

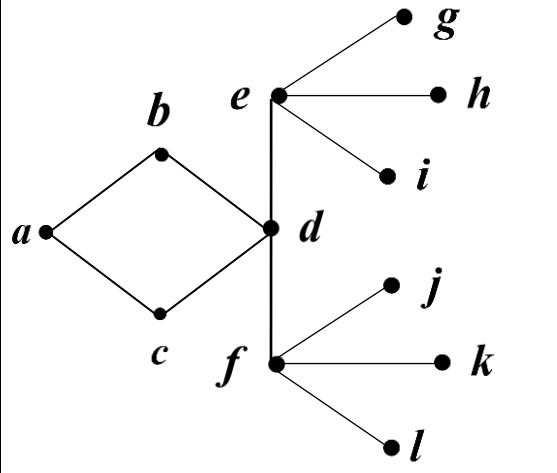
|                                                                                          |                                                                                                               |                         |                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                    | ساعت شروع: ۹ صبح                                                                                              | نام و نام خانوادگی:     | رشته: ریاضی و فیزیک  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                             | تعداد صفحه: ۲                                                                                                 | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱ | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲ | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |                         |                      |

|      |                                                                                    |      |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ردیف | سؤالات پاسخ برگ دارد.<br>(استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) | نمره |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|------|

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را مشخص کنید.<br>الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.<br>ب) برای اعداد صحیح $a$ ، $b$ و $c$ که $a \neq 0$ ، اگر $a b + c$ آن گاه $a b$ یا $a c$ .<br>ج) معادله هم نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $b (a, m)$ .<br>د) اگر داشته باشیم $(a, b) = 1$ آن گاه می گوییم $a$ و $b$ نسبت به هم اول اند. | ۱    |
| ۲ | برای هر دو عدد حقیقی $X$ و $Y$ ، به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) نشان دهید:<br>$4 - x^2 \geq 4xy + y^2$                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱/۲۵ |
| ۳ | به روش برهان خلف نشان دهید: اگر $a$ عدد صحیح فرد باشد و $a + 2 b$ ، آن گاه $b$ نیز عددی فرد است.                                                                                                                                                                                                                                                                        | ۱    |
| ۴ | اگر عددی مانند $k$ در $\mathbb{Z}$ باشد به طوری که $7 2k + 1$ ، ثابت کنید:<br>$49 4k^2 - 10k - 6$                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱/۲۵ |
| ۵ | باقی مانده تقسیم عدد $A = 63^{14} + 1$ را بر ۱۶ به دست آورید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱    |
| ۶ | معادله هم نهشتی $9x \equiv 1402$ را حل کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | ۱/۵  |
| ۷ | جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.<br>الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف ..... می گوییم.<br>ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی ..... است.<br>ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه $p$ برابر ..... است.<br>د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k$ باشد، گراف ..... می گوییم.                               | ۱    |
| ۸ | گراف $G$ به صورت زیر رسم شده است. باتوجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید.<br>الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید.<br>ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید.<br>ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید.<br>د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید.<br>ه) حاصل عبارت $q(\bar{G}) + dg(\bar{G})g$ را به دست آورید.                                                           | ۲/۵  |
|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|   | «ادامه سؤالات در صفحه دوم»                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |

|                                                                                          |                                                                                                               |                         |                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                                    | ساعت شروع: ۹ صبح                                                                                              | نام و نام خانوادگی:     | رشته: ریاضی و فیزیک  |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                             | تعداد صفحه: ۲                                                                                                 | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱ | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲ | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |                         |                      |

|      |                                                                                    |      |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ردیف | سؤالات پاسخ برگ دارد.<br>(استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) | نمره |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|------|

|    |                                                                                                                                                                                                             |                                                                                              |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۹  | <p>گراف زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.</p> | <p>۲/۵</p>  |
| ۱۰ | چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنارهم قرار بگیرند، آن‌گاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟                        | ۱                                                                                            |
| ۱۱ | با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱ و ۱ چند کد ۸ رقمی می‌توان نوشت؟                                                                                                                                             | ۰/۷۵                                                                                         |
| ۱۲ | معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_2 = 4$ و $x_4 \geq 3$ باشد؟                                                                                                 | ۱/۵                                                                                          |
| ۱۳ | ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.                                                                                                                 | ۱/۵                                                                                          |
| ۱۴ | در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ( $1 \leq n \leq 500$ ) چند عدد وجود دارد که برهیچ یک از اعداد ۴ و ۵ بخش پذیر نباشند؟                                                                                           | ۱/۲۵                                                                                         |
| ۱۵ | یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟                                                     | ۱                                                                                            |
|    | «پروژه و سربلند باشید.»                                                                                                                                                                                     | جمع بارم                                                                                     |
|    |                                                                                                                                                                                                             | ۲۰                                                                                           |

