


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

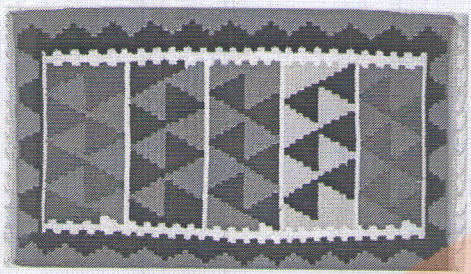
 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

اهداف

- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام گذاری کنند
- ۲- روابط بین پاره خطها را بنویسند و درک کنند
- ۳- زاویه ها را نام گذاری کنند



- ۴- روابط بین زاویه ها را بنویسند و درک کنند
- ۵- زاویه های متمم، مثل و متقابل در این رابطه یادآورند
- ۶- با نوشتن رابطه ها وارد استدلال منطقی شوند

هندسه و استدلال

فصل ۳

۷- چند ضلعی منتظم را در بایری رسم ساخته اند

۸- استدلال ها در بایری رسم به صورت شهری و بدون اثبات بیان شده است

• روابط بین پاره خطها

• روابط بین زاویه ها

• رسم مثلث

• هم نهشتی مثلثها

شکل های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیایی از شکل ها و

حجم ها زندگی می کنیم. انواع خطوط نیز به صورت های مختلف در زندگی ما دیده می شوند.

خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه اند.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

اندازه‌ی جبری: اندازه‌ی جبری بردار \overline{AB} یا \overline{BA} عاقلین می‌دهیم $\Rightarrow \overline{AB} = -\overline{BA}$

طول بردار \overline{AB} را به صورت $|\overline{AB}|$

عاقلین می‌دهیم

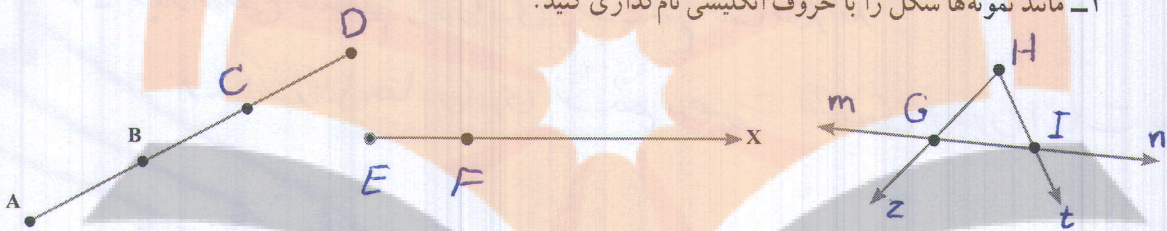
روابط بین پاره خط‌ها

در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر

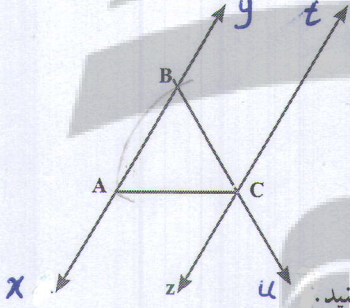
خط را با حروف کوچک نام‌گذاری می‌کنیم.

تکرار دار این کتاب برای اندازه‌ی پاره خط AB از \overline{AB} استفاده کرده است

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و پاره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



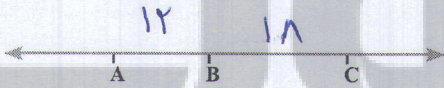
$$(Ax, Ay), (Bx, By), (Bx, By), (Cu, Cu), (ct, cz)$$

AB, AC, BC

$$xy \parallel zt$$

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و به‌صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = 12 \quad \overline{BC} = 18 \quad \overline{AC} = 30 \quad \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$



$$\overline{AB} = 12$$

$$\overline{BC} = 18$$

$$\overline{AC} = 30$$

۳- در شکل مقابل پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟ بله، چون اندازه تغییر نمی‌کند (کلامی)

آیا بدون اندازه‌گیری می‌توان رابطه‌ی زیر را نوشت؟ چرا؟ پاره خط AC از پاره خط AB و BC بوجود آمده

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$12 \quad 18 \quad 30$$

آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به‌جای پاره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

