



آزمون اردیبهشت ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی - بهمن امیدی - داود بوالحسنی - بهرام حلاج - افشین خاصه خان - سینا خیرخواه - محمد زنگنه کیان کریمی خراسانی - محمدرضا کشاورزی - حامد معنوی - مهرداد ملوندی - نیما مهندس - غلامرضا نیازی جهانپخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب - علی ایمانی - سیدمحمدرضا حسینی فرد - کیوان دارابی - سوگند روشنی - شبنم غلامی - احمدرضا فلاح مهرداد ملوندی - نیلوفر مهدوی - نیما مهندس - بابک نهرینی
فیزیک	مهران اسماعیلی - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - علیرضا جباری - بهنام شاهینی - محمدرضا شریفی مهدی شریفی - مصطفی کیانی - محمد مقدم - محمود منصوری - امیراحمد میرسعید - حسام نادری
شیمی	هدی بهاری پور - محمدرضا پورجاوید - سعید تیزرو - امیرمسعود حسینی - یاسر راش - روزبه رضوانی رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - محسن مجنونی - فرشید مرادی - امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی یاسر راش آرش ظریف محمدحسن خردمند
ویراستاران رتبه برتر	محمدپارسا سبزه‌ای سیدسپهر متولیان سیدماهد عبدی	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیا‌زریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - علیرضا عباسی‌زاهد - محمدرضا مهدوی	سجاد بهارلویی ابراهیم نوری پرهام مهرآرا		آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلّا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳۳

ریاضیات

گزینه «۲» -۱

(مممر زنگنه)

طبق فرض، جملات دنباله اولیه به صورت زیر است:

$$a_1, a_1 + 2, a_1 + 4, a_1 + 6, a_1 + 8, \dots$$

جملات دنباله ثانویه نیز برابر می‌شوند با:

$$a_1 + 3, \underbrace{a_1 + 5}_{b_1}, a_1 + 7, \underbrace{a_1 + 9}_{b_2}, \underbrace{a_1 + 11}_{b_3}, \dots$$

b_1, b_2, b_3 سه جمله متوالی یک دنباله هندسی‌اند، پس:

$$(a_1 + 9)^2 = (a_1 + 5)(a_1 + 11)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 18a_1 + 81 = a_1^2 + 16a_1 + 55 \Rightarrow 2a_1 = -26$$

$$\Rightarrow a_1 = -13 \Rightarrow \alpha = -13$$

در نتیجه:

$$\beta = \frac{1}{2} = 0.5 : \text{قدرنسبت} \Rightarrow -2, -4, -8, \dots \text{جملات دنباله هندسی}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۸ و ۲۰ تا ۲۵ و ۲۷)

گزینه «۳» -۲

(مهردار ملونری)

ابتدا عبارت a را ساده می‌کنیم:

$$a = \sqrt[6]{\frac{2 \times (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3}) \times (2 + \sqrt{3})}} - \sqrt[6]{(\sqrt{3} - 1)^2}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} = \sqrt[3]{\sqrt{3} + 1} - \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1}$$

خواسته سؤال $a^3 - \frac{2}{a} = \frac{a^3 - 2}{a}$ است، پس توان سوم a را به دست می‌آوریم:

$$a^3 = (\sqrt{3} + 1) - \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \times a - (\sqrt{3} - 1)$$

$$\Rightarrow a^3 = 2 - \sqrt[3]{2} \times a \Rightarrow \frac{a^3 - 2}{a} = -\sqrt[3]{2}$$

$$\text{توجه: } (x - y)^3 = x^3 - 3xy(x - y) - y^3$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

گزینه «۱» -۳

(مممر رضا کشاورزی)

طبق فرض، ضابطه سهمی را به صورت زیر می‌یابیم:

$$y = a(x + 1)(x - 2) \xrightarrow{(0, 2)} 2 = -2a \Rightarrow a = -1$$

$$y = -(x + 1)(x - 2)$$

$$\xrightarrow{x=-2} y = -4 \Rightarrow (-2, -4) \text{ درست}$$

$$\xrightarrow{x=-4} y = -18 \Rightarrow (-4, -18) \text{ نادرست}$$

$$\xrightarrow{x=3} y = -4 \Rightarrow (3, -4) \text{ نادرست}$$

$$\xrightarrow{x=1} y = 2 \Rightarrow (1, 2) \text{ نادرست}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

گزینه «۴» -۴

(معاونش نیکنام)

معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{(x+2)-(x+1)}{1} + \frac{(x+4)-(x+2)}{2} + \frac{(x+7)-(x+4)}{3} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+7} = 6 \Rightarrow \frac{6}{x^2 + 8x + 7} = 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x + 7 = 1 \Rightarrow x^2 + 8x + 6 = 0 \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = -8$$

(حسابان ۱- فیر و معادله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

گزینه «۱» -۵

(راور بوالسنی)

ضابطه تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم. در

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a} \Rightarrow f^{-1}(2x) = \frac{2x}{a} - \frac{b}{a} : \text{این صورت:}$$

$$(ax + b)\left(\frac{2x}{a} - \frac{b}{a}\right) = 2x^2 - x - 3 : \text{طبق رابطه فرض داریم:}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - bx + \frac{2b}{a}x - \frac{b^2}{a} = 2x^2 - x - 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2b}{a} - b = -1 \\ \frac{b^2}{a} = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{2b}{a} - b = -1 \Rightarrow \frac{b^2}{a} = 3 \Rightarrow a = \frac{b^2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{b} - b = -1 \xrightarrow{\times b} 6 - b^2 = -b$$

$$\Rightarrow \underbrace{b^2 - b - 6}_0 = 0 \Rightarrow b = 3, -2$$

$$(b-3)(b+2)$$

پس $f^{-1}(-۶) = ۳$ و داریم:

$$f(1 + f^{-1}(-۶)) = f(1 + ۳) = f(۴) = ۲ - ۲ \times ۴ - ۳$$

$$= ۲ - ۲^۵ = ۲ - ۳۲ = -۳۰$$

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

(نیما مهندس)

۸- گزینه «۴»

راه حل اول: می‌دانیم $\log ۵ = ۱ - \log ۲$ و $\log ۸ = ۳ \log ۲$ ، در نتیجه

عبارت مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$(\log ۲)^۳ + ۳ \log ۲(۱ - \log ۲) + (۱ - \log ۲)^۳$$

$$= (\log ۲)^۳ + ۳ \log ۲ - ۳(\log ۲)^۲ + ۱ - ۳ \log ۲ + ۳(\log ۲)^۲ - (\log ۲)^۳ = ۱$$

راه حل دوم: فرض می‌کنیم $\log ۲ = a$ و $\log ۵ = b$ ، در این صورت

صورت $\log ۸ = ۳a$ و $a + b = ۱$ عبارت به صورت زیر ساده می‌شود:

$$a^۳ + ۳ab + b^۳ = (a + b)^۳ = ۱$$

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

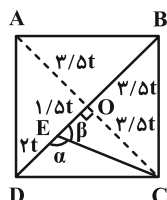
(جهانبخش نیکنام)

۹- گزینه «۲»

مطابق شکل، قطرهای مربع با هم برابر بوده و عمود منصف یکدیگرند. با توجه

به رابطه $\gamma DE = \gamma BD$ ، اگر $DE = \gamma t$ باشد آن گاه $BD = \gamma t$ و در

نتیجه $BO = OD = ۳ / \Delta t$ می‌باشد و داریم:



$$\Delta OCE : \tan \beta = \frac{OC}{OE} = \frac{۳ / \Delta t}{۱ / \Delta t} = \frac{\gamma}{۳}$$

$$\tan \alpha = \tan(۱۸۰^\circ - \beta) = -\tan \beta = -\frac{\gamma}{۳}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه ۳۰)

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(غلامرضا نیازی)

۱۰- گزینه «۱»

ضابطه تابع f به صورت زیر ساده می‌شود:

$$f(x) = a \cos ۲x + \frac{۱ + \cos ۲x}{۲} + ۱ = (a + \frac{۱}{۲}) \cos ۲x + \frac{۳}{۲}$$

$$\begin{cases} b = ۳ \Rightarrow a_۱ = \frac{۳^۲}{۳} = ۳ \Rightarrow f(x) = ۳x + ۳ \Rightarrow f_۱(۳) = ۱۲ \\ b = -۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{(-۲)^۲}{۳} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow f(x) = \frac{۴}{۳}x - ۲ \Rightarrow f_۲(۳) = ۲ \end{cases}$$

پس حاصل ضرب مقادیر ممکن $f(۳)$ برابر است با: $۱۲ \times ۲ = ۲۴$

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

(کاظم ایلالی)

۶- گزینه «۳»

اگر $f^{-1}(a) = b$ باشد، در این صورت طبق فرض داریم:

$$(g \circ f^{-1})(a) = ۲ \Rightarrow g(f^{-1}(a)) = ۲ \Rightarrow g(b) = ۲$$

$$\Rightarrow b - \frac{۳}{b} = ۲ \Rightarrow \frac{b^۲ - ۳b - ۲}{(b-۲)(b+۱)} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} b = ۳ \\ b = -۱ \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

حال مقدار a را می‌یابیم:

$$b = f^{-1}(a) = ۳ \Rightarrow f(۳) = a \Rightarrow ۳ + \sqrt{۹ + a} = a$$

$$\Rightarrow (a - ۳)^۲ = ۹ + a \Rightarrow \frac{a^۲ - ۶a}{a(a-۳)} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۰ \\ a = ۷ \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$g(a - ۱) = g(۶) = ۶ - \frac{۳}{۶} = ۵ / ۵$$

بنابراین:

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

(داوود پورالمسنی)

۷- گزینه «۴»

طبق نمودار و ضابطه تابع f داریم:

$$(۰, \frac{۱۵}{۸}) \in f \Rightarrow \frac{۱۵}{۸} = ۲ + a \times ۲^c \Rightarrow a \times ۲^c = -\frac{۱}{۸}$$

$$(۲, ۰) \in f \Rightarrow ۰ = ۲ + a \times ۲^{c+۲b} \Rightarrow \frac{a \times ۲^c}{-\frac{۱}{۸}} \times ۲^{۲b} = -۲$$

$$\Rightarrow ۲^{۲b} = ۱۶ \Rightarrow ۲b = ۴ \Rightarrow b = ۲$$

ضابطه تابع f به صورت زیر می‌شود:

$$f(x) = ۲ + a \times ۲^c \times ۲^{bx} = ۲ + (-\frac{۱}{۸}) \times ۲^{۲x} = ۲ - ۲^{۲x-۳}$$

فرض می‌کنیم $f^{-1}(-۶) = m$ ، در نتیجه:

$$f(m) = -۶ \Rightarrow -۶ = ۲ - ۲^{۲m-۳} \Rightarrow ۲^{۲m-۳} = ۸$$

$$\Rightarrow ۲m - ۳ = ۳ \Rightarrow m = ۳$$

$$\Rightarrow \cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x = 0 \Rightarrow \cos(3x + x) = 0$$

$$\Rightarrow \cos 4x = 0 \Rightarrow 4x = \frac{(2k+1)\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{8}$$

$$\xrightarrow{0 \leq x \leq \pi} x = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8} \quad (\text{چهار جواب})$$

در نتیجه معادله صورت سؤال، ۶ جواب در بازه $[0, \pi]$ دارد.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

(بهرام علاج)

۱۲- گزینه «۱»

با جای گذاری $x = \frac{2}{3}$ در عبارت جلوی حد، به ابهام $\frac{0}{0}$ می‌رسیم.

با تغییر متغیر $t = x - \frac{2}{3}$ ، حاصل حد را می‌یابیم:

$$x = t + \frac{2}{3}, \quad t \rightarrow 0$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{\sin(\pi x + \frac{\pi}{3})}{(3x-2)(3x+2)} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi t + \pi)}{3t(3t+4)} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin(\pi t)}{12t} = -\frac{\pi}{12} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} = -\frac{\pi}{12} \end{aligned}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۴۱ تا ۱۴۳)

(عابد معنوی)

۱۳- گزینه «۲»

با توجه به حاصل حد و ریشه‌های مخرج می‌نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow m^-} \frac{[x] - a}{x^2 - 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow m^-} \frac{[x] - a}{(x-4)(x+1)} = -\infty \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$
$(x-4)(x+1)$	$+$	0	$-$	$+$

همچنین:

به ازای هر دو مقدار m ، حد داده شده را می‌نویسیم:

$$m = -1: \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-2-a}{(x+1)(x-4)} = -\infty$$

$$\Rightarrow -2-a < 0 \Rightarrow a > -2 \quad (1)$$

$$m = 4: \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{3-a}{(x+1)(x-4)} = -\infty$$

$$\Rightarrow 3-a > 0 \Rightarrow a < 3 \quad (2)$$

تابع f در نقطه به طول $x = 0$ دارای $\min$ است (برخلاف تابع کسینوس).

پس ضریب $\cos 2x$ منفی است و داریم:

$$a + \frac{1}{2} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \max = (a + \frac{1}{2})(-1) + \frac{3}{2} = 1 - a \\ \min = (a + \frac{1}{2})(1) + \frac{3}{2} = 2 + a \end{cases}$$

طبق فرض داریم:

$$\max - \min = (1-a) - (a+2) = -2a-1 = 7 \Rightarrow a = -4$$

مطابق نمودار، نقطه به طول $x = b$ ، ماکزیمم تابع f است، پس:

$$\cos 2b = -1 \xrightarrow{\text{طبق نمودار}} 2b = -\pi \Rightarrow b = -\frac{\pi}{2}$$

در نتیجه $a \times b = 2\pi$ و داریم:

$$f(ab) = f(2\pi) = (-4 + \frac{1}{2})\cos 4\pi + \frac{3}{2} = -\frac{7}{2} + \frac{3}{2} = -2$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(کیان کریمی فراسانی)

۱۱- گزینه «۲»

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

نکته:

براساس نکته فوق، سمت چپ معادله را ساده می‌کنیم:

$$\tan x + \tan 3x = \frac{\sin 4x}{\cos x \cos 3x} = \frac{2 \sin 2x \cos 2x}{\cos x \cos 3x}$$

حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{2 \sin 2x \cos 2x}{\cos x \cos 3x} = 2 \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 & (I) \\ \frac{\cos 2x}{\cos x \cos 3x} = 2 & (II) \end{cases}$$

$$(I) \sin 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (*)$$

همه جواب‌های (*) قابل قبول نیستند و آن‌هایی که $\cos 3x$ و $\cos x$ را

صفر می‌کنند باید کنار گذاشته شوند، پس فقط مضارب زوج $\frac{\pi}{2}$ را قبول

می‌کنیم، یعنی:

$$x = k\pi \xrightarrow{0 \leq x \leq \pi} x = 0, \pi \quad (\text{دو جواب})$$

$$(II) \frac{\cos 2x}{\cos x \cos 3x} = 2 \Rightarrow \cos(3x - x) = 2 \cos x \cos 3x$$

$$\Rightarrow \cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x = 2 \cos x \cos 3x$$

$$\begin{cases} 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ \lim_{x \rightarrow \infty} (g-f)(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{2x} = 1 \end{cases}$$

در نتیجه نقطه $(-\frac{3}{2}, 1)$ محل تلاقی مجانب‌های تابع $g-f$ است.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در پی نهایت:

صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸ و ۶۷ تا ۶۹)

(ممر زنگنه)

۱۶- گزینه «۱»

با توجه به فرض، نقطه تماس را (α, β) می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} f'(x) = 3x^2 - 4x \Rightarrow \text{شیب خط } d: f'(\alpha) = 3\alpha^2 - 4\alpha \\ \Delta: x + 4y = 5 \Rightarrow \text{شیب } m_{\Delta} = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\frac{d \perp \Delta \Rightarrow 3\alpha^2 - 4\alpha = 4 \Rightarrow \frac{3\alpha^2 - 4\alpha - 4}{(3\alpha+2)(\alpha-2)} = 0 \xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = 2$$

$$\beta = f(\alpha) = \alpha^3 - 2\alpha^2 + 1 \xrightarrow{\alpha=2} \beta = 1$$

معادله خط مماس d را می‌نویسیم:

$$y - 1 = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 7$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطه $(3, 5)$ روی خط d قرار دارد.

(مسئله ۲- مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۹۵)

(پومن امیری)

۱۷- گزینه «۳»

براساس مشتق تابع مرکب داریم:

$$(f \circ \frac{1}{f})' = (\frac{1}{f})' \times f'(\frac{1}{f}) = -\frac{f'(x)}{f^2(x)} \times f'(\frac{1}{f(x)})$$

با توجه به ضابطه تابع f داریم:

$$\begin{cases} f(-4) = -2 \\ f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{-x}} = \frac{1}{2\sqrt{-x}} \Rightarrow f'(-4) = \frac{1}{4} \end{cases}$$

در نتیجه حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(f \circ \frac{1}{f})'(-4) = -\frac{f'(-4)}{f^2(-4)} \times \overbrace{f'(\frac{1}{f(-4)})}^{f'(-\frac{1}{2})}$$

از روابط ۱ و ۲ نتیجه می‌شود که $-2 < a < 3$ و در آن صورت چهار مقدار صحیح $(-1, 0, 1, 2)$ برای a وجود دارد.

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در پی نهایت: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

(غلامرضا نیازی)

۱۴- گزینه «۴»

اگر $n = 1$ باشد، آن‌گاه $f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ f)(x) = 0$ که غیرقابل قبول است.

