ مرکز تا خط مماس برابر شعاع دایره می‌باشد:

$$R=\frac{|۶-۸+۱|}{\sqrt{۸^۲+۶^۲}}=\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow S=\pi R^۲=\frac{\pi}{۱۰۰}$$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۸۹- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

ابتدا یک شکل فرضی از مسئله رسم می‌کنیم:



برای محاسبه طول ارتفاع وارد بر AC یعنی $|BH|$ باید فاصله نقطه B تا ضلع AC را بدست بیاوریم:

ابتدا معادله ضلع AC را می‌نویسیم:

$$m_{AC}=\frac{۱-(-۲)}{۵-۲}=۱$$

$$\Rightarrow L_{AC}: y-۱=۱(x-۵)\Rightarrow L_{AC}: x-y-۴=۰$$

حال فاصله نقطه B را تا خط AC بدست می‌آوریم:

$$BH=\frac{|۷-۵-۴|}{\sqrt{۱^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۲}{\sqrt{۲}}=\sqrt{۲}$$

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۹۰- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

با استفاده از ویژگی‌های قدرمطلق داریم:

$$|\frac{x}{۲}+۱|<\frac{۱}{۳}\Rightarrow \frac{-۱}{۳}<\frac{x}{۲}+۱<\frac{۱}{۳}\Rightarrow \frac{-۴}{۳}<\frac{x}{۲}<\frac{-۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{-۸}{۳}<x<\frac{-۴}{۳}$$

حال از روی محدوده x، محدوده $۳x+۱$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{-۸}{۳}<x<\frac{-۴}{۳}\Rightarrow -۸<۳x<-۴\Rightarrow -۷<۳x+۱<-۳$$

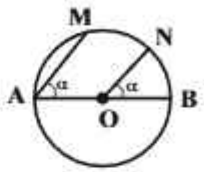
بنابراین $A=-۷$ و $B=-۳$ و $A+B=-۱۰$ می‌باشد.

(مسابقات ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

هندسه (۲) - نگاه به آینده

۹۱- گزینهٔ «۲» (محمدابراهیم آوزنده‌جانی)

با فرض $\hat{A}=\alpha$ داریم:



$$AM \parallel ON \text{ مورب } AB \Rightarrow \hat{A}=N\hat{O}B=\alpha \xrightarrow{N\hat{O}B \text{ مرکزی}} \overset{\frown}{NB}=\alpha \quad (۱)$$

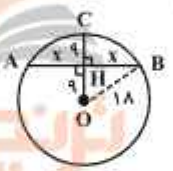
$$\hat{A}=\alpha \xrightarrow{\hat{A} \text{ محاطی}} \overset{\frown}{MNB}=۲\alpha \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{\overset{\frown}{MNB}}{\overset{\frown}{NB}}=\frac{۲\alpha}{\alpha}=۲$$

(هندسه ۲- مشابه با فعالیت دوم صفحهٔ ۱۳)

۹۲- گزینهٔ «۱» (احسان قیراللهی)

وتر AB بر شعاع OC عمود است و آن را نصف می‌کند.



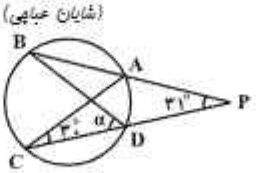
$$\Delta OHB: OH^۲+HB^۲=BO^۲ \Rightarrow ۸۱+x^۲=۳۲۴$$

$$\Rightarrow x^۲=۲۴۳ \Rightarrow x=۹\sqrt{۳}$$

$$AB=۲x=۱۸\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۱۳)

۹۳- گزینهٔ «۲» (شایان عبایی)



$$\hat{C}=\frac{\overset{\frown}{AD}}{۲}=۳۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AD}=۶۰^\circ \quad (\text{زاویهٔ محاطی})$$

$$\hat{P}=\frac{\overset{\frown}{BC}-\overset{\frown}{AD}}{۲} \Rightarrow ۳۱^\circ=\frac{\overset{\frown}{BC}-۶۰^\circ}{۲}$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BC}=۱۲۲^\circ \Rightarrow \hat{D}=\alpha=\frac{۱۲۲^\circ}{۲}=۶۱^\circ$$

(هندسه ۲- تمرین ۲ صفحهٔ ۱۶)

۹۴- گزینهٔ «۱» (حامد یعیی‌اوغلی)

می‌دانیم اگر زاویهٔ مرکزی قطاعی از دایرهٔ $C(O, R)$ برحسب درجه برابر α باشد، آن‌گاه مساحت قطاع برابر است با: $S=\frac{\pi R^۲ \alpha}{۳۶۰}$

از طرفی، شعاع بر خط مماس در نقطهٔ تماس عمود است و $MA=MB$.

بنابراین چهارضلعی OAMB مربع است و لذا داریم:

$$A\hat{O}B=\alpha=۹۰^\circ \Rightarrow \text{مساحت قطاع}=\frac{\pi R^۲(۹۰^\circ)}{۳۶۰^\circ}=\frac{\pi R^۲}{۴}$$

از طرفی:

مساحت قطاع − مساحت OAMB = مساحت هاشورخورده

$$=R^۲-\frac{\pi R^۲}{۴}=R^۲(۱-\frac{\pi}{۴})$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۹۵- گزینهٔ «۲» (محمد قدران)

می‌دانیم:

$$\left.\begin{matrix}\overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{BN}=A\hat{O}M \\ \overset{\frown}{MB}=\overset{\frown}{AN}=B\hat{O}M\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\overset{\frown}{AM}}{\overset{\frown}{MB}}=۵ \qquad (*)$$

از طرفی داریم:

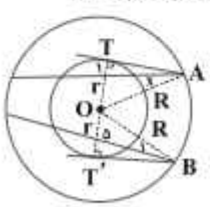
$$\overset{\frown}{AM}+\overset{\frown}{MB}=۱۸۰^\circ \xrightarrow{(*)} ۶\overset{\frown}{MB}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{MB}=۳۰^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{AM}=۱۵۰^\circ \Rightarrow X\hat{A}M=\frac{\overset{\frown}{AM}}{۲}=۷۵^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۹۶- گزینهٔ «۱» (سارا قسروی)