اشکال جبری

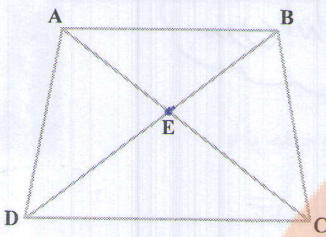
$$\frac{3 \times 2}{2} = 3$$

مقایسه‌ی پاره خط‌ها

اشکال دارد

دست‌ورزی

دانش آموزان به کمک استدلال نزدیک می‌شود



AB, AE, AC, AD

BE, BD, BC

CE, CD

DE

۱- تمام پاره خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$$

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

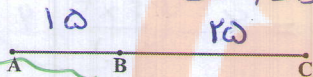
مانند نمونه رابطه‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD}$$

$$\overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

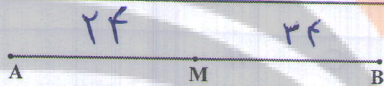
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} + \frac{25}{40} = \frac{40}{40} = 1$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟

هدف: رابطه‌های بین پاره خط‌ها



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره خط AB است.

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$\overline{AM} = \overline{MB} \quad (\text{زیرا } 24 = 24)$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$48 = 2 \times 24 \quad \checkmark$$

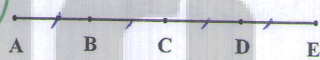
$$24 = \frac{1}{2} \times 48$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

هدف: استدلال است

۲- اگر پاره خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

نصرت کلامی استدلال بیان می‌شود



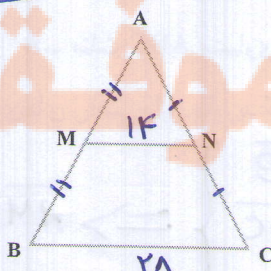
$$\overline{AC} = 2 \overline{AB} \quad \overline{CE} = \frac{1}{2} \overline{AE}$$

$$\overline{AE} = \frac{4}{3} \overline{BE} \quad \overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

برای سادگی کار از مثلث متساوی الاضلاع استفاده کنید

مثلث ABC متساوی الاضلاع است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.

استدلال کلامی باشد



$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} \quad \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$\overline{AM} = \overline{BM} \quad \overline{AC} = 2 \overline{AN}$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه گیری بررسی کنید.

نکته: پاره خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را بهم وصل می‌کند نصف ضلع سوم و موازی با آن می‌باشد

$$\begin{matrix} AM = BM \\ AN = CN \end{matrix} \Rightarrow MN \parallel \frac{BC}{2}$$

آموزش نوشتن استدلال

هر کدام از اضلاع مثلث AMN نصف

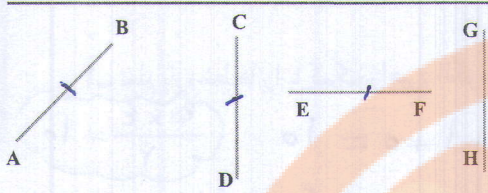
اضلاع مثلث ABC است و مثلث ABC متساوی

الاضلاع است پس مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است

بدون اندازه گیری

فعالیت

تجرب



با توجه به پاره خط‌ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ ، رابطه‌های زیر را کامل کنید (این علامت \Rightarrow یعنی نتیجه می‌گیریم).

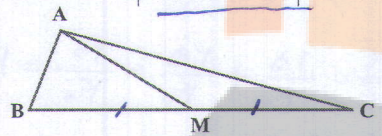
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

$(\overline{AB}, \overline{AM}, \overline{AC}), (\overline{BM}, \overline{BC}), (\overline{CM})$

$3 + 2 + 1 + 0 = 4$ $\frac{4 \times 3}{2} = 4$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط‌ها در شکل زیر می‌بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط‌ها را نام



$BM = MC$

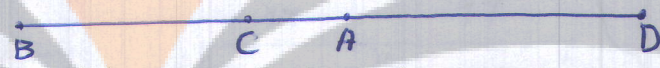
$BM = \frac{1}{2} BC, CM = \frac{1}{2} BC$

بیرید. (M وسط ضلع BC است).