اگر $n > 2$ باشد، آن‌گاه $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ و در نتیجه $\lim_{x \rightarrow \infty} f(f(x)) = \infty$

که غیرقابل قبول است. در نتیجه فقط $n = 2$ قابل قبول است و داریم:

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 + ax + b} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 1} f(t) = \frac{1}{3} \quad (*)$$

چون حد صورت ضابطه تابع f در $x = 1$ برابر صفر است، پس باید حد

مخرج نیز در $x = 1$ برابر صفر باشد، یعنی:

$$1 + a + b = 0$$

مخرج ضابطه f دارای عامل $(x-1)$ است، پس داریم:

$$x^2 + ax + b = (x-1)(x-m) \Rightarrow m = b = -(a+1)$$

در نتیجه ادامه رابطه $(*)$ را به صورت زیر پی می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x(x-1)}{x^2 - x}}{(x-1)(x-b)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-b} = \frac{1}{1-b} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 1 - b = 3 \Rightarrow b = -2$$

(مسئله ۲- هرهای نامتناهی- هر در پی نهایت: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(سینا خیرخواه)

۱۵- گزینه «۳»

تابع $g-f$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(g-f)(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{5}{(x-1)(2x+3)} = \frac{2x^2 + 3x - 5}{(x-1)(2x+3)}$$

$$\Rightarrow (g-f)(x) = \frac{(x-1)(2x+5)}{(x-1)(2x+3)} = \frac{2x+5}{2x+3}, \quad x \neq 1$$

ضابطه تابع $g-f$ مربوط به یک تابع همگرافیک است که معادله

مجانب‌های آن به صورت زیر می‌باشد:

از آنجا که نقاط اکسترم نسبی یک تابع درجه ۳ (در صورت وجود) در طرفین نقطه عطف قرار دارند، پس با توجه به فرض، طول نقاط اکسترم نسبی باید ۱± باشند و داریم:

$$\text{نقاط اکسترم نسبی: } \begin{cases} x = -1 \rightarrow y = 2x + 1 \rightarrow y = -1 \\ x = 1 \rightarrow y = 2x + 1 \rightarrow y = 3 \end{cases}$$

$$f'(1) = f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \quad (1)$$

حال مختصات نقاط عطف و اکسترم نسبی را در ضابطه تابع f جای گذاری می کنیم:

$$\begin{cases} (0, 1) \in f \Rightarrow c = 1 \\ (1, 3) \in f \Rightarrow a + b + 1 = 3 \Rightarrow a + b = 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} 3a + b = 0 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 3$$

$$\text{در نتیجه } a - b + c = -1 - 3 + 1 = -3$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۳، ۱۲۴ و ۱۳۷ تا ۱۴۰)

(کالظم ایملانی)

گزینه ۳۰- «۳»

توجه کنید که:

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - 2 \cos x = 2 \cos x (\sin x - 1)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$f'(x) = \sin 2x - 2 \cos x \Rightarrow f''(x) = 2 \cos 2x + 2 \sin x$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

بازه های داده شده همگی زیرمجموعه $(0, 2\pi)$ هستند و علامت $f'(x)$

و $f''(x)$ در $(0, 2\pi)$ به صورت جدول زیر است:

X	0	$\frac{\pi}{2}$		$\frac{7\pi}{6}$		$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{11\pi}{6}$		2π
f'	—	0	+		+	0	—		—	
f''	+	0	+	0	—		—	0	+	

بنابراین در بازه $(\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$ ، تابع f صعودی و با تقعر به سمت پایین است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۱ و ۱۲۹)

$$= -\frac{1}{4} \times f'(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{16} \times \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{32} = -\frac{\sqrt{2}}{32}$$

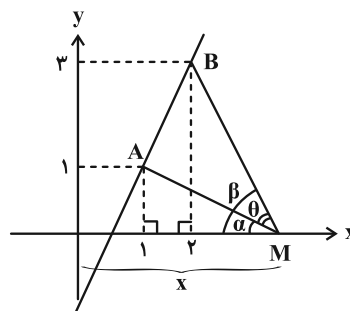
توجه: به عنوان یک راه حل دیگر، می توانید ضابطه تابع $f \circ \frac{1}{f}$ را تشکیل دهید.

(مسابان ۲- مشتق؛ صفحه های ۹۰ تا ۹۷)

(سینا فیروزخواه)

گزینه ۴- «۴»

ابتدا یک شکل مطابق اطلاعات مسئله رسم می کنیم:



$$\text{مطابق شکل: } \theta = \beta - \alpha \Rightarrow \tan \theta = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

از طرفی $\tan \alpha = \frac{1}{x-1}$ و $\tan \beta = \frac{3}{x-2}$ است، پس:

$$\tan \theta = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x-1}}{1 + (\frac{3}{x-2})(\frac{1}{x-1})} = \frac{2x-1}{x^2-3x+5} = \frac{2x-1}{f(x)}$$

مشتق تابع f را می یابیم:

$$f'(x) = \frac{(2)(x^2-3x+5) - (2x-1)(2x-1)}{(x^2-3x+5)^2} = \frac{-2x^2+2x+7}{(x^2-3x+5)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{15}}{2} \\ x = \frac{1-\sqrt{15}}{2} < 2 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

(انجمن فاضلهان)

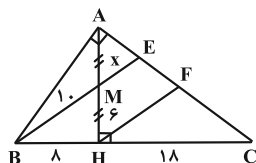
گزینه ۲- «۲»

مشتق های اول و دوم تابع را محاسبه می کنیم:

$$f'(x) = 3ax^2 + b \quad \text{و} \quad f''(x) = 6ax$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (\text{طول نقطه عطف})$$

$$\xrightarrow{y=2x+1} (0, 1) \quad \text{نقطه عطف:}$$



طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه BMH داریم:

$$BM^2 = MH^2 + BH^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BM = 10$$

حال از نقطه H، پاره خط HF را موازی با BE رسم می کنیم. با

فرض $ME = x$ داریم:

$$\triangle AHF : ME \parallel HF \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{ME}{HF} = \frac{AM}{AH}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{HF} = \frac{1}{2} \Rightarrow HF = 2x$$

$$\triangle BCE : HF \parallel BE \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{HF}{BE} = \frac{CH}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{10} = \frac{18}{26} = \frac{9}{13} \Rightarrow 26x = 9x + 90$$

$$\Rightarrow 17x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{17}$$

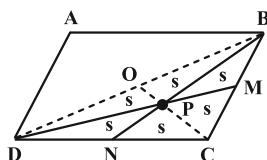
(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۳۴ تا ۴۲)

(مهردار ملونری)

گزینه «۴» -۲۳

چنانچه قطر BD را رسم کنیم، آن گاه در مثلث BCD، نقطه P محل

همرسي میانه های BN و DM خواهد بود.



سطح مثلث BCD توسط سه میانه BN، DM و CO به شش مثلث

هم مساحت تقسیم می شوند. از آنجا که سطح متوازی الاضلاع ABCD

توسط قطر BD نصف می شود، پس داریم:

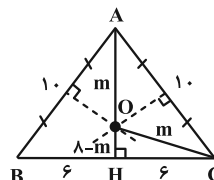
(مهردار ملونری)

گزینه «۱» -۲۱

روش اول: نقطه مورد نظر همان نقطه همرسي عمودمنصف های اضلاع مثلث

است. مثلث داده شده متساوی الساقین است و این نقطه همرسي (نقطه O)

روی ارتفاع نظیر قاعده (AH) قرار دارد. مطابق شکل داریم:



$$\triangle AHC \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AH = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

چنانچه فاصله نقطه O را از سه رأس مثلث برابر m در نظر بگیریم.

آن گاه $OH = 8 - m$ و طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه OHC داریم:

$$m^2 = 6^2 + (8 - m)^2 \Rightarrow m^2 = 36 + 64 + m^2 - 16m$$

$$\Rightarrow 16m = 100 \Rightarrow m = \frac{25}{4} = 6 \frac{1}{4}$$

روش دوم: به عنوان راه حل دیگر از کتاب هندسه (۲)، می توان توسط قضیه

سینوس ها این طور نوشت که:

$$2R = \frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AB}{\frac{AH}{AC}} \Rightarrow 2R = \frac{10}{\frac{8}{10}}$$

$$\Rightarrow 2R = \frac{100}{8} = \frac{25}{2} \Rightarrow R = \frac{25}{4} = 6 \frac{1}{4}$$

در روابط فوق R شعاع دایره محیطی مثلث و برابر فاصله مرکز دایره

محیطی مثلث (نقطه همرسي عمودمنصف ها) از سه رأس مثلث است.

(هنر سه ۱- ترسیم های هندسی و استرلا: صفحه های ۱۸ و ۱۹)

(شبنم غلامی)

گزینه «۱» -۲۲

طبق فرض، $CH = 26 - 8 = 18$ است و در نتیجه طبق روابط طولی در

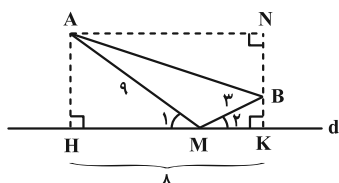
مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$AH^2 = BH \times CH = 8 \times 18 = 144 \Rightarrow AH = 12$$

$$\Rightarrow AM = MH = 6$$

$$\frac{MH}{MK} = \frac{AM}{MB} = \frac{9}{3} \Rightarrow MH = 3MK \quad (*)$$

$$HK = 8 \Rightarrow MH + MK = 8 \xrightarrow{(*)} 4MK = 8 \Rightarrow MK = 2$$



طبق قضیه فیثاغورس در مثلث BMK داریم:

$$BK^2 = BM^2 - MK^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \Rightarrow BK = \sqrt{5}$$

با توجه به تشابه دو مثلث $AH = 3\sqrt{5}$ است. حال اگر از نقطه A،

عمود AN را بر امتداد BK رسم کنیم، آن گاه داریم:

$$BN = KN - BK = AH - BK = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle ABN : AB^2 = AN^2 + BN^2 = 8^2 + (2\sqrt{5})^2 = 84$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{21}$$

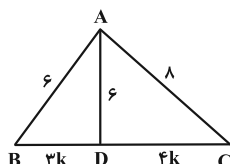
(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۲)

(امیرحسین ایوبمبوب)

گزینه «۴» - ۲۶

طبق قضیه نیمسازها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} BD = 3k \\ DC = 4k \end{cases}$$



حال طبق رابطه طول نیمساز زاویه داخلی داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC \Rightarrow 6^2 = 6 \times 8 - 3k \times 4k$$

$$\Rightarrow 12k^2 = 12 \Rightarrow k^2 = 1 \xrightarrow{k>0} k = 1 \Rightarrow BC = 3 + 4 = 7$$

$$\begin{cases} S_{ABPD} = S_{ABD} + S_{BPD} = 6s + 2s = 8s \\ S_{ABCD} = 2S_{BCD} = 2(6s) = 12s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABPD}}{S_{ABCD}} = \frac{8s}{12s} = \frac{2}{3}$$

(هندسه ۱- چندضلعی ها: صفحه های ۶۵ تا ۶۷)

(شبنم غلامی)

گزینه «۱» - ۲۴

زاویه محاطی $\hat{C}$ و زاویه ظلی $\hat{ADB}$ هر دو روبه رو به کمان BD هستند.

بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{C} &= \frac{\widehat{BD}}{2} \\ \hat{ADB} &= \frac{\widehat{BD}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{C} = \hat{ADB}$$

بنابراین دو مثلث ADB و ACD به حالت تساوی دو زاویه متشابه اند و داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{C} &= \hat{ADB} \\ \hat{A} &= \hat{A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ADB$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DB} = \frac{AD}{AB} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

با فرض $AB = x$ و از حل معادله (۱) داریم:

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{AD}{x} \Rightarrow AD = 2x$$

حال با جای گذاری در معادله (۲) داریم:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{CD}{DB} \Rightarrow \frac{x+3}{2x} = \frac{4}{2} \Rightarrow x+3 = 4x \Rightarrow 3x = 3$$

$$\Rightarrow x = AB = 1$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه های ۱۳ تا ۱۵، ۱۸ و ۱۹)

(امیرحسین ایوبمبوب)

گزینه «۲» - ۲۵

مطابق مسئله هرون، اگر M نقطه ای روی خط d باشد که مسیر AMB به

ازای آن، کوتاه ترین مسیر ممکن باشد، آن گاه $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ و در نتیجه دو

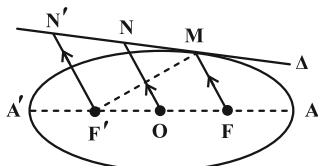
مثلث AMH و BMK متشابه اند. در این صورت داریم:

(کیوان دارابی)

۲۸- گزینه «۳»

طبق تمرین ۳ صفحه ۵۷ کتاب درسی، اگر از F' خطی موازی FM رسم کنیم تا خط Δ را در N' قطع کند، آن گاه:

$$F'M = F'N' \Rightarrow FM + F'N' = 2a$$



از طرفی ON در دوزنقه $MFF'N'$ ، پاره خط بین نقاط وسط ساق‌ها است و اندازه آن برابر میانگین دو قاعده دوزنقه می‌شود:

$$ON = \frac{FM + F'N'}{2} = \frac{2a}{2} = a \xrightarrow{\text{طبق فرض}} ON = a = 3$$

از طرفی: $A'F' = a - c = 1 \Rightarrow 3 - c = 1 \Rightarrow c = 2$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه خروج از مرکز بیضی برابر است با:

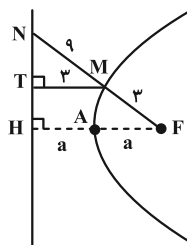
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰ و ۵۷)

(مهردار ملونری)

۲۹- گزینه «۲»

فاصله رأس سهمی (نقطه A) از کانون و خط هادی برابر فاصله کانونی سهمی (پارامتر a) است. چون M روی نمودار سهمی قرار دارد، طبق تعریف سهمی و شکل داریم:

$$MF = MT = 3$$

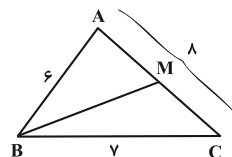


در مثلث NHF چون $MT \parallel FH$ پس طبق تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{NM}{NF} = \frac{MT}{FH} \Rightarrow \frac{9}{12} = \frac{3}{2a} \Rightarrow 2a = \frac{3 \times 12}{9} = 4 \Rightarrow a = 2$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۸)

با داشتن طول اضلاع مثلث ABC ، طبق قضیه میانه‌ها می‌توان نوشت:



$$AB^2 + BC^2 = 2BM^2 + \frac{AC^2}{2} \Rightarrow 6^2 + 7^2 = 2BM^2 + \frac{8^2}{2}$$

$$\Rightarrow 36 + 49 = 2BM^2 + 32 \Rightarrow 2BM^2 = 53$$

$$\Rightarrow BM^2 = \frac{53}{2} = \frac{106}{4} \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{106}}{2}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

(بابک نهرینی)

۲۷- گزینه «۱»

دترمینان ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & |A| \\ 3|A| & 1 \end{vmatrix} = 2 - 3|A| \Rightarrow 3|A| = 2 - |A| \Rightarrow 4|A| = 2 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (3|A| - 2)(|A| + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |A| = \frac{2}{3} \\ |A| = -1 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

طرفین رابطه $XA = A^{-1}$ را از سمت راست در A^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$(XA)A^{-1} = (A^{-1})^2 \Rightarrow X = (A^{-1})^2$$

می‌توانیم از رابطه $(A^{-1})^2 = (A^2)^{-1}$ استفاده کنیم:

$$X = (A^2)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -9 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{7 \times 4 - 9 \times 3} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های X برابر می‌شود با ۲۳.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۰- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

طبق فرض، مساحت متوازی‌الاضلاع برابر می‌شود با:

$$S = |\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})| = 200 \Rightarrow |\vec{a}| \times |\vec{a} \times \vec{b}| \times \sin(\underbrace{\theta}_{\theta=90^\circ}) = 200$$

$$\xrightarrow{|\vec{a}|=5} |\vec{a} \times \vec{b}| \times 1 = 40 \Rightarrow |\vec{a}| \times |\vec{b}| \sin 30^\circ = 40$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} |\vec{b}| = 40 \Rightarrow |\vec{b}| = 16$$

(هندسه ۳- بردارها: صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۳۱- گزینه «۳»

(امیررضا فلاح)

ابتدا طرفین تساوی داده شده را با مجموعه C اشتراک می‌گیریم:

$$(A \cup B) \cap C' = (A \cap B) \cup C$$

$$\xrightarrow{\cap C} \underbrace{[(A \cup B) \cap C'] \cap C}_{\text{شرکت‌پذیری}} = \underbrace{[(A \cap B) \cup C] \cap C}_{\text{قانون جذب}}$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \cap (C' \cap C) = C$$

$$\Rightarrow \underbrace{(A \cap B) \cap \emptyset}_{\emptyset} = C \Rightarrow C = \emptyset$$

با جای گذاری $C = \emptyset$ در تساوی سوال داریم:

$$(A \cup B) - \emptyset = (A \cap B) \cup \emptyset \Rightarrow A \cup B = A \cap B \Rightarrow A = B$$

تذکر: اگر $A \cup B = A \cap B$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$A \subseteq (A \cup B) \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} A \subseteq (A \cap B)$$

$$\xrightarrow{A \cap B \subseteq B} A \subseteq B \quad (1)$$

$$B \subseteq (A \cup B) \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} B \subseteq (A \cap B)$$

$$\xrightarrow{A \cap B \subseteq A} B \subseteq A \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} A = B$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۳۲- گزینه «۱»

(نیلوفر مهروری)

از رابطه $A \subseteq B$ نتیجه می‌گیریم $B' \subseteq A'$ ، بنابراین در صورت وقوع

پیشامد B' ، پیشامد A' نیز حتماً رخ داده است، یعنی $P(A' | B') = 1$.

حال احتمال وقوع پیشامد B به شرط رخ دادن پیشامد A' را محاسبه می‌کنیم.

