دفترچه پاسخ

آزمون ۳۰ خرداد ۱۴۰۴

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-امیرحسین افشار-بهمن امیدی-علی آزاد-داود بوالحسنی-سعید تن‌آرا-محمدابراهیم توزنده‌جانی روح اله حسنی-طاهر دادستانی-محمد زنگنه-علی سلامت-حمید علیزاده-حامد قاسمیان-کیان کریمی‌خراسانی محمد گودرزی- مهسان گودرزی-مهدی نعمتی
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	عباس الهی-علی ایمانی-روح اله حسنی-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-علیرضا شریف‌خطیبی-احمدرضا فلاح نیلوفر مهدوی
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-علیرضا جباری-محسن سلماسی‌وند بهنام شاهینی-معصومه شریعت‌ناصری-مصطفی کیانی-ادریس محمدی-آراس محمدی-پیام مرادی محمود منصوری-سیده ملیحه میرصالحی-افشین مینو-حسام نادری-ابوالفضل نکومنشی‌نژاد
	شیمی	محمدرضا پورجاوید-سعید تیزرو-علی جعفری-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-امیرمسعود حسینی پیمان خواجوی‌مجد-یاسر راش-روزبه رضوانی-حسین شاهسواری-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی‌زواره محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-محسن مجنونی-فرشید مرادی-شهرزاد معرفت ایزدی هادی مهدی‌زاده-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه و آمارو ریاضیات‌گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب امیرمحمد کریمی مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور بهنام شاهینی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیرمحمد کنگرانی یاسر راش آرش ظریف
ویراستاران رتبه برتر	سیدسپهر متولیان	محمدپارسا سبزه‌ای	سینا صالحی	احسان پنجه‌شاهی فرزاد حلاج‌مقدم
مسئول درس	مهرداد ملوندی	سرژ یقیازاریان تبریزی	حسام نادری	امیرعلی بیات
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین توحیدی
ویراستاران مستندسازی	معصومه صنعت‌کار - احسان میرزینلی-فرشته کمبرانی-مهسا محمدنیا		سجاد بهارلویی ابراهیم نوری سیدکیان مکی	آرمان ستاری محسن دستجردی آتیلا ذاکری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۳»** *(روح‌اله حسنی)*

داریم:

$$\begin{cases}\frac{۸-۲\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}}\times\frac{۲+\sqrt{۲}}{۲+\sqrt{۲}}=\frac{۱۲+۴\sqrt{۲}}{۲}=۶+۲\sqrt{۲}\\ \frac{۲۰+۱۴\sqrt{۲}}{۲+\sqrt{۲}}\times\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}}=\frac{۱۲+۸\sqrt{۲}}{۲}=۶+۴\sqrt{۲}=(۲+\sqrt{۲})^۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow B=۶+۲\sqrt{۲}-\sqrt{(۲+\sqrt{۲})^۲}=۶+۲\sqrt{۲}-۲-\sqrt{۲}=۴+\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow B-۴=\sqrt{۲}\Rightarrow (B-۴)^۲=۲\Rightarrow B^۲-۸B+۱۶=۲$$

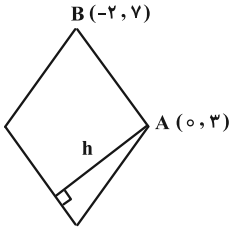
$$\Rightarrow B^۲-۸B=-۱۴$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷)

۲- **گزینهٔ «۳»** *(مهدی نعمتی)*

طبق فرض، طول ضلع لوزی برابر است با:

$$a=AB=\sqrt{(-۲-۰)^۲+(۷-۳)^۲}=۲\sqrt{۵}$$



مطابق شکل، فاصلهٔ نقطهٔ A تا خط $y+۲x+۷=۰$ برابر با طول ارتفاع لوزی است:

$$h=\frac{|۳+۷|}{\sqrt{۵}}=\frac{۱۰}{\sqrt{۵}}$$

در نتیجه مساحت لوزی برابر است با: $S=a\times h=۲\sqrt{۵}\times\frac{۱۰}{\sqrt{۵}}=۲۰$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۳- **گزینهٔ «۴»** *(علی سلامت)*

اگر α و β جواب‌های این معادله باشند آن‌گاه طبق فرض:

$$(m-۱)x^۲-(m+۱)x+۱=۰\Rightarrow\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{m+۱}{m-۱}\\ \alpha\beta=\frac{۱}{m-۱}\end{cases}$$

$$\alpha^۲+\beta^۲+۱=\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}\Rightarrow(\alpha+\beta)^۲-۲\alpha\beta+۱=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow(\frac{m+۱}{m-۱})^۲-\frac{۲}{m-۱}+۱=m+۱\xrightarrow{\times(m-۱)^۲}$$

$$m^۲+۲m+۱-۲m+۲+m^۲-۲m+۱=(m+۱)(m^۲-۲m+۱)$$

$$\Rightarrow ۲m^۲-۲m+۴=m^۳-۲m^۲+m+m^۲-۲m+۱$$

$$\Rightarrow m^۳-۳m^۲+m-۳=۰\Rightarrow m^۲(m-۳)+m-۳=۰$$

$$\Rightarrow (m-۳)(m^۲+۱)=۰\Rightarrow m=۳$$

در نتیجه حاصل‌ضرب جواب‌های معادله برابر است با:

$$\alpha\beta=\frac{۱}{m-۱}=\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۴- **گزینهٔ «۱»** *(علی آزاد)*

برای آن‌که عبارت رادیکالی داده شده به ازای تمام مقادیر x، یک عدد حقیقی باشد، می‌بایست عبارت درجه دوم زیر رادیکال (با فرجهٔ ۲) نامنفی باشد، پس $\Delta\le۰$ و $m+۱>۰$ و همچنین $m\ge۰$:

$$m\ge۰ \quad (۱)$$

$$m+۱>۰\Rightarrow m>-۱ \quad (۲)$$

$$\Delta\le۰\Rightarrow\Delta=(-\sqrt{m})^۲-۴(m+۱)(-m)\le۰$$

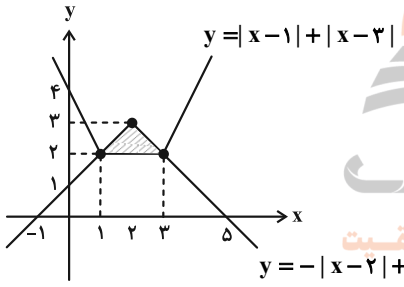
$$\Rightarrow ۴m^۲+۵m\le۰\Rightarrow m(۴m+۵)\le۰\Rightarrow -\frac{۵}{۴}\le m\le۰ \quad (۳)$$

اشتراک روابط ۱، ۲ و ۳ نتیجه می‌دهد که فقط مقدار $m=۰$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۵- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین افشار)*

با رسم نمودارهای دو تابع، ناحیهٔ محصور مشخص می‌شود.



ناحیهٔ محدود به دو نمودار، یک مثلث است که مساحت آن برابر می‌شود با:

$$S=\frac{\text{ارتفاع}\times\text{قاعده}}{۲}=\frac{۲\times۱}{۲}=۱$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد گودرزی)*

از فرض $\alpha>m>۰$ نتیجه می‌گیریم: $\alpha^۲+m>۰$ و $\alpha+m^۲>۰$

اکنون دو طرف معادله را به توان ۲ می‌رسانیم و جواب معادله را به دست می‌آوریم:

$$x+m^۲=\sqrt{x^۲+m}\Rightarrow x^۲+۲m^۲x+m^۴=x^۲+m$$

$$\Rightarrow ۲m^۲x=m-m^۴\xrightarrow{+m}۲mx=۱-m^۳$$

$$\Rightarrow x=\frac{۱-m^۳}{۲m}$$

بنابراین معادله تنها جواب $\alpha=\frac{۱-m^۳}{۲m}$ را دارد و باید $\alpha>m>۰$ باشد:

$$\alpha>m\Rightarrow\frac{۱-m^۳}{۲m}>m\xrightarrow{m>۰}۱-m^۳>۲m^۲$$

$$\Rightarrow m^۳+۲m^۲-۱<۰\Rightarrow m^۳+m^۲+m^۲-۱<۰$$

$$\Rightarrow m^{۲}(m+۱)+(m+۱)(m-۱)<۰ \Rightarrow \overbrace{(m+۱)}^{\text{مثبت}}(m^{۲}+m-۱)<۰$$

$$\Rightarrow m^{۲}+m-۱<۰$$

m	$-\infty$		$\frac{-۱-\sqrt{۵}}{۲}$		$\frac{-۱+\sqrt{۵}}{۲}$		$+\infty$
$m^{۲}+m-۱$		$+$	۰	$-$	۰	$+$	

$$\Rightarrow m \in (\frac{-۱-\sqrt{۵}}{۲}, \frac{-۱+\sqrt{۵}}{۲})$$

چون $m>۰$، نتیجه می‌گیریم $m \in (۰, \frac{-۱+\sqrt{۵}}{۲})$.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۷- **گزینهٔ «۴»** (محمد زنگنه)

از $g^{-۱}(f(a))=۳$ نتیجه می‌شود $f(a)=g(۳)$، پس طبق فرض:

$$(۳,-۲) \in g \Rightarrow f(a)=-۲$$

مقادیر تابع f به ازای $x \geq ۰$، نامنفی و به ازای $x<۰$، منفی است، پس از $f(a)=-۲$ نتیجه می‌شود که $a<۰$ و داریم:

$$f(a)=-\sqrt{-a}=-۲ \Rightarrow a=-۴$$

در نتیجه: $f(۱-\frac{a}{۲})=f(۳)=\sqrt{۳}$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ و ۶۷)

۸- **گزینهٔ «۲»** (کاظم اجلالی)

ابتدا توجه کنید که: $f(f(x))=f(x)-۳[f(x)]$

می‌دانیم به ازای $k \in \mathbb{Z}$ داریم $[x+k]=[x]+k$، پس:

$$f(f(x))=(x-۳[x])-۳[x-۳[x]]$$

$$=x-۳[x]-۳[x]+۹[x]=x+۳[x]$$

در نتیجه: $f(f(x))-x=۳[x]$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۹- **گزینهٔ «۲»** (حمید علیزاده)

چون هر روز ۶۰ درصد از داروی مانده در بدن نوزاد دفع می‌شود بنابراین مقدار مانده در هر روز ۴۰ درصد است. پس:

$$m(t)=m(\frac{۴۰}{۱۰۰})^{t} \Rightarrow ۷۵\times۱۰^{-۷}=۷/۵(\frac{۲}{۵})^{t}$$

$$\Rightarrow \frac{۷۵\times۱۰^{-۷}}{۷/۵}=(\frac{۲}{۵})^{t} \Rightarrow (\frac{۲}{۵})^{t}=۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow \log(\frac{۲}{۵})^{t}=\log ۱۰^{-۶} \Rightarrow t(\log ۲-\log ۵)=-۶$$

$$\Rightarrow t=\frac{-۶}{۰/۳-۰/۷}=\frac{-۶}{-۰/۴}=۱۵ \text{ روز}$$

توجه:

$$\log ۵=\log \frac{۱۰}{۲}=\log ۱۰-\log ۲=۱-\log ۲ \simeq ۱-۰/۳=۰/۷$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** (محمد گودرزی)

با توجه به نمودار، $f(۱)=۱$، $f(۳)=۵$ و $b>۱$، بنابراین:

$$\begin{cases} f(۱)=۱ \Rightarrow a\overbrace{\log_{b}^{۱}}^{۰}+c=۱ \Rightarrow c=۱ \\ f(۳)=۵ \Rightarrow a\log_{b}^{۳}+۱=۵ \Rightarrow \log_{b}^{۳^{a}}=۴ \Rightarrow ۳^{a}=b^{۴} \end{cases}$$

طبق فرض $f(۳^{a})<۸$، بنابراین $f(b^{۴})<۸$، یعنی:

$$a\log_{b}^{b^{۴}}+۱<۸ \Rightarrow ۴a+۱<۸ \Rightarrow ۴a<۷ \Rightarrow a<\frac{۷}{۴} \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a=۱$$

$$f(\frac{a}{b})=f(\frac{۱}{b})=۱\times\log_{b}^{\frac{۱}{b}}+۱=(-۱)+۱=۰$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۵)

۱۱- **گزینهٔ «۲»** (بهمن امیری)

عبارت مثلثاتی مورد نظر را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$A=\sin\frac{۳۳\pi}{۸}.\sin\frac{۱۱\pi}{۸}+\cos^{۲}\frac{\pi}{۸}$$

$$A=\sin(\frac{۳۲\pi+\pi}{۸})\sin(\frac{۱۲\pi-\pi}{۸})+\frac{۱+\cos\frac{\pi}{۴}}{۲}$$

$$A=\sin(۴\pi+\frac{\pi}{۸})\sin(\frac{۳\pi}{۲}-\frac{\pi}{۸})+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\cos\frac{\pi}{۴}$$

$$A=\sin\frac{\pi}{۸}(-\cos\frac{\pi}{۸})+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\cos\frac{\pi}{۴}$$

$$A=-\frac{۱}{۲}\sin\frac{\pi}{۴}+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\cos\frac{\pi}{۴}=-\frac{\sqrt{۲}}{۴}+\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۲}}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

توجه:

$$\begin{cases} \cos^{۲}\theta=\frac{۱+\cos ۲\theta}{۲} \\ \sin\theta\cos\theta=\frac{۱}{۲}\sin ۲\theta \end{cases}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

بانک تلاشی در مسیر موفقیت

۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(طاهر دادستانی)*

تابع داده شده باید در $x=0$ پیوسته و در $x=1$ پیوستگی چپ داشته باشد.

$$\begin{cases} f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(ax^2+a)=a \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}([-\frac{x}{2}]-b)=[0^-]-b=-1-b \end{cases} \Rightarrow a=-1-b$$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}([-\frac{1}{2}]-b)=[-\frac{1}{2}]-b=-1-b \\ f(1)=2(1)-|1|=2-1=1 \end{cases} \Rightarrow -1-b=1$$

از حل معادلات به دست آمده به مقادیر $a=1$ و $b=-2$ می‌رسیم، بنابراین $a-b=1+2=3$.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدابراهیم توزنده‌جانی)*

انتقال‌های بیان شده در صورت سوال را در مورد تابع f اجرا می‌کنیم:

$$f(x)=2|x+3|-4 \xrightarrow[(x\to x-2)]{\text{۲ واحد به راست}}$$

$$y=2|x-2+3|-4=2|x+1|-4 \xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}}$$

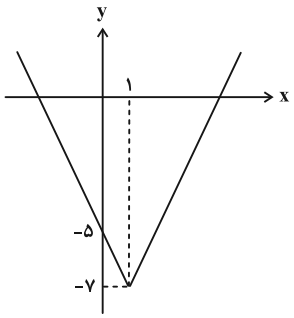
$$y=2|x+1|-4-3=2|x+1|-7 \xrightarrow[(x\to -x)]{\text{قرینه نسبت به محور y ها}}$$

$$y=2|-x+1|-7$$

ضابطهٔ تابع نهایی $g(x)=2|x-1|-7$ است. داریم:

$$g(x)=\begin{cases} 2(x-1)-7=2x-9 & , \quad x\geq 1 \\ 2(1-x)-7=-2x-5 & , \quad x<1 \end{cases}$$

نمودار تابع حاصل به صورت زیر است:



تابع g روی بازهٔ $(-\infty\ ,\ 1]$ یا هر زیرمجموعه از آن اکیداً نزولی است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰ و ۱۵ تا ۱۸)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تن‌آرا)*

از روی نمودار داریم $f(0)=-2$، در نتیجه $b=-2$.