$BC = 2BM, BC = 2CM$

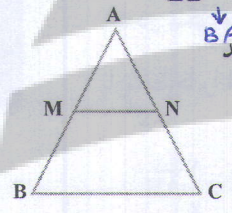
۲- یک خط رسم کنید و نقاط D, C, A و B را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$



$\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$

۳- مثلث ABC متساوی الاضلاع است. M, N وسط‌های ضلع اند. چگونه می‌توانید دلیل بیاورید که مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است؟ $\Rightarrow AM = MN = AN$



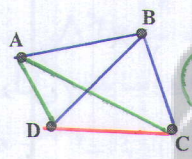
$AM = \frac{1}{2} AB$

$AN = \frac{1}{2} AC$

$MN = \frac{1}{2} BC$

$AB = AC = BC$

تمام نقاط شکل مقابل را بهم وصل کنید. چه شکلی به وجود آمد؟



تعداد اضلاع - تعداد پاره خط‌ها = تعداد نقاط

رسم شده است کدام پاره خط‌ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می‌کنند؟

$\rightarrow AC, BD$

کدام پاره خط‌ها قطره‌های چندضلعی هستند

۵- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

(الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ **بی شمار**

(ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ **بی شمار**

(ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟ **بی شمار**

(د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟ **یک خط**

تعداد نقطه $\times 2 =$ تعداد نقاط

$1 \times 2 = 2$

$2 \times 2 = 4$

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می‌آید؟ چرا؟

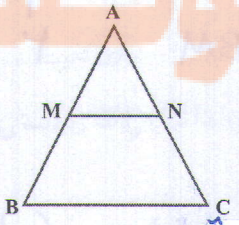
۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن (b) از قد حسین (c) است

$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b > c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$

علی بزرگ‌تر از حسین است

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق‌های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و

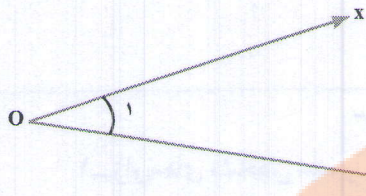


$AB \text{ وسط } M \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$

$AC \text{ وسط } N \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$

$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$

روابط بین زاویه ها

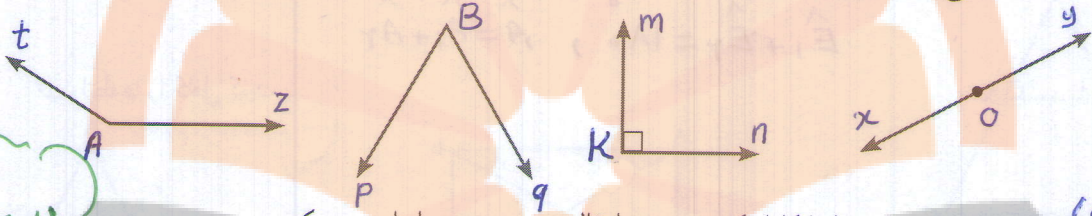


زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.
چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$\hat{x}\hat{O}y = y\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

زیرا طبق قرارداد نقاط با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که باز است با حروف کوچک

۱- با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



۲- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با مقاله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

$$\hat{x}\hat{O}y + y\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = \hat{x}\hat{O}z$$

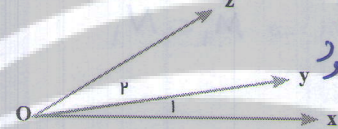
$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{x}\hat{O}y = \hat{z}\hat{O}y$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{z}\hat{O}y$$

وقتی به صورت شعری

و یا ابزار بررسی شود

یا دگربری عمیق تر می شود



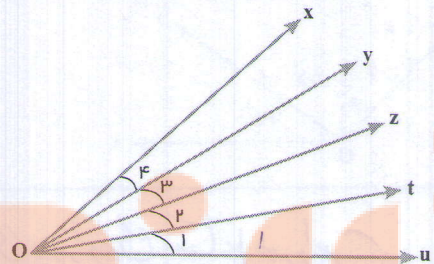
۳- زاویه های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$ و \hat{O}_4 همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \hat{1} \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \hat{1} t\hat{O}x$$

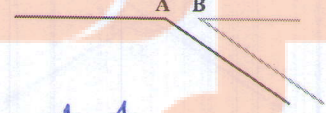
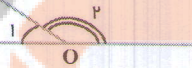
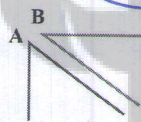
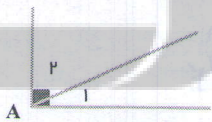
$$y\hat{O}t = \hat{2} \hat{O}_2$$

$$\hat{O}_2 = \hat{1} z\hat{O}u$$



بدون ابزار بررسی

۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

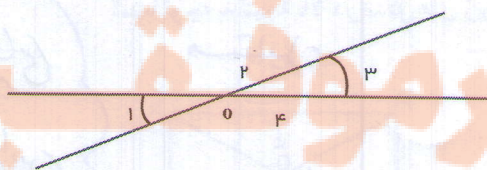
$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180$$

۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

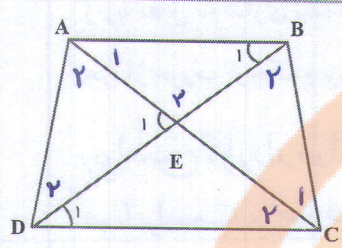


$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_4 = 180$$

$$\hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 180$$



۳ حرف

$$\hat{D}_1 = \hat{EDC} \text{ یا } \hat{BDC}$$

$$\hat{B}_1 = \hat{EBA} \text{ یا } \hat{DBA}$$

$$\hat{E}_1 = \hat{AED}$$

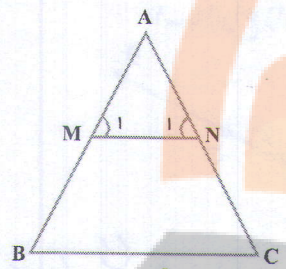
۱- زاویه های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۴ تا از رابطه های بین زاویه ها را بنویسید.

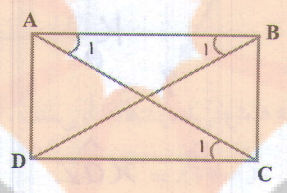
$$\hat{ADC} = \hat{D}_2 + \hat{D}_1, \quad \hat{A}_2 + \hat{D}_2 + \hat{E}_1 = 180^\circ$$

$$\hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ, \quad \hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2$$

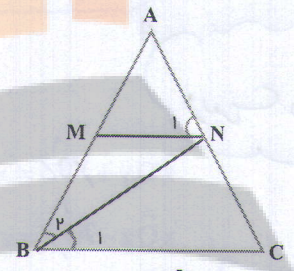
۲- رابطه ها را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{M}_1 \\ \hat{C} = \hat{N}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$



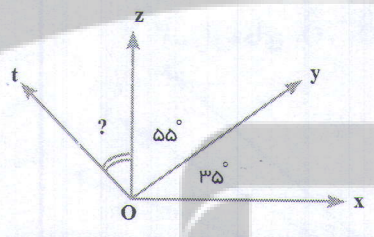
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{N}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{N}_1$$

استدلال روابط بین زاویه ها

۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه؟ را پیدا کنید.



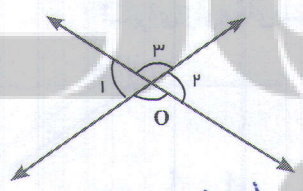
$$x\hat{O}t = t\hat{O}z + z\hat{O}y + y\hat{O}x$$

اگر $x\hat{O}t = 120^\circ$ باشد.

$$120^\circ = \square + 55 + 35 \Rightarrow \square = 30$$

$$\begin{array}{l} 55 + 35 = 90 \\ 120 - 90 = 30 \end{array}$$

۱- با توجه به شکل مقابل رابطه ها را کامل کنید. استدلال تساوی دوزاوی متقابل براس

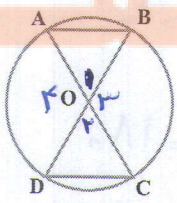


$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_3 = 180^\circ \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_4 = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

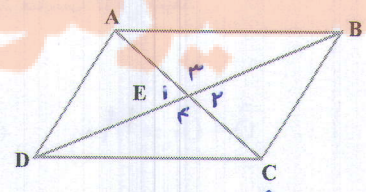
چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟ زاویه های متقابل براس با هم برابرند

هرگز دایره است

۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل های زیر زاویه های مساوی را مشخص کنید. متوازی الاضلاع

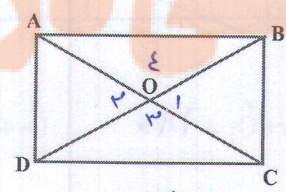


$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ و } \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$



$$\hat{E}_1 = \hat{E}_2$$

$$\hat{E}_3 = \hat{E}_4$$



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

$$\hat{O}_3 = \hat{O}_4$$

فقط زاویه های متقابل براس گفته شود

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$OC = OD \Rightarrow \hat{C} = \hat{D}$$

$$\hat{OAB} = \hat{OBC} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$

زاویه نیم محور: ساعت ۹ و ...

زاویه میانه: ساعت ۱۲ و ...

زاویه باز: ساعت ۴ و ۵ و ...