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{P(A')} = \frac{P(B) - P(A)}{P(A')}$$

$$= \frac{\frac{7}{10} - \frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{2}$$

بنابراین حاصل عبارت صورت سؤال برابر است با:

$$\frac{P(A' | B')}{P(B | A')} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

تذکر: چون $A \subseteq B$ است، پس $A \cap B = A$ و در نتیجه داریم:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B) - P(A)$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۳۳- گزینه «۴»

(سیرمهررضا حسینی‌فر)

اگر پیشامد قبولی هر کدام از آن‌ها را به ترتیب A_1 ، A_2 و A_3 بنامیم:

$$P(\text{دقیقه ۲ نفر}) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3')$$

$$+ P(A_1 \cap A_2' \cap A_3) + P(A_1' \cap A_2 \cap A_3)$$

$$= (0/5)(0/6)(1-0/7) + (0/5)(1-0/6)(0/7)$$

$$+ (1-0/5)(0/6)(0/7) = 0/44$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۳۴- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا میانگین داده‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1 + 5 + (a+1) + (3a+1)}{4} = a + 2$$

واریانس داده‌ها برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(1-a-2)^2 + (5-a-2)^2 + (a+1-a-2)^2 + (3a+1-a-2)^2}{4}$$

$$= \frac{(-a-1)^2 + (-a+3)^2 + 1 + (2a-1)^2}{4} = \frac{6a^2 - 8a + 12}{4}$$

واریانس را برابر ۵ قرار می‌دهیم:

$$\frac{6a^2 - 8a + 12}{4} = 5 \Rightarrow 6a^2 - 8a + 12 = 20$$

$$\Rightarrow 6a^2 - 8a - 8 = 0 \Rightarrow 3a^2 - 4a - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (3a+2)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ a = 2 \end{cases}$$

بنابراین میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = a + 2 = 4$ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۹)

۳۵- گزینه «۴»

(سولدر روشنی)

شرط وجود جواب برای معادله سیاله مفروض در $\mathbb{Z}$ به صورت زیر است:

$$(5, 15) | 3n - 2 \Rightarrow 5 | 3n - 2$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{\text{توان } 2} 25 | 9n^2 - 12n + 4 & (1) \\ \xrightarrow{\times 5} 25 | 15n - 10 \xrightarrow{\times 2} 25 | 30n - 20 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \text{ و } (1) \text{ تفاضل روابط } 25 | 9n^2 - 42n + 24$$

با توجه به برقراری رابطه $25 | 9n^2 - 42n + k$ نتیجه می‌گیریم که:

$$k = 24 + 25t \Rightarrow k \in \{24, 49, 74, 99\}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۲۵)

۳۶- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

در تقسیم یک عدد طبیعی بر ۴، کافی است تنها عدد دو رقمی در سمت

راست آن را بر ۴ تقسیم کنیم. عدد x مضرب ۴۴ است، پس هم مضرب ۴ و

هم مضرب ۱۱ است. داریم:

$$x = \overline{2ab1} + \overline{3ba} \equiv 0 \Rightarrow \overline{b1} + \overline{ba} \equiv 0$$

$$1 + 10b + a + 10b \equiv 0 \Rightarrow a + 1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 9 \Rightarrow a \in \{3, 7\}$$

$$x = \overline{2ab1} + \overline{3ba} \equiv 0 \Rightarrow 1 - b + a - 2 + a - b + 3 \equiv 0$$

$$2a - 2b + 2 \equiv 0 \Rightarrow a - b \equiv -1 \xrightarrow{-9 \leq a-b \leq 9} a - b = -1$$

$$\text{اگر } a = 3 \Rightarrow 3 - b = -1 \Rightarrow b = 4$$

$$\text{اگر } a = 7 \Rightarrow 7 - b = -1 \Rightarrow b = 8$$

کمترین مقدار x در حالتی رخ می‌دهد که $a = 3$ و $b = 4$ باشد، پس:

$$x_{\min} = 2341 + 343 = 2684 \Rightarrow \text{جمع ارقام} = 20$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

(شبنم غلامی)

۳۷- گزینه «۳»

می‌دانیم عدد احاطه‌گری گراف‌های C_n و P_n ، از رابطه $\gamma(G) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$ به

دست می‌آید، پس عدد احاطه‌گری هر چهار گراف داده شده برابر ۲ است و

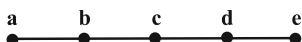
هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیم در هر کدام از این گراف‌ها حداقل

باید دارای ۳ عضو باشد.

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: در گراف P_5 مطابق شکل، مجموعه $\{a, c, e\}$ یک مجموعه

احاطه‌گر مینیمال غیرمینیم است.



گزینه «۲»: در گراف P_6 مطابق شکل، مجموعه‌هایی مانند $\{a, c, e\}$

و $\{b, d, f\}$ ، مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیرمینیم هستند.



(حالت دوم) در این حالت، وقتی درایه سطر دوم و ستون اول را عدد ۱ می‌گذاریم، درایه سطر سوم و ستون اول، با دو عدد ۳ و ۴ به صورت‌های زیر می‌تواند پُر شود:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline ① & ۴ & ۳ & ۲ \\ \hline ③ & ۲ & ۱ & ۴ \\ \hline ۴ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a=۳ \\ b=۳ \end{cases} \Rightarrow a+b=۶$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline ① & ۴ & ۲ & ۳ \\ \hline ③ & ۲ & ۱ & ۴ \\ \hline ۴ & ۱ & ۳ & ۲ \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a=۲ \\ b=۲ \end{cases} \Rightarrow a+b=۴$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline ① & ۴ & ۳ & ۲ \\ \hline ④ & ۲ & ۱ & ۳ \\ \hline ۳ & ۱ & ۲ & ۴ \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a=۳ \\ b=۴ \end{cases} \Rightarrow a+b=۷$$

برای $a+b$ ، سه مقدار ۴، ۶ و ۷ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(شبنم غلامی)

۴۰- گزینه «۲»

فرض کنید مجموعه افرادی که به ترتیب انگلیسی، آلمانی و فرانسه می‌خوانند را به ترتیب با E، G و F نمایش دهیم. در این صورت تعداد کسانی که فقط فرانسه می‌خوانند، برابر است با:

$$|F| - |F \cap E| - |F \cap G| + |F \cap E \cap G| = ۴۲ - ۱۰ - ۵ + ۳ = ۳۰$$

حال تعداد کسانی را محاسبه می‌کنیم که حداقل یکی از این ۳ زبان را در این مؤسسه می‌خوانند:

$$|E \cup G \cup F| = ۲۸ + ۳۰ + ۴۲ - ۸ - ۱۰ - ۵ + ۳ = ۸۰$$

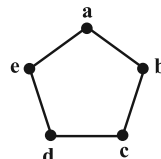
بنابراین تعداد کسانی که در هیچ کدام از این ۳ زبان ثبت‌نام نکرده‌اند، برابر است با:

$$|\bar{E} \cap \bar{G} \cap \bar{F}| = |S| - |E \cup G \cup F| = ۱۰۰ - ۸۰ = ۲۰$$

در نتیجه خواسته سؤال برابر $\frac{۳۰}{۲۰} = ۱/۵$ است.

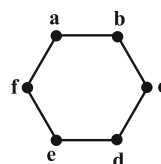
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: مشابه تمرین ۳ صفحه ۸۳)

گزینه «۳»: در گراف C_5 هیچ مجموعه احاطه گر مینیمال با بیش از دو عضو وجود ندارد، پس این گراف، مجموعه احاطه گر مینیمال غیر مینیمم ندارد.



گزینه «۴»: در گراف C_6 مطابق شکل، مجموعه‌های $\{a, c, e\}$

و $\{b, d, f\}$ ، مجموعه‌های احاطه گر مینیمال غیر مینیمم هستند.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

(نیما مهندس)

۳۸- گزینه «۱»

۳ مهره مشکی را در یک بسته قرار می‌دهیم، که به ۳! حالت جایگشت دارند. مهره‌های سبز و قرمز نیز در یک دسته قرار می‌گیرند، که به $۲ \times ۳! \times ۳! \times ۳!$ روش می‌توان این مهره‌ها را نیز یک در میان چید. حالا این دو بسته به ۲! حالت با هم جابه‌جا می‌شوند. پس پاسخ مسئله برابر است با:

$$۳! \times ۲ \times ۳! \times ۳! \times ۳! = ۶^۳ \times ۴ = ۲۱۶ \times ۴ = ۸۶۴$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون‌شماردن: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۲)

(سولکر روشنی)

۳۹- گزینه «۲»

درایه سطر دوم و ستون اول را در نظر بگیرید. این درایه، با یکی از دو عدد ۳ و ۱ پر می‌شود:

(حالت اول)

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۲ & ۳ & ۴ & ۱ \\ \hline ③ & ۴ & ۱ & ۲ \\ \hline ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ \hline ۴ & ۱ & ۲ & ۳ \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a=۱ \\ b=۳ \end{cases} \Rightarrow a+b=۴$$

فیزیک

۴۱- گزینه «۳»

(مسام ناری)

در فرایند غنی سازی اورانیم، غلظت ایزوتوپ $^{235}_{92}\text{U}$ افزایش می یابد. بقیه گزینه ها طبق کتاب درسی درست اند.
بررسی گزینه «۱»:

$$^{24}_{11}\text{Na} \rightarrow ^{-1}_1\text{e} + ^A_Z\text{Y} \Rightarrow \begin{cases} A = 24 \\ 11 = Z - 1 \Rightarrow Z = 12 \end{cases}$$

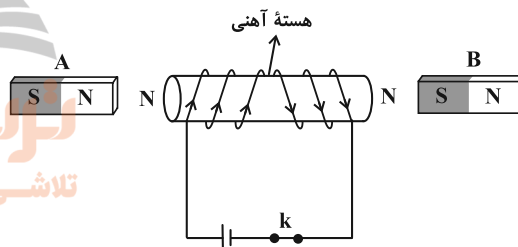
$$\Rightarrow N = A - Z = 12 \text{ نوترون}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته ای؛ صفحه های ۱۴۰، ۱۴۴، ۱۵۰ و ۱۵۲)

۴۲- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

بعد از بستن کلید k، قطب های آهن ربای القایی ایجاد شده مطابق شکل زیر است. لذا نیروی وارد بر آهن ربای A از نوع دافعه و آهن ربای B از نوع جاذبه است.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۹ تا ۱۰۱)

۴۳- گزینه «۲»

(مسام ناری)

تابع کار فلز برابر است با:

$$W_0 = hf_0 = 4 \times 10^{-15} \times 6 \times 10^{14} = 2/4 \text{ eV}$$

حال بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون های گسیل شده را به eV تبدیل کرده و در نهایت f را به دست می آوریم:

$$K_{\max} = 6/4 \times 10^{-20} \text{ J} \times \frac{1 \text{ eV}}{1/6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 0/4 \text{ eV}$$

$$hf = K_{\max} + W_0 \Rightarrow hf = 0/4 \text{ eV} + 2/4 \text{ eV} \Rightarrow hf = 2/8 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow f = \frac{2/8}{4 \times 10^{-15}} = 0/7 \times 10^{15} \text{ Hz} = 7 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

۴۴- گزینه «۳»

(محمود منصوری)

برای ماشین A داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} t = \frac{1}{2} h \\ \text{انرژی مصرفی} = 30 \text{ kJ} \\ \text{انرژی مفید} = 20 \text{ kJ} \end{array} \right\} \Rightarrow Ra_A = \frac{20}{30} \times 100 = 66/6\%$$

$$P_A = \frac{30 \text{ kJ}}{\frac{1}{2} h} = 60 \frac{\text{kJ}}{h}$$

برای ماشین B داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} t = 1 h \\ \text{انرژی مصرفی} = 40 \text{ kJ} \\ \text{انرژی مفید} = 28 \text{ kJ} \end{array} \right\} \Rightarrow Ra_B = \frac{28}{40} \times 100 = 70\%$$

$$P_B = \frac{40 \text{ kJ}}{1 h} = 40 \frac{\text{kJ}}{h}$$

$$Ra_B > Ra_A, \quad P_B < P_A$$

نکته: انرژی مصرفی همان انرژی کل یا ورودی است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه های ۷۳ تا ۷۶)

۴۵- گزینه «۴»

(محمود منصوری)

با توجه به این که بارهای همنام یکدیگر را دفع می کنند و بارهای غیرهمنام همدیگر را جذب می کنند و همچنین با توجه به فاصله بین بارها خواهیم داشت:

برایند نیروهای وارد بر بار A:

$$F_{AB} = F, \quad F_{CA} = \frac{F}{4} \Rightarrow F_{tA} = F + \frac{F}{4} = \frac{5F}{4}$$

برایند نیروهای وارد بر بار B:

$$F_{AB} = F, \quad F_{CB} = F \Rightarrow F_{tB} = F + F = 2F$$

برایند نیروهای وارد بر بار C:

$$F_{AC} = \frac{F}{4}, \quad F_{BC} = F \Rightarrow F_{tC} = F - \frac{F}{4} = \frac{3F}{4}$$

$$F_B > F_A > F_C$$

در نتیجه:

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن؛ صفحه های ۵ تا ۱۰)

۴۶- گزینه «۱»

(معمود منبری)

سرعت متوسط از ابتدای حرکت تا $t = ۷s$ برابر $\frac{m}{s}$ است. بنابراین:

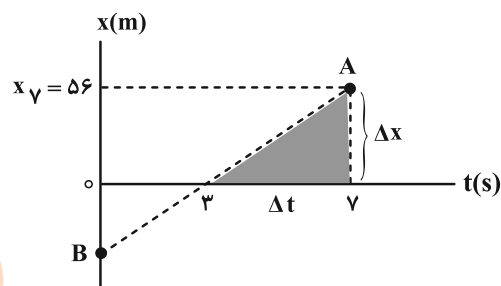
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{m}{s} = \frac{\Delta x}{7} \Rightarrow \Delta x = 56m \Rightarrow x_7 - x_0 = 56m$$

$$\xrightarrow{x_0=0} x_7 = 56m$$

سرعت متحرک در لحظه $t = 7s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن

لحظه یعنی همان شیب پاره خط AB است. برای محاسبه شیب این خط از

مثلث سایه خورده در شکل زیر استفاده می کنیم:



$$v_{t=7s} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{56}{7-0} = 8 \frac{m}{s}$$

همچنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است،

سرعت اولیه متحرک صفر می باشد، بنابراین شتاب متوسط در ۷ ثانیه اول

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8-0}{7-0} = 1.14 \frac{m}{s^2}$$

حرکت برابر است با:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۴ تا ۱۲)

۴۷- گزینه «۴»

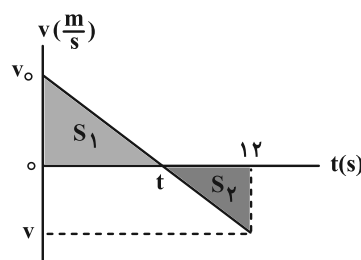
(علیرضا جباری)

متحرک در مبدأ زمان در جهت محور X حرکت می کند. بنابراین سرعت اولیه

آن مثبت است. همچنین چون تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیه اول حرکت از

اندازه سرعت متوسط آن در این ۱۲s بیشتر است، پس متحرک در این مدت

تغییر جهت می دهد و نمودار سرعت- زمان متحرک به صورت زیر است:



مسافت و جابه جایی متحرک در مدت ۱۲s را حساب می کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \frac{10}{3} = \frac{\ell}{12} \Rightarrow \ell = 40m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta x}{12} \Rightarrow \Delta x = 24m$$

اکنون مقادیر S_1 و S_2 را پیدا می کنیم:

$$\begin{cases} S_1 + S_2 = 40 \\ S_1 - S_2 = 24 \end{cases} \Rightarrow 2S_1 = 64 \Rightarrow S_1 = 32, S_2 = 8$$

به کمک نسبت مساحت های دو مثلث متشابه، داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t-0}{12-t}\right)^2 \Rightarrow \frac{32}{8} = \left(\frac{t}{12-t}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{t}{12-t} \Rightarrow t = 8s$$

در پایان با استفاده از مساحت S_2 ، سرعت متحرک در لحظه $t = 12s$ را

$$S_2 = 8 \Rightarrow \frac{(12-8)|v|}{2} = 8 \Rightarrow 4|v| = 16 \Rightarrow |v| = 4$$

به دست می آوریم:

$$\Rightarrow |v| = 4 \frac{m}{s} \xrightarrow{v < 0} \vec{v} = \left(-4 \frac{m}{s}\right) \vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

۴۸- گزینه «۲»

(زهره آقاممدری)

ابتدا جابه جایی اتومبیل را در این بازه محاسبه می کنیم. با استفاده از رابطه

سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{\Delta x}{12} = \frac{10 + 15}{2} \Rightarrow \Delta x = d = 25m$$

اکنون با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی، کار نیروی موتور اتومبیل را

محاسبه می کنیم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ} W_{\text{موتور}} + f_k d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

(مهری شریفی)

۵۰. گزینه «۲»

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\left. \begin{aligned} F &= ma_1 \Rightarrow m = \frac{F}{a_1} \\ F &= Ma_2 \Rightarrow M = \frac{F}{a_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = \sqrt{m^2 + M^2} \times a'$$

$$F = \sqrt{\left(\frac{F}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{F}{a_2}\right)^2} \times a' \Rightarrow 1 = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}{a_1 a_2} \times a'$$

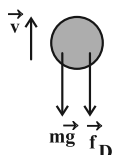
$$a' = \frac{a_1 a_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

(مصطفی کیانی)

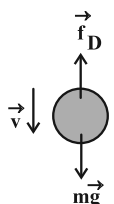
۵۱. گزینه «۳»

به گلوله دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا وارد می‌شود. هنگامی که گلوله به طرف بالا می‌رود، هر دو نیرو رو به پایین و هنگامی که پایین می‌رود، نیروی مقاومت هوا رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین با توجه به شکل‌های زیر و قانون دوم نیوتون، ابتدا شتاب گلوله را در هر مرحله می‌یابیم: (جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم.)



$$F_{net1} = ma_1 \Rightarrow mg + f_D = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \left(g + \frac{f_D}{m}\right)$$



$$F_{net2} = ma_2 \Rightarrow mg - f_D = ma_2$$

$$\Rightarrow a_2 = g - \frac{f_D}{m}$$

اکنون با استفاده از رابطه $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ ، f_D را به صورت زیر می‌یابیم. برای حالت بالا رفتن، تندی اولیه گلوله v_1 و تندی آن در انتهای مسیر صفر است. بنابراین داریم:

$$v^2 = v_1^2 + 2a_1\Delta x \xrightarrow{v=0, v_1=-v_1, \Delta x=-h} 0 = (-v_1)^2 + 2a_1(-h)$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 2a_1 h \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f_k &= 2000 \text{ N}, d = 25 \text{ m}, \cos 18^\circ = -1 \\ m &= 1000 \text{ kg}, v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

$$W_{\text{موتور}} + 2000 \times 25 \times (-1) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (225 - 100)$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 112500 \text{ J}$$

در نتیجه توان متوسط موتور اتومبیل برابر است با:

$$P_{av} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{112500}{2} = 56250 \text{ W} = 56.25 \text{ kW}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵، ۱۶)

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۴۹. گزینه «۱»

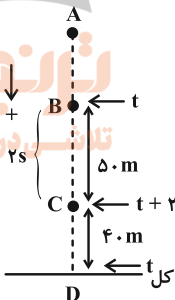
(زهره آقاممیری)

ابتدا با استفاده از معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت گلوله را در نقطه B محاسبه می‌کنیم. با انتخاب جهت مثبت به سمت پایین و

$$\text{فرض کردن مبدأ محور در نقطه A داریم:}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\left. \begin{aligned} y_C &= \frac{1}{2}g(t+\tau)^2 \\ y_B &= \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned} \right\}$$



$$\Rightarrow y_C - y_B = \frac{1}{2}g((t+\tau)^2 - t^2)$$

$$= \frac{1}{2}g(t+\tau-t)(t+\tau+t) = \frac{1}{2}g(\tau)(2t+\tau)$$

$$\xrightarrow{\frac{y_C - y_B = 5.0 \text{ m}}{g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} 5.0 = \frac{1}{2} \times 10 \times \tau \times (2t + \tau) \Rightarrow t = 1/5 \text{ s}$$

$$\Delta y_{CD} = y_D - y_C = \frac{1}{2}g(t_{\text{کل}}^2 - t_C^2)$$

$$\xrightarrow{\frac{\Delta y_{CD} = 4.0 \text{ m}}{t_C = 3/5 \text{ s}}} 4.0 = \frac{1}{2} \times 10 \times (t_{\text{کل}}^2 - (3/5)^2)$$

$$t_{\text{کل}}^2 = 20/25 \Rightarrow t_{\text{کل}} = 2/5 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(علیرضا جباری)