اگر از نقاط A و B مماس‌های AT و BT' را رسم کنیم، آن‌گاه:



طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OAT داریم: $AT=\sqrt{R^۲-r^۲}$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OBT' داریم: $BT'=\sqrt{R^۲-r^۲}$

پس $AT = BT'$ و طبق روابط طولی در دایرهٔ کوچک‌تر داریم:

$$\left.\begin{matrix} AT^2 = x(x+1) \\ BT'^2 = 1\times(1+5) = 1\times 6 = 6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x(x+1) = 6 \Rightarrow x = 2$$

معادلهٔ فوق یک جواب غیرقابل قبول $x = -3$ هم دارد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳، ۱۸ و ۱۹)

۹۷- گزینهٔ «۲» *(میثم بهرامی‌پور)*

طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$BD\times BE = BA\times BC \Rightarrow 24 = AB\times 2AB$$

$$\Rightarrow 2AB^2 = 24 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} = AC$$

$$MN^2 = MC\times MA \Rightarrow 2^2 = x(x+2\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow x^2 + 2\sqrt{3}x - 4 = 0$$

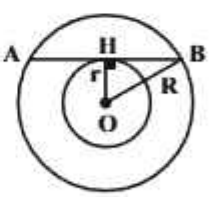
$$\Delta = 12 + 16 = 28$$

$$x = \frac{-2\sqrt{3} \pm 2\sqrt{7}}{2} = \begin{cases} x = \sqrt{7} - \sqrt{3} \\ x = -(\sqrt{3}+\sqrt{7}) \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

(هندسه ۳- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۹۸- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر شعاع دایرهٔ بزرگتر را با R و شعاع دایرهٔ کوچکتر را با r نمایش دهیم، آنگاه داریم:



$$\text{مساحت ناحیهٔ محصور} = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow 16\pi = \pi(R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow R^2 - r^2 = 16$$

طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OHB داریم:

$$BH^2 = OB^2 - OH^2 = R^2 - r^2 = 16 \Rightarrow BH = 4$$

می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، بنابراین داریم:

$$AB = 2BH = 2\times 4 = 8$$

(هندسه ۲- مرتبط با فعالیت اول صفحهٔ ۱۳)

۹۹- گزینهٔ «۳» *(رضا عباسی‌اصل)*

مماس‌های رسم شده از A بر دایرهٔ کوچک‌تر با هم مساوی‌اند، پس:

$$AB = AD \Rightarrow AB = x + 4$$

با استفاده از روابط طولی در دایرهٔ بزرگ‌تر داریم:

$$AB^2 = AC \cdot AE \Rightarrow (x+4)^2 = 4(x+12)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 32 = 0 \Rightarrow (x+8)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -8 \text{ غ‌ق‌ق} \\ x = 4 \end{cases}$$

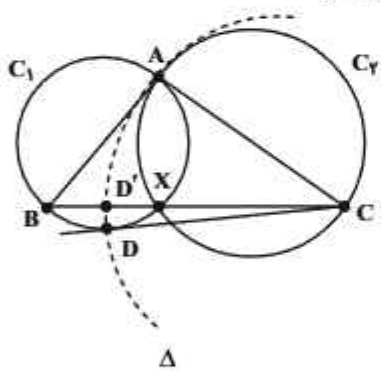
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱۰۰- گزینهٔ «۲» *(امیرمحمد کریمی)*

AB مماس بر $C_2 \Leftarrow B\hat{A}C = 90^\circ$

AC قطر C_2

$B\hat{X}A$ روبه‌رو قطر $\Leftarrow B\hat{X}A = 90$



پس AX ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای BAC است.

حال طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$CA^2 = CX.CB$$

و طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$CD^2 = CX.CB$$

$$CD = CD' = CA$$ پس:

که یعنی نقاط D، D' و A روی دایره‌ای به مرکز C هستند پس داریم:

$$D'\hat{D}A = \frac{D'\hat{C}A}{2} = \frac{90^\circ - A\hat{B}C}{2} = \frac{90^\circ - 40^\circ}{2} = 25^\circ$$

(هندسه ۲- صفحهٔ ۱۹)

فیزیک (۲) - نگاه به آینده

۱۰۱- گزینهٔ «۳» *(بهنام زیبایی‌اصل)*

وقتی جسمی الکترون از دست می‌دهد، بار الکتریکی آن مثبت‌تر می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\Delta q = +ne \Rightarrow q_2 - q_1 = +ne$$

$$\xrightarrow[n=12\times10^{12}]{q_2=-5q_1} -5q_1 - q_1 = +12\times10^{12}\times(16\times10^{-20}) \Rightarrow 6q_1 = -12\times16\times10^{-8}$$

$$\Rightarrow q_1 = -32\times10^{-8}\,C \Rightarrow q_1 = -0/32\mu C$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۰۲- گزینهٔ «۱» *(سینا عزیزی)*

برایند نیروی الکتریکی وارد بر بار q_0 در نقطهٔ B، صفر است، پس بارهای q_1 و q_2 هم‌نام هستند و داریم:

$$|\vec{F}_{10}| = |\vec{F}_{20}| \Rightarrow \frac{k|q_1||q_0|}{r_{10}^2} = \frac{k|q_2||q_0|}{r_{20}^2}$$

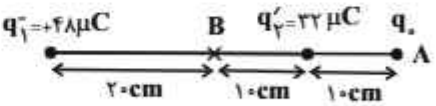
$$\Rightarrow \frac{64}{20^2} = \frac{|q_2|}{10^2} \Rightarrow q_2 = 16\mu C$$

اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداریم و به بار q_2 اضافه کنیم، داریم:

$$\Delta q' = \frac{25}{100}\times64 = 16\mu C$$

$$q_1' = 64-16 = 48\mu C \quad , \quad q_2' = 16+16 = 32\mu C$$

حال بار q_0 را در نقطهٔ A قرار می‌دهیم. توجه کنید قرار دادن بار q_0 در نقطهٔ A تأثیری روی اندازهٔ میدان در این نقطه ندارد. بنابراین داریم:



$$E_T = E_1' + E_2' = \frac{k|q_1'|}{r_1'^2} + \frac{k|q_2'|}{r_2'^2}$$

$$\Rightarrow E_T = \frac{9\times10^9\times48\times10^{-6}}{(40\times10^{-2})^2} + \frac{9\times10^9\times32\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow E_T = \frac{9\times48\times10^5}{16} + \frac{9\times32\times10^5}{1} = 3/15\times10^7\,\frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۵ تا ۱۶)

۱۰۳- گزینهٔ «۲» *(سیدعلی میرنوری)*

اگر اندازهٔ میدان الکتریکی در نقطهٔ A را با E_A نشان دهیم، با ذکر این مطلب که ۳۶ درصد از اندازهٔ میدان کاهش یافته، پس مقدار باقی‌مانده ۶۴ درصد از E_A است، بنابراین:

$$E_B = \frac{64}{100}E_A$$

از طرفی می‌دانیم که میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای، با مربع فاصله از آن نسبت عکس دارد؛ بنابراین داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \xrightarrow{|q|=\text{ثابت}} \frac{E_B}{E_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$$

$$\xrightarrow[r_A=d\ ,\ r_B=d+4(cm)]{E_B=0/64E_A} \frac{64}{100} = \left(\frac{d}{d+4}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{8}{10} = \frac{d}{d+4} \Rightarrow d = 16\,cm$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱۰۴- گزینهٔ «۱» *(سیدعلی میرنوری)*

با توجه به نحوهٔ قرار گرفتن بارها و میدان هر یک در نقطهٔ O، بدیهی است که:

$$\begin{cases}\vec{E}_1 = E\vec{i} \\ \vec{E}_2 = -2E\vec{j}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}q_1 < 0 \Rightarrow \dfrac{q_1}{q_2} > 0 \\ q_2 < 0\end{cases}$$

و در ادامه داریم:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|}\times\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow[r_1=20cm]{r_2=40cm} \frac{E_1}{E_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|}\times\left(\frac{40}{20}\right)^2$$

$$\xrightarrow[E_2=2E]{E_1=E} \frac{E}{2E} = \frac{|q_1|}{|q_2|}\times4 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{1}{8}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۱۰۵- گزینهٔ «۴» *(معصومه افضلی)*

با توجه به متن کتاب درسی، در الکتریسیتهٔ ساکن خطوط میدان الکتریکی همواره بر سطح رسانا عمود هستند.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲، ۲۷ و ۲۸)

۱۰۶- گزینهٔ «۲» *(سینا صالحی)*

الکترون در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است. بنابراین اختلاف پتانسیل بین آن دو نقطه افزایش می‌یابد. داریم:

$$\Delta V = Ed \xrightarrow[d=۵۰\,m]{E=۱۵۰\,N/C}$$
$$\Delta V = ۱۵۰ \times ۵۰۰ = ۷۵۰۰۰\,V = ۷۵\,kV$$

(فیزیک ۲- مثال ۱-۱۱- صفحهٔ ۲۶)

۱۰۷- گزینهٔ «۱» *(سینا صالحی)*

چون بار از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی رفته است: $\Delta V = -۱۲\,V$

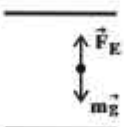
حال با استفاده از تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی داریم:

$$\Delta U = q\Delta V = (-۵۰) \times (-۱۲) = ۶۰۰\,J$$

(فیزیک ۲- مثال ۱-۱۱- صفحهٔ ۲۵)

۱۰۸- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون ذره‌ای باردار درون میدان الکتریکی یکنواختی معلق و نیروی وزن ذره به سمت پایین است، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره به سمت بالا خواهد بود و داریم:



$$F_E = W \Rightarrow |q|E = mg$$
$$\Rightarrow E = \frac{mg}{|q|} = \frac{۸۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰}{۸ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۰^۳\,\frac{N}{C}$$

چون بار ذره مثبت است و نیروی الکتریکی به سمت بالاست، در نتیجه جهت میدان الکتریکی طبق رابطهٔ $\vec{F}_E = q\vec{E}$ به سمت بالاست و بنابراین صفحهٔ پایینی مثبت و صفحهٔ بالایی منفی می‌باشد، یعنی پایانهٔ A قطب منفی باتری است.

برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل باتری داریم:

$$|\Delta V| = E \times d = ۱۰۰۰ \times \frac{۲}{۱۰۰} = ۲۰\,V$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۱۰۹- گزینهٔ «۳» *(امید قادری)*

ظرف رسانایی با درپوش فلزی را در نظر بگیرید که روی پایه نارسانایی قرار دارد و روی درپوش آن دسته‌ای عایق نصب شده است. ابتدا ظرف بدون بار و یک گوی فلزی را که از نخ عایقی آویزان است، باردار و سپس وارد ظرف می‌کنیم (شکل (ج)). اکنون گوی را با کف ظرف تماس می‌دهیم و سپس درپوش فلزی را می‌بندیم (شکل (ب)). آن‌گاه درپوش فلزی را با دستهٔ عایقش برمی‌داریم (شکل (د)) و گوی فلزی را از ظرف خارج نموده و آن را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود عقربهٔ الکتروسکوپ تکان نمی‌خورد (شکل (الف)). این نشان می‌دهد گوی فلزی بار ندارد و تمام بار آن به ظرف رسانا منتقل شده است. در این حالت اگر ظرف را به الکتروسکوپ نزدیک کنیم، مشاهده می‌شود ورقه‌های الکتروسکوپ تکان می‌خورند. از این آزمایش نتیجه می‌گیریم که بار اضافی داده شده به یک رسانا روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱۱۰- گزینهٔ «۴» *(سینا صالحی)*

ابتدا مساحت مربع را برحسب $m^۲$ به‌دست می‌آوریم:

$$A = (۱۰^{-۲})(۱۰^{-۲}) = ۱۰^{-۴}\,m^۲$$

حال طبق تعریف چگالی سطحی بار می‌توان نوشت:

$$Q = A\sigma = ۱۰^{-۴} \times ۴ \times ۱۰^{-۶} = ۴ \times ۱۰^{-۱۰}\,C = ۴ \times ۱۰^{-۴}\,\mu C$$

(فیزیک ۲- مشابه مثال ۱-۱۴- صفحهٔ ۳۰)

شیمی (۲) - نگاه به آینده

۱۱۱- گزینهٔ «۴» (عباس منزوی)

گرما دادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود.