زاویه راست: ساعت ۳:۰۰ و ۹:۰۰ و ...

۱- زمان هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

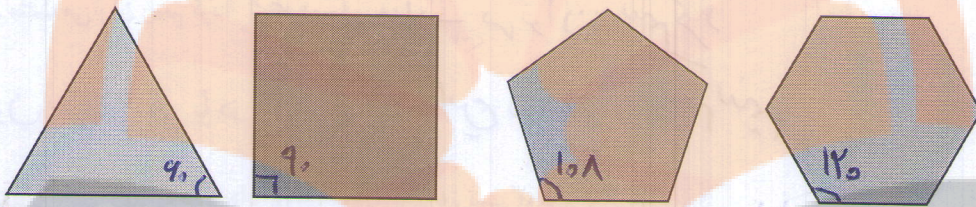
۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با نقاله نیم ساز آن را بکشید. زاویه را نام گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه ها بنویسید.

$$\hat{O}_1 = \frac{1}{r} \times \hat{O}Z \quad \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}Z \quad \text{یا} \quad \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۳- در شکل های زیر همه ضلع ها و زاویه های شکل ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل ها چند ضلعی های منتظم می گوئیم.

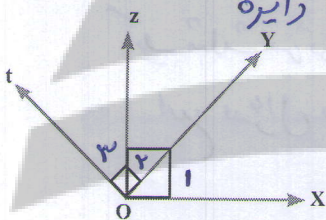
تک‌ضلعی (کلاس ششم)

صفحه ۵۹ یابری ششم



با افزایش تعداد ضلع ها زاویه های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می کند؟ بزرگ تر می شوند (الگویابی)

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک تر می شود؟ رایره



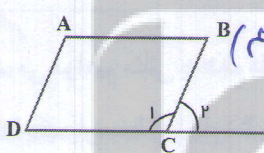
۴- در شکل مقابل می دانیم زاویه های $\hat{O}Z$ و $\hat{O}Y$ 90° هستند.

چگونه می توانید نتیجه بگیرید که زاویه های $\hat{O}Z$ و $\hat{O}Y$ مساوی اند؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 &= 90 \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_2 &= 90 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

۵- می دانیم در متوازی الاضلاع زاویه های کنار هم مثل A و B و یا D و A و B یا C و D یا C و D با هم مکمل اند.

صفحه ۵۸ یابری ششم



چگونه می توانید نتیجه بگیرید که زاویه C_1 و B مساوی اند؟

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_1 + \hat{B} &= 180 \\ \hat{C}_1 + \hat{D} &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}$$

۶- اندازه زاویه x, y را در شکل های زیر پیدا کنید. بدون ابزار

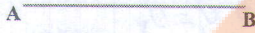
اصلاح شود

اصلاح شود



فعالیت

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ باشد.



چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد - چون اندازه ی دو ضلع دیگر را نداریم و بهرخواه می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن $AC = 2 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد چون می توانیم با هر زاویه ای این دو ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB ، AC ، BC به ترتیب 3 ، 2 و $2/5$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

باید مثلث می توان رسم کرد - در صورتی که دانش آموزان جابجایی ۲ یا ۴ یا ۱۲ را به این سوال دادند به آن ها بگویند که هرگز این مثلث ها نمی توانند چرخیده اند وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید، پاک نکنید.

کار در کلاس

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه ۴ سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه ۳ سانتی متر باشند؟ دایره ای به مرکز A و به شعاع ۳ رسم می کنیم
 چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ به مرکز B دایره ای به شعاع ۲ cm رسم می کنیم
 اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه ۳ و هم از نقطه B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ دو نقطه
 آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟ بله چون این دو دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع می کنند، این دو مثلث یکی می باشد و با هم همبستگی می باشند

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

دو نقطه قطع می کنند، این دو مثلث یکی می باشد و با هم همبستگی می باشند

در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی به وجود نمی آید

۱- مثلثی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB=3\text{cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A}=50^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ می شمار چون ضلع AC را نداریم
و هر دانش آموزی تواند آن را به دخیوان در نظر بگیرد

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=3\text{cm}$ و زاویه آن $\hat{A}=50^\circ$ و $\hat{B}=40^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ فقط یکی، در صورتی که دانش آموزان
جواب های ۲ و ... دارند شما توضیح دهید که این مثلث ها
کفکی یکی می باشند که چرخیده اند

۳- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC=3\text{cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ می شمار مثلث می توان رسم کرد
چون زاویه ی بین دو ضلع مشخص نشده است

۴- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB=2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC=3\text{cm}$ باشد. زاویه بین آنها یعنی $\hat{A}=50^\circ$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ ! مثلث

چون فقط یک حالت بوجود می آید و حالت های دیگر مثلث جدیدی بوجود نمی آورد
فقط یک مثلث بوجود می آید و حالت های دیگر همان مثلث است که چرخیده

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ز ض ز) دو زاویه و
یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی
از حالت های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

دست ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت های زیر رسم کنید. (نام گذاری و اندازه گیری را فراموش نکنید.)