۵۳- گزینه «۲»

ابتدا به کمک معادله مکان- زمان، دوره حرکت را به دست می آوریم:

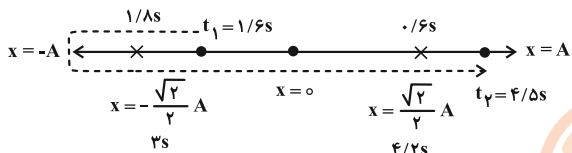
$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos \omega t \\ x &= A \cos \frac{\Delta \pi}{12} t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega = \frac{\Delta \pi}{12} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\Delta \pi}{12} \Rightarrow T = \frac{24}{5} = 4.8 \text{ s}$$

از طرفی می دانیم در یک دوره (T)، انرژی های جنبشی و پتانسیل نوسانگر

در لحظه های $\frac{7T}{8}$ ، $\frac{\Delta T}{8}$ ، $\frac{3T}{8}$ ، $\frac{T}{8}$ با یکدیگر برابر می شوند. (در این

لحظه ها، نوسانگر در مکان $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A$ قرار دارد.)

$$\frac{T}{8} = 0.6 \text{ s}, \quad \frac{3T}{8} = 1.8 \text{ s}, \quad \frac{\Delta T}{8} = 3 \text{ s}, \quad \frac{7T}{8} = 4.2 \text{ s}$$



در بازه هایی که $|x| > \frac{\sqrt{2}}{2} A$ است، انرژی پتانسیل بزرگ تر از انرژی

جنبشی است. در بازه زمانی t_1 تا t_2 داریم:

$$(2 - 1/8) + (4/5 - 4/2) = 1/2 + 0/3 = 1/5 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(محمود منصوری)

۵۴- گزینه «۴»

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow L = \frac{g}{\omega^2} \quad \omega = \Delta \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \rightarrow$$

$$L = \frac{10}{25\pi^2} = \frac{10}{25 \times 10} = \frac{1}{25} \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه های ۶۷ و ۶۸)

(مسلم نادری)

۵۵- گزینه «۳»

کافی است به کمک رابطه $d = vt$ ، اختلاف زمانی دو موج رسیده به عقبرب

را نوشته و در نهایت فاصله طعمه (d) را به دست آوریم:

$$\Delta t = t_T - t_L = \frac{d}{v_T} - \frac{d}{v_L} = d \left(\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_L} \right) = d \left(\frac{v_L - v_T}{v_T v_L} \right)$$

برای حالت پایین رفتن، تندی اولیه گلوله صفر و تندی برخورد آن به زمین

برابر $v = \frac{v_1}{4}$ است. در این حالت داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_y \Delta x \xrightarrow[v_0=0, \Delta x=h]{v=\frac{1}{4}v_1} \frac{1}{16} v_1^2 = 0 + 2a_y h$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 32a_y h \quad (2)$$

با استفاده از رابطه های (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} 2a_y h = 32a_y h \Rightarrow a_1 = 16a_y \xrightarrow{a_1 = g + \frac{f_D}{m}, a_y = g - \frac{f_D}{m}} \rightarrow$$

$$g + \frac{f_D}{m} = 16(g - \frac{f_D}{m}) \Rightarrow g + \frac{f_D}{m} = 16g - \frac{16f_D}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{17f_D}{m} = 15g \xrightarrow[m=0.1 \text{ kg}]{g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \frac{17f_D}{0.1} = 15 \times 10 \Rightarrow f_D = \frac{15}{17} \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۲ تا ۳۷)

(علیرضا جباری)

۵۲- گزینه «۴»

ابتدا فاصله ماهواره ها از مرکز کره زمین را به دست می آوریم:

$$r = R_e + h$$

$$r_A = R_e + h_A \xrightarrow[h_A=6400 \text{ km}]{R_e=6400 \text{ km}} r_A = 2 \times 6400 \text{ km}$$

$$r_B = R_e + h_B \xrightarrow[h_B=12800 \text{ km}]{R_e=6400 \text{ km}} r_B = 6400 + 12800$$

$$= 3 \times 6400 \text{ km}$$

سپس نسبت تندی دو ماهواره را حساب می کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{3 \times 6400}{2 \times 6400}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

اکنون با معلوم بودن نسبت جرم ها و تندی ها می توانیم نسبت تکانه آن ها را

به دست آوریم:

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{m_A v_A}{m_B v_B} \xrightarrow[v_B=\sqrt{2}]{v_A=\sqrt{\frac{3}{2}}} \frac{p_A}{p_B} = \frac{m_A}{2m_B} \times \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3}{8}}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۴۶، ۴۷ و ۵۳ تا ۵۶)

پس طول موج نور در هنگام ورود به محیط شفاف کاهش می یابد:

$$\text{درصد کاهش طول موج} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} \times 100 = \frac{\frac{3}{4}\lambda_1 - \lambda_1}{\lambda_1} \times 100 = -25\%$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۶ و ۹۷)

(امیرامیر میرسعید)

۵۸- گزینه «۳»

همواره بسامد موج ورودی و بازتابی و عبوری برابر است و گزاره (الف) اشتباه است، در عین حال تندی موج فرودی و بازتابی برابر است و تندی موج عبوری کوچک تر از آن ها است و گزاره (ب) صحیح است و نیز طول موج موج فرودی برابر طول موج بازتابی است و از طول موج موج عبوری بیشتر است و گزاره (پ) نیز صحیح است.

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه های ۹۴ تا ۹۶)

(بهنام شاهینی)

۵۹- گزینه «۱»

سومین حالت برانگیخته الکترون هیدروژن، تراز $n = 4$ است. با توجه به

این که انرژی الکترون در تراز n برابر $E_n = -\frac{E_R}{n^2}$ است، داریم:

$$E_1 = E_{n=4} - E_{n=1} = \frac{-E_R}{4^2} - \frac{(-E_R)}{1^2} = \frac{15}{16} E_R$$

انرژی E_2 برابر اختلاف انرژی الکترون دو تراز $n = 3$ و $n = 1$ (دومین حالت برانگیخته) است، داریم:

$$E_2 = E_{n=3} - E_{n=1} = \frac{-E_R}{3^2} - \frac{(-E_R)}{1^2} = \frac{8}{9} E_R$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{8}{9} E_R}{\frac{15}{16} E_R} = \frac{128}{135}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۲۷ و ۱۲۸)

(زهره آقاممیری)

۶۰- گزینه «۱»

$$\begin{cases} N_0 = 10^9 \\ t = 18h \\ N = 12/5 \times 10^7 \end{cases}$$

با توجه به نمودار صورت سؤال داریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 12/5 \times 10^7 = \frac{10^9}{2^n} \Rightarrow 2^n = \frac{10^9}{12/5 \times 10^7} = 8 \Rightarrow n = 3$$

$$\frac{\Delta t = 6ms = 6 \times 10^{-3}s}{v_T = 40 \frac{m}{s}, v_L = 160 \frac{m}{s}} \rightarrow 6 \times 10^{-3} = d \left(\frac{160 - 40}{160 \times 40} \right)$$

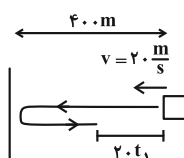
$$\Rightarrow d = 0/32m = 32cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه های ۷۸ و ۷۹)

(محمدر مقرر)

۵۶- گزینه «۲»

چون شخص با تندی ثابت به دیوار نزدیک می شود t_1 ثانیه بعد به اندازه t_1 به دیوار نزدیک می شود و داریم:

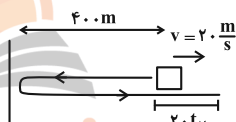


$$L = vt$$

$$400 + (400 - 20t_1) = 340t_1$$

$$t_1 = \frac{800}{360} = \frac{20}{9}s$$

و در حال دور شدن نیز به اندازه t_2 از دیوار دور می شود.



$$L = vt$$

$$\Rightarrow 400 + (400 + 20t_2) = 340t_2$$

$$t_2 = \frac{800}{320} = \frac{5}{2}s$$

$$t_2 - t_1 = \frac{5}{2} - \frac{20}{9} = \frac{5}{18}s$$

(فیزیک ۳- برهم کنش های موج: صفحه ۹۲)

(مهران اسماعیلی)

۵۷- گزینه «۲»

مطابق شکل زیر، چون پرتو نور از هوا وارد محیط شفاف می شود، زاویه شکست کمتر از زاویه تابش است، می توان نوشت:



$$\theta_1 = 53^\circ$$

$$\theta_2 = 53 - 16 = 37^\circ$$

با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \frac{0/6}{0/8} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3}{4}\lambda_1$$

یعنی $18h$ برابر ۳ نیمه عمر و هر نیمه عمر $6h$ است، در نتیجه یک

شبهانه روز ($24h$) معادل ۴ نیمه عمر است.
$$n' = \frac{24}{6} = 4$$

$$N' = \frac{N_0}{2^{n'}} \Rightarrow \frac{N'}{N_0} = \frac{1}{2^{n'}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۶ و ۱۳۷)

گزینه «۴» - ۶۱

(علیرضا جباری)

فرض می‌کنیم شعاع دایره برابر با r باشد و حاصل عبارت $k \frac{q}{r^2}$ را برابر

با E در نظر می‌گیریم. اکنون میدان الکتریکی هر یک از بارها را در مرکز دایره تعیین می‌کنیم.

$$q_1 = q_2 = 3q \Rightarrow E_1 = E_2 = k \times \frac{3q}{r^2} = 3E$$

$$\vec{E}_1 = (3E) \vec{i} , \quad \vec{E}_2 = (3E) \vec{j}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} \rightarrow E_2 = k \times \frac{4q}{r^2} = 4E$$

$$\vec{E}_2 = (-4E) \vec{i}$$

میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = (3E) \vec{i} + (-4E) \vec{i} + 3E \vec{j}$$

$$= (-E) \vec{i} + (3E) \vec{j}$$

$$E_T = \sqrt{E^2 + 9E^2} = E\sqrt{10}$$

در حالت دوم پس از حذف بار q_1 ، میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره را به دست می‌آوریم:

$$\vec{E}' = \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = (-4E) \vec{i} + (3E) \vec{j}$$

$$\Rightarrow E'_T = \sqrt{16E^2 + 9E^2} \Rightarrow E'_T = 5E$$

در پایان نسبت E'_T به E_T را حساب می‌کنیم:

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{5E}{E\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

گزینه «۲» - ۶۲

(مهدی شریفی)

ظرفیت خازن تخت از رابطه مقابل به دست می‌آید:
$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

هنگامی که خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند. با خارج کردن دی‌الکتریک، κ و ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

رابطه ظرفیت خازن با بار و اختلاف پتانسیل
$$C = \frac{q}{V}$$

بار نیز کاهش می‌یابد.
$$\Rightarrow \downarrow C = \frac{q \downarrow}{V \text{ ثابت}}$$

ثابت $U = \frac{1}{2} \downarrow qV$: رابطه انرژی ذخیره شده خازن

انرژی نیز کاهش می‌یابد.

میدان ثابت می‌ماند.
$$E = \frac{V \text{ ثابت}}{d \text{ ثابت}}$$
 : میدان میان صفحات خازن

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

گزینه «۱» - ۶۳

(علیرضا جباری)

با توجه به این که جرم دو سیم با هم برابر است، به کمک رابطه چگالی

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho'_A V_A = \rho'_B V_B$$

می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{V=AL} \rho'_A A_A L_A = \rho'_B A_B L_B$$

$$\xrightarrow{L_A = 1/5 L_B} \rho'_A = 9 \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho'_B = 2/7 \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$9 \times 10^{-2} \times A_A \times 1/5 L_B = 2/7 \times 10^{-2} \times A_B \times L_B$$

$$\Rightarrow 13/5 A_A = 2/7 A_B \Rightarrow A_B = 5 A_A$$

حال با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، می‌توانیم نسبت مقاومت الکتریکی

سیم A به مقاومت الکتریکی سیم B را پیدا کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{A_B = 5 A_A} \xrightarrow{L_A = 1/5 L_B} \frac{R_A}{R_B} = \frac{1/8 \times 10^{-8}}{2/7 \times 10^{-8}} \times \frac{1/5 L_B}{L_B} \times \frac{5 A_A}{A_A}$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{1/8}{2/7} \times 1/5 \times 5 = 5$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای پیرامون مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۶۴- گزینه «۳»

(علیرضا جباری)

با توجه به نمودار و با استفاده از رابطه قانون اهم، نسبت مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{4}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

سپس نسبت جریان‌های الکتریکی دو رسانای A و B را در اختلاف پتانسیل‌های داده شده به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} \xrightarrow{\frac{R_B}{R_A} = \frac{8}{3}, V_A = V, V_B = 3V} \frac{8}{3} = \frac{3V}{V} \times \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{8}{9}$$

اکنون با استفاده از رابطه‌های $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ و $|q| = ne$ می‌توانیم بنویسیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{\Delta q_A}{\Delta q_B} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$

$$\xrightarrow[\frac{\Delta t_A = \Delta t_B = 1 \text{ min}}{|q| = ne}]{\frac{I_A}{I_B} = \frac{n_A e}{n_B e} \times 1} \frac{I_A}{I_B} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{8}{9}$$

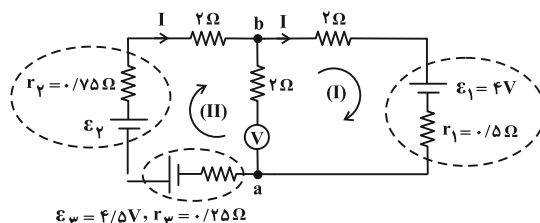
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۶۵- گزینه «۲»

(مسلم نادری)

توجه کنید که چون ولت‌سنج آرمانی است، از شاخه ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند. بنابراین ابتدا در مسیر (I) پتانسیل‌نویسی (قاعده حلقه) را انجام می‌دهیم تا جریان مدار پیدا شود و به جای دو مقاومت موازی 3Ω و 6Ω

معادل آن‌ها یعنی $\frac{6 \times 3}{6 + 3} = 2\Omega$ را قرار می‌دهیم:



$$V_b - 2I - 4 - \frac{1}{2}I = V_a \Rightarrow V_b - V_a - \frac{5}{2}I - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{V_b - V_a = 11/5V} 11/5 - \frac{5}{2}I - 4 = 0 \Rightarrow I = 3A$$

حال در مسیر (II) پتانسیل‌نویسی کرده و $\mathcal{E}_2$ را می‌یابیم:

$$V_a - \frac{1}{4}I + 4/5 + \mathcal{E}_2 - \frac{3}{4}I - 2I = V_b$$

$$\Rightarrow 4/5 + \mathcal{E}_2 - 3I = V_b - V_a \xrightarrow{V_b - V_a = 11/5V, I = 3A}$$

$$4/5 + \mathcal{E}_2 - 3 \times 3 = 11/5 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 16V$$

حال توان خروجی باتری (۲) و توان ورودی باتری (۱) را حساب می‌کنیم و خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = \mathcal{E}_2 I - r_2 I^2 = 16 \times 3 - \frac{3}{4} \times 9 = 41/25 W$$

$$P_1 = \mathcal{E}_1 I + r_1 I^2 = 4 \times 3 + \frac{1}{4} \times 9 = 16/5 W$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{41/25}{16/5} = 2/5$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۴)

۶۶- گزینه «۳»

(زهره آقاممیری)

ابتدا میدان مغناطیسی هر یک از حلقه‌ها را در نقطه O محاسبه می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{2R_1} \xrightarrow{N_1=1, I_1=2A, \mu_0=12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, 2R_1=\text{قطر}=40\text{cm}=0.4\text{m}}$$

$$B_1 = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 \times 2}{0.4} = 6 \times 10^{-6} T$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{2R_2} \xrightarrow{N_2=1, I_2=5A, \mu_0=12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}, 2R_2=\text{قطر}=40\text{cm}=0.4\text{m}}$$

$$B_2 = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 \times 5}{0.4} \Rightarrow B_2 = 15 \times 10^{-6} T$$

با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی در نقطه O

مطابق شکل زیر است. چون این میدان‌ها بر هم عمودند، بزرگی برابری آن‌ها

از رابطه فیثاغورس محاسبه می‌شود:

$$\vec{B}_t = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(6 \times 10^{-6})^2 + (15 \times 10^{-6})^2} = \sqrt{261} \times 10^{-6}$$

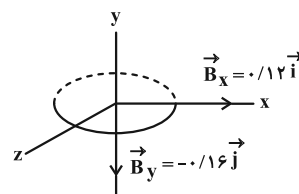
$$\Rightarrow B_t = 3\sqrt{29} \times 10^{-6} T \xrightarrow{1G=10^{-4}T} B_t = 3\sqrt{29} \times 10^{-2} G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

۶۷- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

طبق رابطه شار مغناطیسی $\Phi = AB \cos \theta$ که در آن θ زاویه بین نیم خط عمود بر حلقه و میدان مغناطیسی است. شار مغناطیسی عبوری از حلقه، ناشی از مؤلفه y میدان مغناطیسی است، بنابراین داریم:



$$\Phi = AB_y = \pi r^2 B_y$$

$$\frac{\pi=3, r=0.1m}{B_y=0.16T} \rightarrow \Phi = 3 \times (0.1)^2 \times 0.16 = 0.48 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$\frac{1 \text{ Wb} = 10^{-2} \text{ mWb}}{\rightarrow \Phi = 4.8 \text{ mWb}}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های III و III)

۶۸- گزینه «۱»

(علیرضا بیاری)

ابتدا معادله جریان گذرنده از لامپ را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \xrightarrow{\frac{I_m=4A}{T=\frac{1}{50}s} \Rightarrow T=\frac{1}{50}s}} I = 4 \sin \frac{2\pi}{1} t$$

$$\Rightarrow I = 4 \sin 100\pi t$$

حالا می‌توانیم مقدار جریان را در لحظه $t = \frac{1}{120} \text{ s}$ محاسبه کنیم:

$$I = 4 \sin\left(100\pi \times \frac{1}{120}\right) = 4 \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\frac{\sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}}{\rightarrow I = 4 \times \frac{1}{2} = 2A}$$