از طرفی نصف دورهٔ تناوب برابر $\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ می‌باشد بنابراین $T=\frac{2}{3}$.

می‌دانیم در تابع $f(x)=a\sin bx+c$ رابطهٔ $|b|=\frac{2\pi}{T}$ برقرار است بنابراین $|a|=\frac{2\pi}{\frac{2}{3}}=3\pi$ و لذا $a=\pm 3\pi$.

با فرض هر دو حالت داریم: $f(x)=3\sin 3\pi x-2$

در نتیجه: $f(\frac{13}{18})=3\sin(3\pi(\frac{13}{18}))-2$

$$=3\sin(\frac{13}{6}\pi)-2=3\sin(2\pi+\frac{\pi}{6})-2=3(\frac{1}{2})-2=-\frac{1}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(حامد قاسمیان)*

می‌دانیم: $x+\frac{3\pi}{8}=\frac{\pi}{2}+(x-\frac{\pi}{8})$

$$\Rightarrow \cos(x+\frac{3\pi}{8})=\cos(\frac{\pi}{2}+(x-\frac{\pi}{8}))=-\sin(x-\frac{\pi}{8})$$

پس معادلهٔ مورد نظر به صورت زیر می‌شود:

$$-\sin(x-\frac{\pi}{8})\cos(x-\frac{\pi}{8})=\frac{1}{2} \xrightarrow{\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha}$$

$$-\frac{1}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}\Rightarrow \sin(2x-\frac{\pi}{4})=-1$$

$$\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{8}$$

در بازهٔ $[0\ ,\ 2\pi]$ جواب‌ها $\pi-\frac{\pi}{8}$ و $2\pi-\frac{\pi}{8}$ می‌باشد که مجموع آن‌ها $\frac{11\pi}{4}$ می‌شود.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی آزاد)*

ابتدا بازهٔ $[a\ ,\ b]$ را می‌یابیم.

$$f(x)=x^4-2x^2-3\Rightarrow f'(x)=\underbrace{4x^3-4x}_{4x(x^2-1)}=0$$

$\Rightarrow$ نقاط بحرانی: $x=0\ ,\ \pm 1$

x		-1		0		1	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
f	↘		↗		↘		↗

طبق فرض $D_f=(-\infty\ ,\ 0]$، پس $[a\ ,\ b]=[-1\ ,\ 0]$ و داریم:

آهنگ متوسط تغییر f روی $[-1\ ,\ 0]=\frac{f(0)-f(-1)}{0-(-1)}$

$$=\frac{-3-(-4)}{1}=1$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای f: $f'(x)=4x^3-4x$

$$\Rightarrow f'(\frac{a}{2})=f'(-\frac{1}{2})=4(-\frac{1}{2})^3-4(-\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow f'(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}+2=\frac{3}{2}$$

مقدار خواسته شده برابر $\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$ است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰ + کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

تلاشی در مسیر موفقیت

۱۷- **گزینهٔ «۳»** (داود بوالحسنی)

توجه: ۱) تابع $g(x)=|u(x)|$ در ریشه‌های سادهٔ $u(x)=0$، مشتق‌ناپذیر است.

۲) تابع $h(x)=(x-\alpha)|x-\alpha|$ در $x=\alpha$ مشتق‌پذیر است.

ضابطهٔ تابع f به صورت زیر می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}|x^2-2x| & , x\geq 1\\ x|x^2+2x|-2 & , x<1\end{cases}$$

تابع $h(x)=|x^2-2x|$، در ریشه‌های سادهٔ $x^2-2x=0$، مشتق‌ناپذیر است، یعنی در نقاط $x=0$ و $x=2$؛ اما توجه کنید که $x=0$ در دامنهٔ ضابطهٔ اول تابع نیست، پس طول نقطهٔ مشتق‌ناپذیری ضابطهٔ اول $x=2$ است.

همچنین تابع $g(x)=x|x^2+2x|-2$ فقط در $x=-2$ مشتق‌ناپذیر است. در نقطهٔ مرزی $x=1$ باید مشتق چپ و راست را محاسبه کنیم (تابع در $x=1$ پیوسته است):

$$f'_+(1)=\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{|x^2-2x|-1}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{2x-x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{-(x-1)^2}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}-(x-1)=0$$

$$f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{(x|x^2+2x|-2)-1}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{x^3+2x^2-3}{x-1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{HOP}}\lim_{x\to 1^-}\frac{3x^2+4x}{1}=7$$

پس $x=1$ نیز نقطهٔ مشتق‌ناپذیری تابع است. پس مجموعه طول نقاط مشتق‌ناپذیری $\{2,1,-2\}$ است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۱۸- **گزینهٔ «۱»** (مهسان کوزری)

ابتدا مجانب‌های افقی و قائم تابع f را می‌یابیم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-x^2}{x^2}=-1\Rightarrow \text{مجانب افقی}: y=-1\\ (x+1)^2=0\Rightarrow \text{مجانب قائم}: x=-1 \text{ : مخرج}\end{cases}$$

در نتیجه $A(-1,-1)$ نقطهٔ تلاقی دو مجانب تابع f است. برای به دست آوردن نقطهٔ ماکزیمم نسبی f، مشتق تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{(2-2x)(x+1)^2-2(x+1)(2x-x^2+1)}{(x+1)^4}$$

$$=\frac{(2-2x)(x+1)-2(2x-x^2+1)}{(x+1)^3}=\frac{-4x}{(x+1)^3}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=0}-4x=0\Rightarrow x=0$$ (طول نقطهٔ max نسبی)

عرض نقطهٔ max نسبی تابع f برابر است با: $f(0)=1$

پس $M(0,1)$ نقطهٔ max نسبی تابع f است و داریم:

$$AM=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (کیان کریمی‌خراسانی)

مجموع مساحت‌های دو مثلث ABC و ACD را تابع $f(\theta)$ می‌گیریم:

$$f(\theta)=\frac{2\times 3\times\sin(90^\circ-\theta)}{2}+\frac{1\times 3\times\sin 2\theta}{2}=3\cos\theta+\frac{3}{2}\sin 2\theta$$

$$\Rightarrow f'(\theta)=-3\sin\theta+3\cos 2\theta\xrightarrow{f'(\theta)=0}\cos 2\theta=\sin\theta$$

با توجه به رابطهٔ $\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$، تساوی اخیر به معادلهٔ زیر تبدیل می‌شود:

$$\underbrace{2\sin^2\theta+\sin\theta-1}_{(2\sin\theta-1)(\sin\theta+1)}=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin\theta=\frac{1}{2}\xrightarrow{0<\theta<90^\circ}\theta=\frac{\pi}{6}\\ \sin\theta=-1\xrightarrow{0<\theta<90^\circ}\text{فاقد جواب}\end{cases}$$

به ازای $\theta=\frac{\pi}{6}$، مساحت چهارضلعی ABCD حداکثر مقدار ممکن خواهد شد.

توجه: هر دو زاویهٔ 2θ و $90^\circ-\theta$ باید مثبت باشند، پس نتیجه می‌شود $0<\theta<90^\circ$.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** (روح‌اله حسنی)

چون $D_f=[-1,3]$ پس: $-x^2+ax+b\geq 0\Leftrightarrow -1\leq x\leq 3$

بنابراین: $-x^2+ax+b=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$

پس $a=2$ و $b=3$، بنابراین: $f(x)=2x+\sqrt{-x^2+2x+3}$

برای یافتن طول نقطهٔ ماکزیمم تابع، مشتق تابع را می‌گیریم:

$$f'(x)=2+\frac{-2x+2}{2\sqrt{-x^2+2x+3}}=0\Rightarrow\frac{x-1}{\sqrt{-x^2+2x+3}}=2$$

از معادلهٔ اخیر نتیجه می‌شود که $x-1>0$، پس $x>1$؛ حال طرفین معادله را به توان ۲ رسانده و آن را حل می‌کنیم:

$$\frac{x^2-2x+1}{-x^2+2x+3}=4\Rightarrow x^2-2x+1=-4x^2+8x+12$$

$$\Rightarrow 5x^2-10x-11=0$$

$$\begin{cases}x=\frac{5-4\sqrt{5}}{5} & (\text{غیرقابل‌قبول است، چون باید } x>1 \text{ باشد.})\\ x=\frac{5+4\sqrt{5}}{5}\end{cases}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABH و AEH' متشابه‌اند:

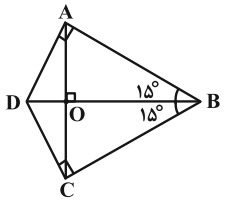
$$\begin{cases}\hat{H}=\hat{H}'=90^\circ\\ \hat{A}=\hat{A}\end{cases}\xrightarrow{zz}\overset{\Delta}{ABH}\sim\overset{\Delta}{AEH'}$$

$$\Rightarrow\frac{BH}{EH'}=\frac{\overbrace{AC-BC}^{AB}}{\underbrace{AE}_{AD+DE}}\Rightarrow\frac{BH}{EH'}=\frac{5}{11}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

با رسم قطر BD، دو مثلث قائم‌الزاویهٔ همنهشت ABD و BDC ایجاد می‌شود.



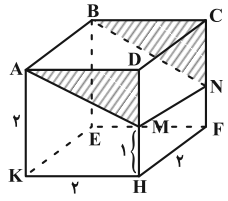
در کایت، قطرها برهم عمودند، پس در مثلث ABD، AO ارتفاع وارد بر وتر می‌شود و چون $A\hat{B}D=15^\circ$، بنابراین طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر بوده و در نتیجه با فرض $AO=x$، $BD=4x$ خواهد بود. از طرفی مساحت کایت دو برابر مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD است، بنابراین:

$$\begin{cases}S_{ABD}=\frac{1}{2}S_{ABCD}=16\\ S_{ABD}=\frac{1}{2}AO\times BD=\frac{1}{2}(x)(4x)=2x^2\end{cases}\Rightarrow 2x^2=16$$

$$\Rightarrow x^2=8\Rightarrow x=2\sqrt{2}\Rightarrow AC=2x=4\sqrt{2}$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۴، ۶۵ و ۷۲)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*



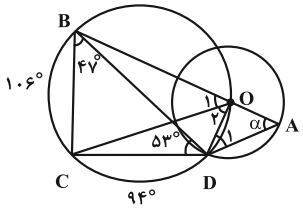
بدیهی است که منشور با قاعدهٔ $\overset{\Delta}{MDA}$ (قاعده‌های هاشورخورده) حجم کمتری دارد. حجم منشور باقی‌مانده با قاعدهٔ $AMHK$ را محاسبه می‌کنیم:

$$V=\underbrace{S_{AMHK}}_{\text{ذوزنقه}}\times\overbrace{FH}^{\text{ارتفاع}}=(\frac{1}{2}(1+2)\times 2)\times 2=6$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا فلاح)*

مرکز O را به نقطهٔ D وصل می‌کنیم.



زوایای محاطی $\hat{O}_1$ و $B\hat{D}C$ روبه‌روی یک کمان هستند، پس:

$$\hat{O}_1=B\hat{D}C=53^\circ$$

به طریق مشابه:

$$\hat{O}_2=C\hat{B}D=47^\circ$$

از طرفی $OA=OD$ (هر دو شعاع دایره کوچک هستند.) پس $\hat{D}_1=\alpha$؛

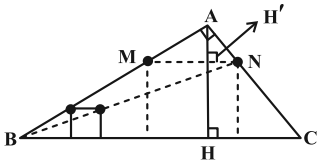
هم‌چنین می‌دانیم $\hat{O}_1+\hat{O}_2$ زاویهٔ خارجی مثلث OAD است، پس:

$$\hat{O}_1+\hat{O}_2=\hat{A}+\hat{D}_1=2\alpha\Rightarrow 100^\circ=2\alpha\Rightarrow\alpha=50^\circ$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(عباس الهی)*

تصویر مربع مربوطه به‌صورت زیر تحت تجانس به مرکز B با نسبت تجانسی برابر با نسبت اضلاع مربع‌هاست. داریم:



$$BC=\sqrt{5^2+12^2}=13$$

$$AH\times BC=AB\times AC\Rightarrow AH=\frac{5\times 12}{13}=\frac{60}{13}$$

$$\overset{\Delta}{AMN}\sim\overset{\Delta}{ABC}\Rightarrow\frac{AH'}{AH}=\frac{MN}{BC}$$

طول ضلع مربع تصویر را x می‌گیریم:

$$\frac{\frac{60}{13}-x}{\frac{60}{13}}=\frac{x}{13}\Rightarrow 60-13x=\frac{60}{13}x$$

$$\Rightarrow 60=\frac{60}{13}x+13x\Rightarrow 60=\frac{229x}{13}\Rightarrow x=\frac{780}{229}$$

پس نسبت تجانس برابر است با:

$$k=\frac{x}{2}=\frac{390}{229}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

از $DC = ۴BD$ و $BC = ۱۰$ نتیجه می‌شود $DC = ۸$ و $BD = ۲$.