الف) $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4\text{ cm}$ ، $\overline{BC} = 2\text{ cm}$

ب) $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4\text{ cm}$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

ج) $\overline{AB} = 5\text{ cm}$ ، $\hat{B} = 100^\circ$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{A} = 50^\circ$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{C} = 55^\circ$ باشد.

چند مثلث با این شرایط می توانید رسم کنید؟ بی شکی مثلث می توان رسم کرد

اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق اند؟ خیر، می توانند غیر قابل انطباق باشند
دلیل خود را بیان کنید. چون می توانند اضلاع متفاوتی داشته باشند

۳- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر باشد. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

پروژه ی تحقیقی

می توان به قضیه (ابطالی) فیثاغورس اشاره ای کرد

۴- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی متر و زاویه رأس آن 40° درجه باشد.

۵- مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $2/5$ سانتی متر و زاویه های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.

$2 + 3 = 5 < 7$

۶- آیا می توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟ خیر نمی توان

مجموع دو ضلع باید بزرگ تر از ضلع سوم باشد در غیر این صورت نمی توانیم بر اقاطع می کنند



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است. هم اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟

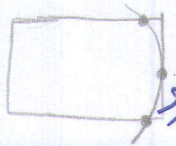
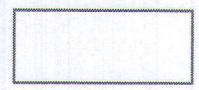
۱- دو جواب

۲- یک جواب

۳- سه جواب

۴- جواب ندارد

بهر مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر دایره ای را رسم می کنیم
بهر حالت بوجود می آید

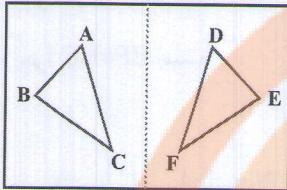


هم نهشتی مثلث‌ها

فعالیت

درس و ورزی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید. کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را



باز کنید و مثلث دیگر را DEF بنامید.

با درس و ورزی مفهوم قابل انطباق بودن را متوجه بشوند و با چشم ببینند

این دو مثلث ABC و DEF که بر هم منطبق می‌شوند، با یکدیگر هم نهشت (یا قابل انطباق) هستند و می‌نویسیم:

$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

به جای علامت هم نهشتی از علامت مساوی استفاده شده است

چه راه‌های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می‌دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

بررسی اجزاء آن‌ها زاویه‌ها و ضلع‌ها

کارین

۲- در دو مثلث هم نهشت (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی اند تساوی‌های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{BC} = \overline{EF} \quad \overline{AC} = \overline{DF} \quad \hat{A} = \hat{D} \quad \hat{B} = \hat{E} \quad \hat{C} = \hat{F}$$

اصلاح شود

۳- مثلث‌های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3 \text{ cm} \quad DF = 2 \text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ \text{ cm}$$

$$AB = 3 \text{ cm} \quad AC = 2 \text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ \text{ cm}$$

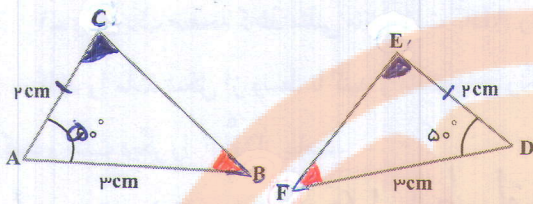
آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهشت اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

$$\overline{CB} = \overline{FE}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \hat{B} = \hat{E}$$

همان‌طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می‌آید، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهشت اند.