در پایان نیز با استفاده از قانون اهم، مقاومت R را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V=120V}{I=2A} \rightarrow R = \frac{120}{2} = 60 \Omega$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۵)

۶۹- گزینه «۳»

(مسلم ندری)

کافی است ابتدا آهنگ افزایش مساحت $\left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)$ لکه روغن را

برحسب $\frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$ حساب کرده و سپس آن را به $\frac{\text{inch}^2}{\text{min}}$ تبدیل کنیم:

$$\text{آهنگ افزایش سطح لکه} = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{10 \text{ mm}^2}{0.8 \text{ s}}$$

$$= 12.5 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}} \times \left(\frac{10^{-1} \text{ cm}}{1 \text{ mm}}\right)^2 \times \left(\frac{1 \text{ inch}}{2.5 \text{ cm}}\right)^2 \times \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right)$$

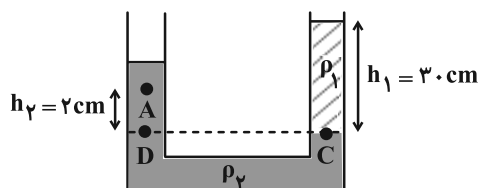
$$= \frac{12.5 \times 10^{-2} \times 60}{2.5 \times 2.5} = 1.2 \frac{\text{inch}^2}{\text{min}}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۷۰- گزینه «۱»

(امیرامیر میرسعید)

مایعی که پایین قرار گرفته چگالی بیشتری دارد و $\rho_2 > \rho_1$ است.



$$P_C = P_D$$

$$\rho_1 g h_1 + P_A = P_D \Rightarrow 1000 \times 10 \times \frac{30}{100} + 10^5 = P_D$$

$$\Rightarrow P_D = 103000 \text{ Pa}$$

$$P_D = P_A + \rho_2 g h_2 \Rightarrow 103000 = P_A + 13600 \times 10 \times \frac{20}{100}$$

$$\Rightarrow 103000 = P_A + 2720 \Rightarrow P_A = 103000 - 2720 = 100280 \text{ Pa}$$

$$P_A = 100.28 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

۷۱- گزینه «۳»

(ریاضی خارج از کشور - ۱۴۰۳)

ابتدا چگالی مخلوط گفته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{\rho_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, V_1 = 400 \text{ mL} = 400 \text{ cm}^3; \rho_2 = 1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, V_2 = 600 \text{ mL} = 600 \text{ cm}^3}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1 \times 400 + 1.2 \times 600}{400 + 600} = 1.12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{فشار پیمانه‌ای: } P_g = \rho g h = 1.12 \times 1000 \times 10 \times \frac{50}{100}$$

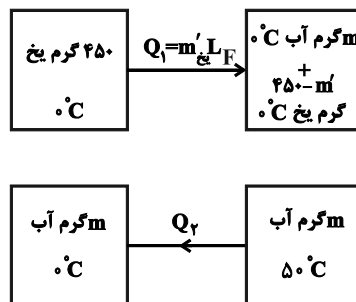
$$= 5600 \text{ Pa} = 5.6 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۷۲- گزینه «۴»

(سراسری ریاضی - ۹۹)

اگر تمام ۴۵۰ گرم یخ صفر درجه سلسیوس بخواهد به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل شود، به ۷۲۰ گرم آب ۵۰°C نیاز داریم که در این حالت مجموع آب صفر درجه سلسیوس ۱۱۷۰ گرم می شود. (چرا؟) چون جرم آب صفر درجه سلسیوس بیان شده در سؤال کمتر از این مقدار است، نشان می دهد که مقداری از یخ صفر درجه سلسیوس آب شده (m') و مقداری از آن باقی مانده (m' - ۴۵۰) و در نهایت مخلوطی از آب و یخ داریم؛ حال اگر جرم آب اضافه شده ۵۰°C را m در نظر بگیریم، در این صورت طبق طرح واره زیر داریم:



$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m' L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} = 0$$

$$\xrightarrow{L_F = 80^\circ \text{C}} m' 80^\circ \text{C}_{\text{آب}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \times (-50) = 0$$

$$\Delta \theta_{\text{آب}} = -50 = -50^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow 8m'_{\text{آب}} = 5m_{\text{آب}} \quad (1)$$

از طرفی مجموع آب اضافه شده و یخ ذوب شده برابر ۵۲۰ گرم است.

$$m_{\text{آب}} + m'_{\text{آب}} = 520 \text{ g} \xrightarrow{(1)} m_{\text{آب}} + \frac{5}{8} m_{\text{آب}} = 520$$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} = \frac{520 \times 8}{13} = 320 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه های ۸۶ تا ۱۰۶)

۷۳- گزینه «۲»

(معمود منصوری)

$$Q = \frac{1}{\rho} K \Rightarrow m c \Delta \theta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{\rho} m v^2 \right)$$

$$v^2 = 4 c \Delta \theta \Rightarrow v^2 = 4 \times 400 \times 400 = 64 \times 10^4 \Rightarrow v = 800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه های ۹۶ تا ۱۰۰ و

کار، انرژی و توان؛ صفحه های ۵۴، ۵۵)

۷۴- گزینه «۱»

(معمود رضا شریفی)

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad P_1 = P_2 + \rho g h, \quad P_2 = P_2$$

$$\frac{(P_2 + \rho g h) \times V_1}{273 + 2} = \frac{10^5 \times 2 / 4 V_1}{273 + 22}$$

$$\Rightarrow \frac{10^5 \times 2 / 4}{300} = \frac{10^5 + 10^3 \times 10 \cdot h}{275}$$

$$10^5 + 10^4 h = 10^3 \times 0 / 8 \times 275 \Rightarrow 10^5 + 10^4 h = 10^3 \times 220$$

$$10 + h = 22 \Rightarrow h = 12 \text{ m}$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما؛ صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۷۵- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

فرایند AB یک فرایند هم دما می باشد که حجم گاز در آن کم شده است، بنابراین

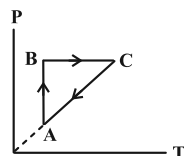
طبق رابطه $PV = nRT$ هنگامی که حجم کم شود، فشار گاز افزایش می یابد.

فرایند BC یک فرایند هم فشار است که دمای گاز در آن افزایش یافته

است، در نتیجه حجم آن نیز افزایش یافته است.

فرایند CA یک فرایند هم حجم است که دمای گاز در آن کم شده است و

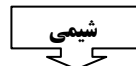
بنابراین طبق رابطه $PV = nRT$ فشار آن نیز کاهش می یابد.



نکته: هرگاه نمودار V-T پادساعتگرد باشد، آن گاه نمودار P-T

ساعتگرد می باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک؛ صفحه های ۱۳۱ تا ۱۴۰)



۷۶- گزینه «۲»

(امین نوری)

این عنصر ${}^{54}_{24}\text{Cr}$ با آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^1$ است.

بررسی هر یک از موارد:

مورد اول: نادرست؛ ۵ زیرلایه پر شده دارد که از الکترون‌های لایه ظرفیت آن ($4e^-$)، ۱ واحد کمتر است.

مورد دوم: درست؛ آرایش الکترونی لایه آخر این عنصر ($4s^1$) با آرایش الکترونی لایه آخر ${}^{63}_{29}\text{Cu}$ که دومین عنصر از جدول است که از قاعده آفا پیروی نمی‌کند، برابر است.

مورد سوم: درست؛ شمار زیرلایه‌های اشغال شده در کروم، برابر ۷ و شمار

زیرلایه‌های نیمه پر در آن برابر ۲ است. پس: $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

مورد چهارم: درست؛ تعداد الکترون لایه ظرفیت این عنصر برابر ۶ است و تعداد عناصری که در دوره ۴، زیرلایه $3d$ پر ندارند، برابر ۱۰ عنصر (Co, Ni).

$\text{Fe}, \text{Mn}, \text{Cr}, \text{V}, \text{Ti}, \text{Sc}, \text{Ca}, \text{K}$ است و نسبت آن‌ها برابر $\frac{6}{10}$ است.

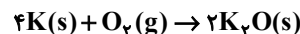
(عناصر Zn, Cu و عناصر دسته p در دوره چهارم، زیرلایه $3d$ پر شده دارند.)

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۷۷- گزینه «۱»

(مفسن مهنوی)

واکنش سوختن پتاسیم به صورت زیر است:



تعداد مول ${}^{39}\text{K}$ که در واکنش سوختن شرکت می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ? \text{ mol } {}^{39}\text{K} &= 188 \text{ g K}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol K}_2\text{O}}{94 \text{ g K}_2\text{O}} \times \frac{4 \text{ mol } {}^{39}\text{K}}{2 \text{ mol K}_2\text{O}} \\ &= 4 \text{ mol } {}^{39}\text{K} \end{aligned}$$

تعداد کل مول‌های پتاسیم در نمونه اولیه برابر است با:

$$3/01 \times 10^{24} \text{ اتم} \times \frac{1 \text{ mol K}}{6/02 \times 10^{23} \text{ K اتم}} = 5 \text{ mol K}$$

بنابراین تعداد مول ${}^{40}\text{K}$ برابر است با: $5 - 4 = 1$

حال به محاسبه جرم اتمی میانگین می‌پردازیم:

$$\bar{M} = \frac{4 \times 39 + 1 \times 40}{5} = 39/2 \text{ amu}$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۹)

۷۸- گزینه «۱»

(غرشید مرادی)

فقط مورد سوم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: تکنسیم برای مدت طولانی قابل نگهداری نیست و هر جا که نیاز باشد، باید تولید و سپس مصرف شود.

مورد دوم: در غنی‌سازی، واکنش هسته‌ای رخ نمی‌دهد و طی آن درصد ایزوتوپ مطلوب افزایش می‌یابد.

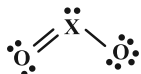
مورد چهارم: تجمع گلوکز معمولی و پرتوزا هیچ تفاوتی در اطراف توده سرطانی با یکدیگر ندارد.

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

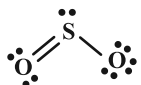
۷۹- گزینه «۲»

(امین نوری)

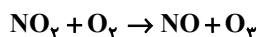
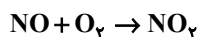
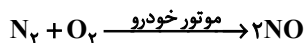
مولکول XO_2 دارای ۳ جفت الکترون پیوندی است پس می‌توان دریافت که یکی از اتم‌های اکسیژن دارای پیوند دوگانه و دیگری دارای پیوند یگانه است. اتم اکسیژن در حالتی که دارای پیوند دوگانه است، ۲ جفت الکترون ناپیوندی و در حالتی که دارای پیوند یک پیوند یگانه است، ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد، پس در این مولکول، ۵ جفت الکترون ناپیوندی مربوط به اتم‌های اکسیژن و ۱ جفت الکترون ناپیوندی دیگر مربوط به اتم X است.



اتم اکسیژن برای هشت‌تایی شدن به $2e^-$ نیاز دارد. هنگامی که یک پیوند یگانه برقرار می‌کند یعنی یک الکترون از اتم دیگر گرفته و یک الکترون را به اشتراک گذاشته است. پس ساختار الکترون- نقطه‌ای X به صورت $:\ddot{\text{X}}:$ است، پس X در گروه ۱۶ قرار دارد. از طرفی عنصری که به صورت بخار در لامپ موجود در خیابان‌ها، بزرگراه‌ها و آزادراه‌ها وجود دارد Na بوده که در دوره ۳ قرار دارد. پس X در دوره ۳ و گروه ۱۶ قرار دارد و در واقع اتم



گوگرد با آرایش الکترون- نقطه‌ای $:\ddot{\text{S}}:$ است.



(۴) نوع بار جزئی S در SO_3 و O در OF_2 یکسان و مثبت می باشد.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۴۹، ۵۰، ۶۵، ۷۵ و ۷۶)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۹ تا ۴۱)

(یاسر راش)

۸۱- گزینه «۲»

قسمت اول: با استفاده از کسرهای تبدیل، مقدار n را به دست می آوریم:

$$\frac{1 \text{ mol } Cu_3(PO_4)_n}{(2(64) + 96n) \text{ g } Cu_3(PO_4)_n} \times \frac{7}{64} \text{ g } Cu_3(PO_4)_n$$

$$\times \frac{3 \text{ mol } Cu^{n+}}{1 \text{ mol } Cu_3(PO_4)_n} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} Cu^{n+}}{1 \text{ mol } Cu^{n+}}$$

$$= 3 / 612 \times 10^{23} Cu^{n+} \Rightarrow n = 2$$

قسمت دوم: فرمول شیمیایی ترکیب یونی مورد نظر به صورت

$Cu_3(PO_4)_2$ است. بنابراین می توان نوشت:

$$? \text{ g } PO_4^{3-} = 9550 \times 10^{-3} \text{ g } Cu_3(PO_4)_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Cu_3(PO_4)_2}{382 \text{ g } Cu_3(PO_4)_2} \times \frac{2 \text{ mol } PO_4^{3-}}{1 \text{ mol } Cu_3(PO_4)_2}$$

$$\times \frac{95 \text{ g } PO_4^{3-}}{1 \text{ mol } PO_4^{3-}} = 4 / 75 \text{ g } PO_4^{3-}$$

در ادامه با استفاده از رابطه ppm می توان نوشت:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow ppm(PO_4^{3-}) = \frac{4 / 75 \text{ g } PO_4^{3-}}{800 \text{ g (محلول)}} \times 10^6 = 5937 / 5$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۲ تا ۹۶)

(رسول عابدینی زواره)

۸۲- گزینه «۱»

مولکول های H_2O و H_2S هر دو از نوع قطبی بوده و در میدان الکتریکی

جهت گیری می کنند. مولکول های H_2O در دمای اتاق مایع اما

مولکول های H_2S در دمای اتاق به صورت گاز هستند. نیروی جاذبه بین

مولکولی غالب در آب از نوع پیوند هیدروژنی است اما H_2S نمی تواند پیوند

هیدروژنی تشکیل دهد. هر دو مولکول در ساختار خود دو جفت الکترون

ناپیوندی دارند.

بار = کل الکترون های پیوندی و ناپیوندی - مجموع عدد یکان گروه عناصر

$$\Rightarrow 6 + x + 6 - 18 = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \begin{cases} \text{گروه ۱۶} \\ \text{دوره ۳} \end{cases} \Rightarrow S$$

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ مولکول SO_3 دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی است، در

حالی که $SOCl_2$ دارای ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی است.



(ب) نادرست؛ گوگرد نافلزی زرد رنگ بوده که فاقد رسانایی گرمایی و

الکتریکی است؛ در حالی که الماس رسانایی گرمایی دارد و رسانایی الکتریکی

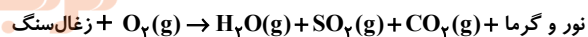
ندارد و یا گرافیت رسانایی الکتریکی دارد و رسانایی گرمایی ندارد. یعنی هیچ

یک از دگرشکل های کربن هر دو خاصیت را با هم ندارند.

(پ) درست؛ عنصر گوگرد با اکسیژن هم گروه است.



(ت) درست



(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۵۳ تا ۵۷، ۷۳ و ۷۴)

(مهمر عظیمیان زواره)

۸۰- گزینه «۴»

بررسی گزینه ها:

(۱) درست؛ آرگون فراوان ترین گاز نجیب در هواکره است و درصد فراوانی آن

در هواکره از مجموع درصد فراوانی دیگر گازهای نجیب هواکره بیشتر است.

(۲) درست؛ عدد اکسایش S در SO_4^{2-} و C در HCN به ترتیب برابر ۶

و ۲ می باشد.



(۳) درست؛ گاز NO خروجی از آگزوز خودروها دارای الکترون جفت نشده

است، در نتیجه یک رادیکال محسوب شده و در واکنش با اکسیژن هوا تولید

اوزون تریوسفری می نماید. NO_2 جزء گازهای آلاینده هواکره است ولی

خروجی آگزوز خودرو نیست.

بررسی موارد نادرست:

CO_2 به دلیل واکنش با آب و همچنین جرم مولی بالاتر نسبت به NO ، در شرایط یکسان به مقدار بیشتری در آب حل می‌شود. گشتاور دوقطبی آب حدود دو برابر گشتاور دوقطبی H_2S است. گشتاور دوقطبی I_2 برابر صفر است. (شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷، ۱۰۶، ۱۰۰، ۹۴، ۱۱۵ و ۱۱۱)

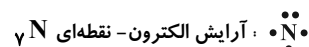
۸۵- گزینه «۳» (امیرمسعود حسینی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) معادل با کربن بوده و با توجه به ترتیب واکنش‌پذیری $\text{Na} > \text{C} > \text{Fe}$ ، واکنش $\text{FeO} + \text{C} \rightarrow \text{Fe} + \text{CO}$ برخلاف واکنش $\text{Na}_2\text{O} + \text{C} \rightarrow \text{Na} + \text{CO}$ به‌طور طبیعی انجام می‌شود.

(۲) عنصر E، فلز است. عنصر نافلزی G پس از C و E بیشترین واکنش‌پذیری را دارد. پس مربوط به عنصر ۸ O بوده و ترکیب آن با فلز است. به صورت GE_2 خواهد بود.

(۳) عنصر نافلزی B پس از A کمترین واکنش‌پذیری را دارد. پس مربوط به عنصر ۷ N است.



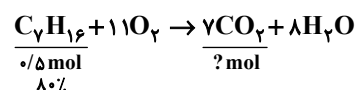
(۴) عنصر فلزی C همان Li ۳ است.

$2 = \text{مجموع } n + l \text{ برای الکترون‌های } 2s^1 \quad 3\text{Li}: 1s^2 2s^1$

(شیمی ۱- کیهان زارگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۵)

(شیمی ۲- قهر هرایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴، ۲۰ و ۲۱)

۸۶- گزینه «۳» (هری بهاری پور)



$$0.5 \text{ mol C}_7\text{H}_{16} \times \frac{80}{100} \times \frac{7 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_{16}}$$

(حاصل از واکنش سوختن) $2/8 \text{ mol CO}_2$



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۳- گزینه «۴» (سعید تیزرو)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) انحلال هر دو نمک گرماگیر بوده (با افزایش دما مقدار انحلال‌پذیری افزایش یافته است) و در نتیجه با انحلال آن‌ها در آب، دمای آب کاهش می‌یابد.

(۲) با توجه به مقادیر ارائه شده، شیب نمودار انحلال‌پذیری سدیم نیترات بیشتر از پتاسیم کلرید بوده و با توجه به عرض از مبدأ بیشتر نمودار سدیم نیترات، این عبارت درست است.