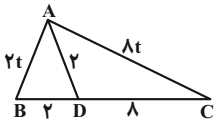
می‌دانیم $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$، پس $AB = ۲t$ و $AC = ۸t$ و داریم:

$$AD^۲ = (۲t)(۸t) - ۲(۸) = ۴ \Rightarrow ۱۶t^۲ = ۲۰ \Rightarrow t = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

حال طبق قضیهٔ کسینوس‌ها در $\overset{\Delta}{ABD}$ داریم:

$$۲^۲ = ۴^۲ + (\sqrt{۵})^۲ - ۲(۴)(\sqrt{۵}).\cos\hat{B}$$

$$\Rightarrow ۴\sqrt{۵}\cos\hat{B} = ۵ \Rightarrow \cos\hat{B} = \frac{\sqrt{۵}}{۴}$$



(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۲۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمد غندان)*

دو طرف تساوی $A^۲X = B$ را از سمت چپ دو بار در $A^{-۱}$ ضرب می‌کنیم تا ماتریس X به‌دست بیاید، یعنی $X = (A^{-۱})^۲B$ و داریم:

$$(A^{-۱})^۲ = \begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۱ & -۸ \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$B^{-۱} = \begin{bmatrix} -\frac{۱۵}{۴} & \frac{۱۱}{۴} \\ -\frac{۱}{۴} & \frac{۱}{۴} \end{bmatrix} \Rightarrow B = \frac{۱}{(-\frac{۱۵}{۴})(\frac{۱}{۴}) - (\frac{۱۱}{۴})(-\frac{۱}{۴})}\begin{bmatrix} \frac{۱}{۴} & -\frac{۱۱}{۴} \\ \frac{۱}{۴} & -\frac{۱۵}{۴} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} -۱ & ۱۱ \\ -۱ & ۱۵ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = (A^{-۱})^۲B = \begin{bmatrix} ۱۱ & -۸ \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ & ۱۱ \\ -۱ & ۱۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ & ۱ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

در نتیجه مجموع درایه‌های ماتریس X برابر است با: $-۳+۱+۱+۱=۰$

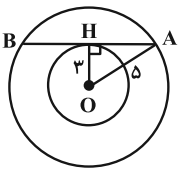
(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۲۸- **گزینهٔ «۲»** *(علی ایمانی)*

نقطهٔ $O(۱,۲)$ مرکز هر دو دایرهٔ C و C' است. شعاع دایره‌های C و C' برابرند با $r' = ۳$ ، $r = ۵$.

مطابق شکل، وتر AB مورد نظر است و داریم:

$$\overset{\Delta}{AOH} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AH = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$



$$AB = ۲AH = ۸$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۹- **گزینهٔ «۱»** *(عباس الهی)*

ابتدا معادله را استاندارد کرده و کانون سهمی را می‌یابیم:

$$y^۲ - ۴y + ۳x = ۸ \Rightarrow (y-۲)^۲ - ۴ = -۳x + ۸$$

$$\Rightarrow (y-۲)^۲ = -۳x + ۱۲ \Rightarrow (y-۲)^۲ = -۳(x-۴)$$

مختصات رأس سهمی به‌صورت $S(۴,۲)$ و فاصلهٔ کانونی سهمی $a = \frac{۳}{۴}$ است و نوع سهمی، افقی و دهانهٔ آن به سمت چپ باز می‌شود.

مختصات کانون سهمی به‌صورت زیر است:

$$F(۴-\frac{۳}{۴},۲) = F(\frac{۱۳}{۴},۲)$$

$$(y-۲)^۲ = -۳(x-۴) \xrightarrow{x=\frac{۱۳}{۴}} (y-۲)^۲ = -۳(\frac{۱۳}{۴}-۴)$$

$$\Rightarrow (y-۲)^۲ = -۳(\frac{-۳}{۴}) \Rightarrow (y-۲)^۲ = \frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow y-۲ = \pm\frac{۳}{۲} \Rightarrow \begin{cases} y_M = ۲ + \frac{۳}{۲} \Rightarrow y_M = \frac{۷}{۲} \\ y_N = ۲ - \frac{۳}{۲} \Rightarrow y_N = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

در بین گزینه‌ها تنها رابطهٔ $y_M \times y_N > ۱$ صحیح است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۵)

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(روح‌اله حسنی)*

طبق فرض داریم:

$$S = \frac{۱}{۲}|(۲\vec{a}+۳\vec{b})\times(۵\vec{a}-\vec{b})| = \frac{۱}{۲}|۱۰\underbrace{\vec{a}\times\vec{a}}_{\vec{۰}} - ۲\vec{a}\times\vec{b} + ۱۵\vec{b}\times\vec{a} - \underbrace{۲\vec{b}\times\vec{b}}_{\vec{۰}}|$$

$$= \frac{۱}{۲}|-۲\vec{a}\times\vec{b} - ۱۵\vec{a}\times\vec{b}| = \frac{۱}{۲}|-۱۷\vec{a}\times\vec{b}| = \frac{۱۷}{۲}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$$

$$\Rightarrow \frac{۱۷}{۲}\times۲\times۳\sin\theta = ۱۷ \Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow \cos^۲\theta = ۱ - \sin^۲\theta = ۱ - \frac{۱}{۹} = \frac{۸}{۹}$$

$$\xrightarrow{۹۰^\circ<\theta<۱۸۰^\circ} \cos\theta = -\frac{\sqrt{۸}}{۳} = \frac{-۲\sqrt{۲}}{۳}$$

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|\cos\theta = ۲\times۳\times(\frac{-۲\sqrt{۲}}{۳}) = -۴\sqrt{۲}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) نادرست

$$۲x^۲ + ۵x - ۳ = ۰ \Rightarrow (x+۳)(۲x-۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۳ \notin \mathbb{N} \\ x = \frac{۱}{۲} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

۲) درست

$$\frac{x^3-2x}{x^2-2}=\frac{x(x^2-2)}{x^2-2}=x \quad , \quad x^2-2\neq 0 \Rightarrow x\neq \pm\sqrt{2} \Rightarrow x\in \mathbb{Q}$$

۳) نادرست $\quad 6x^2-5x+1<0 \Rightarrow (3x-1)(2x-1)<0$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$$ (عدد صحیحی در این فاصله وجود ندارد)

۴) نادرست

$$|x+2|>\frac{1}{4}x+\frac{1}{2} \Rightarrow |x+2|>\frac{1}{4}(x+2) \qquad (*)$$

با توجه به این‌که $x+2\geq |x+2|$ ، رابطهٔ (*) به ازای همهٔ مقادیر $\mathbb{R}$ برقرار است مگر $x=-2$: $x=-2 \Rightarrow 0>0$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(عباس الهی)*

ابتدا هر کدام از پرانتزها را جداگانه به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}((A-C)\cap B)=(A\cap C')\cap B=\underbrace{(A\cap B)}_{B}\cap C'=B\cap C' \\ \underbrace{(B\cap A}_{B}\cap C)=B\cap C\end{cases}$$

دو مجموعهٔ C و C' جدا از هم هستند، پس دو مجموعهٔ $B\cap C$ و $B\cap C'$ نیز جدا از هم‌اند و در نتیجه داریم:

$$(B\cap C')-(B\cap C)=B\cap C'$$

که متمم آن برابر است با: $(B\cap C')'=B'\cup C$

توجه: چون $B\subseteq A$، پس $A\cap B=B$.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(روح‌اله حسنی)*

مجموعهٔ S را به سه زیرمجموعهٔ $A_1=\{1,4,7,10\}$ ، $A_2=\{3,6,9\}$ و $A_3=\{2,5,8\}$ افراز می‌کنیم. برای این که مجموع ۳ عضو بر ۳ بخش‌پذیر باشد حالت‌های زیر وجود دارد:

الف) هر سه عضو مجموعهٔ A_2 یا هر سه عضو مجموعهٔ A_1 یا هر سه عضو مجموعهٔ A_3 باشند:

$$\binom{3}{3}+\binom{4}{3}+\binom{3}{3}=1+4+1=6$$

ب) یک عضو از مجموعهٔ A_2، یک عضو از مجموعهٔ A_1 و یک عضو از مجموعهٔ A_3 باشد:

$$\binom{3}{1}\times\binom{4}{1}\times\binom{3}{1}=3\times4\times3=36$$

پس تعداد کل حالت‌های مطلوب برابر $6+36=42$ است. اما تعداد کل حالت‌های انتخاب یک زیرمجموعهٔ ۳ عضوی برابر است با: $\binom{10}{3}=120$

پس احتمال خواسته شده برابر است با: $\frac{42}{120}=\frac{7}{20}$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال- صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

۳۴- **گزینهٔ «۳»** *(عباس الهی)*

عدد آخر هر دسته برابر با n^2 می‌باشد که n شمارهٔ دسته است. پس عدد آخر دستهٔ نوزدهم و بیستم به ترتیب برابرند با $19^2=361$ و $20^2=400$. در نتیجه عدد اول دستهٔ بیستم ۳۶۲ و عدد آخر آن ۴۰۰ می‌باشد، پس میانهٔ آن، عدد $\frac{400+362}{2}=381$ می‌باشد که از عدد ۳۶۱ به اندازهٔ ۲۰ واحد بزرگ‌تر است.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

طبق فرض داریم: $\begin{cases}a=24b+13 \xrightarrow{r<b} b>13 \\ a=7k\end{cases}$

$$24b+13=7k \Rightarrow 24b+13\overset{7}{\equiv}0 \Rightarrow 3b\overset{7}{\equiv}1 \Rightarrow 3b\overset{7}{\equiv}-6$$

$$\Rightarrow b\overset{7}{\equiv}-2 \Rightarrow b=7k'-2 \xrightarrow{b>13} \min(k')=3 \Rightarrow b=19$$

$$\Rightarrow \min(a)=(24\times19)+13=469$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام}=4+6+9=19$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۹ تا ۲۲)

۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

داریم: $7^2\overset{31}{\equiv}49\overset{31}{\equiv}18 \xrightarrow{\times7} 7^3\overset{31}{\equiv}126\overset{31}{\equiv}2$

$$\xrightarrow{\text{توان }5} 7^{15}\overset{31}{\equiv}32\overset{31}{\equiv}1$$

از طرفی: $6^2\overset{31}{\equiv}36\overset{31}{\equiv}5 \xrightarrow{\times6} 6^3\overset{31}{\equiv}30\overset{31}{\equiv}-1 \xrightarrow{\text{توان }5} 6^{15}\overset{31}{\equiv}-1$

در نتیجه: $7^{15}+6^{15}\overset{31}{\equiv}1-1\overset{31}{\equiv}0$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(عباس الهی)*

حداکثر تعداد گراف‌های ۲- منتظم از مرتبهٔ ۴ که به صورت می‌باشند موقعی به دست می‌آید که حداکثر تعداد یال‌ها را برای گراف مفروض داشته باشیم، پس:

$$rp = 2q \Rightarrow r \times 11 = 2q \Rightarrow 2q = 11r$$

زمانی q_{max} را داریم که r هم بیشترین مقدار خود باشد. با توجه به این‌که $0 \le r \le p-1$ و گراف غیرکامل می‌باشد در نتیجه $r_{max} = 8$ است، زیرا می‌دانیم گراف فرد منتظم ازمرتبهٔ فرد وجود ندارد، پس:

$$2q = 11 \times r \Rightarrow 2q = 11 \times 8 \Rightarrow q_{max} = 44$$

در نتیجه حداکثر با مجموع تعداد یال‌های $\frac{44}{4} = 11$ گراف ۲- منتظم از مرتبهٔ ۴ برابر است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهدوی)*

تعداد حالت‌های ممکن برای قرار گرفتن ۷ نفر در ۶ جایگاه برابر است با:

$$\binom{7}{6} \times 6! = \binom{7}{1} \times 6! = 7 \times 720 = 5040$$

حال باید تعداد حالت‌هایی که دو شخص مدّ نظر بین ۶ نفر و کنار هم می‌نشینند را از تعداد کل حالت‌ها کم کنیم. بنابراین دونفر خاص را درون یک بسته فرض می‌کنیم و ۴ نفر دیگر را از ۵ نفر باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم.

$$\boxed{--} - - - -$$

$$\binom{5}{4} \times 5! \times 2! = 5 \times 120 \times 2 = 1200$$

در نتیجه طبق اصل متمم، تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$5040 - 1200 = 3840$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

روی مقادیری که x_2 می‌تواند قبول کند، مسئله را تقسیم‌بندی می‌کنیم:

$$x_2 = 0 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 4 \Rightarrow \binom{4+3-1}{3-1} = 15$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 1 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 3 \Rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10$$

$$x_2 = 8 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 2 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \binom{2+3-1}{3-1} = 6$$

$$x_2 = 18 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 3 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 1 \Rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3$$

$$x_2 = 32 \Rightarrow \sqrt{\frac{x_2}{2}} = 4 \Rightarrow x_1 + x_3 + x_4 = 0 \Rightarrow \binom{0+3-1}{3-1} = 1$$

در نتیجه تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر خواهد شد با:

$$15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 35$$

روش دوم: از تغییر متغیر $y_2 = \sqrt{\frac{x_2}{2}}$ استفاده می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$x_1 + y_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} = \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

راه‌حل اول: A و B را مجموعه اعداد چهار رقمی با ارقام متمایزی از مجموعهٔ فوق در نظر می‌گیریم که به ترتیب فاقد ۱ و ۲ هستند. خواستهٔ سوال به صورت زیر است:

$$|A' \cap B'| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

داریم:

$|S|$: کل اعداد چهار رقمی با ارقام متمایز $= \underline{6 \times 5 \times 4 \times 3} = 360$

$$|A| = |B| = \underline{5 \times 4 \times 3 \times 2} = 120$$

$$|A \cap B| = \underline{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 24$$

در نتیجه: $|A' \cap B'| = 360 - (2 \times 120 - 24) = 144$

راه‌حل دوم: طبق فرض، ارقام عدد چهار رقمی باید متمایز باشند که به $\binom{4}{2}$ حالت دو رقم دیگر انتخاب می‌شوند و چهار رقم به $4!$ حالت جایگشت دارند. پس تعداد اعداد مورد نظر برابر است با: $\binom{4}{2} \times 4! = 6 \times 24 = 144$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

فیزیک

۴۱- گزینهٔ «۲» *(محمود منصوری)*

نمادگذاری علمی، عددی بین ۱ تا ۱۰ است ضرب در ده به توان یک عدد صحیح، بنابراین:

$$۳۹۰\times۱۰^{۳}\,Tm = ۳/۹۰\times۱۰^{۲}\times۱۰^{۳}\times۱۰^{۱۲}\,m = ۳/۹۰\times۱۰^{۱۷}\,m$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۲- گزینهٔ «۳» *(مسام نادری)*

در راکتورهای شکافت هسته‌ای، میله‌های کنترل معمولاً از مواد جذب کنندهٔ نوترون مانند کادمیم یا بور ساخته می‌شوند.