|                                                                                  |                                                                          |                  |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                     | رشته: ریاضی و فیزیک                                                      | ساعت شروع: ۹ صبح | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱                                                  |                  |                      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲ | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                 | نمره |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | الف) نادرست (۰/۲۵) (ص ۵)<br>ب) نادرست (۰/۲۵) (ص ۱۱)<br>ج) درست (۰/۲۵) (ص ۲۵)<br>د) درست (۰/۲۵) (ص ۱۳)                                                                                                                                                                         | ۱    |
| ۲    | $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(0/25)} + \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(0/25)} \geq 0 \quad (ص ۸)$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x+y)^2}_{(0/25)} + \underbrace{(x-2)^2}_{(0/25)} \geq 0$ <p>این رابطه همواره برقرار است (۰/۲۵)</p> | ۱/۲۵ |
| ۳    | $b = 2k, b \mid a + 2 \Rightarrow \underbrace{a + 2 = bq}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 2t}_{(0/25)}$ <p>که با فرض سوال در تناقض است. (۰/۲۵) (ص ۱۶)</p>                                                                                                                | ۱    |
| ۴    | $7 \mid 2k + 1 \Rightarrow \begin{cases} 49 \mid 4k^2 + 4k + 1 \\ 49 \mid 14k + 7 \end{cases} \Rightarrow 49 \mid 4k^2 - 1 \Rightarrow k - 6 \quad (0/25)$ <p>(ص ۱۶)</p>                                                                                                      | ۱/۲۵ |
| ۵    | $63 \equiv -1 \Rightarrow 63^{14} \equiv 1 \Rightarrow A \equiv 2 \Rightarrow r = 2$ <p>(ص ۲۱)</p>                                                                                                                                                                            | ۱    |
| ۶    | $(1 + 4 + 0 + 2)x \equiv 1 + 1 \Rightarrow 7x \equiv 2 \Rightarrow 7x \equiv -7$ <p>(ص ۳۰)</p> $(7, 9) = 1 \Rightarrow x \equiv -1 \Rightarrow x = 9k - 1$                                                                                                                    | ۱/۵  |
| ۷    | الف) همبند (۰/۲۵) (ص ۳۹)<br>ب) زوج (۰/۲۵) (ص ۴۰)<br>ج) $p - 1$ (۰/۲۵) (ص ۴۲)<br>د) $k$ -منتظم (۰/۲۵) (ص ۳۵)                                                                                                                                                                   | ۱    |

|                                                                                  |                                                                          |                  |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                     | رشته: ریاضی و فیزیک                                                      | ساعت شروع: ۹ صبح | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱                                                  |                  |                      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲ | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                  |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | نمره |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۸    | <p>(ص ۳۶) <math>N_G[c] = \{a, c, d, e\}</math> (ج) <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۵)}</math></p> <p>(ص ۳۹) <math>2q = 12</math> (ب) <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۵)}</math></p> <p>(ص ۳۵) <math>p = 7, q = 6</math> (الف) <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۵)}</math></p> <p>(ص ۳۸) <math>q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21</math> (د) <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۵)}</math></p> <p>(ص ۳۸) <math>acefa</math> (د) <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۵)}</math></p>                                                                                                                                                          | ۲/۵  |
| ۹    | <p>(ص ۴۹) (*) <math>\underbrace{\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta+1} \right\rceil}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\gamma(G) \geq 3}_{(۰/۵)}</math> (الف)</p> <p>از طرفی <math>A = \{a, e, f\}</math> یک مجموعه احاطه گر است (۰/۵) بنا به رابطه (*) پس: <math>\gamma(G) = 3</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ب) <math>B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}</math> <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۵)}</math></p> <p>به هر مجموعه احاطه گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)</p> <p>(ج) <math>C = \{a, e, f, b\}</math> <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۵)}</math></p> <p>به هر مجموعه احاطه گر چهار عضوی غیر مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)</p> | ۲/۵  |
| ۱۰   | (ص ۷۲) $3! \times 4! \times 2! = 288$ (۱)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | ۱    |
| ۱۱   | (ص ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (۰/۷۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۰/۷۵ |
| ۱۲   | <p>(ص ۶۱) <math>X_1 + X_3 + X_5 = 8</math> <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۲۵)}</math></p> <p><math>X_5 - 3 = Y_5 \Rightarrow X_1 + X_3 + Y_5 = 5 \Rightarrow \underbrace{\binom{7}{2}}_{(۰/۵)} = 21</math> <math>\underbrace{\hspace{10em}}_{(۰/۲۵)}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱/۵  |

|                                                                                  |                     |                                                                                                               |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته                                     | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۹ صبح                                                                                              | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه                                                     |                     | تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱                                                                                       |                      |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲ |                     | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |                      |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                           | نمره |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۳   | نوشتن شرط متعامد بودن (۰/۵)<br><br>هر کدام از مربع های لاتین (۰/۵) (ص ۶۴ و ص ۶۵)                                                                                                                                                        | ۱/۵  |
| ۱۴   | (ص ۷۵)<br>$ A  = \left[ \frac{500}{5} \right] = 100$ , $ B  = \left[ \frac{500}{4} \right] = 125$ , $ A \cap B  = \left[ \frac{500}{20} \right] = 25$<br>$ \overline{A \cap B}  =  \overline{A \cup B}  = 500 - (100 + 125 - 25) = 300$ | ۱/۲۵ |
| ۱۵   | (ص ۸۲)<br>$k+1=3 \Rightarrow k=2$ , $n=3 \times 4=12 \Rightarrow kn+1=12 \times 2+1=25$                                                                                                                                                 | ۱    |
|      | جمع نمره                                                                                                                                                                                                                                | ۲۰   |