(۳) تفاوت انحلال‌پذیری در دو دما (رسوب تولید شده):

$96 - 80 = 16 \text{ g}$

$$\left. \begin{array}{l} 16 \text{ گرم رسوب در } 196 \text{ گرم محلول} \\ x \text{ گرم رسوب در } 588 \text{ گرم محلول} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 48 \text{ g}$$

۵۴۰ گرم محلول باقی مانده = ۴۸ گرم رسوب - ۵۸۸ گرم محلول

(۴) در ۱۳۶ گرم محلول سیرشده KCl در دمای 30°C ، ۳۶ گرم از آن

وجود دارد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{36 \text{ g نمک}}{136 \text{ g محلول}} = \frac{180 \text{ g نمک}}{680 \text{ g محلول}}$$

$$\Rightarrow 180 \text{ g KCl} \times \frac{1 \text{ mol KCl}}{74.5 \text{ g KCl}} \approx 2.4 \text{ mol K}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۸۴- گزینه «۲» (سعید تیزرو)

درصد جرمی نمک حل شده در آب میان دریاهای نام برده شده در کتاب درسی به صورت «دریای مرده < دریای سرخ > دریای مدیترانه < اقیانوس آرام >» می‌باشد.

از طرفی ترکیبات یونی MgSO_4 ، CaSO_4 و BaSO_4 به ترتیب محلول، کم‌محلول و نامحلول در آب هستند.

نقطه جوش HF از NH_3 و نقطه جوش NH_3 از CH_4 بیشتر است.

۸۸- گزینه «۳»

(امین نوری)

ابتدا به کمک گرمای داده شده و رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، جرم آلومینیم را

$$Q = 7 / 776 \text{ kJ} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 7776 \text{ J} \quad \text{محاسبه می کنیم:}$$

$$c = 0.9 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}, \quad \Delta\theta = 40^\circ \text{C}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 7776 = m \times 0.9 \times 40 \Rightarrow m = 216 \text{ g Al}$$

در ادامه به کمک رابطه چگالی، حجم قطعه آلومینیم را به دست می آوریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow 2 / 7 = \frac{216}{x} \Rightarrow x = \frac{216 \times 10}{27} = 80 \text{ cm}^3 \text{ Al}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۸ تا ۶۰)

۸۹- گزینه «۱»

(مفسر مینونی)

موارد (الف)، (ب) و (ث) نادرست هستند.

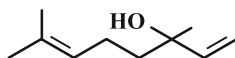
بررسی موارد:

(الف) کیسه های سرمازا حاوی آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) می باشند.

انحلال کلسیم کلرید در آب گرماده و انحلال آمونیوم نیترات در آب گرماگیر است.

(ب) محلول پتاسیم منگنات بنفش نیست، بلکه محلول پتاسیم پرمنگنات بنفش رنگ می باشد که با اسیدهای آلی در دمای بالاتر، سریع تر واکنش می دهد.

(پ) عامل طعم و بوی گشنیز (مولکول زیر) حلقه بنزنی ندارد.



(ت) ارزش سوختن چربی ها ۳۸ کیلوژول بر گرم و ارزش سوختی پروتئین و کربوهیدرات ها ۱۷ کیلوژول بر گرم است.

(ث) پیوندهای $\text{C}=\text{O}$ و $\text{C}-\text{O}$ در چندین ترکیب مختلف (مانند الکل ها و آلدهیدها) می توانند وجود داشته باشند اما پیوند $\text{C} \equiv \text{O}$ ، منحصراً در کربن مونوکسید (CO) قابل مشاهده است. پس استفاده از لفظ میانگین آنتالپی پیوند برای آن مجاز نیست.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۶۷، ۶۸ و ۹۶)

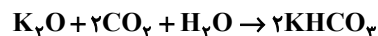
۹۰- گزینه «۲»

(سعید تیزرو)

ابتدا به کمک حجم گاز داده شده در سؤال، آنتالپی واکنش را محاسبه می کنیم:

$$448 \text{ L gas} \times \frac{1 \text{ mol gas}}{22.4 \text{ L gas}} \times \frac{x \text{ kJ}}{1 \text{ mol gas}} = 220 \text{ kJ}$$

$$x = 11 \Rightarrow \Delta H = -11 \text{ kJ} \Rightarrow \text{واکنش گرماده}$$



$$\text{KHCO}_3 = 39 + 1 + 12 + 3 \times 16 = 100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$2 / 8 \text{ mol CO}_2 \times \frac{2 \text{ mol KHCO}_3}{2 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100 \text{ g KHCO}_3}{1 \text{ mol KHCO}_3}$$

نظری 280 g KHCO_3

$$\frac{90}{100} = \frac{\text{عملی}}{\text{نظری}} \Rightarrow \frac{90}{100} = \frac{\text{عملی}}{280}$$

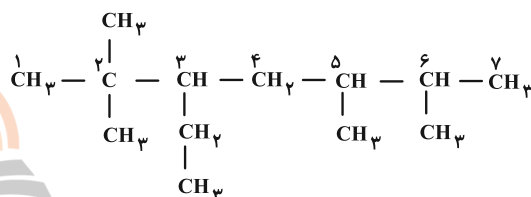
پتاسیم هیدروژن کربنات تولید شده 252 g مقدار عملی

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

۸۷- گزینه «۲»

(مفسر مینونی)

فرمول ساختاری آلکان مورد نظر به صورت زیر می باشد:



بررسی گزینه ها:

(۱) با توجه به شماره گذاری کربن های زنجیره اصلی نام آن

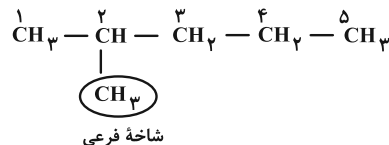
۳- اتیل - ۲، ۵، ۶- تترامتیل هپتان می باشد.

(۲) فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{13}\text{H}_{28}$ است.

$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد پیوندهای کووالانسی} &= \frac{4 \times 13 + 1 \times 28}{2} = 40 \\ \text{مجموع اعداد اکسایش کربن ها} &= 13 \times (-4) + 28 \times (+1) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 40 - 28 = 12$$

$$\Rightarrow 13 \times (-4) = -28 \xrightarrow{\text{قرینه}} 28$$

(۳) با قرار دادن H به جای گروه های متیل این ترکیب، به ترکیب زیر می رسم:



(۴) تعداد اتم های کربن زنجیره اصلی این ترکیب برابر ۷ می باشد.

(۱- هپتن) $\text{C}=\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}$

(۲- هپتن) $\text{C}-\text{C}=\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}$

(۳- هپتن) $\text{C}-\text{C}-\text{C}=\text{C}-\text{C}-\text{C}-\text{C}$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه های ۳۶ تا ۴۲)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۹ تا ۴۱)

بنابراین حالت (II)، ترکیب درصد اجزای واکنش را پس از ۸۰ ثانیه به درستی نمایش می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

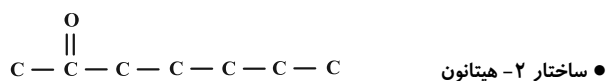
۹۲- گزینه «۱»

(سعی تیزرو)

برای به دست آوردن تعداد پیوندهای اشتراکی در یک مولکول می‌توان از رابطه « $\frac{\text{ظرفیت هر اتم} \times \text{تعداد هر اتم}}{۲}$ » استفاده کرد. برای مثال تعداد

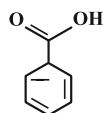
پیوندهای اشتراکی در مولکول با فرمول C_8H_{18} (استیرن) برابر است با:

$$\text{پیوند اشتراکی} = \frac{۸ \times ۴ + ۱۸ \times ۱}{۲} = ۲۰$$

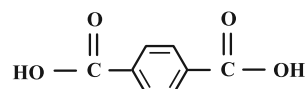


$$\frac{\text{تعداد C-C}}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۶}{۲۲}$$

$$\frac{\text{تعداد C-C}}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۴}{۱۹}$$



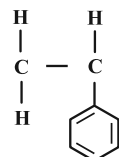
• ساختار بنزواتیک اسید



• ساختار ترفتالیک اسید

$$\frac{\text{تعداد C-C}}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۵}{۲۳}$$

$$\frac{\text{تعداد C-C}}{\text{تعداد کل پیوندها}} = \frac{۴}{۲۰}$$



• ساختار استیرن

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۹۳- گزینه «۳»

(امیرمسعود عسینی)

براساس شکل (۳) در صفحه ۱۰۳ کتاب درسی صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) درشت مولکول‌هایی مانند روغن زیتون جرم و حجم بسیار بیشتری نسبت به کوچک مولکول‌هایی مانند آب دارند. بنابراین نیروهای واندروالسی در درشت مولکول‌ها از پیوند هیدروژنی در کوچک مولکول‌ها (در حالت فیزیکی مشابه) قوی‌تر است.

مطابق با قانون هس، لازم است واکنش (I) را در $(-\frac{1}{۶})$ ، واکنش (II) را

در $(\frac{1}{۳})$ و واکنش (III) را در $(-\frac{1}{۳})$ ضرب کنیم تا به واکنش صورت سؤال برسیم. در ادامه آنتالپی واکنش‌های (I)، (II) و (III) را پس از اعمال تغییرات برابر با آنتالپی واکنش صورت سؤال (که تا پیش از این برابر ۱۱- کیلوژول به دست آوردیم) قرار می‌دهیم. اگر آنتالپی واکنش (I) را برابر x در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$-۱۱ = -\frac{x}{۶} + \frac{1}{۳}(-۲۳) - \frac{1}{۳}(۱۸) \Rightarrow x = -۳۹ \text{ kJ}$$

گرمای آزاد شده در واکنش (I) به ازای مصرف ۶۴۰ گرم Fe_2O_3 :

$$۶۴۰ \text{ g } Fe_2O_3 \times \frac{۱ \text{ mol } Fe_2O_3}{۱۶۰ \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{۳۹ \text{ kJ}}{۲ \text{ mol } Fe_2O_3} = ۵۲ \text{ kJ}$$

(گرمای آزاد شده)

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow m = \frac{Q}{c\Delta\theta} \Rightarrow m = \frac{۵۲ \text{ kJ}}{۴/۲ \times ۵} \approx ۲/۴۸ \text{ kg}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۹۱- گزینه «۴»

(یاسر راش)

ابتدا حساب می‌کنیم که پس از ۸۰ ثانیه، چند مول واکنش‌دهنده (CO) یا (NO) مصرف می‌شود. (با CO پیش می‌رویم).

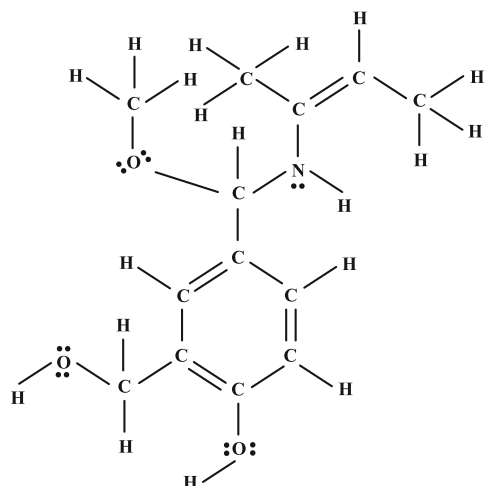
$$? \text{ mol } CO = ۱۴۴ \text{ kJ} \times \frac{۲ \text{ mol } CO}{۷۲۰ \text{ kJ}} = ۰/۴ \text{ mol } CO$$

قسمت اول: با استفاده از مقدار مصرف شده CO ، سرعت متوسط واکنش را در مدت ۸۰ ثانیه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{R}_{(واکنش)} = \frac{\bar{R}_{CO}}{۲} \\ \bar{R}_{CO} = -\frac{\Delta n_{(CO)}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{(واکنش)} = -\frac{\Delta n_{(CO)}}{۲ \times \Delta t (\text{min})} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{(واکنش)} = -\frac{(-۰/۴) \text{ mol}}{۲ \times (۸۰ \text{ s} \times \frac{۱ \text{ min}}{۶۰ \text{ s}})} = ۰/۱۵ \text{ mol} \cdot \text{min}^{-۱}$$

قسمت دوم: مطابق ضرایب استوکیومتری در معادله موازنه شده واکنش، بر اثر مصرف ۰/۴ مول CO ، ۰/۴ مول NO نیز مصرف و به ترتیب ۰/۴ مول CO_2 و ۰/۲ مول N_2 تولید می‌شود. در ابتدا ۵ ذره CO و ۵ ذره NO وجود داشته که ۲ تا از هر یک از آن‌ها مصرف (و ۳ ذره از هر یک از آن‌ها باقی می‌ماند) و ۲ ذره CO_2 و یک ذره N_2 تولید می‌شود.



این ساختار فاقد گروه عاملی آلدهیدی است و دارای یک گروه عاملی اتری، یک گروه عاملی آمینی و دو گروه عاملی هیدروکسیل می‌باشد.
این ترکیب دارای ۴۰ جفت الکترون پیوندی و ۷ جفت الکترون ناپیوندی (هر اکسیژن ۲ جفت و نیتروژن یک جفت) است.

فرمول مولکولی آن $C_{13}H_{19}NO_3$ بوده و تعداد اتم‌های هیدروژن آن (۱۹ عدد) بیش از ۳ برابر تعداد کربن‌های سیکلوهگزان (C_6H_{12}) است.

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه‌های ۷۰، ۷۱ و III)

(رسول عابدینی زواره)

گزینه «۴»

مخلوط آب و الکل نوعی محلول است و ذرات سازنده آن مولکول‌ها هستند و نور را پخش نمی‌کند. (انحلال الکل در آب به صورت مولکولی است).
شیر مخلوطی پایدار (نوعی کلوئید) است. ذرات سازنده کلوئیدها توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت می‌باشد و کلوئیدها جزء مواد ناهمگن هستند.
شربت خاکشیر یک نوع سوسپانسیون است و نور را پخش می‌کند و ذرات سازنده آن ذرات ریز ماده است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۶ و ۷)

(غرشیر مرادی)

گزینه «۲»

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) درست؛ زیرا اسید ضعیف و غلظت‌های اولیه برابر است:

$$\frac{M - M\alpha_{HB}}{M - M\alpha_{HA}} = \frac{1 - \alpha_{HB}}{1 - \alpha_{HA}} = 1/5$$

(۲) قدرت نیروهای بین مولکولی در تفلون از گاز تترافلوئورو اتن بیشتر است.

اما نیروهای بین مولکولی در هر دو از نوع واندروالسی است.

(۴) هر دو واکنش در دما و فشار بالا انجام می‌شوند. دما و فشار لازم برای

فرایند هابر ۴۵۰ درجه سلسیوس و ۲۰۰ اتمسفر است.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴ و ۱۰۶)

۹۴- گزینه «۴» (مفسر مبنوی)

هر چهار مورد صحیح است.

بررسی موارد:

(الف) با توجه به محتوای کتاب درسی از پلی استیرن در ساخت ظروف یکبار مصرف و از پلی اتیلن ترفتالات در ساخت بطری‌های آب معدنی استفاده می‌شود.

(ب) مونومر سازنده پلیمر I، استیرن و دی الکل سازنده پلیمر II، اتیلن گلیکول است.

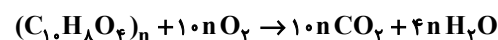
$$\text{استیرن } (C_8H_8) = 8 \times 12 + 8 = 104 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{اتیلن گلیکول } (C_2H_6O_2) = 2 \times 12 + 6 \times 1 + 2 \times 16 = 62 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 104 - 62 = 42 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(پ) گروه عاملی استری در پلیمر II وجود دارد، می‌دانیم ویتامین C هم دارای یک گروه عاملی استری است.

(ت) با توجه به واکنش موازنه شده زیر داریم:



$$\text{پلیمر} \times \frac{4n \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol پلیمر}} = \text{واحد تکرارشونده} ?$$

$$\times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{1 \text{ kg } H_2O}{1000 \text{ g } H_2O} = 288 \text{ kg } H_2O$$

$$\Rightarrow n = 4000 \text{ تعداد واحدهای تکرارشونده}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۶، ۱۰۹، ۱۱۰ و ۱۱۳)

(ممدرضا پوریاویر)

۹۵- گزینه «۴»

ساختار گسترده مولکول داده شده عبارت است از:

با توجه به فرمول باریم هیدروکسید، هر مول از آن دو مول یون هیدروکسید تولید می‌کند:

$$0.15 \text{ mol Ba(OH)}_2 \times \frac{2 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2}$$

$$= 0.3 \text{ mol OH}^-$$

با توجه به خنثی شدن اسید توسط باریم هیدروکسید، مقدار 0.3 mol اسید باقی می‌ماند:

$$0.3 \text{ mol OH}^- - 0.1 \text{ mol اسید} = 0.2 \text{ mol اسید باقی مانده}$$

$$= 0.2 \text{ mol اسید باقی مانده}$$

حال مقدار Ca(OH)_2 لازم برای خنثی کردن این مقدار اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$0.2 \text{ mol اسید} \times \frac{1 \text{ mol OH}^-}{1 \text{ mol اسید}} \times \frac{1 \text{ mol Ca(OH)}_2}{2 \text{ mol OH}^-}$$

$$\times \frac{74 \text{ g Ca(OH)}_2}{1 \text{ mol Ca(OH)}_2} \times \frac{10^6 \text{ g (محلول)}}{518 \text{ g Ca(OH)}_2} \times \frac{1 \text{ kg (محلول)}}{10^3 \text{ g (محلول)}}$$

$$= 5 \text{ kg (محلول)}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸، ۳۰ و ۳۱)

(مفسر مینونی)

گزینه «۱»

بررسی موارد:

الف) با توجه به جدول ۱ صفحه ۲۳ کتاب درسی، ثابت یونش فورمیک اسید بسیار بزرگ‌تر از ثابت یونش هیدروسیانیک اسید می‌باشد و لذا قدرت اسیدی بیشتری دارد. لازم به ذکر است که قدرت اسیدی تابع K_a اسید است.

ب) حاصل‌ضرب $[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-]$ در دمای 25°C برابر 10^{-14} می‌باشد. در مورد دماهای دیگر هم مقدار آن کمتر یا بیشتر می‌شود. اما شیب آن تغییر نمی‌کند و همواره به صورت یک خط افقی می‌باشد.