بررسی گزینهٔ «۱»: کافی است مجموع اعداد جرمی و مجموع اعداد اتمی طرفین معادله را جداگانه مساوی هم قرار دهیم و تعداد نوترون‌های X را بیابیم:

$$\begin{cases} ۱+۲۳۵ = ۱۳۳ + A + ۴ \Rightarrow A = ۹۹ \\ ۰+۹۲ = ۵۱ + Z + ۰ \Rightarrow Z = ۴۱ \\ \xrightarrow{N=A-Z} N = ۹۹ - ۴۱ = ۵۸ \end{cases}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۴)

۴۳- گزینهٔ «۴» *(افشین مینو)*

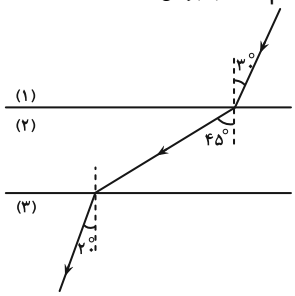
$$\ell = v\times\Delta t \xrightarrow{v=c} \ell = c\times\Delta t \Rightarrow ۶\times۱۰^{۳} = ۳\times۱۰^{۸}\times\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{۶\times۱۰^{۳}}{۳\times۱۰^{۸}} = ۲\times۱۰^{-۵}\,s = ۲۰\,\mu s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۴۴- گزینهٔ «۴» *(محمود منصوری)*

تندی انتشار نور در محیط با سینوس زاویهٔ بین پرتوی نور با خط عمود بر مرز دو محیط رابطهٔ مستقیم دارد. بنابراین:



$$\theta_۱ = ۳۰^\circ \quad , \quad \theta_۲ = ۴۵^\circ \quad , \quad \theta_۳ = ۲۰^\circ$$

$$\theta_۲ > \theta_۱ > \theta_۳ \xrightarrow{v\propto\sin\theta} v_۲ > v_۱ > v_۳$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۴۵- گزینهٔ «۲» *(محسن سلماسی‌وند)*

حرکت با شتاب ثابت است، پس نمودار $x-t$ آن سهمی است. اگر متحرک در $t = ۵s$ در بیشترین فاصله از نقطهٔ شروع حرکت است، پس در رأس سهمی است و در این صورت سرعت در این لحظه صفر است و داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{۰-۴۰}{۵} = -۸\frac{m}{s^{۲}} \Rightarrow |a| = ۸\frac{m}{s^{۲}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴۶- گزینهٔ «۴» *(پیام مرادی)*

ابتدا باید سرعت هر متحرک را به دست آوریم و بعد از آن معادلهٔ مکان-زمان هر متحرک را بنویسیم و می‌دانیم که فاصلهٔ دو متحرک در هر لحظه از رابطهٔ $|x_A - x_B|$ به دست می‌آید. فاصلهٔ دو متحرک در شروع حرکت برابر $|۱۸-(-۳۰)| = ۴۸\,m$ می‌باشد. باید لحظه‌ای را بیابیم که فاصلهٔ دو متحرک برابر $\frac{۱}{۳}\times۴۸ = ۱۶\,m$ می‌شود. داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{۰-۱۸}{۹-۰} = -۲\frac{m}{s} \\ v_B = \frac{-۲۵/۵-(-۳۰)}{۹} = \frac{۴/۵}{۹} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = -۲t + ۱۸ \\ x_B = \frac{۱}{۲}t - ۳۰ \end{cases}$$

لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک را می‌یابیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -۲t + ۱۸ = \frac{۱}{۲}t - ۳۰ \Rightarrow t = ۱۹/۲\,s$$

$$x_B - x_A = ۱۶ \Rightarrow (\frac{۱}{۲}t - ۳۰) - (-۲t + ۱۸) = ۱۶$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۲}t - ۴۸ = ۱۶ \Rightarrow t = ۲۵/۶\,s \Rightarrow ۲۵/۶ - ۱۹/۲ = ۶/۴\,s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

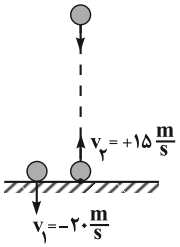
۴۷- گزینهٔ «۳» *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

تندی برخورد گلوله به سطح زمین برابر است با:

$$v^{۲} = -۲g\Delta y = -۲\times۱۰\times(-۲۰) = ۴۰۰$$

$$v = \pm۲۰\frac{m}{s} \Rightarrow v = -۲۰\frac{m}{s}$$

جهت حرکت در لحظهٔ برخورد به زمین رو به پایین است، پس علامت سرعت منفی است. طبق قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m(v_۲ - v_۱)}{\Delta t}$$

$$۱۰ = \frac{۰/۲(۱۵-(-۲۰))}{\Delta t} \Rightarrow ۱۰\Delta t = ۷$$

$$\Delta t = ۰/۷\,s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست + دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ و ۴۷)

۴۸- گزینهٔ «۴» *(ادریس محمدی)*

تنها مورد (الف) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

ب) شتاب با برایند نیروهای وارد بر جسم رابطهٔ مستقیم دارد، اما هم‌اندازه نیستند.

ج) گلوله‌ای که به سمت بالا پرتاب می‌شود در تمام طول مسیر حرکتش نیروی وزن به آن وارد می‌شود، در حالی‌که در بالاترین نقطهٔ مسیر حرکتش برای یک لحظه متوقف می‌شود.

د) نیروی مقاومت شاره وقتی اعمال می‌شود که جسم نسبت به شاره حرکت کند.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ و ۳۴)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

با توجه به قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی F را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{net}=ma \Rightarrow F-f_k=ma \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N=\mu_k mg} F-\mu_k mg=ma \xrightarrow[m=۲۰kg\ ,\ a=۱\frac{m}{s^۲}]{\mu_k=۰/۳} F-۰/۳\times۲۰\times۱۰=۲۰\times۱ \Rightarrow F=۸۰N$$

جابه‌جایی صندوق در ثانیهٔ دوم حرکت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$d=\frac{۱}{۲}a(۲t-۱)+v_۰ \xrightarrow[t=۲s]{a=۱\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰=۰} d=\frac{۱}{۲}\times۱\times(۲\times۲-۱)+۰ \Rightarrow d=۱/۵m$$

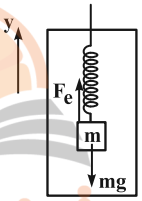
حال کار نیروی F را به دست می‌آوریم.

$$W_F=Fd\cos\theta \xrightarrow[d=۱/۵m]{F=۸۰N\ ,\ \theta=۰} W_F=۸۰\times۱/۵\cos۰ \Rightarrow W_F=۱۲۰J$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(مهران اسماعیلی)*

با انتخاب جهت مثبت محور مختصات رو به بالا، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$F_{net}=ma \Rightarrow F_e-mg=ma \xrightarrow{F_e=kx} kx-mg=ma \xrightarrow[a=-۲\frac{m}{s^۲}]{k=۴۰۰\frac{N}{m}\ ,\ m=۴kg} ۴۰۰x-۴\times۱۰=۴\times(-۲)$$

$$۴۰۰x=۳۲ \Rightarrow x=۰/۰۸m=۸cm$$

با توجه به این‌که حرکت آسانسور کندشونده است، شتاب آسانسور باید منفی باشد. حال طول نهایی فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$\ell=\ell_۰+x \xrightarrow[\ell_۰=۳۶cm]{x=۸cm} \ell=۳۶+۸=۴۴cm$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(محمود منصوری)*

با توجه به رابطهٔ انرژی جنبشی $(K=\frac{۱}{۲}mv^۲)$، برای مقایسهٔ انرژی جنبشی جسم در دو حالت، چون جرم ذره یکسان است، بنابراین باید تندی حرکت آن‌ها را بررسی کرد.

$$\text{حالت اول} \begin{cases} r_۱=R \\ T_۱=T \end{cases} \Rightarrow v_۱=\frac{۲\pi R}{T}$$

$$\text{حالت دوم} \begin{cases} r_۲=\frac{R}{۳} \\ T_۲=۲T \end{cases} \Rightarrow v_۲=\frac{۲\pi(\frac{R}{۳})}{۲T}=\frac{۲\pi R}{۶T}=\frac{\pi R}{۳T}$$

$$\frac{K_۱}{K_۲}=(\frac{v_۱}{v_۲})^۲=(\frac{\frac{۲\pi R}{T}}{\frac{\pi R}{۳T}})^۲=(۶)^۲=۳۶$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به نمودار داده شده، دورهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۵T}{۴}=۱ \Rightarrow T=\frac{۴}{۵}=۰/۸s$$

اکنون باید ببینیم بازهٔ زمانی داده شده، چند برابر دورهٔ حرکت است:

$$\Delta t=t_۲-t_۱=۱/۵-۰/۳=۱/۲s$$

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{۱/۲}{۰/۸}=۱/۵$$

بنابراین در بازهٔ زمانی مورد نظر، نوسانگر ۱/۵ نوسان انجام می‌دهد. با توجه به این‌که در هر نوسان کامل، مسافت $۴A$ و در نیم نوسان مسافت $۲A$ توسط نوسانگر طی می‌شود، داریم:

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\ell}{۴A} \Rightarrow ۱/۵=\frac{\ell}{۴A} \Rightarrow \ell=۶A \xrightarrow{A=۰/۰۵m=۵cm} \ell=۳۰cm$$

در پایان، تندی متوسط را در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ حساب می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۳۰}{۱/۲}=۲۵\frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(بهنام شاهینی)*

می‌دانیم مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر برابر با انرژی مکانیکی آن است. از طرفی، بیشترین مقدار انرژی جنبشی یا بیشترین مقدار انرژی پتانسیل نوسانگر نشان‌دهندهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر است.

$$E=U+K=U_{max}=K_{max}=۳۰۰\times۱۰^{-۳}J$$

با توجه به رابطهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر داریم:

$$E=۲\pi^۲mA^۲f^۲=۳۰۰\times۱۰^{-۳}J$$

$$\Rightarrow ۲\times۱۰\times۰/۳\times۰/۰۱^۲\times f^۲=۳۰۰\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow f^۲=\frac{۰/۳}{۲\times۱۰\times۰/۳\times۰/۰۱^۲}=۵۰۰ \Rightarrow f=\sqrt{۵۰۰}=۱۰\sqrt{۵}Hz$$

نکته: طول پاره‌خطی که نوسانگر روی آن نوسان انجام می‌دهد، ۲ برابر دامنهٔ نوسان است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(حسام نادری)*

برای محاسبهٔ برایند جابه‌جایی در نقطهٔ M کافی است بین جابه‌جایی‌های متناظر آن در دو موج، جمع جبری (با علامت) انجام دهیم:

$$\frac{۴A_۱}{۵}-\frac{A_۲}{۴}=\frac{۱۶A_۱-۵A_۲}{۲۰}=\frac{۱۶A_۱-۵(۰/۶A_۱)}{۲۰}=\frac{۱۳}{۲۰}A_۱$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحهٔ ۱۱۳)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(سیده‌ملیحه میرصالحی)*

با استفاده از معادلهٔ اینشتین برای پدیدهٔ فوتوالکتریک داریم:

$$K_{max}=hf-W_۰ \Rightarrow \begin{cases} K_{max}=hf-۳ \\ \frac{۶۰}{۱۰۰}K_{max}=\frac{۷۵}{۱۰۰}hf-۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳ = hf - K_{max} \\ ۳ = \frac{۳}{۴}hf - ۰/۶K_{max} \end{cases}$$

با حل دو معادله دو مجهول فوق خواهیم داشت:

$$\begin{cases} hf = ۸eV \\ K_{max} = ۵eV \end{cases} \Rightarrow K_{max} = ۸\times۱۰^{-۱۹}J$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

بیشترین بسامد فوتون گسیلی در رشتهٔ بالمر، مربوط به گذار الکترون از تراز $n=\infty$ به تراز $n'=۲$ و کمترین بسامد فوتون گسیلی در رشتهٔ لیمان، مربوط به گذار الکترون از تراز $n=۲$ به تراز $n'=۱$ است. با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ و همچنین رابطهٔ بین طول‌موج و بسامد داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \xrightarrow{\lambda=\frac{c}{f}} f = Rc(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$$

$$\xrightarrow[n'=۲]{n=\infty} f_۱ = Rc(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{\infty}) = \frac{۱}{۴}Rc$$

$$\xrightarrow[n'=۱]{n=۲} f_۲ = Rc(۱ - \frac{۱}{۴}) = \frac{۳}{۴}Rc$$

$$\Rightarrow \Delta f = f_۲ - f_۱ = \frac{۳}{۴}Rc - \frac{۱}{۴}Rc = \frac{۱}{۲}Rc$$

$$\xrightarrow[c=۳\times۱۰^۸ \frac{m}{s}]{R=۰/۰۱(nm)^{-۱}=۱۰^۷m^{-۱}} \Delta f = \frac{۱}{۲}\times۱۰^۷\times۳\times۱۰^۸ = ۱/۵\times۱۰^{۱۵}Hz$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(بهنام شاهینی)*

الکترون در تراز n قرار دارد. با جذب فوتون با انرژی E، به تراز $n+۱$ جهش می‌کند، بنابراین داریم:

$$\Delta E = E_R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \Rightarrow E = E_R(\frac{۱}{n^۲} - \frac{۱}{(n+۱)^۲})$$

$$\Rightarrow E = E_R(\frac{۲n+۱}{n^۲(n+۱)^۲}) \qquad (I)$$

در حالت دوم، الکترون با گسیل فوتونی با انرژی $\frac{۸۱}{۴۴}E$ به تراز $n-۱$ جهش می‌کند، بنابراین داریم:

$$\frac{۸۱}{۴۴}E = E_R(\frac{۱}{(n-۱)^۲} - \frac{۱}{n^۲})$$

$$\Rightarrow \frac{۸۱}{۴۴}E = E_R(\frac{۲n-۱}{(n-۱)^۲n^۲}) \qquad (II)$$

با تقسیم معادلهٔ (II) بر معادلهٔ (I) داریم:

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{۸۱}{۴۴} = \frac{\frac{۲n-۱}{(n-۱)^۲n^۲}}{\frac{۲n+۱}{(n+۱)^۲n^۲}} \xrightarrow[\text{گزینه‌ها}]{\text{جای‌گذاری}} n = ۵$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۲۹)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T_۱} \xrightarrow[T_۱=۸h]{t=۲\times۲۴=۴۸h} n = \frac{۴۸}{۸} = ۶$$

طبق رابطهٔ نیمه‌عمر داریم:

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} = \frac{N_۰}{۲^۶} = \frac{N_۰}{۶۴}$$

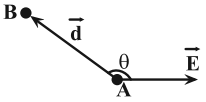
در نتیجه مقدار مادهٔ واپاشیده شده برابر است با:

$$N' = N_۰ - N = \frac{۶۳}{۶۴}N_۰$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(بهنام شاهینی)*

بار $q<۰$ در خلاف جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است. از طرفی، می‌دانیم نیروی وارد به بار $q<۰$ در جهت خطوط میدان الکتریکی است. با توجه به رابطهٔ تعریف کار داریم:



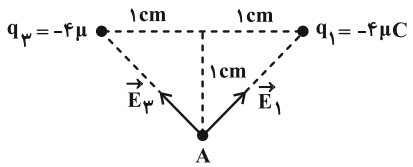
$$W = F_E d\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta<۰]{\frac{\pi}{۲}<\theta<\pi} W < ۰$$

دقت کنید که در مورد تغییرات انرژی جنبشی بار نمی‌توان اظهارنظر نمود، چون در صورت سوال اندازهٔ بار، جرم ذره و سایر نیروهای وارد بر ذره مطرح نشده است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(آراس محمدی)*