(شیمی ۲- ترکیب سوال‌های ۱، ۶ و ۹ کتاب پرکلدار - صفحه‌های ۲ تا ۵)

۱۱۲- گزینهٔ «۴» (ایمان حسین‌نژاد)

عناصر سیلیسیم و ژرمانیم چکش‌خوار نبوده و شکننده هستند.

(شیمی ۲- ترکیب سوال‌های ۸، ۱۵ و ۱۹ کتاب پرکلدار - صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۶ تا ۹)

۱۱۳- گزینهٔ «۳» (عباس منزوی)

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) نادرست هستند. بررسی عبارت‌های نادرست:

آ) $_{35}X$ در گروه ۱۷ و قبل از گاز نجیب دورهٔ چهارم جدول تناوبی ($_{36}Kr$) قرار دارد. در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد، پس شعاع اتمی $_{35}X$ از عناصر هم دورهٔ قبل از خود کوچکتر است.

پ) واکنش‌پذیری هالوژن‌ها، با افزایش عدد اتمی، کاهش می‌یابد.

ت) واکنش‌پذیرترین فلز دورهٔ سوم، عنصر سدیم ($_{11}Na$) و واکنش‌پذیرترین نافلز دورهٔ سوم، عنصر کلر ($_{17}Cl$) می‌باشد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$17-11=6$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱۱۴- گزینهٔ «۳» (جعفر پازوکی)

در دورهٔ سوم جدول تناوبی، عنصرهای سدیم، منیزیم و آلومینیم در واکنش با دیگر عنصرها الکترون از دست می‌دهند و عنصرهای سیلیسیم، فسفر، گوگرد و کلر الکترون به اشتراک می‌گذارند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۱۱۵- گزینهٔ «۳» (علیرضا بیاتی)

با توجه به آرایش الکترونی یون‌ها داریم:

$$A^-:[Ne]3s^2 3p^6 \Rightarrow A:[Ne]3s^2 3p^5 \rightarrow {}_{17}Cl$$

$7e^-$ ظرفیتی $\rightarrow$ دورهٔ ۳ گروه ۱۷

$$B^{2+}:[Ar]3d^6 \Rightarrow B:[Ar]3d^6 4s^2 \rightarrow {}_{26}Fe$$

$8e^-$ ظرفیتی $\rightarrow$ دورهٔ ۴ گروه ۸

$$C^{2-}:[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^6 \Rightarrow C:[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^4 \rightarrow {}_{34}Se$$

$6e^-$ ظرفیتی $\rightarrow$ دورهٔ ۴ گروه ۱۶

$$D^{3+}:[Ar]3d^{10} \Rightarrow D:[Ar]3d^{10} 4s^2 4p^1 \rightarrow {}_{31}Ga$$

$3e^-$ ظرفیتی $\rightarrow$ دورهٔ ۴ گروه ۱۳

بنابراین گزینهٔ «۳» نادرست می‌باشد.

شعاع اتمی: ${}_{31}Ga > {}_{34}Se$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۱۱۶- گزینهٔ «۴» (ایمان حسین‌نژاد)

$$?g\,Fe = 10kg\,Fe_2O_3 \times \frac{1000g}{1kg} \times \frac{1mol\,Fe_2O_3}{160g\,Fe_2O_3} \times \frac{2mol\,Fe}{1mol\,Fe_2O_3} \times \frac{56g\,Fe}{1mol\,Fe} = 7000g\,Fe$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{بازده درصدی} = \frac{5200}{7000} \times 100 \simeq \%74$$

(شیمی ۲- مشابه سوال ۳ فور را بیازمایید - صفحهٔ ۲۵)

۱۱۷- گزینهٔ «۴» (عباس منزوی)

برای اینکه جرم جامد باقی‌مانده (که شامل $CaCO_3$ تجزیه نشده و نیز CaO تولید شده است) را حساب کنیم کافی است که جرم CO_2 تولید شده را تعیین نموده و از جرم اولیه (۲۰ گرم) کم کنیم:

$$?g\,CO_2 = 20g\,CaCO_3 \times \frac{1mol\,CaCO_3}{100g\,CaCO_3} \times \frac{1mol\,CO_2}{1mol\,CaCO_3} \times \frac{44g\,CO_2}{1mol\,CO_2} = 8/8g\,CO_2$$

قلم‌چی بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{x}{۸/۸} \times ۱۰۰$$

$$= ۷/۰۴ g\, CO_۲$$

جرم $CO_۲$ خارج شده − جرم اولیه = جرم جامد باقیمانده

$$= ۲۰ - ۷/۰۴ = ۱۲/۹۶ g$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۸- گزینهٔ «۲» (هادی مهدی‌زاده)

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۵/۶}{x} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow x = ۷ ton\, Fe$$

$$۷ ton\, Fe \times \frac{۱۰^۶ g\, Fe}{۱ ton\, Fe} \times \frac{۱ mol\, Fe}{۵۶ g\, Fe} \times \frac{۱ mol\, Fe_۲O_۳}{۲ mol\, Fe}$$

$$\times \frac{۱۶۰ g\, Fe_۲O_۳}{۱ mol\, Fe_۲O_۳} \times \frac{۱۰۰}{۵۰} \frac{۱ ton\, Fe_۲O_۳}{۱۰^۶ g\, Fe_۲O_۳} = ۲۰ ton Fe_۲O_۳$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۱۱۹- گزینهٔ «۲» (آرمان قنواتی)

طبق شکل صفحهٔ ۲۸ کتاب درسی، گزینهٔ «۲» درست است.