پ) محلول لوله‌بازکن محتوی NaOH است که یک باز قوی می‌باشد و محلول شیشه پاک‌کن محتوی NH_3 است که یک باز ضعیف است. با توجه به این که خصلت بازی به غلظت OH^- مربوط می‌شود، اگر در یک محلول لوله‌بازکن مقدار بسیار اندکی از NaOH حل شده باشد و در یک محلول شیشه‌پاک‌کن مقدار بسیار زیادی از آمونیاک حل شده باشد. ممکن است غلظت OH^- در محلول لوله‌بازکن از غلظت OH^- در محلول NH_3 کمتر شود و لذا خصلت بازی کمتری داشته باشد.

$$\Rightarrow 1/5 - 1/5 \alpha_{\text{HA}} = 1 - \alpha_{\text{HB}} \xrightarrow{\alpha_{\text{HA}} = 3\alpha_{\text{HB}}} \alpha_{\text{HB}} = \frac{1}{7}$$

(۲) شمار یون‌ها علاوه بر درجه یونش، به غلظت اسید و ظرفیت آن نیز بستگی دارد.

مجموع غلظت یون‌ها در اسید ضعیف تک ظرفیتی: اسید $2M\alpha$



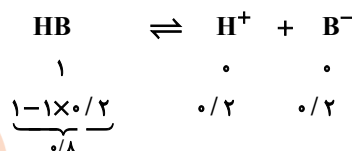
$$\alpha_{\text{HB}} < \alpha_{\text{HA}}$$

یون‌های حاصل از یونش $\text{HA} < \text{HB}$ یون‌های حاصل از یونش HB

$\Rightarrow \text{HB} < \text{HA}$: رسانایی در دما و غلظت یکسان

از طرفی مشخص می‌شود که شمار مولکول‌های یونیده نشده HB بیشتر است.

(۴) HBr یک اسید قوی است و درجه یونش آن ۱ است. پس درجه یونش HA برابر 0.6 و درجه یونش HB برابر 0.2 است.



$$\Rightarrow [\text{H}^+] + [\text{B}^-] = 0.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

گزینه «۴» ۹۸-

ابتدا با توجه به pH و درصد یونش داده شده، مقدار اولیه استیک اسید را در محلول محاسبه می‌کنیم:

$$\text{pH} = x \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-x}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = 2/3, [\text{H}^+] = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times 10^{0.7}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

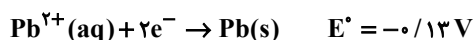
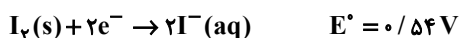
$$\alpha = 20\% = \frac{[\text{H}^+]}{M} \times 100 = \frac{5 \times 10^{-3}}{M} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{CH}_3\text{COOH اولیه} = 0.025 \text{ mol.L}^{-1}$$

حال می‌توان گفت در محلولی به حجم ۴ لیتر، 0.1 mol $4 \times 0.025 = 0.1 \text{ mol}$ استیک اسید وجود دارد. با توجه به اضافه شدن باز به محلول، از مقدار اسید داخل محلول کاسته می‌شود.

$$500 \text{ mL Ba(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ L Ba(OH)}_2}{1000 \text{ mL Ba(OH)}_2}$$

$$\times \frac{0.3 \text{ mol Ba(OH)}_2}{1 \text{ L Ba(OH)}_2} = 0.15 \text{ mol Ba(OH)}_2$$

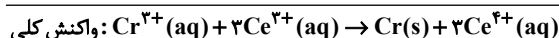
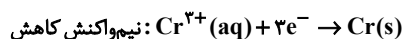
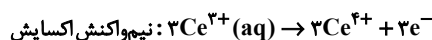


بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ابتدا نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش را می‌نویسیم. نیم‌واکنش اکسایش

را در ۳ ضرب کرده تا ضریب الکترون در دو نیم‌واکنش برابر شود، پس از

جمع دو نیم‌واکنش، واکنش کلی به دست می‌آید.



$$E^{\circ}_{\text{آند}} - E^{\circ}_{\text{کاتد}} = E^{\circ}_{\text{سلول}} \quad \text{سلول «وانادیم-کروم»} \quad (2)$$

$$= E^{\circ}_{(\text{Cr}^{3+}/\text{Cr})} - E^{\circ}_{(\text{V}^{2+}/\text{V})} = -0 / 74 - (-1 / 2) = 0 / 46 \text{ V}$$

$$E^{\circ}_{\text{آند}} - E^{\circ}_{\text{کاتد}} = E^{\circ}_{\text{سلول}} \quad \text{سلول «کروم-سرب»}$$

$$= E^{\circ}_{(\text{Pb}^{2+}/\text{Pb})} - E^{\circ}_{(\text{Cr}^{3+}/\text{Cr})} = -0 / 13 - (-0 / 74) = 0 / 61 \text{ V}$$

$$E^{\circ} \text{ مربوط به } \text{Ce}^{4+}(\text{aq}) \text{ نسبت به } E^{\circ} \text{ مربوط به } \text{Pb}^{2+}(\text{aq}) \quad (4)$$

کوچک‌تر است. بنابراین قدرت اکسندگی $\text{Ce}^{4+}(\text{aq})$ از $\text{Pb}^{2+}(\text{aq})$

کمتر است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۱۰۲- گزینه «۳» (روزبه رضوانی)

بررسی مقایسه‌های نادرست:

مقایسه اول: سیلیسیم به دلیل آنتالپی پیوند کم Si-Si در طبیعت به

صورت خالص یافت نمی‌شود. به عبارت دیگر، پیوند بین اتم‌های سیلیسیم به

اندازه کافی قوی نیست که بتواند در برابر عوامل محیطی پایدار بماند. به

همین دلیل، سیلیسیم در طبیعت بیشتر به صورت ترکیباتی مانند SiO_2

(سیلیس) یافت می‌شود. در این ترکیب، اتم‌های سیلیسیم با اتم‌های اکسیژن

پیوند قوی‌تری برقرار می‌کنند و ساختار پایداری ایجاد می‌کنند.

ت) هر ترکیب قطبی در آب لزوماً یونیده یا تفکیک نمی‌شود. برای مثال شکر در

آب به صورت مولکولی حل می‌شود اما رسانایی الکتریکی آب را زیاد نمی‌کند.

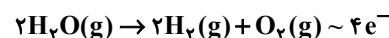
مواد غیرالکترولیت قطبی مثل گلوکز و الکل‌ها، با انحلال در آب رسانایی ایجاد نمی‌کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۳۲)

۱۰۰- گزینه «۴»

(غرشیر مرادی)

۲ دقیقه و ۴۰ ثانیه = ۱۶۰ ثانیه



قسمت اول:

$$\left. \begin{array}{l} 4\text{g H}_2 \\ 32\text{g O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} 36\text{g گاز} \Rightarrow \text{به ازای هر ۲ مول آب}$$

$$? \text{ LH}_2 = 90\text{g (گاز)} \times \frac{4\text{g H}_2}{36\text{g (گاز)}} \times \frac{1\text{mol H}_2}{2\text{g H}_2} \times \frac{22/4\text{L H}_2}{1\text{mol H}_2}$$

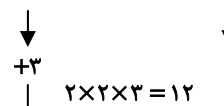
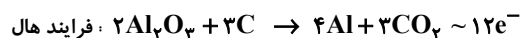
$$= 112\text{L H}_2$$

$$\bar{R}_{\text{H}_2} = \frac{\Delta V_{\text{H}_2}}{\Delta t} = \frac{112\text{L}}{160\text{s}} = 0 / 7 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

$$112\text{L H}_2 \times \frac{1\text{mol H}_2}{22/4\text{L H}_2} \times \frac{4\text{mol e}^{-}}{2\text{mol H}_2}$$

قسمت دوم:

$$= 10\text{mol e}^{-} \quad (\text{مبادله شده})$$



$$10\text{mol e}^{-} \times \frac{4\text{mol Al}}{12\text{mol e}^{-}} \times \frac{27\text{g Al}}{1\text{mol Al}} = 90\text{g Al} \quad (\text{تولید شده})$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵، ۶۱ و ۶۲)

۱۰۱- گزینه «۳»

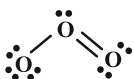
(امیرمسعود حسینی)

ماده سمت چپ از نیم‌واکنش با E° بالاتر با ماده سمت راست از نیم‌واکنش

با E° پایین‌تر به‌طور خودبه‌خودی واکنش می‌دهد. بنابراین $\text{Hg}(\text{l})$ را

برخلاف $\text{I}_2(\text{s})$ می‌توان در ظرفی از جنس $\text{Pb}(\text{s})$ نگهداری کرد.

۴) ماده C گاز اوزون است که در تروپوسفر یک آلاینده و در استراتوسفر مفید و ضروری است و چون اتم مرکزی آن یک جفت الکترون ناپیوندی دارد، مولکولی قطبی محسوب می شود.

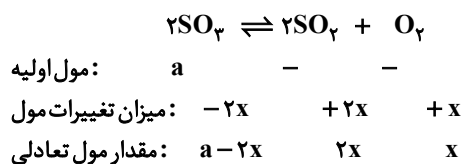


(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر: صفحه های ۹۴ و ۹۵)

(ممد رضا پوریاویر)

۱۰۵- گزینه «۲»

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال، اگر مقدار اولیه گاز SO_3 را a مول در نظر بگیریم، می توان نوشت:



از آنجا که مقدار SO_2 تعادلی برابر با ۴ مول است، می توان مقدار x را به دست آورد:

$$\text{مقدار } SO_2 \text{ تعادلی} = 4 \text{ mol} \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ mol}$$

به این ترتیب با توجه به رابطه ثابت تعادل خواهیم داشت:

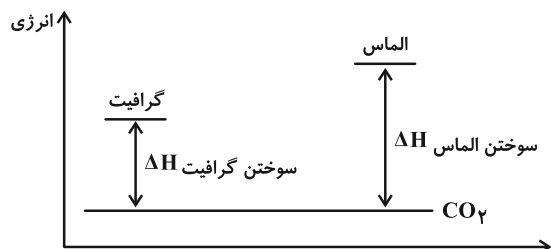
$$K = \frac{[SO_2]^2 [O_2]}{[SO_3]^2} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{\left(\frac{2 \times 2 \text{ mol}}{4 \text{ L}}\right)^2 \left(\frac{2 \text{ mol}}{4 \text{ L}}\right)}{\left(\frac{(a - 2 \times 2) \text{ mol}}{4 \text{ L}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{1 \times \frac{1}{2}}{\left(\frac{a-4}{4}\right)^2} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{4^2}{2(a-4)^2} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{4^2}{(a-4)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{4}{a-4} \Rightarrow 2(a-4) = 12 \Rightarrow a = 10 \text{ mol}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر: صفحه های ۱۰۴ تا ۱۰۹)

مقایسه دوم: سطح انرژی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن یک مول الماس در مقایسه با سوختن یک مول گرافیت، گرمای بیشتری آزاد می شود.



مقایسه چهارم: چگالی الماس از گرافیت بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر: صفحه های ۷۱ و ۷۲)

(ممد رضا پوریاویر)

۱۰۳- گزینه «۱»

در مورد گزینه های «۲» و «۳» باید توجه داشت که آنتالپی فروپاشی شبکه LiF از $NaCl$ و KCl بیشتر است. چراکه هم شعاع کاتیون آن (Li^+) از شعاع کاتیون های Na^+ و K^+ کوچک تر است و هم آنیون آن (F^-) در مقایسه با آنیون Cl^- شعاع کمتری دارد.

در گزینه «۴» نیز با توجه به این که مجموع بار الکتریکی کاتیون و آنیون در CaO ($2+2=4$)، بیشتر از این مجموع در $NaCl$ و KF ($1+1=2$) است، بنابراین آنتالپی فروپاشی شبکه آن نیز باید بیشتر باشد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر: صفحه های ۸۰ تا ۸۳)

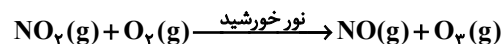
(روزبه رضوانی)

۱۰۴- گزینه «۴»

A، B و C، به ترتیب NO ، NO_2 و O_3 هستند.

بررسی گزینه ها:

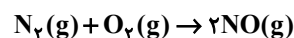
۱) از جدول ساعت ۹ صبح به دلیل انجام واکنش:



غلظت NO_2 کاهش و غلظت O_3 افزایش می یابد.

۲) هوای آلوده، به علت حضور گاز NO_2 به رنگ قهوه ای دیده می شود.

۳) پیدایش گاز NO در موتور خودرو به دلیل واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن در دمای بالای داخل موتور است.





دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد)

۵ اردیبهشت ۱۴۰۴

ریاضی و فیزیک، علوم تجربی، هنر و زبان
تلاشی در مسیر موفقیت

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- گزینه «۴»

(فردین سماقی)

امام صادق (ع) فرمود: «لباس نازک و بدن نما نپوشید؛ زیرا چنین لباسی نشانه سستی و ضعف دینداری فرد است.»

(دین و زندگی، فضیلت آراستگی، صفحه ۱۴۰)

۲۵۲- گزینه «۳»

(مفسر بیاتی)

موارد «الف» و «د» به درستی بیان شده است.

بررسی موارد نادرست:

ب) زنان باید پوشش خود را به گونه‌ای تنظیم کنند که علاوه بر موی سر، گریبان و گردن آن‌ها را هم بپوشاند.

ج) ادعای خانه نشین کردن زنان با نگاه قرآن و سیره پیشوایان دین، ناسازگار است.

(دین و زندگی، زیبایی پوشیدگی، صفحه ۱۴۷، ۱۴۹ و ۱۵۰)

۲۵۳- گزینه «۱»

(فردین سماقی)

مفاد آیه «و من الناس من یتخذ من دون الله انداداً یحبونهم کحب الله (جبهه مخالفان حق) و الذین آمنوا اشدّ حباً لله (محبان حق)» اشاره به رویارویی و تقابل دو جبهه محبان و مخالفان حق دارد.

(دین و زندگی، دوستی با خدا، صفحه ۱۱۳)

۲۵۴- گزینه «۳»

(کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳- رشته ریاضی)

خداوند عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر (ص) ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می‌کند و امام صادق (ع) نیز در این باره می‌فرماید: «ما أحبّ الله من عصاه: کسی که از فرمان خدا سرپیچی می‌کند، او را دوست ندارد.»

(دین و زندگی، دوستی با خدا، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۲۵۵- گزینه «۱»

(فردین سماقی)

حکم حجاب نه تنها سبب کاهش حضور زنان نمی‌شود، بلکه سبب می‌شود تا زن حضوری مطمئن و همراه با امنیت داشته باشد و از نگاه ناهلانی که در جامعه حضور دارند، ایمن باشد.

(دین و زندگی، زیبایی پوشیدگی، صفحه ۱۴۹)

۲۵۶- گزینه «۴»

(میثم هاشمی)

خداوند در آیه ۴۰ سوره بقره می‌فرماید: «به پیمانی که با من بسته‌اید وفا کنید تا من نیز به پیمان شما وفا کنم.» و همچنین یکی از بهترین زمان‌های محاسبه برنامه سالانه خود، شب‌های قدر ماه مبارک رمضان است تا بتوانیم تصمیم‌های بهتری برای آینده بگیریم.

(دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۲)

۲۵۷- گزینه «۴»

(کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳- رشته هنر)

امام صادق (ع) می‌فرماید: «هر کس می‌خواهد بداند آیا نمازش پذیرفته شده یا نه، باید ببیند که نماز، او را از گناه و زشتی بازداشته است یا نه. به هر مقدار که نمازش سبب دوری او از گناه و منکر شود، این نماز قبول شده است.» که این مفهوم در عبارت قرآنی «... إن الصلاة تنهی عن الفحشاء والمنکر ...» نماز از کار زشت و ناپسند بازمی‌دارد ... نیز متجلی است.

(دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۵)

۲۵۸- گزینه «۳»

(کنکور فرهنگیان- ریاضی ۱۴۰۳)

زن و مرد اگرچه در ویژگی‌های انسانی با هم مشترک هستند و خداوند برای هر دو هدف واحدی معین کرده است، اما از جهت «زن‌بودن» و «مردبودن»، یعنی از نظر خصوصیات جسمی با هم متفاوت‌اند. این تفاوت‌ها به گونه‌ای است که هر دو را به هم نیازمند کرده است؛ بدون این که یکی بر دیگری برتری داشته باشد.

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۱۵۰)

۲۵۹- گزینه «۱»

(مرتضی مفسنی کبیر)

نوجوانی و جوانی بهترین زمان برای پاسخ منفی دادن به تمایلات گاه و بی‌گاه است. انسانی که در این دوره سنی به‌سر می‌برد، هنوز به گناه عادت نکرده و خواسته‌های نامشروع در وجود او ریشه‌دار نشده است و به تعبیر پیامبر اکرم (ص) چنین کسی به آسمان نزدیک‌تر است؛ یعنی گرایش به خوبی‌ها در او قوی‌تر است، بنابراین نوجوان و جوان، بهتر از هر آدمی می‌تواند ایستادگی در برابر تمایلات منفی را تمرین کند و عزت نفس خود را تقویت کند.

(دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۱۴۲)

۲۶۰- گزینه «۴»

(میثم هاشمی)

انسان، با رسیدن به سن بلوغ و دوره جوانی وارد مرحله مسئولیت‌پذیری می‌شود و این شایستگی را به دست می‌آورد که مخاطب خداوند قرار گیرد (رد گزینه‌های ۱ و ۲)
جمله «عمل هر کسی عکس‌العملی دارد که قسمتی از آن در این جهان و تمام آن در جهان دیگر ظاهر می‌شود.» اشاره به عدالت نظام هستی دارد (رد گزینه ۳).

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه‌های ۱۵۱ و ۱۵۲)

۲۶۱- گزینه «۱»

(فردین سماقی)

نباید فاصله میان بلوغ جنسی و عقلی با زمان ازدواج زیاد شود و تشکیل خانواده به تأخیر افتد. به همین علت پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده‌اند.

(دین و زندگی، پیوند مقدس، صفحه ۱۵۵)



۲۶۲- گزینه «۴»

(یاسین ساعری)

اگر فردی بخواهد به شیوه‌ای غیر از شیوه‌های مطرح‌شده از سوی دین، یعنی به «شیوه ناصحیح» به نیاز جنسی خود پاسخ دهد، در آن صورت لذت آنی برخاسته از گناه پس از چندی روح و روان فرد را پژمرده می‌کند و شخصیت او را می‌شکند. این گونه اشخاص به جای بازگشت به مسیر درست برای فرار از این پژمردگی به افراط در گناه کشیده می‌شوند؛ اما نمی‌دانند که روحشان مانند تشنه‌ای است که هر چه بیشتر از آب شور دریا می‌نوشد بر تشنگی‌اش افزوده می‌شود و بی‌قراری‌اش شدت می‌یابد.