از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

در مواردی در اثبات‌ها از قضایای استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده و به نظر بنده باید مطالبی را که حق استفاده از آن‌ها را داریم را به عنوان نکته یا راه‌کار می‌کرد



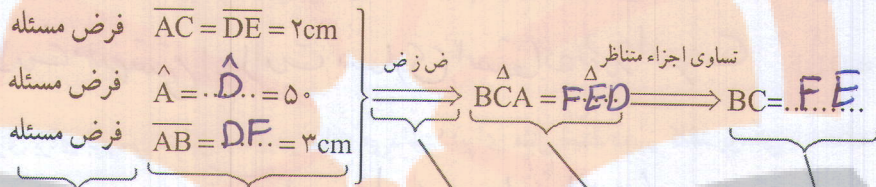
اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است.

چرا دو مثلث هم‌نهشت‌اند؟

چرا $EF=BC$ است؟

در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

بخش‌های استدلال کردن
را به صورت گام به گام
آموزش دهید



تساوی اجزاء متناظر هم‌نهشتی دو مثلث حالت تساوی تساوی دو ضلع و زاویه بین آنها دلیل درستی هر تساوی

به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسم مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم‌نهشتی

استفاده کرد.

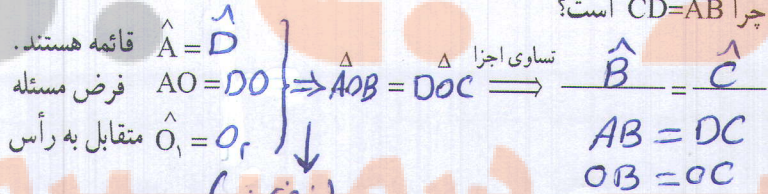
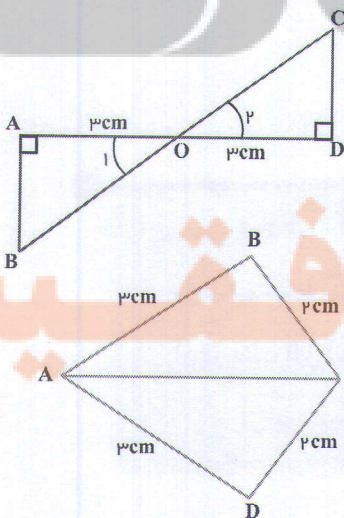
- اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.

- اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با

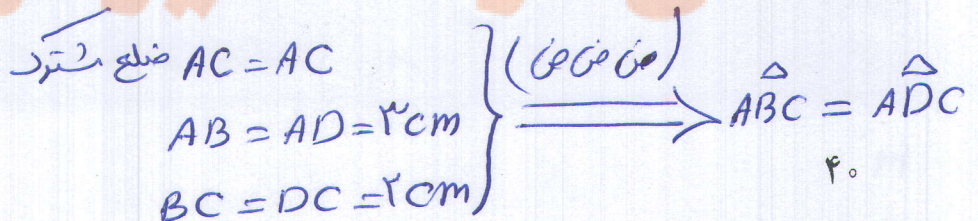
هم، هم‌نهشت‌اند.

۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم‌نهشت‌اند؟

چرا $CD=AB$ است؟



۲- دلیل قابل انطباق بودن دو مثلث را بنویسید.



با توجه به اینکه هندسه ی دوری متوسطی اول ناقص است دانش آموزان می توانند اثبات

های متودی را بری مسئله مطرح نمایند

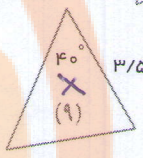
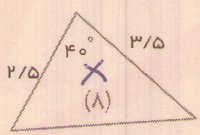
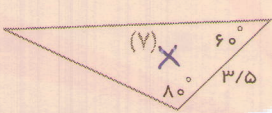
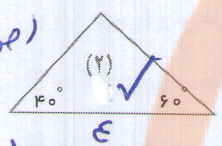
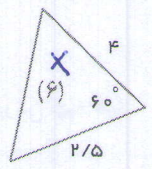
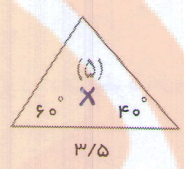
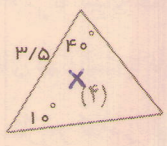
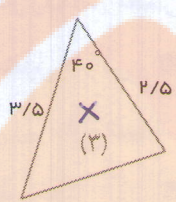
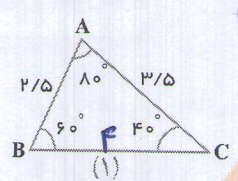
مثال فرضی $\Rightarrow AEC = AFC$

$c_1 = c_2 = 40$ \Rightarrow قطر مربع ساز است

$EC = FC$
 $AC = AC$

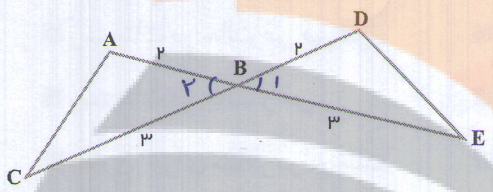
(4) قسمت دوم

اصلاح شود

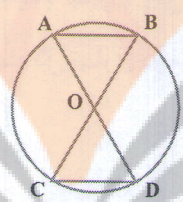


فرضی
اصلاح شود

۱- مشخص کنید مثلث ABC با کدام مثلث و در چه حالتی برابر است.



