

شماره صندلی 		اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری دبیرستان پسرانه غیر دولتی دکتر حسابی دوره دوم	
نام و نام خانوادگی:		پایه: دوازدهم رشته: ریاضی نام معلم: آقای عبدالهی نام درس: هندسه ۳	
تاریخ امتحان: میان نوبت اول (آبان ۱۴۰۳)		مدت امتحان: ۷۰ دقیقه ساعت شروع: ۷:۳۰ تعداد صفحه: ۴	
نام مصحح:	نمره با عدد:	نام مصحح:	نمره تجدیدنظر با عدد:
تاریخ و امضاء:	نمره با حروف:	تاریخ و امضاء:	نمره تجدید نظر با حروف:

ردیف	سوال	بارم
۱	الف) اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3a & c-1 \\ a+b & -6 \end{bmatrix}$ ماتریس اسکالر باشد، مقدار $a(b+c)$ را به دست آورید.	۲
۲	ب) با یک مثال نقص نشان دهید قانون حذف در ضرب ماتریس ها برقرار نمی باشد یعنی از $AB=AC$ نمی توان نتیجه گرفت $B=C$.	۲
۲	اگر $A^2 = 2A$ و $(A - 3I)^2 = mA + nI$ باشند، مقادیر m و n را به دست آورید.	۲
۳	اگر $A = [2i - 3j]_{3 \times 2}$ و $B_{2 \times 3} = \begin{cases} -1 & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$ باشد، دترمینان ماتریس AB را به دست آورید.	۲

۴	اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $2A$ را به دست آورید .	۲
۵	روی وجود و عدم وجود و تعداد جواب های دستگاه $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$ بحث کنید و در صورت وجود، جواب را با استفاده از A^{-1} بیابید.	۲
۶	الف) اگر صفحه p با محور سطح مخروطی (L) موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک است . ب) اگر صفحه p با مولد d موازی باشد و از رأس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه p و سطح مخروطی یک است . پ) تعریف مکان هندسی را بنویسید.	۲
۷	نقاط A و B و C در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی متر باشد.(بحث کنید)	۲

شماره صندلی مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود (محل مهر)		اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ناحیه ۲ ری دبیرستان پسرانه غیر دولتی دکتر حسابی دوره دوم	
نام و نام خانوادگی:		پایه: دوازدهم رشته: ریاضی نام معلم: آقای عبدالهی نام درس: هندسه ۳	
تاریخ امتحان: میان نوبت اول (آبان ۱۴۰۳)		مدت امتحان: ۷۰ دقیقه ساعت شروع: ۷:۳۰ تعداد صفحه: ۴	
نام مصحح:	نمره با عدد:	نام مصحح:	نمره تجدیدنظر با عدد:
تاریخ و امضاء:	نمره با حروف:	تاریخ و امضاء:	نمره تجدید نظر با حروف:
۸	دو دایره $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 4 = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 2y + c = 0$ مماس خارج اند. مقادیر c را به دست آورید.	۲	
۹	معادله دایره ای را بنویسید که از نقاط $A(-1, 0)$، $B(3, 0)$ و $C(0, -3)$ بگذرد.	۲	

۲	۱۰ معادله دایره ای را بنویسید که خط های $x+y=1$ و $x-y=3$ شامل قطرهایی از آن باشند و روی خط به معادله $x+y=2$ وتری به طول $2\sqrt{2}$ ایجاد می کند.	
	« موفق باشید »	



① - الف : ماتریس A اسطوار است که درایه های خارج از قطراصلی برابر صفر هستند

درایه های روی قطراصلی با هم برابر هستند.

$$c-1=0 \rightarrow c=1$$

$$a+b=0 \rightarrow -2+b=0 \rightarrow b=2$$

$$3a=-4 \rightarrow a=-\frac{4}{3}$$

$$a(b+c) = -\frac{4}{3}(2+1) = -4$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ب :

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow AB = AC \text{ ولی } B \neq C$$

$$AC = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} A^r = \lambda A \\ (A - \lambda I)^r = mA + nI \end{cases} \begin{cases} m=? \\ n=? \end{cases}$$

② -

$$(A - \lambda I)^r = (A - \lambda I)(A - \lambda I) = A^r - \lambda I A^r - \lambda I A^r + \lambda^2 I^r = A^r - 2\lambda A + \lambda^2 I \xrightarrow{A^r = \lambda A}$$

$$\lambda A - 2\lambda A + \lambda^2 I = -\lambda A + \lambda^2 I$$

$$(A - \lambda I)^r = -\lambda A + \lambda^2 I \xrightarrow{(A - \lambda I)^r = -\lambda A + \lambda^2 I} -\lambda A + \lambda^2 I = mA + nI \rightarrow m = -\lambda, n = \lambda^2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$B_{2 \times 3} = \begin{cases} -1 & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$$

$$|A| = ?$$

③ -

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ +1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ +1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 4 & +1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

$$|AB| = \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & +1 & 5 \\ -3 & -3 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} = 4(4) - 2(12) = 16 - 24 = -8$$