(دین و زندگی ۲، پیوند مقرر، صفحه ۱۵۶)

۲۶۳- گزینه «۳»

(یاسین ساعری)

پیشوایان ما همواره دختران و پسران را به ازدواج تشویق و ترغیب کرده و از پدران و مادران خواسته‌اند که با کنارگذاشتن رسوم غلط، شرایط لازم را برای آنان فراهم کنند و به‌خاطر پندارهای باطل همچون فراهم‌شدن همه امکانات زندگی، فرزندان خود را به گناه نکشاند و جامعه را گرفتار آسیب نسازند.

(دین و زندگی ۲، پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۵ و ۱۵۶)

۲۶۴- گزینه «۱»

(مرتضی مفسنی کبیر)

«من عمل صالحاً من ذکر او انثی و هو مؤمن فلنجینه حیا طیبه: هر کس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، درحالی که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم.»
خدای تعالی می‌فرماید: «یا ایها الذین آمنوا استجبوا لله و للرسول اذا دعاکم لما یحییکم: ای کسانی که ایمان آورده‌اید! هر گاه خدا و رسول، شما را به چیزی که حیات‌بخش شماست دعوت می‌کنند، بپذیرید.»

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲۶۵- گزینه «۴»

(مرتضی مفسنی کبیر)

بر اساس آیات قرآن کریم، در بهشت، همه به یکدیگر سلام می‌کنند: «أَلَّا قیلاً سلاماً سلاماً»
پیامبر اکرم (ص) مأمور بود که اگر چیزی را نمی‌داند، به آن اذعان کند: «قل إن أدری أقریب ما توعدون أم یجعل له ربی أمداً بگو: من نمی‌دانم که آیا آن‌چه وعده داده می‌شوید نزدیک است، یا پروردگارم برای تحقق آن مدتی [طولانی] قرار می‌دهد.»

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۸۰ و ۹۴)

۲۶۶- گزینه «۲»

(مرتضی مفسنی کبیر)

پیامبر اسلام (ص) بهای آزادی کسانی را که در جنگ اسیر می‌شدند، آموزش خواندن و نوشتن به ده نفر از مسلمانان قرار داد.
علم حقیقی، نگاه انسان را توحیدی می‌کند. در حدیث می‌خوانیم: «ثمره العلم عبادة: ثمره علم، بندگی خداست»

(معارف معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۴ و ۲۶)

۲۶۷- گزینه «۴»

(یاسین ساعری)

آشنایی با مقاومت و صبر دیگران، برای انسان مایه تسلی و دلداری است.
در قرآن می‌خوانیم که تمام انبیا (ع) از سوی برخی مردم تکذیب می‌شدند. «و لقد کذبت رسل من قبلک فصبروا علی ما کذبوا و أودوا حتی أتاهم نصرنا» و همه آن‌ها مورد استهزا قرار گرفتند: «الا کأنوا به یستهزئون»

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه ۱۱۵)

۲۶۸- گزینه «۱»

(مرتضی مفسنی کبیر)

اولین دعای حضرت موسی (ع) پس از مأمورشدن به ارشاد و هدایت مردم از جانب خداوند، این بود که: «رب اشرح لی صدري: پروردگارا سینه‌ام را گشاده گردان.»

(معارف معلمی، صفات معلم، صفحه ۳۳۳)

۲۶۹- گزینه «۲»

(مرتضی مفسنی کبیر)

استادی موفق و محبوب است که انتقاد مصلحانه را بپذیرد؛ چنان‌که در دعای مکارم‌الاخلاق می‌خوانیم: «اللهم وفقنی لطاعة من سددنی و متابعة من ارشدنی: خدایا! مرا به اطاعت و پیروی کسی که مرا به راه سداد و صلاح خواند و هدایت نمود، موفق ساز.»

(معارف معلمی، وظایف معلم، صفحه ۱۰۱)

۲۷۰- گزینه «۱»

(مرتضی مفسنی کبیر)

داشتن صبر و پایداری، رمز موفقیت هر کاری است؛ به ویژه در تعلیم و تربیت و مسائل فرهنگی. خداوند تعالی به پیامبرش دستور صبر می‌دهد: «و لربک فاصبر.»

عده‌ای که تن به کار نمی‌دهند و زیر بار مسئولیت نمی‌روند و پیشرفت‌های کشور خود را نمی‌بینند، اما فقط زبان به مدح کشورهای غربی می‌گشایند و کشور پیشرفته‌ای را بدون کار و وجدان کاری انتظار می‌کشند، خیال‌گرا هستند، پس معلم باید متصف به صفت واقع‌گرا بودن باشد.

(معارف معلمی، صفات معلم، صفحه ۶۱)

هوش و استعداد معلّی

۲۷۱- گزینه ۳»

(مسیر توریان)

کلمات مدنظر به ترتیب متن: نقش - انفعال - روز - سیر

$$6 + 2 + 1 + 2 = 11$$

تعداد نقطه‌ها:

(هوش کلامی)

۲۷۲- گزینه ۳»

(مسیر توریان)

«محدود بودن تصوّر دیگران»، «کمک به زندگی همه انسان‌ها» و «لازم و

ملزوم بودن غم و تنهایی» نادرستی دیگر گزینه‌هاست

(هوش کلامی)

۲۷۳- گزینه ۳»

(عابد کریمی)

عقاب و کرکس و همد پرنده‌اند، ولی خفاش با این که پرواز می‌کند، نه در

دسته پرنده‌گان، بلکه در دسته پستانداران است.

(هوش کلامی)

۲۷۴- گزینه ۴»

(عابد کریمی)

این الگو، بر اساس ترتیب جایگاه‌های حروف کلمه «حسین» و «زیبا» در

جدول الفبا است:

ح: ۸	س: ۱۵	ی: ۳۲	ن: ۲۹
ز: ۱۳	ی: ۳۲	ب: ۲	ا: ۱

(هوش کلامی)

۲۷۵- گزینه ۲»

(عابد کریمی)

$$س: (1+0) + (23+0) + (12+0) + (18+0) = 54$$

$$زوج = 18 + 12 + 23 + 1 = 54$$

$$ظ: (13+13) + (10+10) + (32+0) + (25+0) = 103$$

$$فرد = 25 + 32 + 20 + 26 = 103$$

$$ی: (1+0) + (5+0) + (32+0) + (13+13) + (4+4) = 72$$

$$زوج = 8 + 26 + 32 + 5 + 1 = 72$$

$$م: (5+0) + (32+0) + (1+2) + (24+24) = 88$$

$$زوج = 48 + 3 + 32 + 5 = 88$$

(هوش کلامی)

۲۷۶- گزینه ۳»

(مسیر شمس مهرآباری)

می‌توانیم از کلماتی که حروف مشترک دارند برای به‌دست‌آوردن رمز

تعدادی از حروف استفاده کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} ۲۷۳ = \text{حسین} \\ ۳۱۳ = \text{تحسین} \\ ۲۴۵ = \text{کاوشی} \\ ۲۲۰ = \text{کاشی} \end{array} \right\} \leftarrow \begin{array}{l} ۴۰ = \text{ت} \\ ۲۵ = \text{و} \end{array}$$

عبارت «کشتی ماتادور» شامل حروف ک، ش، ی، ا، ت، م، ا، د، ر، و، است.

پس رمز آن برابر است با:

$$۲۲۰ + ۴۰ + ۴۰ + ۵۳۰ + ۲۵ = ۸۵۵$$

و مادر ت ت کاشی

(هوش کلامی)

۲۷۷- گزینه ۴»

(عمید اصفهانی)

می‌توانیم جدول را رسم و اطلاعات را به این ترتیب به آن اضافه کنیم:

- ۱) شخص دوم که صحبت می‌کند، شخص اول را آقای «کرد» می‌نامد (ب)
- ۲) پس نژاد آقای «کرد»، ترک یا فارس است، چرا که خود او گفته است که نامش با نژادش هماهنگ نیست. (الف - ج)
- ۳) اما نفر دوم نژاد ترک دارد، یعنی آقای کرد از نژاد ترک نیست. (ه - د - و)

نام خانوادگی	نژاد
کرد	فارس
فارس	ترک
ترک	کرد

(هوش کلامی)

۲۷۸- گزینه ۲»

(فاطمه راسخ)

یک جدول می‌کشیم و افراد را در آن مشخص می‌کنیم.

- ۱) فاطمه با ۵ نفر دست داده است، یعنی با همه دست داده است.
- ۲) مینا فقط با ۱ نفر دسته داده است، پس فقط با فاطمه دست داده است.
- ۳) زهرا با ۳ نفر دیگر به‌جز فاطمه دست داده است. طبق خط قبلی، او با مینا دست نداده است، پس با سارا، مریم و نیلوفر دست داده است.
- ۴) مریم فقط با ۲ نفر دست داده است، پس فقط با فاطمه و زهرا دست داده است.
- ۵) نیلوفر باید با ۱ نفر دیگر به‌جز فاطمه و زهرا دست داده باشد، این فرد طبق خط‌های بالا، قطعاً مینا و مریم نیست. پس او با سارا دست داده است.

سارا	فاطمه، زهرا، نیلوفر
مینا	فاطمه
مریم	فاطمه، زهرا
نیلوفر	فاطمه، زهرا، سارا
زهرا	فاطمه، سارا، مریم، نیلوفر
فاطمه	با همه دست داده

پس طبق جدول بالا، سارا با فاطمه، زهرا و نیلوفر دست داده است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۷۹- گزینه «۳»

(فاطمه راسخ)

دقت کنید ما نمی‌دانیم زمانی که شخص با پلیس تماس گرفته است، عقربه دقیقه‌شمار کدام عدد را نشان داده است. اما می‌دانیم این شخص در زمان‌هایی که عقربه دقیقه‌شمار روی عددهای ۴ و ۶ است، یعنی دو بار پشت سر هم، حقیقت را گفته است. پس رنگ سیم اصلی یا سبز است یا زرد:

(۱) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

(۲) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

در حالت اول، عقربه دقیقه‌شمار عددهای زیر را نشان خواهد داد:

(۱) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

۱۲ ۲ ۴ ۶ ۸ ۱۰

و در حالت دوم، این عقربه عددهای زیر را نشان می‌دهد:

(۲) قرمز، زرد، سبز، سبز، زرد، زرد

۸ ۱۰ ۱۲ ۲ ۴ ۶

در حالت اول، نقضی در برنامه نیست ولی در حالت دوم، پاسخ شخص در زمان‌هایی که عقربه عددهای ۴ و ۶ را نشان می‌دهد، با پاسخ او در زمان‌هایی که عقربه عدد ۱۰ را نشان می‌دهد یکسان است، که این با فرض صورت سؤال مخالف است. پس تنها همان حالت نخست باقی می‌ماند و سبز بودن رنگ سیم، قطعی است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۰- گزینه «۳»

(معدی وکی غراغانی)

فهرست روزهای هفته و شیفتهای آنان را می‌نویسیم:

شنبه: حسین، رامان، پارسا

یکشنبه: رامان، امیر، پارسا

دوشنبه: رامان، امیر، محمد

سه‌شنبه: پارسا، حسین

چهارشنبه: حسین

معلوم است که محمد باید روزهای دوشنبه در سالن باشد. امیر هم به جز روز دوشنبه، فقط یکشنبه را دارد، پس یکشنبه‌ها برای امیر است. رامان به جز دوشنبه‌ها و یکشنبه‌ها، فقط شنبه‌ها می‌تواند در سالن باشد، پس شنبه‌ها هم برای رامان است. پارسا نمی‌تواند چهارشنبه‌ها در سالن باشد، پس او سه‌شنبه‌ها در سالن خواهد بود و حسین، چهارشنبه‌ها:

یکشنبه: امیر

شنبه: رامان

سه‌شنبه: پارسا

دوشنبه: محمد

چهارشنبه: حسین

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۱- گزینه «۴»

(فاطمه راسخ)

اسکندر دو نوشابه آورده است، که هر کدام به اندازه دو لقمه کوچک ارزش داشته است. پس ارزش کل خوراکی خورده‌شده، ۱۱ لقمه کوچک است:

$$(2 \times 2) \text{ لقمه کوچک} + 7 \text{ لقمه کوچک} = 2 \text{ نوشابه} + 7 \text{ لقمه کوچک}$$

$$= (7 + 4) = 11$$

پشنگ و چنگیز و اسکندر مقداری یکسان از خوراکی‌ها خورده‌اند، $\frac{11}{3}$ لقمه

هم به هر شخص رسیده است. چنگیز ۷ لقمه کوچک آورده بود، پس به اندازه

$$\frac{10}{3} = \frac{11}{3} - \frac{1}{3} = \frac{21}{3} - \frac{11}{3} = 10 - 7 = 3$$

اسکندر هم ۲ نوشابه آورده بود که به اندازه $2 \times 2 = 4$ لقمه کوچک ارزش

$$\text{داشته است. پس او معادل } \frac{1}{3} = \frac{11}{3} - \frac{12}{3} = \frac{11}{3} - 4 = \frac{11}{3} - 4 \text{ از ارزش آنچه را آورده}$$

است نخورده است. معلوم است که آنچه چنگیز به دو نفر دیگر داده است،

مجموعاً ده برابر آن چیزی است که اسکندر بخشیده است: پس باید از یازده

سکه، ده سکه را به چنگیز داد و یک سکه را به اسکندر.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینه «۲»

(عمیر اصفهانی)

یکان، دهگان و صدگان ارقام تکریمی هستند. یکان نیز صفر نیست. پس

حالات مختلف را که در آن دهگان سه برابر یکان است، دسته‌بندی می‌کنیم:

صدگان	دهگان	یکان
-	۳	۱
-	۶	۲
-	۹	۳
-	۱۲	۴
⋮	⋮	⋮

قابل قبول است.

از این‌جا به بعد درست و پذیرفتنی نیست، چون رقم دهگان باید تک رقمی باشد.

حالا حالاتی را که صدگان پنج واحد از دهگان بیشتر است وارد محاسبات

می‌کنیم:

صدگان	دهگان	یکان
۸	۳	۱
۱۱	۶	۲
⋮	⋮	⋮

قابل قبول است.

از این‌جا به بعد درست و پذیرفتنی نیست، چون رقم دهگان باید تک رقمی باشد.

پس عدد موردنظر ۸۳۱ است. حال دو برابر آن را به‌دست می‌آوریم.

حاصل ضرب ارقام آن را می‌نویسیم:

$$831 \times 2 = 1662 \Rightarrow 1 \times 6 \times 6 \times 2 = 72$$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۳- گزینه «۲»

(فاطمه راسخ)

تاریخ‌هایی که عدد روز و عدد ماه در آن یکسان است، به بدفهمی منجر نمی‌شود: ۱/۱، ۲/۲، ۳/۳، ۴/۴، ۵/۵، ۶/۶
همچنین تاریخ‌هایی که عدد روز آن‌ها از ۱۲ بیشتر است، چرا که مثلاً ۱۳/۱ معنا ندارد:

۱۳/۱ ... ۱۴/۱ ۳۱/۱
۱۳/۲ ... ۱۴/۲ ۳۱/۲
⋮
۱۳/۶ ... ۱۴/۶ ۳۱/۶

در حالت نخست، شش روز هست. در حالت دوم هم، $19 = 13 - 31$
ستون و شش ردیف هست، یعنی $114 = 6 \times 19$ روز. پس مجموعاً
 $120 = 114 + 6$ روز.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۴- گزینه «۲»

(مسین شمس مهرآبادی)

در الگوی صورت سؤال، عددها در مرحله‌ها یکی در میان دو برابر می‌شوند، یا جایگاه آن‌ها برعکس می‌شود:

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$
جابه‌جایی جابه‌جایی جابه‌جایی جابه‌جایی
۶، ۱۲، ۲۱، ۴۲، ۲۴، ۴۸، ۸۴، ۱۶۸

پس اعداد جایگزین علامت سؤال، ۲۱ و ۱۶۸ و اختلاف این دو عدد،
 $147 = 168 - 21$ است.

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۵- گزینه «۱»

(فاطمه راسخ)

هر ردیف از جدول، دنباله‌ای از اعداد هست که به صورت پراکنده قرار گرفته‌اند:

$28 \xrightarrow{+5} 33 \xrightarrow{+5} 38 \xrightarrow{+5} 43$

$13 \xrightarrow{+6} 19 \xrightarrow{+6} 25 \xrightarrow{+6} 31$

$16 \xrightarrow{+7} 23 \xrightarrow{+7} 30 \xrightarrow{+7} 37$

$2 \xrightarrow{+9} 11 \xrightarrow{+9} 20 \xrightarrow{+9} 29$

(هوش منطقی ریاضی)

۲۸۶- گزینه «۳»

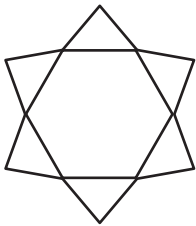
(غرزاد شیرمهرملی)

دو مثلث گوشه‌های مربع الگوی صورت سؤال، در هر اتصال الگو از چپ به راست، خلاف جهت هم به اندازه یک ضلع جابه‌جا می‌شوند و دو مثلث دیگر در مرکز ضلع مربع رسم شده‌اند و در هر مرحله از انتقال، به اندازه یک ضلع، پادساعتگرد، تنها یکی از آن‌ها جابه‌جا می‌شود و دیگری ثابت می‌ماند.

(هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینه «۲»

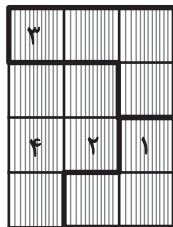
شکل مد نظر:



(هوش غیرکلامی)

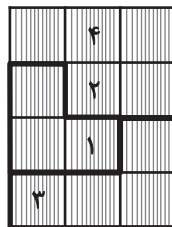
۲۸۸- گزینه «۲»

چیدمان‌های مختلف ممکن:



با این روش چیدمان، عدد ۲ روی دایره رنگی قرار می‌گیرد.

(هوش غیرکلامی)



با این روش چیدمان، عدد ۱ روی دایره رنگی قرار می‌گیرد.

(مهری ونگی قراهنانی)

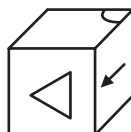
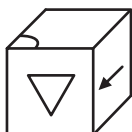
۲۸۹- گزینه «۱»

شکل‌های ۱، ۶ و ۷ هر سه نوعی متوازی‌الاضلاع هستند.
شکل‌های ۲، ۵ و ۹ هر سه شکل‌هایی منتظم هستند.
شکل‌های ۳، ۴ و ۸ نیز شکل‌هایی دایره‌ای دارند.

(هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینه «۳»

به شکل‌های جهت‌دار دقت کنید:



گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴»

گزینه «۳»

(هوش غیرکلامی)