(شیمی ۲- صفحهٔ ۲۸)

۱۲۰- گزینهٔ «۳» (علی یعقری)

بازیافت فلزها از جمله آهن، باعث کاهش ردپای کربن‌دی‌اکسید، کاهش سرعت گرمایش جهانی، کاهش سرعت از بین رفتن گونه‌ها (به‌دلیل کاهش بهره‌برداری از منابع و معادن در محیط‌های طبیعی) و همچنین بهبود روند توسعهٔ پایدار کشور می‌شود.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

شیمی (۲) - سؤالات آشنا

۱۲۱- گزینهٔ «۲» (کتاب اول)

بررسی عبارت‌ها:

الف) گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است.

ب) برای هم‌زدن چای از قاشقی استفاده می‌شود که از فولاد زنگ‌نزن ساخته شده است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۱۲۲- گزینهٔ «۱» (کتاب اول)

در جدول تناوبی در هر گروه از بالا به پایین با افزایش عدد اتمی (Z) خصلت فلزی، افزایش و خصلت نافلزی کاهش می‌یابد و در هر دوره از چپ به راست خصلت فلزی کاهش و خصلت نافلزی افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۲»: فلزات در اثر ضربه خرد نمی‌شوند ولی تغییر شکل می‌دهند.

گزینهٔ «۳»: این مورد برای همهٔ گروه‌ها صدق نمی‌کند، مثلاً در گروه ۱۸ همهٔ عنصرها نافلزی و گازهای نجیب می‌باشند و هیچ عنصر فلزی و شبه فلزی در گروه ۱۸ وجود ندارد، یا در گروه ۲ همهٔ عناصر فلزی هستند و شبه فلز و نافلز نداریم.

گزینهٔ «۴»: در هر دوره از چپ به راست، با افزایش عدد اتمی (Z) خواص فلزی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۲۳- گزینهٔ «۳» (کتاب اول)

خصلت نافلزی در بین عنصرهای نافلزی: هر چقدر عناصر نافلزی در سمت راست جدول تناوبی باشند، خصلت نافلزی بیشتری دارند. $\boxed{F > O > N}$

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»:

عناصر نافلزی < عناصر شبه‌فلزی < عناصر فلزی: رسانایی الکتریکی

$$\Rightarrow {}_{۱۱}Na > {}_{۱۴}Si > {}_{۱۶}S$$

گزینهٔ «۲»: در هر گروه از جدول تناوبی از بالا به پایین، با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی افزایش می‌یابد.

$_{38}Sr > _{20}Ca > _{12}Mg$: خصلت فلزی گروه ۲

گزینهٔ «۴»: هر چقدر فلز خصلت فلزی و واکنش‌پذیری بیشتری داشته باشد، تمایل به از دست دادن الکترون در آن بیشتر می‌باشد.

فلز گروه ۱۳ < فلز گروه ۲ < فلز گروه ۱: خصلت فلزی

$_{11}Na > _{12}Mg > _{13}Al$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۱۲۴- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

رنگ زیبای سنگ‌هایی مانند: یاقوت (سرخ رنگ)، زمرد (سبز رنگ) و فیروزه (آبی رنگ) و ... نشانی از وجود برخی ترکیب‌های فلزهای واسطه در آن‌ها است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: اغلب فلزهای دستهٔ d در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی یافت می‌شوند.

گزینهٔ «۳»: آهن، دو اکسید طبیعی با فرمول‌های FeO و Fe_2O_3 دارد.

گزینهٔ «۴»: آرایش الکترونی یون پایدار اسکاندیم که همان Sc^{3+} است به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب آرگون $(_{18}Ar)$ می‌رسد:

$_{21}Sc^{3+}:[_{18}Ar]\checkmark \quad | \quad _{23}V^{2+}:[_{18}Ar]3d^3\times \quad | \quad _{24}Cr^{2+}:[_{18}Ar]3d^4\times$

$_{30}Zn^{2+}:[_{18}Ar]3d^{10}\times \quad | \quad _{23}V^{3+}:[_{18}Ar]3d^2\times \quad | \quad _{24}Cr^{3+}:[_{18}Ar]3d^3\times$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۲۵- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

از جمله ویژگی‌های طلا می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی

۲) واکنش ندادن با مواد موجود در بدن انسان

۳) ساخت رشته سیم‌های بسیار نازک

بررسی عبارت‌های نادرست:

۱) از هالوژن‌ها در تولید لامپ جلوی چراغ خودروها استفاده می‌شود.

۲) طلا با گازهای موجود در هواکره واکنش نمی‌دهد.

۳) طلا در دماهای گوناگون رسانایی الکتریکی بالای خود را حفظ می‌کند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۳، ۱۴ و ۱۷)

۱۲۶- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) اغلب عنصرها در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند، هرچند برخی نافلزها مانند: اکسیژن، نیتروژن، گوگرد و ... به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند. همچنین نمونه‌هایی از فلزهای نقره، مس و پلاتین نیز در طبیعت گزارش شده است.

ب) در میان فلزها، فقط طلا (Au) به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لایه‌لای خاک یافت می‌شود.

پ) آهن (Fe) فلزی است که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد.