$\underbrace{+3 - (-3)} = 6 \quad \underbrace{-3 - (-15)} = 12$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|A| = ?$$

④ -

$$|A^{-1}| = 24 - 10 = 14$$

$$|A| = |A^{-1}|^{-1} = \frac{1}{14} = \frac{1}{14}$$

-(5)

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \rightarrow \text{دسته یک جواب ندارد}$$

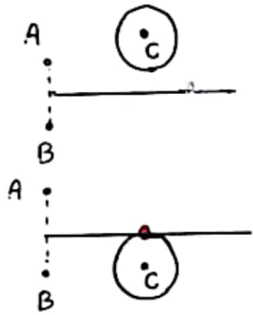
$$AX = B \rightarrow X = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{4-4} \begin{bmatrix} 3 & +1 \\ +4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$$

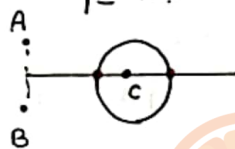
پا- مجموعه تقاطعی در صفحه مختصات دارای ویژگی‌های مشترکی هستند و نقاطی که دارای این ویژگی هستند، در این مجموعه هستند.

الف- خط
ب- خط

نقطه‌ای از A و B بی‌فاصله هستند - عمود منصف پاره خط AB



نقطه‌ای از نقطه‌ای بی‌فاصله ۳cm هستند - دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳cm
سه حالت می‌دهد:
۱- اگر عمود منصف دایره بی‌فاصله را قطع نکند، جوابی وجود ندارد
۲- اگر عمود منصف دایره بی‌فاصله را در یک نقطه قطع کند (برهم می‌آیند)، یک جواب داریم.
۳- اگر عمود منصف دایره بی‌فاصله را در دو نقطه قطع کند، دو جواب داریم.



$$x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y + c = 0$$

مساحت خارج

$$C = ?$$

(8)

$$a = 4 \quad b = -4 \quad c = 4$$

$$O = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (-2, 2)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 16 - 16} = \frac{1}{2} \sqrt{16} = 2$$

$$R = 2$$

$$a = -2 \quad b = 2 \quad c = ?$$

$$O = (1, -1)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 4 - 4c}$$

$$OO' = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$OO' = R + R' \rightarrow 3\sqrt{2} = 2 + \frac{\sqrt{4-4c}}{2} \rightarrow \sqrt{4-4c} = 4\sqrt{2} \rightarrow 4-4c = 32 \rightarrow -4c = 28 \rightarrow c = -7$$

$$4-4c = 32 \rightarrow -4c = 28 \rightarrow c = -7$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

(9)

$$(-1, 0) \rightarrow (-1)^2 + 0^2 - 1a + 0b + c = 0 \rightarrow 1 - a + c = 0 \rightarrow c = a - 1$$

$$(3, 0) \rightarrow (3)^2 + 0^2 + 3a + 0b + c = 0 \rightarrow 9 + 3a + c = 0 \rightarrow c = -9 - 3a$$

$$c = -9 - 3a$$

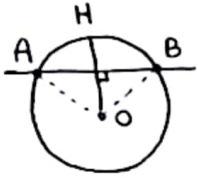
$$\rightarrow x^2 + y^2 - 2x + by - 3 = 0 \rightarrow 0^2 + (-3)^2 - 2(0) + b(-3) - 3 = 0 \rightarrow 9 - 3b - 3 = 0 \rightarrow 6 - 3b = 0 \rightarrow 3b = 6 \rightarrow b = 2$$

$$3b = 6 \rightarrow b = 2$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0 \rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 5$$

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=1 \end{cases} \rightarrow 2x=3 \rightarrow x=\frac{3}{2} \rightarrow O=(\frac{3}{2}, -1) \\ y=-1$$

(۱۰) - محل تقاطع دو قطر ← مرکز دایره



$$AB=2\sqrt{2} \rightarrow BH=\sqrt{2}$$

$$OH = \frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|1 \cdot \frac{3}{2} - 1 - 2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R = OA = OB \rightarrow R^2 = OH^2 + AH^2 \rightarrow R^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{2}{4} + 2 = \frac{5}{2}$$

$$\text{معادله دایره} : (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2 \rightarrow (x-\frac{3}{2})^2 + (y+1)^2 = \frac{5}{2}$$