بنابر رابطهٔ $E = \frac{k|q|}{r^۲}$، با توجه به این‌که بارها و فاصلهٔ آن‌ها از نقطهٔ A برابر است، می‌توان نوشت: (با توجه به دادهٔ سوال، برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۳$ را برابر $\vec{E}_۲$ قرار می‌دهیم، بنابراین فعلاً احتیاجی به جایگذاری k و در SI نوشتن نیست.)



$$E_۱ = E_۳ = \frac{k|q|}{r^۲} \xrightarrow[r=\sqrt{۱^۲+۱^۲}=\sqrt{۲}cm]{|q_۱|=|q_۳|=|-۴\mu C|=۴\mu C}$$

$$|E_۱| = |E_۳| = \frac{k\times۴}{(\sqrt{۲})^۲} \Rightarrow |E_۱| = |E_۳| = ۲k$$

برای برایندگیری داریم:

$$E_{۱,۳} = \sqrt{۲}E_۱ \Rightarrow E_{۱,۳} = ۲\sqrt{۲}k$$

دقت کنید که جهت $E_{۱,۳}$ به سمت ↑ است، بنابراین می‌بایست $q_۲$ مثبت باشد تا میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A صفر شود، پس:

$$|E_{۱,۳}| = |E_۲| \Rightarrow ۲\sqrt{۲}k = \frac{k\times|q_۲|}{۴} \xrightarrow{q_۲>۰} q_۲ = ۸\sqrt{۲}\mu C$$

در این مرحله، دقت کنید بارهای $q_۱$ و $q_۳$ اثر یکدیگر را در مرکز دایره خنثی می‌کنند، بنابراین خواستهٔ سوال همان اندازهٔ میدان $q_۲$ در مرکز دایره است:

$$E'_۲=\frac{kq_۲}{(r'_۲)^۲}\xrightarrow[r'_۲=۱cm=۱۰^{-۲}m]{k=۹\times۱۰^۹\frac{N.m^۲}{C^۲},\ q_۲=۸\sqrt{۲}\times۱۰^{-۶}C}$$

$$E'_۲=\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\sqrt{۲}\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۴}}=۷۲\sqrt{۲}\times۱۰^۷\ \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۶)

۶۱- **گزینهٔ «۳»** (ادریس محمدی)

ابتدا میدان الکتریکی را برحسب بار و مشخصات ساختمانی خازن به دست می‌آوریم:

$$q=CV\xrightarrow[V=Ed]{C=k\varepsilon_۰\frac{A}{d}}q=k\varepsilon_۰\frac{A}{d}\times Ed\Rightarrow E=\frac{q}{k\varepsilon_۰A}\qquad (I)$$

از طرفی با انتقال بار از صفحهٔ مثبت به منفی خازن، بار خازن کاهش می‌یابد و طبق رابطهٔ (I) میدان الکتریکی بین صفحات خازن نیز کاهش می‌یابد. پس:

$$(I)\text{ رابطهٔ }\Rightarrow\frac{E'}{E}=\frac{q'}{q}\xrightarrow{q'=q-\frac{۱}{۵}q=\frac{۴}{۵}q}\frac{E'}{E}=\frac{۴}{۵}$$

$$\Rightarrow E=\frac{۵}{۴}E'\qquad (II)$$

از طرفی در صورت سوال مطرح شده بود که بزرگی میدان الکتریکی $۱/۲۵\times۱۰^۵\ \frac{N}{C}$ تغییر می‌کند که ثابت کردیم که این تغییر کاهشی است. پس داریم:

$$E'=E-۱/۲۵\times۱۰^۵\xrightarrow{(II)}E'=\frac{۵}{۴}E'-۱/۲۵\times۱۰^۵$$

$$\Rightarrow E'=۵\times۱۰^۵\ \frac{N}{C}$$

اکنون با توجه به انرژی ذخیره شده در خازن برای حالت دوم داریم:

$$U'=\frac{۱}{۲}CV'^۲\xrightarrow[V'=Ed]{C=k\varepsilon_۰\frac{A}{d}}U'=\frac{۱}{۲}k\varepsilon_۰\frac{A}{d}\times E'^۲\times d^۲$$

$$\Rightarrow U=\frac{۱}{۲}k\varepsilon_۰AdE'^۲$$

$$\xrightarrow[A=۴۰cm^۲=۴\times۱۰^{-۳}m^۲,\ E'=۵\times۱۰^۵\frac{N}{C}]{k=۱,\ \varepsilon_۰=۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{F}{m},\ U'=۴/۵\mu J=۴۵\times۱۰^{-۷}J}$$

$$۴۵\times۱۰^{-۷}=\frac{۱}{۲}\times۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times۴\times۱۰^{-۳}\times d\times۲۵\times۱۰^{۱۰}$$

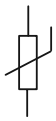
$$\Rightarrow d=۱۰^{-۳}m=۱mm$$

دقت کنید که مساحتی از صفحات خازن که روبه‌روی هم قرار دارند، در محاسبات قرار داده می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** (مسام نادری)

تنها مورد (ب) نادرست است.



علت نادرستی مورد (ب): نماد ترمیستور در مدارهای الکتریکی، می‌باشد.

نماد ذکر شده در صورت سوال مربوط به مقاومت نوری (LDR) است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۶۱)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

مقاومت معادل در حالت اول (متوالی):

$$R_{eq}=۳+۶=۹\Omega$$

مقاومت معادل در حالت دوم (موازی):

$$R'_{eq}=\frac{۳\times۶}{۳+۶}=۲\Omega$$

توان الکتریکی خروجی باتری:

$$P=RI^۲=\frac{R\varepsilon^۲}{(R+r)^۲}$$

$$P'=\frac{۲۰۰}{۸۱}P\Rightarrow\frac{R'_{eq}\varepsilon^۲}{(R'_{eq}+r)^۲}=\frac{۲۰۰}{۸۱}\times\frac{R_{eq}\varepsilon^۲}{(R_{eq}+r)^۲}$$

$$\xrightarrow[R'_{eq}=۲\Omega]{R_{eq}=۹\Omega}\frac{۲}{(۲+r)^۲}=\frac{۲۰۰}{۸۱}\times\frac{۹}{(۹+r)^۲}$$

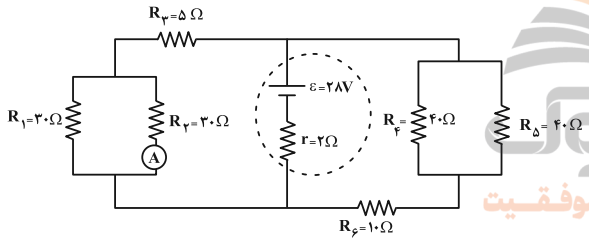
$$\xrightarrow[\text{و جذر گرفتن از طرفین}]{\text{پس از ساده کردن}}\frac{۱}{۲+r}=\frac{۱۰}{۹}\times\frac{۳}{۹+r}$$

$$\Rightarrow ۲۰+۱۰r=۲۷+۳r\Rightarrow r=۱\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۵)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا جباری)

ابتدا شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم، سپس مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم:



$R_۱$ و $R_۲$ موازیند:

$$R_{۱,۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۳۰\times۳۰}{۳۰+۳۰}=۱۵\Omega$$

$R_{۱,۲}$ و $R_۳$ متوالی هستند:

$$R'=R_{۱,۲}+R_۳=۱۵+۵=۲۰\Omega$$

$R_۴$ و $R_۵$ موازیند و $R_{۴,۵}$ و $R_۶$ متوالی هستند:

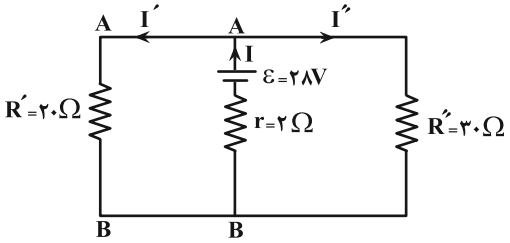
$$R''=R_{۴,۵}+R_۶=۲۰+۱۰=۳۰\Omega$$

$$R_{eq}=\frac{R'R''}{R'+R''}=\frac{۲۰\times۳۰}{۲۰+۳۰}=۱۲\Omega$$

اکنون می‌توانیم جریان عبوری از مولد را حساب کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲۸}{۱۲+۲}=۲A$$

جریان I' را به دست می‌آوریم:



$$\left.\begin{matrix} V_{AB}=R'I' \\ V_{AB}=\varepsilon-rI \end{matrix}\right\}\Rightarrow R'I'=\varepsilon-rI$$

$$\Rightarrow ۲۰I'=۲۸-۲\times۲\Rightarrow I'=۱/۲A$$

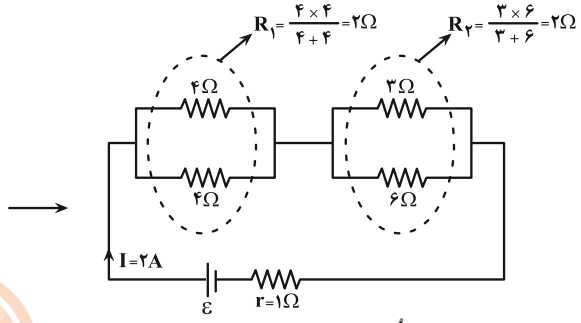
چون I' بین دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به‌طور مساوی تقسیم می‌شود و آمپرسنج A نیز جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ را نشان می‌دهد، بنابراین داریم:

$$I_۲=\frac{I'}{۲}=\frac{۱/۲}{۲}=۰/۶A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(بهنام شاهینی)*

مدار شکل سوال را ساده‌تر می‌کنیم:



دقت کنید، مقاومت ۱۲ اُهمی به دلیل اتصال کوتاه از مدار حذف می‌گردد.

مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq}=R_۱+R_۲=۲+۲=۴\Omega$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل است:

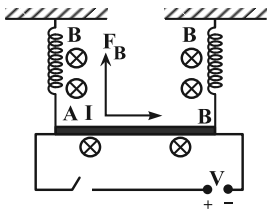
$$V=R_{eq}I=۴\times۲=۸V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۷۵)

۶۶- **گزینهٔ «۲»** *(ابوالفضل نکومنشی نژاد)*

وقتی کلید k باز است، نیروسنج‌ها مجموعاً $۱۰N$ کشیدگی دارند.

وقتی کلید k بسته است، نیروسنج‌ها مجموعاً $۶N$ کشیدگی دارند و در این حالت $۴N$ نیروی رو به بالا به میلهٔ AB وارد می‌شود.



میدان مغناطیسی با توجه به گفتهٔ سوال درون‌سو است و با توجه به گفتهٔ بالا، F_B نیز باید به سمت بالا باشد، پس با توجه به قانون دست راست می‌توان گفت I (جریان) باید از A به سمت B باشد، پس می‌توان گفت V_A-V_B مثبت است.

$$F_B=BIL\cancel{\sin\theta}^{۱}\Rightarrow ۴=BL(\frac{V}{R})\Rightarrow V=\frac{۴R}{LB}$$

$$\Rightarrow V=\frac{۴\times\rho\frac{L}{A}}{LB}=\frac{۴\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۴\times۱۰^{-۶}}}{۰/۵}=۴V\Rightarrow V=۴V$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

در نقطهٔ a: میدان مغناطیسی حاصل از $I_۱$ و $I_۲$ برون‌سو است، پس میدان برایند برون‌سو می‌شود.

در نقطهٔ b: میدان $I_۱$ درون‌سو بوده و میدان ناشی از $I_۲$ برون‌سو است، چون $I_۲>I_۱$ است، پس میدان برایند به صورت برون‌سو خواهد بود.

در نقطهٔ c: میدان مغناطیسی حاصل از $I_۱$ و $I_۲$ درون‌سو است، پس میدان برایند درون‌سو می‌شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحهٔ ۹۶)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

با توجه به رابطهٔ نیروی محرکهٔ القایی داریم:

$$\varepsilon_{av}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-N\frac{A\Delta B\cos\theta}{\Delta t}\xrightarrow[\frac{\Delta B}{\Delta t}=۰/۳\frac{T}{s}]{\theta=۰^\circ\ ,\ \cos۰^\circ=۱}$$

$$\varepsilon_{av}=-۵۰\times۵۰۰\times۱۰^{-۴}\times۰/۳\times۱=-۷۵\times۱۰^{-۲}=-۰/۷۵V$$

$$\Rightarrow|\varepsilon_{av}|=۰/۷۵V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا ضریب القاوری سیملوله را یافته و سپس با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}LI^۲$، جریان عبوری از سیملوله را می‌یابیم:

$$L=\mu_۰\frac{N^۲A}{\ell}=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰^۶\times۲۰\times۱۰^{-۴}}{۶۰\times۱۰^{-۲}}=۴\times۱۰^{-۳}H$$

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow I=\sqrt{\frac{۲U}{L}}$$

$$\xrightarrow[L=۴\times۱۰^{-۳}H]{U=۲\times۱۰^{-۱}J}I=\sqrt{\frac{۲\times۲\times۱۰^{-۱}}{۴\times۱۰^{-۳}}}=۱۰A$$

حال میدان مغناطیسی روی محور سیملوله را حساب کرده و در آخر آن را برحسب گاوس می‌نویسیم:

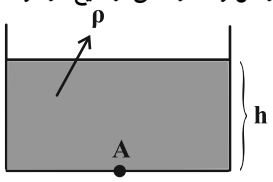
$$B=\mu_۰\frac{NI}{\ell}=۱۲\times۱۰^{-۷}\times\frac{۱۰^۳\times۱۰}{۶۰\times۱۰^{-۲}}$$

$$=۲\times۱۰^{-۲}T\times\frac{۱۰^۴G}{۱T}=۲۰۰G$$

(فیزیک ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(ادریس محمدی)*

با توجه به روابط فشار کل و فشار ناشی از مایع در دو حالت داریم:



(۱)

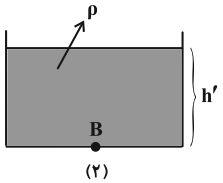
$$\begin{cases}P_A=\rho gh+P_۰\\ P_A=۱۱P_{\text{مایع}}=۱۱\rho gh\end{cases}\Rightarrow P_۰=۱۰\rho gh\xrightarrow{P_۰=۱۰^۵Pa}\rho h=۱۰۰۰$$

$$\Rightarrow\rho=\frac{۱۰۰۰}{h}\qquad(I)$$

$$\begin{cases} P_A = P_{\text{مایع}} + P_0 \\ P_A = 11P_{\text{مایع}} \end{cases} \Rightarrow 11P_{\text{مایع}} = P_{\text{مایع}} + P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{مایع}} = \frac{1}{10}P_0 \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 10^4\,Pa$$

از طرفی با افزایش ارتفاع مایع فشار کل در ته ظرف ۴ درصد افزایش می‌یابد. پس داریم:



(۲)

$$\begin{cases} P_B = 1/04P_A \Rightarrow P_B = 1/04(\rho gh + P_0) \\ P_B = P'_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow P_B = \rho gh' + P_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho gh' + P_0 = 1/04\rho gh + 1/04P_0$$

$$10\rho h' = 1/04\rho gh + \frac{4}{100}P_0$$

$$\xrightarrow{P_{\text{مایع}}=\rho gh=10^4\,Pa} 10\rho h' = 10400 + 4000 \Rightarrow \rho h' = 1440$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1440}{h'} \qquad (II)$$

با برابر قرار دادن رابطهٔ (I) و (II) داریم:

$$\frac{1440}{h'} = \frac{1000}{h} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{144}{100} \Rightarrow h' = 1/44h$$

از طرفی مجموع ارتفاع دو مایع در دو حالت ۱۲۲ سانتی‌متر است، پس:

$$h' + h = 122 \xrightarrow{h'=1/44h} 2/44h = 122\,cm \Rightarrow h = 50\,cm$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(مسام نادری)*

موارد (الف) و (پ) نادرست‌اند.