ت) فلز آهن در طبیعت اغلب به شکل اکسید یافت می‌شود مانند: FeO, Fe_2O_3

(شیمی ۲- صفحهٔ ۱۸)

۱۲۷- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

I) $TiCl_4(s)+2Mg(s)\xrightarrow{\Delta}2MgCl_2(s)+Ti(s)$ انجام‌پذیر

واکنش‌پذیری : $Mg > Ti$

II) $2Fe_2O_3(s)+3Ti(s)\xrightarrow{\Delta}3TiO_2(s)+4Fe(s)$ انجام‌پذیر

واکنش‌پذیری: $Ti > Fe$

III) $NaCl(aq)+Mg(s)\rightarrow$ انجام‌ناپذیر واکنش نمی‌دهند

واکنش‌پذیری: $Na > Mg$

IV) $Ag(s)+FeSO_4(s)\rightarrow$ انجام‌ناپذیر واکنش نمی‌دهند

واکنش‌پذیری : $Fe > Ag$

ترتیب واکنش‌پذیری : $Na > Mg > Ti > Fe > Ag$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۱۲۸- گزینهٔ «۱» *(کتاب اول)*

اغلب فلزات همانند آهن و مس در طبیعت به شکل سنگ معدن یافت می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: از واکنش آهن (III) کلرید با سدیم هیدروکسید رسوب قرمز قهوه‌ای آهن (III) هیدروکسید تشکیل می‌شود.

$$FeCl_3(aq) + 3NaOH(aq) \rightarrow \underline{Fe(OH)_3}(s) + 3NaCl(aq)$$

رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای

گزینهٔ «۳»: در فولاد مبارکه همانند همهٔ شرکت‌های فولاد جهان برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌شود.

$$2Fe_2O_3(s) + 3C(s) \xrightarrow{\Delta} 4Fe(s) + 3CO_2(g)$$

گزینهٔ «۴»: هرچه فلز فعال‌تر باشد، میل بیشتری به ایجاد ترکیب دارد و ترکیب‌هایش پایدارتر از خودش است و استخراج آن فلز دشوارتر است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۱۲۹- گزینهٔ «۴» *(کتاب اول)*

در شرکت‌های فولاد، به دلیل مقرون به صرفه بودن کربن، برای استخراج آهن از کربن استفاده می‌کنند.

$$2Fe_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Fe(s) + 3CO_2(g)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: کلسیم به دلیل واکنش‌پذیری و خصلت فلزی بیشتر نسبت به منیزیم در واکنش با نافلزها آسانتر الکترون از دست می‌دهد و به کاتیون M^{2+} تبدیل می‌شود.

واکنش‌پذیری : $Mg < Ca$

گزینهٔ «۲»: دلیل وجود تنوع رنگ در سنگ‌های قیمتی نظیر یاقوت (سرخ رنگ) و زمرد (سبز رنگ) و فیروزه (آبی رنگ)، وجود ترکیب‌های فلزات دستهٔ d در آن‌ها است.

گزینهٔ «۳»: استخراج سدیم (Na) به دلیل واکنش‌پذیری کمتر نسبت به پتاسیم (K) در شرایط ساده‌تری صورت می‌گیرد.

واکنش‌پذیری : $Na < K$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۱۹ تا ۲۱)

۱۳۰- گزینهٔ «۲» *(کتاب اول)*

با توجه به معادلهٔ واکنش داریم:

$$2Fe_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Fe(s) + 3CO_2(g)$$

ابتدا با توجه به مقدار آهن تولید شده و بازده درصدی واکنش مقدار نظری آهن به دست می‌آید:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \frac{\text{مقدار عملی فراورده}}{\text{مقدار نظری فراورده}} \times 100$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{84}{x} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 105\,kg \quad \text{مقدار نظری}$$

حال باید ببینیم به ازای تولید ۱۰۵ کیلوگرم آهن، چند کیلوگرم Fe_2O_3 خالص مصرف می‌شود.

$$?\,kg\,Fe_2O_3 = 105\,kg\,Fe \times \frac{1000\,g\,Fe}{1\,kg\,Fe} \times \frac{1\,mol\,Fe}{56\,g\,Fe} \times \frac{2\,mol\,Fe_2O_3}{4\,mol\,Fe} \times \frac{160\,g\,Fe_2O_3}{1\,mol\,Fe_2O_3} \times \frac{1\,kg\,Fe_2O_3}{1000\,g\,Fe_2O_3} = 150\,kg\,Fe_2O_3$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم } Fe_2O_3}{\text{جرم سنگ معدن}} \times 100 = \frac{150}{200} \times 100 = 75\%$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

فیزیک بوک — نردبان موفقیت در مسیر موفقیت

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۳۱ مرداد

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
ویراستار	فاطمه راسخ
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حمید گنجی، حامد کریمی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

ترنج برگه

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۱» *(مادر کریمی)*

شکل درست ابیات:

و) آن شنیدم که گفت پشّه به کیک / بامدادان پس از سلام علیک

هـ) ای عجب من بدین سیه‌رختی / تو بدان فرّهی و خوشبختی

ب) تو چنانی و من چنین ز چه روی؟ / تو طربناک و من غمین ز چه روی؟

الف) کیک چون ماجرای پشه شنفت / زیر لب خنده‌ای زد آن‌گه گفت

د) من به هنگام کار خاموشم / بسته‌لب پای‌تابه‌سر گوشم

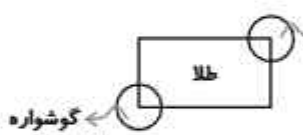
ج) ای پسر رو خموش باش چو کیک / تا نخواندت کسی، مزن لبیک

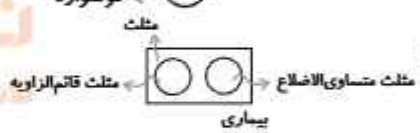
(ترتیب جملات، هوش کلامی)

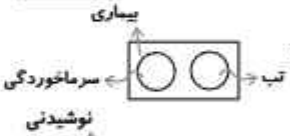
۲۵۲- گزینهٔ «۱» *(کتاب استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

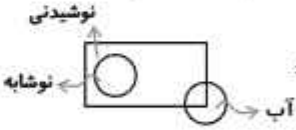
برخی گوشواره‌ها و برخی النگوها از طلا هستند و برخی هم نه. همچنین هر طلایی، النگو یا گوشواره نیست. پس رابطهٔ بین این واژه‌ها مثل شکل صورت سؤال است.