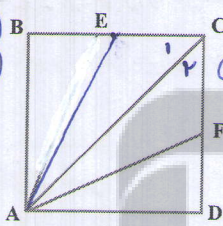
۲- با توجه به شکل مقابل چرا $AC=DE$ ؟



۳- با توجه به شکل مقابل چرا $AB=CD$ ؟

۴- چهارضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از

شکل اصلاح شود



مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟

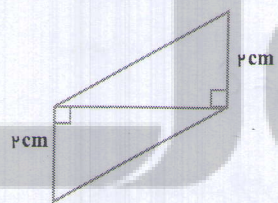
فرضی $BE=DF$
 $AB=AD$ (مربع)
 $B=D=90$

$\Rightarrow ABE = ADF \Rightarrow AE=AF$

چرا دو مثلث AEC و AFC هم نهشت اند؟

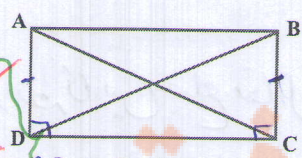
فرضی $AE=AF$
 $AC=AC$
 $EC=FC$

$\Rightarrow ACF = AEC$



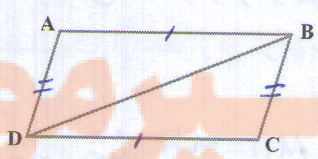
۵- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.

۶- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟

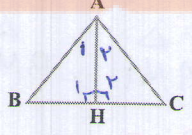


فرضی
نابت
قبل

$AB=DC$
 $AD=BC$



۷- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. چرا زاویه های مقابل (\hat{A} و \hat{C}) مساوی اند؟



۸- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHC و AHB با هم قابل انطباق اند؟

فرضی $A_1=A_2$
 $\hat{H}_1=\hat{H}_2=90$
 $AH=AH$

$\Rightarrow ABH = ACH$

مرور فصل ۳

مفاهیم و مهارت‌ها

- در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.
- اجزای متناظر
 - متقابل به رأس
 - مثلث‌های هم‌نهشت یا قابل انطباق
 - در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.
 - نام‌گذاری پاره خط، نیم خط و خط
 - نام‌گذاری زاویه
 - نوشتن رابطه بین پاره خط‌ها
 - نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
 - نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
 - دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
 - رسم مثلث در حالت ض ض ض
 - رسم مثلث در حالت ض ض ض
 - رسم مثلث در حالت ض ض ض
 - رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم
 - تساوی اجزای متناظر در دو مثلث
 - بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های ششم (بردار) و نهم (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.

تمرین‌های ترکیبی

۱- چرا $\hat{C} = \hat{A}_1$ است؟ $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$

$\hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{B} = 90^\circ$
 $\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{B} = 90^\circ$

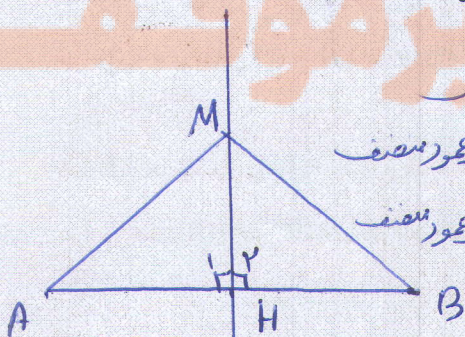
۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.

ب) ضلع روبه‌رو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

پروژه برای منزل

رابطه‌ای بین ضلع مقابل به زاویه 30° و وتر را در مثلث قائم الزاویه بررسی کنید.

۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟



$MH = MH$ (مشترک)
 $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$ (تعریف عمود منصف)
 $AM = BH$ (تعریف عمود منصف)

$\Rightarrow \triangle AMH = \triangle BMH$ (قضی)

$AM = BM$ ۴۲


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)