طبق معادلهٔ پیوستگی $(A_1v_1 = A_2v_2)$، در مسیر حرکت آب هر چه سطح مقطع لوله بزرگ‌تر شود، تندی جریان آب کاهش می‌یابد و برعکس (نادرستی الف و درستی ب).

در حالت پایا که همه جای لوله پر از آب است، مقدار آبی که در یک مدت زمان معین از یک مقطع لوله می‌گذرد با مقداری که از هر مقطع دیگر لوله در همان مدت زمان می‌گذرد برابر است. (نادرستی پ)

طبق اصل برنولی، در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد. (درستی ت)

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** *(حسین الهی)*

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \xrightarrow{P_{\text{مفید}}=\frac{mgh}{t}} \text{بازده} = \frac{mgh}{P_{\text{ورودی}} \times t} \Rightarrow 0/7 = \frac{m\times 10\times 21}{2000\times 60}$$

$$\Rightarrow m = 400\,kg \;,\; V = \frac{m}{\rho} = \frac{400}{1000} = 0/4\,m^3 = 400\,L$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** *(آراس محمدی)*

فاصلهٔ میله‌ها از یکدیگر در حالت اول $100/8 - 2(50) = 0/8\,cm$ است، بنابراین در حالت جدید داریم:

$$D_2 = \frac{D_1}{2} \xrightarrow{D_1=0/8\,cm} D_2 = 0/4\,cm$$

مجموع تغییرات طولی دو فلز با یکدیگر برابر است با:

$$|D_2 - D_1| = \Delta L_1 + \Delta L_2$$

$$\Rightarrow 0/4\,cm = (50\times\alpha_1\times\Delta F) + (50\times\alpha_2\times\Delta F)$$

$$\Rightarrow 0/4\,cm = 50\times(\alpha_1 + \alpha_2)\times\Delta F$$

$$\xrightarrow[\alpha_2=2/7\times10^{-5}\frac{1}{^\circ F}]{\alpha_1=1/3\times10^{-5}\frac{1}{^\circ F}} 0/4 = 50\times4\times10^{-5}\times\Delta F$$

$$\Rightarrow \Delta F = 200^\circ F$$

دقت کنید که با توجه به واحد ضریب انبساط خطی $(\frac{1}{^\circ F})$، تغییرات دمای به دست آمده برحسب درجهٔ فارنهایت است، پس:

$$\Delta F = \frac{9}{5}\Delta T \xrightarrow{\Delta F=200^\circ F} \Delta T = \frac{1000}{9}\,K$$

تذکر: توجه کنید که دمای اولیهٔ میله‌ها تأثیری در حل سوال ندارد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۷۴- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:

$$Q_{5^\circ C\,\text{آب}} + Q_{39^\circ C\,\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} = 0 \xrightarrow[Q_{\text{گرماسنج}}=C\Delta\theta]{Q_{\text{آب}}=mc\Delta\theta}$$

$$0/5\times4200\times(\theta_e - 5) + 0/8\times4200\times(\theta_e - 39) + 252\times(\theta_e - 5) = 0$$

$$56(\theta_e - 5) + 80(\theta_e - 39) = 0 \Rightarrow 136\theta_e = 3400 \Rightarrow \theta_e = 25^\circ C$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow F = \frac{9}{5}\times25 + 32 = 77^\circ F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۷۵- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

در فرایند bc که یک فرایند بی‌دررو است، $Q_{bc} = 0$ است و چون فرایند انبساطی است، W_{bc} منفی است: $W_{bc} = -6000\,J$

برای به‌دست آوردن کار چرخه، باید کار تک‌تک فرایندها را جمع کنیم:

$W_{ab} = 0$ (فرایند هم‌حجم)

$W_{bc} = -6000\,J$

$$W_{ca} = -P\underbrace{\Delta V}_{V_a - V_c} = -200\times10^3\times(-20\times10^{-3}) = 4000\,J$$

$$W = W_{ab} + W_{bc} + W_{ac} = -2000\,J$$

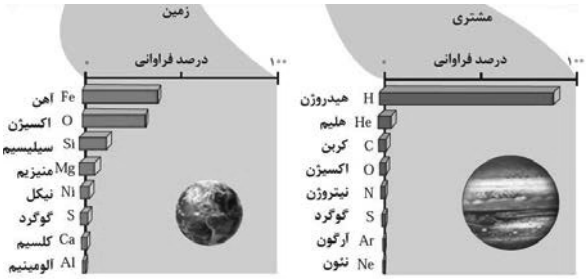
(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درصد فراوانی عنصرهای هیدروژن و هلیم (عنصرهای ردیف اول جدول دوره‌ای عنصرها) در سیارهٔ مشتری نسبت به زمین بیشتر است. در حالی‌که درصد فراوانی گوگرد در سیارهٔ زمین بیشتر از سیارهٔ مشتری است. نمودارهای زیر را ببینید:



۲) ایزوتوپی از عنصر تکنسیم ($_{43}Tc$) در تصویربرداری غدهٔ تیروئید مورد استفاده قرار می‌گیرد که نسبت شمار نوترون‌های آن به شمار پروتون‌های آن کمتر از ۱/۵ است. ببینید:

$$_{43}^{99}Tc : \frac{n}{p} = \frac{99-43}{43} \simeq 1/3 < 1/5$$

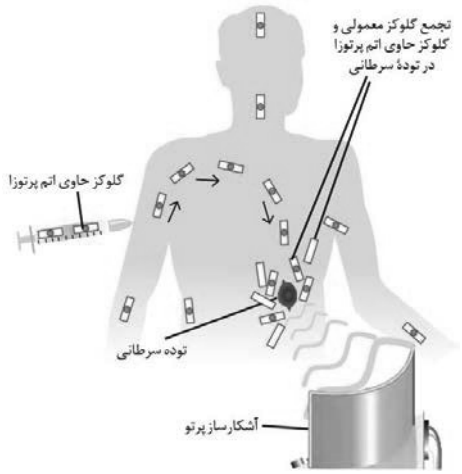
رابطهٔ $\frac{n}{p} \geq 1/5$ در اغلب رادیوایزوتوپ‌ها برقرار است.

۳) در دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، ۱۳ عنصر فلزی با اعداد اتمی ۱۹ تا ۳۱ (از پتاسیم تا گالیم) وجود دارد که از این میان نماد شیمیایی چهار عنصر فلزی کلسیم ($_{20}Ca$)، کروم ($_{24}Cr$)، کبالت ($_{27}Co$) و مس ($_{29}Cu$) با حرف C شروع می‌شود:

$$\frac{4}{13} \times 100 \simeq \%30/7 = \text{درصد عنصرهای فلزی مورد نظر}$$

چهار عنصر کلسیم، کروم، کبالت و مس همگی دارای الکترون در زیرلایهٔ 4s به عنوان آخرین زیرلایهٔ اشغال شده هستند. زیرلایه‌های 1s، 2s و 3s هر کدام دو الکترون دارند و با توجه به این‌که زیرلایهٔ s دارای عدد کوانتومی فرعی $l = 0$ است، این سه زیرلایه مجموعاً شش الکترون با $l = 0$ را شامل می‌شوند. زیرلایهٔ 4s نیز حداقل یک الکترون دارد (در کلسیم و کبالت دو الکترون و در کروم و مس یک الکترون) که این الکترون‌ها نیز دارای $l = 0$ است. بنابراین، هر یک از این چهار عنصر حداقل هفت الکترون با عدد کوانتومی فرعی $l = 0$ در آرایش الکترونی خود دارند.

۴) همان‌طور که در شکل داده شده می‌بینید، برای تودهٔ سرطانی، نوع گلوکز مهم نیست و هر نوع گلوکوزی را مصرف می‌کند؛ به عبارت دیگر هم گلوکز معمولی هم گلوکز نشان‌دار در محل توده، جمع می‌شود، ولی این گلوکز نشان‌دار است که به دلیل پرتوزا بودن، محل تودهٔ سرطانی رو لو می‌دهد! به عبارت دیگر غدهٔ سرطانی به خاطر مصرف زیاد گلوکز مشخص می‌شود.



(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳، ۵ تا ۹، ۱۰ و ۱۱)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا جمشیری)*

$$Z = \frac{A - \text{بار} + \text{تفاوت تعداد پروتون و نوترون}}{2} \Rightarrow Z = \frac{80-10}{2} = 35$$

$$\Rightarrow {}_{35}Br = 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,3d^{10}\,4s^2\,4p^5$$

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در اتم عنصر برم، لایهٔ چهارم از الکترون پر نشده است.

ب) درست؛ آلکن‌ها در اثر واکنش با Br_2 تبدیل به ترکیبات سیرشده می‌شوند.

پ) نادرست؛ در دمای اتاق فلوئور و کلر گاز و ید جامد است.

ت) درست؛ شمار نوترون‌ها در $_{35}^{80}Br$ و اتم $_{41}^{86}D$ برابر ۴۵ می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۱۰، ۱۱ و ۲۷ تا ۳۳)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

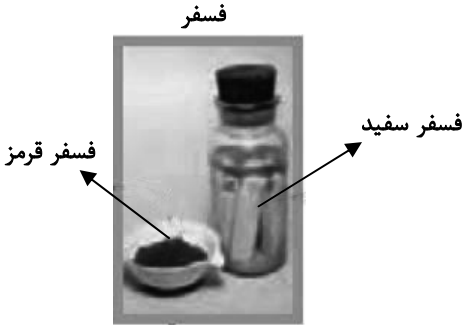
$$A : [_{18}Ar]\,3d^5\,4s^1 \Rightarrow {}_{24}Cr$$

$$B : [_{10}Ne]\,3s^2\,3p^3 \Rightarrow {}_{15}P$$

بررسی موارد:

مورد اول: مجموع عددهای کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت کروم ($3d^5\,4s^1$) برابر ۲۹ است. $5(3+2)+1(4+0)=29$

مورد دوم: مطابق مطالب کتاب درسی عنصر فسفر دارای دو آلوتروپ (فسفر سفید و قرمز) است که از این میان، فقط یکی از آن‌ها (فسفر سفید) در آزمایشگاه در زیر آب نگهداری می‌شود. فسفر سفید به سرعت با اکسیژن هوا واکنش می‌دهد.



مورد سوم: کروم دو یون Cr^{2+} و Cr^{3+} تشکیل می‌دهد پس می‌توانـد بـا اکسیژن و نیتروژن ترکیبات زیر را تشکیل دهد:

$$CrO\ ,\ Cr_2O_3\ ,\ Cr_2N_2\ ,\ CrN$$

مورد چهارم: عدد اکسایش فسفر در HPO_4^{2-} برابر ۳+ است و این یون هم خاصیت اکسندگی دارد و هم خاصیت کاهندگی. مواد شـیمیایی در بـالاترین عدد اکسایش خود فقط اکسنده و در کمترین عدد اکسایش خود فقط کاهنده هستند و اگر عدد اکسایش آن‌هـا مـابین ایـن دو عـدد باشـد، هـم خاصـیت اکسندگی دارند و هم خاصیت کاهندگی دارند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۸ و ۱۶)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش‌ها پس از موازنه به صورت زیر است:

$$a)\ \underbrace{5HClO_2 + NaOH}_{\text{۶= مجموع ضرایب}} \rightarrow \underbrace{4ClO_2 + NaCl + 3H_2O}_{\text{۸= مجموع ضرایب}}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 2$$

$$b)\ \underbrace{5NaI + NaIO_3 + 3H_2SO_4}_{\text{۹= مجموع ضرایب}} \rightarrow \underbrace{3I_2 + 3Na_2SO_4 + 3H_2O}_{\text{۹= مجموع ضرایب}}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 0 \quad \text{(کمترین)}$$

$$c)\ \underbrace{6NH_4ClO_4 + 10Al}_{\text{۱۶= مجموع ضرایب}} \rightarrow \underbrace{4Al_2O_3 + 2AlCl_3 + 12H_2O + 3N_2}_{\text{۲۱= مجموع ضرایب}}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 5 \quad \text{(بیشترین)}$$

$$d)\ \underbrace{Ca_3(PO_4)_2 + 3Cl_2 + 3CO}_{\text{۷= مجموع ضرایب}} \rightarrow \underbrace{2POCl_3 + 3CaCO_3}_{\text{۵= مجموع ضرایب}}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(امین نوروزی)*

معادلهٔ موازنه شده به شکل زیر است:

$$2KMnO_4 \rightarrow K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2$$

$$?\ L\ O_2 = 158\ g\ KMnO_4 \times \frac{1\ mol\ KMnO_4}{158\ g\ KMnO_4} \times \frac{1\ mol\ O_2}{2\ mol\ KMnO_4} \times \frac{22/4\ L\ O_2}{1\ mol\ O_2} = 11/2\ L\ O_2$$

در شرایط استاندارد

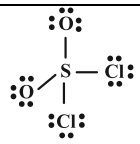
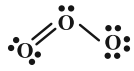
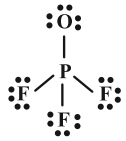
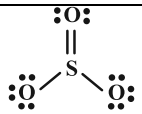
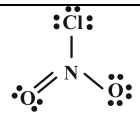
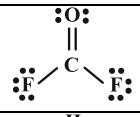
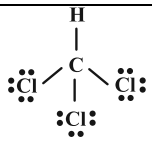
مطابق قوانین حاکم بر گازها می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \xrightarrow{n_1=n_2} \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \times \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{273+182}{273} \times \frac{1}{(1+4)} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{3}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

مولکول	ساختار لوویس	اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی ...	نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی
SO_2Cl_2		نیست	$\frac{12}{4} = 3$
O_3		است	-
POF_3		نیست	$\frac{12}{4} = 3$
HCN	$H-C\equiv N:$	نیست	-
SO_3		نیست	$\frac{8}{4} = 2$
NO_2Cl		نیست	-
COF_2		نیست	$\frac{8}{4} = 2$
$CHCl_3$		نیست	-

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

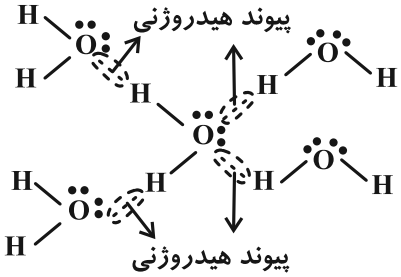
۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) استون (CH_3COCH_3) از انواع حلال‌هـای قطبـی بـوده و مـی‌توانـد حل‌شونده‌های ناقطبی مثل چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها را در خود حل کند.