رابطهٔ بین واژه‌ها در دیگر گزینه‌ها نیز با شکل‌های جداگانه‌ای نشان داده می‌شود:

گزینهٔ «۱»:


گزینهٔ «۲»:


گزینهٔ «۳»:


گزینهٔ «۴»:


(انسانی، اربعه، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۲» *(کتاب استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

در همهٔ گزینه‌ها، یکی از کلمه‌ها از ریشهٔ فعل گذشته و دیگری از ریشهٔ فعل حال تشکیل شده است، به‌جز گزینهٔ «۲»:

بینا: بین (ریشهٔ فعل حال) + ا ـ دیدنی: دید (ریشهٔ فعل گذشته) + ـنی

پرستنده: پرست (ریشهٔ فعل حال) + ـنده ـ پرستار: پرست (ریشهٔ فعل حال) + ار

گویا: گوی (ریشهٔ فعل حال) + ا ـ گفتنی: گفت (ریشهٔ فعل گذشته) + ـنی

رونده: رو (ریشهٔ فعل حال) + ـنده ـ رفتار: رفت (ریشهٔ فعل گذشته) + ار

(ساختمان واژه‌ها، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۴» *(ضمیر اصفهانی)*

متن از چند مشخّصهٔ بررسی‌های مبتنی بر آرکی‌تایپ سخن می‌گوید که رنگ هم از آن‌هاست، پس در نقدهای ادبی متکّی بر مفهوم آرکی‌تایپ می‌توان آن‌ها را نیز بررسی کرد.

متن نمی‌گوید نمادها باید در همهٔ فرهنگ‌ها و در همهٔ ادراک‌ها یکسان باشند تا در ضمیر ناخودآگاه جمعی قرار گیرد. همچنین بحث از «ضمیر ناخودآگاه شخصی» با بحث از «ضمیر ناخودآگاه جمعی» متفاوت است، پس نمی‌توان گفت یونگ و مکتب او در بررسی ضمیر ناخودآگاه در آثار ادبی، از اوّلین‌ها بوده‌اند.

(تکمیل متن، استدلال، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۲» *(ضمیر اصفهانی)*

متن از «جهانی‌های معنایی» صحبت می‌کند که قواعدی هستند که ساختار واژگان را در همهٔ زبان‌ها تعیین می‌کنند. در انتهای متن، از تفاوت‌های زبان‌ها سخن گفته شده است امّا پس از کلمهٔ «ولی» باید مطلبی باشد که وجود این شباهت‌های قواعدی را در زبان‌ها نشان دهد. تنها گزینهٔ «۲» است که چنین معنایی دارد.

(تکمیل متن، استدلال، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۴» *(ضمیر اصفهانی)*

قطعهٔ ابونصر فراهی، از وجود حروف علّه می‌گوید که با مثال‌های آن می‌توان فهمید این حروف «و، ا، ی» است. از همان بیت نخست نیز مشخّص است که فراهی، شناخت «دال» و «ذال» را از شروط فصاحت دانسته است. معلوم است که علم به وجود حروف علّه مربوط به دوران متأخّر نیست، از «دال» و «ذال» غیریایانی صحبت نشده است، و واژه‌هایی هست که «دال» در حرف پایانی آن‌هاست و تغییریافته از «ذال» نیست.

(تکمیل متن، استدلال، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۴» *(کتاب استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

عبارت گزینهٔ «۴» با نگاهی ناخوشایند، همه را به یک چشم می‌بیند و می‌گوید هر کسی را می‌توان به شکلی برای انجام کاری تطمیع کرد و از آن بهره برد. دیگر عبارت‌ها می‌گویند هر چیزی جای مخصوص به خود را دارد و نباید آن‌ها را به جای هم به‌کار برد.

(قرابت معنایی، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شهرمحمدی)*

سنّ علی، میلاد و داریوش را به ترتیب A، M و D درنظر می‌گیریم:

$$(A-۲)=۳(M-۲+D-۲)\Rightarrow A=۳M+۳D-۱۰$$

$$(A+۲)=۸((M+۲)-(D+۲)\Rightarrow A=۸M-۸D-۲$$

$\Rightarrow ۳M+۳D-۱۰=۸M-۸D-۲\Rightarrow ۱۱D=۵M+۸$

حال M را حدس می‌زنیم، تا جایی که $\frac{۵M+۸}{۱۱}$ عدد طبیعی یک‌رقمی شود. اگر $M=۵$ باشد، $D=۳$ و در نتیجه $A=۱۴$ است. در نتیجه:

الف: $A-M=۹$

ب: $M-D=۲$

آگاهیت داره، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۲» *(ضمیر اصفهانی)*

فرض کنید طول طناب a باشد. در مربع، محیط a، پس طول ضلع‌ها هر کدام $\frac{a}{۴}$ و مساحت $\frac{a^۲}{۱۶}$ خواهد بود. حال فرض کنید مستطیلی بسازیم. اگر این مستطیل، عرضی داشته باشد که x واحد از ضلع مربع کوچک‌تر باشد و طولی داشته باشد که به همین اندازه از ضلع مربع بزرگ‌تر باشد، عرض و طول آن $(\frac{a}{۴}-x)$ و $(\frac{a}{۴}+x)$ خواهد بود و مساحت آن به اندازهٔ $x^۲$ واحد کم‌تر از مربع خواهد بود:

$$(\frac{a}{۴}+x)(\frac{a}{۴}-x)=\frac{a^۲}{۱۶}-x^۲$$

آگاهیت داره، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۱» *(ضمیر کنیی)*

حسن به تنهایی در هر ساعت $\frac{۱}{۲۴}$ از کار را انجام می‌دهد:

$$\frac{۱}{۴۸}=\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۲۴}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow x=\frac{۱}{۲۴}+x=\frac{۱}{۱۶}$$: کسر کار محمود و حسن

پس محمود به تنهایی در هر ساعت $\frac{۱}{۴۸}$ از کار را انجام می‌دهد، یعنی کل کار را در ۴۸ ساعت.

$$\frac{۱}{۱۶}=\frac{۳}{۴۸}=\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۴۸}=\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow y=\frac{۱}{۴۸}+y=\frac{۱}{۱۲}$$: کسر کار علی و محمود

پس علی به تنهایی در هر ساعت $\frac{۱}{۱۶}$ کار را انجام می‌دهد، یعنی کل کار در ۱۶ ساعت.