۲) اتانول به صورت کاملاً مولکولی در آب حل شده و یونش نمی‌یابد. بنابراین محلول اتانول رسانای جریان برق نیست و این موضوع با تغییر غلظـت اتـانول تغییر نمی‌کند.

۳) در ساختار یخ هر اتم O با دو اتم H از یک مولکـول آب پیونـد اشـتراکی یگانه و با دو اتم H از مولکول‌های آب دیگر پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد.



۴) این گزینه نادرست است:

$$\text{۰/۵ L محلول} \times \frac{\text{۲ mol } CH_3COOH}{\text{۱ L محلول}} \times \frac{\text{۶۰ g } CH_3COOH}{\text{۱ mol } CH_3COOH} = \text{۶۰ g } CH_3COOH$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

$$۳۲۳ - ۲۷۳ = ۵۰^\circ C$$

$$S = ۰/۴\theta + ۸۰ \Rightarrow S = (۰/۴ \times ۵۰) + ۸۰ = ۱۰۰ g$$

$$\text{جرم محلول سیرشده در دمای } ۵۰^\circ C = ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۲۰۰ g$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{۱۰۰}{۲۰۰} \times ۱۰۰ = ۵۰٪$$

با توجه به انحلال‌پذیری نمک در دماهای $۵۰^\circ C$ و $۲۰^\circ C$:

$$\theta = ۲۰^\circ \Rightarrow S = ۰/۴ \times ۲۰ + ۸۰ = ۸۸ g$$

$$\Rightarrow \text{جرم محلول} = ۱۰۰ + ۸۸ = ۱۸۸ g$$

بر اثر سرد شدن ۲۰۰ گرم محلول سیرشدهٔ نمک از دمای $۵۰^\circ C$ تا $۲۰^\circ C$، مقدار ۱۲ گرم از نمک رسوب می‌کند.

$$\text{رسوب } ۳۰ g = \text{رسوب } ? g \times \frac{\text{۱۲ g رسوب}}{\text{۲۰۰ g محلول}} \times \text{۵۰۰ g محلول}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۶، ۱۰۲ و ۱۰۳)

۸۴- **گزینهٔ «۱»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) مادهٔ A نوعی مادهٔ آلی و ناقطبی است و مخلوط آن با بنزین همانند مخلوط ید در هگزان (مخلوط دو مادهٔ ناقطبی)، یک مخلوط همگن است.

۲) هیدروکربن‌ها (متان و هگزان) مواد ناقطبی هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها نزدیک به صفر بوده ولی گشتاور دوقطبی C برابر $۲/۶۹ D$ است.

۳) مقایسهٔ قدرت نیروی بین مولکولی این ۳ ماده به صورت $C > B > A$ است. نیروی بین مولکولی وابسته به گشتاور دوقطبی مولکول‌ها (μ) است.

۴) نقطهٔ جوش A و B کمتر از $۲۹۸ K$ یا کمتر از $۲۵^\circ C$ است پس در دمای اتاق گازی شکل هستند. هرگاه دمای اتاق بیشتر از نقطهٔ جوش ماده باشد، آن ماده در دمای اتاق به حالت گازی می‌باشد مثل گازهای نجیب.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحهٔ ۱۲۰)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ $_{۶}C$ بزرگ‌ترین نافلز دورهٔ دوم است ولی یون پایدار تک اتمی ندارد و با اشتراک الکترون، به آرایش گاز نجیب $_{۱۰}Ne$ می‌رسد.

قابل توجه است که کربن در ساختار بعضی یون‌ها (مثل $CO_3^{۲-}$) وجود دارد، اما این یون به صورت تک اتمی نیست.

مورد دوم: درست؛ عنصرهای $_{۳۵}Br$ و $_{۵۳}I$ در دوره‌های چهارم و پنجم قرار دارند. در هر یک از این دو دوره، حداکثر ۲ عنصر شبه‌فلزی یافت می‌شود.

مورد سوم: درست؛ شمار عناصر فلزی موجود در ۴ دورهٔ اول جدول تناوبی برابر با ۱۸ عنصر می‌باشد. نافلزهای ۲ اتمی دستهٔ p عناصر $I_۲$، $Br_۲$، $Cl_۲$، $F_۲$، $N_۲$ و $O_۲$ هستند.

مورد چهارم: درست؛ به عنوان مثال در گروه ۱۴، Sn و Pb رسانایی الکتریکی بالایی دارند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۹)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(فرشید مرادی)*

موارد (پ) و (ت) نادرست هستند. با توجه به جدول، عنصرهای A و C به دلیل کمتر بودن شعاع یونی از شعاع اتمی، عنصر فلزی هستند و B و D به دلیل بیشتر بودن شعاع یونی از شعاع اتمی، عنصر نافلزی هستند. از طرفی شعاع اتمی A از C بیشتر است، بنابراین با توجه به روند شعاع اتمی، در دورهٔ سوم، A در سمت چپ C قرار دارد. B و D دو نافلز از میان نافلزهای فسفر، گوگرد و کلر هستند و با توجه به شعاع‌های اتمی آن‌ها، B در سمت چپ D قرار دارد.

بررسی موارد:

الف) با توجه به جایگاه‌های ۴ عنصر، این عبارت درست است.

ب) فسفر و گوگرد در دما و فشار اتاق، جامد هستند و کلر به حالت گاز است، به لفظ می‌توانند دقت کنید.

پ) به دلیل نافلز بودن B و فلز بودن A، شمار الکترون‌های ظرفیتی B بیشتر است. ولی عنصر D هم نافلز است و در سمت راست B قرار دارد و شمار الکترون‌های ظرفیتی D از B بیشتر است.

ت) A فلز است و B نافلزی از دستهٔ p است. دقت کنید که A نمی‌تواند Al باشد زیرا باید فلز دیگری به عنوان C باشد که A در سمت چپ آن قرار بگیرد. پس A و B نمی توانند در یک دسته قرار بگیرند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۸۷- **گزینهٔ «۱»** *(فرشید مرادی)*

عنصر تیتانیم در دورهٔ چهارم قرار گرفته است. در هر دوره از جدول، فعال‌ترین نافلز، هالوژن آن دوره است و هالوژن دورهٔ چهارم، عنصر برم $(_{۳۵}Br)$ است که در دمای $۲۰۰^\circ C$ $(۴۷۳ K)$ یا بالاتر از آن (مثلاً $۴۷۴ K$) با گاز هیدروژن وارد واکنش می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) گازوئیل، تعداد اتم کربن بیشتری نسبت به نفت سفید (سوخت هواپیما) دارد، بنابراین نیروی بین مولکولی و دمای جوش آن نیز بیشتر از نفت سفید بوده و در سینی‌های پایین‌تری از مخلوط برج تقطیر جدا می‌شود.

۳) در بین عناصر واسطهٔ دورهٔ چهارم، عنصر آهن، ۳ زیرلایه با ۶ الکترون دارد ($3d^6$, $3p^6$, $2p^6$). این عنصر فلزی در هوای مرطوب به کندی با گاز اکسیژن وارد واکنش می‌شود.

۴) عنصری که بیشترین خاصیت شیمیایی نافلزی را دارد، هالوژن دورهٔ دوم یا F (فلوئور) با عدد اتمی ۹ و عنصری که بیشترین خاصیت شیمیایی فلزی را دارد، فلز قلیایی تناوب ششم یا Cs (سزیم) با عدد اتمی ۵۵ است. اختلاف عدد اتمی این دو عنصر برابر ۴۶ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمحمد کنگرانی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) دما معیاری برای توصیف میانگین تندی ذرات است هر چه دما بیشتر باشد، میانگین انرژی جنبشی بیشتر است. دقت کنید که مجموع انرژی جنبشی یا همان انرژی گرمایی، تابع دما و مقدار ماده است.

۲) دما کمیتی است که میزان گرمی و سردی را نشان می‌دهد. پس ظرف A گرم‌تر از B است.

۳) انرژی گرمایی با دو عامل دما و مقدار ماده، رابطهٔ مستقیم دارد. با وجود این‌که دمای ظرف A کمی از ظرف B بیشتر است اما چون مقدار ماده ظرف B به مقدار (قابل توجهی) بیشتر از ظرف A است (۴ برابر)، پس انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از A است.

۴) مخلوط کردن دو ظرف با هم باعث کاهش دمای محتویات ظرف A و رسیدن به دمای تعادل می‌شود که باعث می‌شود میانگین تندی مولکول‌های ظرف A کاهش یابد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۸۹- **گزینهٔ «۴»** *(روزبه رضوانی)*

با توجه به درصدهای داده شده در صورت سوال داریم:

$$(۳۰۰g\times\frac{۳}{۱۰۰}\times۱۷\frac{kJ}{g})+(۳۰۰g\times\frac{۱۷}{۱۰۰}\times۱۷\frac{kJ}{g})$$
$$+(۳۰۰g\times\frac{۵}{۱۰۰}\times۳۸\frac{kJ}{g})=۱۵۹۰kJ$$

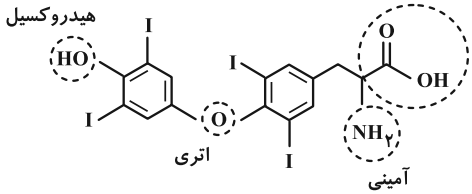
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۴، ۵۵ و ۷۲)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(هادی مهدی‌زاده)*

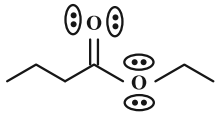
موارد (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

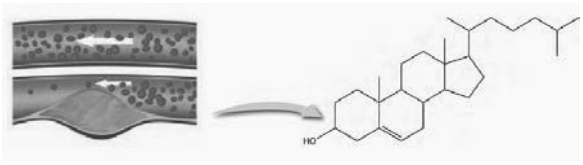
الف) دارای گروه عاملی آمینی، کربوکسیل، اتری و هیدروکسیل است.



ب) هر مول از آن به علت داشتن ۶ پیوند دوگانهٔ کربن- کربن $(C=C)$ می‌تواند با ۶ مول گاز هیدروژن (۱۲ گرم گاز هیدروژن) واکنش دهد.

پ) این ترکیب دارای ۴ اتم ید (هالوژن) بوده و این تعداد با شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در اتیل بوتانوات () برابر است.

ت) فرمول مولکولی آن $C_{۱۵}H_{۱۱}NO_۴I_۴$ می‌باشد و همانند کلسترول دارای یک گروه عاملی هیدروکسیل است.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۱، ۹۶، ۱۱۱، ۱۱۵ و ۱۱۶)

۹۱- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

$$۴KNO_۳\rightarrow ۲K_۲O+۲N_۲+۵O_۲$$

$$?g\ KNO_۳=۱۹/۶L\ \text{گاز}\times\frac{۱mol\ \text{گاز}}{۲۲/۴L\ \text{گاز}}\times\frac{۴mol\ KNO_۳}{۷mol\ \text{گاز}}$$
$$=۰/۵mol\ KNO_۳$$

$$\bar{R}_{KNO_۳}=\frac{\Delta n\ KNO_۳}{\Delta t}=\frac{۰/۵mol}{۵min}=۰/۱mol.min^{-۱}$$

$$\frac{\bar{R}_{O_۲}}{۵}=\frac{\bar{R}_{KNO_۳}}{۴}\Rightarrow\bar{R}_{O_۲}=\frac{۵}{۴}\times(۰/۱mol.min^{-۱})$$
$$=۰/۱۲۵mol.min^{-۱}$$

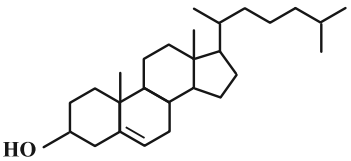
$$?g\ K_۲O=۰/۵mol\ KNO_۳\times\frac{۲mol\ K_۲O}{۴mol\ KNO_۳}\times\frac{۹۴g\ K_۲O}{۱mol\ K_۲O}$$
$$=۲۳/۵g\ K_۲O$$

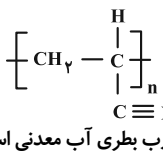
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

۹۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرمسعود حسینی)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در ساختار واحد تکرارشوندهٔ پلی‌سیانواتن، همانند ساختار کلسترول (الکل سیرنشده) پیوند چندگانه دیده می‌شود.



پلی‌سیانواتن : 

ب) درست؛ پلی‌اتن سنگین کدر در ساختار درب بطری آب معدنی استفاده می‌شود.

پ) درست؛ پلی‌استیرن در تهیهٔ ظروف یک بار مصرف به کار می‌رود. از لیوان یک بار مصرف به عنوان عایق گرما در گرماسنج لیوانی استفاده می‌شود.