آگاهیت داره، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

عدد مضرب پنج است، پس یکان صفر است. دقت کنید عدد ۵ را نداریم. اگر رقم‌های دهگان و صدگان هشت واحد اختلاف داشته باشند، قطعاً یک و نُه هستند. بسته به جایگاه این دو عدد، هزارگان ممکن است سه یا هفت باشد، اما عدد ۷ ممکن نیست. پس فقط ۳۱۹۰ ممکن است.

تقیمت‌یابی، یکان، بلش‌بزرری، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

عددهای ممکن با شرایط گفته شده، یکی از حالات زیر هستند که در آن‌ها دست کم ۳ یا ۶ وجود دارد. دقت کنید که می‌توان جای یکان و هزارگان را با هم و جای دهگان و صدگان را با هم عوض کرد.

۳۱۲۴ / ۲۱۳۹ / ۳۱۴۸ / ۴۱۶۹ / ۴۲۳۹ / ۸۲۴۶ / ۹۲۶۸ / ۹۳۴۸

تقیمت‌یابی، یکان، بلش‌بزرری، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۱» *(فاطمه راسخ)*

عددهای ۱ و ۵ و ۷ و ۸ در عدد نیستند. عددهای صفر و چهار نیز قطعاً در عدد هستند. پس باید دو رقم دیگر را با دو تا از اعداد ۲، ۳، ۶ و ۹ کامل کنیم. می‌دانیم مجموع ارقام عددی که بر ۹ بخشپذیر است، مضرب ۹ است. اکنون مجموع دو رقم معلوم است: $۴+۴=۰$. تنها حالت ممکن آن است که دو عدد دیگر ۲ و ۳ باشد.

$۰+۲+۳+۴=۹\Rightarrow$ اختلاف $=۴-۳=۱$

تقیمت‌یابی، یکان، بلش‌بزرری، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۴» *(ضمیر کنیی)*

در ساعت ۲۰:۲۰، عقربهٔ دقیقه‌شمار به اندازهٔ $\frac{۲۰}{۶۰}=\frac{۱}{۳}$ از صفحه را چرخیده است. کل صفحه ۳۶۰° است پس عقربهٔ دقیقه‌شمار $(\frac{۳۶۰^\circ}{۳})=۱۲۰^\circ$ از خط قائم دور شده است. فاصلهٔ بین دو عدد در این ساعت، $(\frac{۳۶۰^\circ}{۲۴})=۱۵^\circ$ است. عقربهٔ ساعت‌شمار بیست دقیقه پس از ساعتِ بیست، به اندازهٔ $(\frac{۲۰}{۶۰}\times ۱۵^\circ)=۵^\circ$ از ساعت ۲۰ دور شده است. فاصلهٔ ساعت ۲۰ تا خط قائم، $۴\times ۱۵=۶۰^\circ$ است. پس فاصلهٔ عقربهٔ ساعت‌شمار تا خط قائم، $(۶۰-۵)^\circ=۵۵^\circ$ است. پس زاویهٔ بین دو عقربه $۵۵+۱۲۰=۱۷۵^\circ$ است.

(ساعت، هوش منطقی ریاضی)

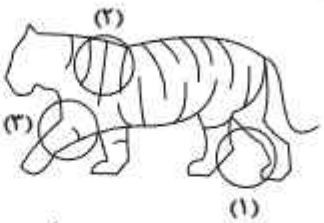
۲۶۵- گزینهٔ «۱» (فرزاد شیرمحمدلی)

دفتر و کتاب هر دو یک حرف را می‌زنند و چون یک دروغگو داریم، قطعاً دروغ نمی‌گویند هر دو تو هستند، پس خودکار هم راست می‌گوید و تو است، پس روپوش هم راست می‌گوید و تو است و گوشی دروغگو است.

(دقیقت‌یابی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۶- گزینهٔ «۴» (فاطمه راسخ)

دیگر گزینه‌ها در شکل صورت سؤال:



(غزمایی، هوش غیرکلامی)

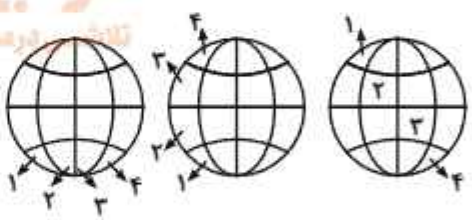
۲۶۷- گزینهٔ «۴» (فاطمه راسخ)

در سمت چپ خط‌عمودی هر ردیف از الگوی صورت سؤال، هر شکلی که کم‌تر آمده است در سمت راست خط عمودی هم تکرار شده است. در ردیف پایینی نیز سه بار، دو بار و فقط یک بار آمده است، پس این شکل آخر را در سمت راست خط عمودی تکرار می‌کنیم.

(الگوی نقش، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۴» (فاطمه راسخ)

سه طرح در شکل صورت سؤال در حرکتند و در شکل پنجم به‌جای نخست خود برمی‌گردند.



(الگوی نقش، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۱» (محمد کنعانی)

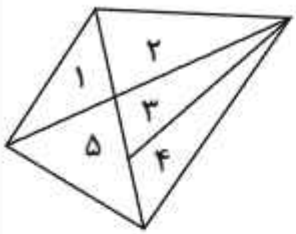
از تکرار گام‌ها می‌فهمیم که تعداد ضلع‌ها یا پاره‌خط‌ها مهم است:

$$\left.\begin{array}{l} \text{عددهای زوج} \Rightarrow i \\ \text{عددهای مضرب ۳} \Rightarrow B \\ \text{عددهای مضرب ۴} \Rightarrow A \\ \text{عددهای اول} \Rightarrow D \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۲ = BAi$$

(آمارداری، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۳» (فرزاد شیرمحمدلی)

مثلث‌های شکل:



(۱)، (۲)، (۳)، (۴)، (۵)، (۱، ۲)، (۱، ۵)، (۲، ۳)، (۳، ۴)

(۲، ۳، ۴)، (۳، ۴، ۵)

(شمارش، هوش غیرکلامی)