تلاشی درمسیر موفقیت

ت) نادرست؛ در پلیمرهای افزایشی مانند پلی‌اتن، پلی‌پروپن و ... جرم مولی پلیمر برابر با مجموع جرم مونومرهای سازندهٔ آن است، اما در مورد همهٔ پلیمرها این عبارت درست نیست. پلیمرهای ترکیبی مثل پلی‌استرها و پلی‌آمید و سلولز و نشاسته این طور نیستند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۹۶ و ۱۰۶ تا ۱۱۰)

۹۳- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به معادلهٔ کلی واکنش کربوکسیلیک اسیدها $(C_nH_{2n}O_2)$ و الکل‌ها $(C_{n'}H_{2n'+2}O)$، یک مول آب تولید خواهد شد:

$$C_nH_{2n}O_2 + C_{n'}H_{2n'+2}O \rightarrow C_{(n+n')}H_{(2n+2n')}O_2 + H_2O$$

بنابراین می‌توان جرم مولی و فرمول مولکولی اسید مورد استفاده را به صورت زیر تعیین کرد:

$$5/8\,g\ \text{اسید} \times \frac{1\,mol\ \text{اسید}}{M\,g\ \text{اسید}} \times \frac{1\,mol\ H_2O}{1\,mol\ \text{اسید}} \times \frac{18\,g\ H_2O}{1\,mol\ H_2O} \times \frac{60\,g\ H_2O\ \text{عملی}}{100\,g\ H_2O\ \text{نظری}} = 0/54\,g\ H_2O \Rightarrow M = 116$$

$$C_nH_{2n}O_2 = 116 \Rightarrow 14n + 32 = 116 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow C_6H_{12}O_2$$

در نتیجه نسبت جرمی کربن به اکسیژن در این اسید برابر است با:

$$\frac{\text{جرم C}}{\text{جرم O}} = \frac{6\times12}{2\times16} = \frac{72}{32} = 2/25$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

شیمی‌دان‌ها براساس یافته‌های تجربی دریافته‌اند که مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند «محیط مرطوب با کاتالیزگر» یا «محیط گرم و مرطوب» به آرامی به مونومرهای سازنده (گلوکز) تبدیل می‌شوند و مزهٔ شیرین ایجاد می‌کنند. نشاسته هنگام گوارش (که از دهان آغاز می‌شود) به گلوکز تبدیل می‌گردد. در واقع گوارش نشاسته شامل واکنش شیمیایی تبدیل آن به گلوکز است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود.

$$(C_6H_{10}O_5)_n + nH_2O \rightarrow nC_6H_{12}O_6$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحهٔ ۱۱۸)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(یاسر راش)*

با توجه به ساختار لینولئیک اسید، فرمول مولکولی آن به صورت $C_{18}H_{32}O_2$ و فرمول صابون جامد حاصل از آن به صورت $C_{18}H_{31}O_2Na$ است. معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$2\underbrace{C_{18}H_{31}O_2Na}_{302\,g.mol^{-1}}(aq) + Ca^{2+}(aq) \rightarrow \underbrace{(C_{18}H_{31}O_2)_2Ca}_{598\,g.mol^{-1}}(s) + 2Na^+(aq)$$

در ادامه با استفاده از جرم رسوب تشکیل شده، جرم صابون جامد موجود در قطعه صابون اولیه را حساب می‌کنیم:

$$?\,g\ C_{18}H_{31}O_2Na = 59/8\,g(C_{18}H_{31}O_2)_2Ca \times \frac{1\,mol}{598\,g} \times \frac{2\,mol\ C_{18}H_{31}O_2Na}{1\,mol\ (C_{18}H_{31}O_2)_2Ca} \times \frac{302\,g\ C_{18}H_{31}O_2Na}{1\,mol\ C_{18}H_{31}O_2Na} \times \frac{100}{80} = 75/5\,g\,C_{18}H_{31}O_2Na$$

بنابراین جرم تریکلوزان موجود در قطعه صابون برابر است با:

$$\text{جرم تریکلوزان} = 87/08 - 75/5 = 11/58\,g$$

این مقدار، معادل با جرم ۰/۰۴ مول از تریکلوزان است. در نتیجه جرم مولی تریکلوزان برابر با $\frac{11/58}{0/04} = 289/5\,g.mol^{-1}$ است. فرمول مولکولی و جرم مولی ساختارهای ارائه شده در گزینه‌ها به شرح زیر است:

۱) $C_{12}H_7Cl_3O_2 = 289/5\,g.mol^{-1}$

۲) $C_{13}H_9Cl_3N_2O = 315/5\,g.mol^{-1}$

۳) $C_8H_9ClO = 156/5\,g.mol^{-1}$

۴) $C_{13}H_6Cl_6O_2 = 407\,g.mol^{-1}$

بنابراین ساختار ارائه شده در گزینهٔ «۱» مربوط به تریکلوزان است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(علی جعفری)*

K_a استیک اسید در دمای اتاق بیشتر از هیدروسیانیک اسید است، پس غلظت‌های یون‌های موجود در محلول آن (مثل $[H^+]$) بیشتر می‌باشد، چون استیک اسید بیشتر یونیده شده است. از طرفی چون غلظت یون هیدرونیوم در HCN کمتر از CH_3COOH است، پس محلول هیدروسیانیک اسید، pH بیشتری دارد.

قدرت اسیدی HCN از CH_3COOH در دما معین کمتر است، پس در غلظت برابری از آن‌ها، شمار مولکول‌های یونیده نشده در HCN بیشتر خواهد بود.

$$[\text{مولکول‌های یونیده نشده}] = M - M\alpha$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۳ و ۲۵)

۹۷- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) مدل آرنیوس با بررسی میزان تولید یون هیدرونیوم (H_3O^+) در محلول‌های آبی، قدرت اسیدی مواد را مشخص می‌کند. HCN یک اسید ضعیف است و در آب به مقدار کمی یون هیدرونیوم تولید می‌کند. در مقابل، NaOH یک باز قوی است و در آب تقریباً به‌طور کامل به یون‌های سدیم (Na^+) و هیدروکسید (OH^-) تفکیک می‌شود. بنابراین، در محلول آبی HCN با غلظت مشخص، غلظت یون هیدرونیوم بیشتر از محلول آبی NaOH با همان غلظت و دما خواهد بود، زیرا NaOH با تولید یون هیدروکسید، غلظت یون هیدرونیوم را کاهش می‌دهد.

۲) اسیدها را بر مبنای میزان یونش در آب در دمای معین به دو دستهٔ قوی و ضعیف تقسیم می‌کنند.

۳) مدل آرنیوس بر مبنای تولید یون هیدرونیوم در محلول‌های آبی، اسیدها و بازها را تعریف می‌کند. برای نمونه، در حالی‌که HCl (یک اسید آرنیوس) تنها یک اتم هیدروژن دارد، NH_3 (یک باز آرنیوس) سه اتم هیدروژن دارد.
همچنین، H_2CO_3 (یک اسید آرنیوس) دو اتم هیدروژن دارد، در حالی‌که $NaOH$ (یک باز آرنیوس) یک اتم هیدروژن دارد (البته به صورت یون هیدروکسید). این مثال‌ها نشان می‌دهند که تعداد اتم‌های هیدروژن در ساختار اسیدها و بازهای آرنیوس لزوماً با قدرت اسیدی یا بازی آن‌ها ارتباطی ندارد و نمی‌توان از آن برای مقایسهٔ آن‌ها استفاده کرد. از این‌رو، مدل آرنیوس در پیش‌بینی و مقایسهٔ شمار اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار اسیدها و بازهای آرنیوس عملکرد مناسبی ندارد، زیرا تمرکز این مدل بر یون‌های تولید شده در محلول آبی است، نه تعداد اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی آن‌ها.
۴) فلزهای قلیایی با انحلال در آب غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهند و جزو بازهای آرنیوس هستند، اما در ساختار خود اتم H یا O ندارند. مثل:

$$2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** *(هادی مهدی‌زاده)*

با توجه به داده‌های سوال داریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} \Rightarrow [H^+] = 10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$$

$$\Rightarrow 10^{-4} = \frac{10^{-8}}{M - 10^{-4}} \Rightarrow M = 2\times10^{-4}\,mol.L^{-1}$$

$$\text{غلظت} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{\frac{\text{جرم (g)}}{\text{جرم مولی}}}{\text{حجم (L)}}$$

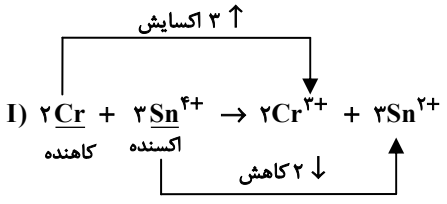
$$\Rightarrow 2\times10^{-4} = \frac{\frac{35/2\times10^{-4}}{\text{جرم مولی}}}{0/2} \Rightarrow 4\times10^{-5} = \frac{35/2\times10^{-4}}{\text{جرم مولی}}$$

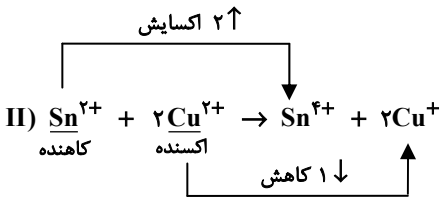
$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = 88\,g.mol^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۲، ۲۴ و ۲۵)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش‌ها را می‌نویسیم:





$$\begin{cases} \text{ضریب اکسنده} \rightarrow \text{تغییرات گونهٔ کاهنده} \\ \text{ضریب کاهنده} \rightarrow \text{تغییرات گونهٔ اکسنده} \end{cases}$$

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) $\frac{\text{ضریب گونهٔ اکسنده واکنش (I)}}{\text{ضریب گونهٔ کاهنده واکنش (II)}} = \frac{3}{1} = 3$

۲) $\frac{\text{مجموع ضرایب استوکیومتری گونه‌ها در واکنش (I)}}{\text{ضریب گونهٔ اکسنده در واکنش (II)}} = \frac{2+3+2+3}{2} = 5$

۳) با توجه به انجام‌پذیر بودن واکنش (I) می‌توان نوشت:

$Sn^{4+} > Cr^{3+}$: قدرت اکسندگی

$Cr > Sn^{2+}$: قدرت کاهندگی

۴) گونهٔ کاهنده در واکنش (I)، Cr با ضریب استوکیومتری ۲ است. گونهٔ کاهنده در واکنش (II)، Sn^{2+} با ضریب استوکیومتری ۱ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(حسین شاهسواری)*

بررسی موارد نادرست:

الف) یون Cl^- در حالت فیزیکی مذاب قرار دارد (نه محلول). مولکول آب مزاحم فرایند برقکافت است.

پ) در مخزن W، محلول $MgCl_2$ تولید می‌شود، نه مذاب آن!

(شیمی ۲- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(محسن مجنونی)*

با توجه به این‌که Al نقش آند را دارد، پس فلز منیزیم به دلیل این‌که کاهنده‌تر از Al است، نمی‌تواند نقش کاتد را داشته باشد. واکنش کلی این سلول به صورت زیر می‌باشد:

$$aAl(s) + 3X^{a+}(aq) \rightarrow aAl^{3+}(aq) + 3X(s)$$

اگر الکترود A را Ti یا Zn (با نماد فرضی X) فرض کنیم، معادلهٔ واکنش به صورت زیر خواهد بود:

$$2Al(s) + 3X^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3X(s) \sim 6e^-$$

اگر الکترود A، Ag باشد، معادلهٔ واکنش به صورت زیر خواهد بود:

$$Al(s) + 3Ag^+(aq) \rightarrow Al^{3+}(aq) + 3Ag(s) \sim 3e^-$$

حال به محاسبهٔ تغییر جرم الکترود کاتد می‌پردازیم:

$$X: Ti \rightarrow 9/632\times10^{23}\,e^- \times \frac{1\,mol\,e^-}{6/02\times10^{23}\,e^-} \times \frac{3\,mol\,Ti}{6\,mol\,e^-}$$

$$\times \frac{48\,g\,Ti}{1\,mol\,Ti} = 38/4\,g\,Ti$$

$$X:Zn \rightarrow ۹/۶۳۲\times۱۰^{۲۳}e^- \times \frac{۱mol\,e^-}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}e^-} \times \frac{۳mol\,Zn}{۶mol\,e^-}$$

$$\times \frac{۶۵g\,Zn}{۱mol\,Zn} = ۵۲g\,Zn$$

$$Ag \rightarrow ۹/۶۳۲\times۱۰^{۲۳}e^- \times \frac{۱mol\,e^-}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}e^-} \times \frac{۳mol\,Ag}{۳mol\,e^-}$$

$$\times \frac{۱۰۸g\,Ag}{۱mol\,Ag} = ۱۷۲/۸g\,Ag$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** (سعید تیزرو)

ویژگی‌های رسانایی الکتریکی و پایداری در گرافیت بیشتر از الماس است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** (پیمان خوابوی‌مجد)

آنتالپی فروپاشی شبکه وابسته به بار کاتیون و آنیون است و با مجموع مقادیر عددی آن‌ها رابطهٔ مستقیم دارد و با شعاع یون رابطهٔ عکس دارد.

مقایسه درست آنتالپی فروپاشی این چهار ترکیب به صورت $NaBr < LiCl < CaO < MgO$ است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳ و ۸۶)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** (امیرمحمد کنگرانی)

$$CaO(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow CaCl_۲(aq) + H_۲O(l)$$

$$pH = ۱/۷ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۷}$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۰/۳} \Rightarrow [H^+] = ۲\times۱۰^{-۲}\,mol.L^{-۱}$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{n(mol)}{V(L)} \Rightarrow ۲\times۱۰^{-۲} = \frac{n}{۲} \Rightarrow n = ۴\times۱۰^{-۲}\,mol\,HCl$$

$$?\,mol\,CaO = ۰/۰۴\,mol\,HCl \times \frac{۱mol\,CaO}{۲mol\,HCl} = ۰/۰۲\,mol\,CaO$$

با توجه به یکسان بودن ضرایب استوکیومتری CaO و $CO_۲$، مقدار ۰/۰۲ مول $CO_۲$ در مخلوط تعادلی موجود است.

$$K = [CO_۲] = \frac{۰/۰۲mol}{۵L} = ۴\times۱۰^{-۳}\,mol.L^{-۱}$$

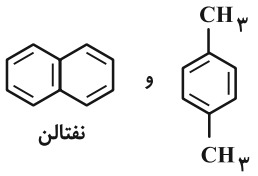
(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵، ۳۰ تا ۳۶ و شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین طیبی)

عبارت‌های (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

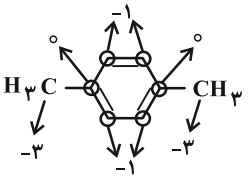
الف) فرمول مولکولی پارازایلن به صورت $C_۸H_{۱۰}$ و فرمول مولکولی نفتالن به صورت $C_{۱۰}H_۸$ است.



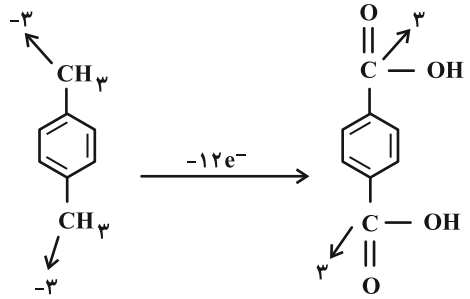
نفتالن و پارازایلن

ب) عدد اکسایش کربن در $H-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-H$ برابر با صفر می‌باشد. در پارازایلن، ۲ اتم کربن دارای عدد اکسایش صفر، ۲ اتم کربن دارای عدد اکسایش (۳-) و ۴ اتم کربن عدد اکسایش (۱-) هستند.

$$\frac{۲}{۸}\times۱۰۰ = ٪۲۵$$



پ) ۲ اتم کربن از عدد اکسایش ۳- به ۳+ می‌رسند که در مجموع به ازای هر مول پارازایلن ۱۲ مول الکترون طی فرایند اکسایش از دست می‌دهد. (به دست نمی‌آورد!)



ت) پارازایلن در حضور محلول $KMnO_۴$ غلیظ (به عنوان عامل اکسنده)، به ترفتالیک اسید تبدیل می‌شود. ترفتالیک اسید دارای فرمول مولکولی $C_۸H_۶O_۴$ است.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های H}}{\text{تفاوت شمار اتم‌های C و O}} = \frac{۶}{۸-۴} = \frac{۶}{۴} = ۱/۵$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)