

تلاشی در مسیر موفقیت

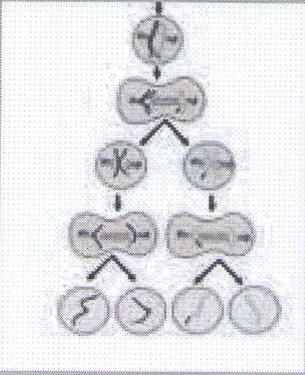


- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

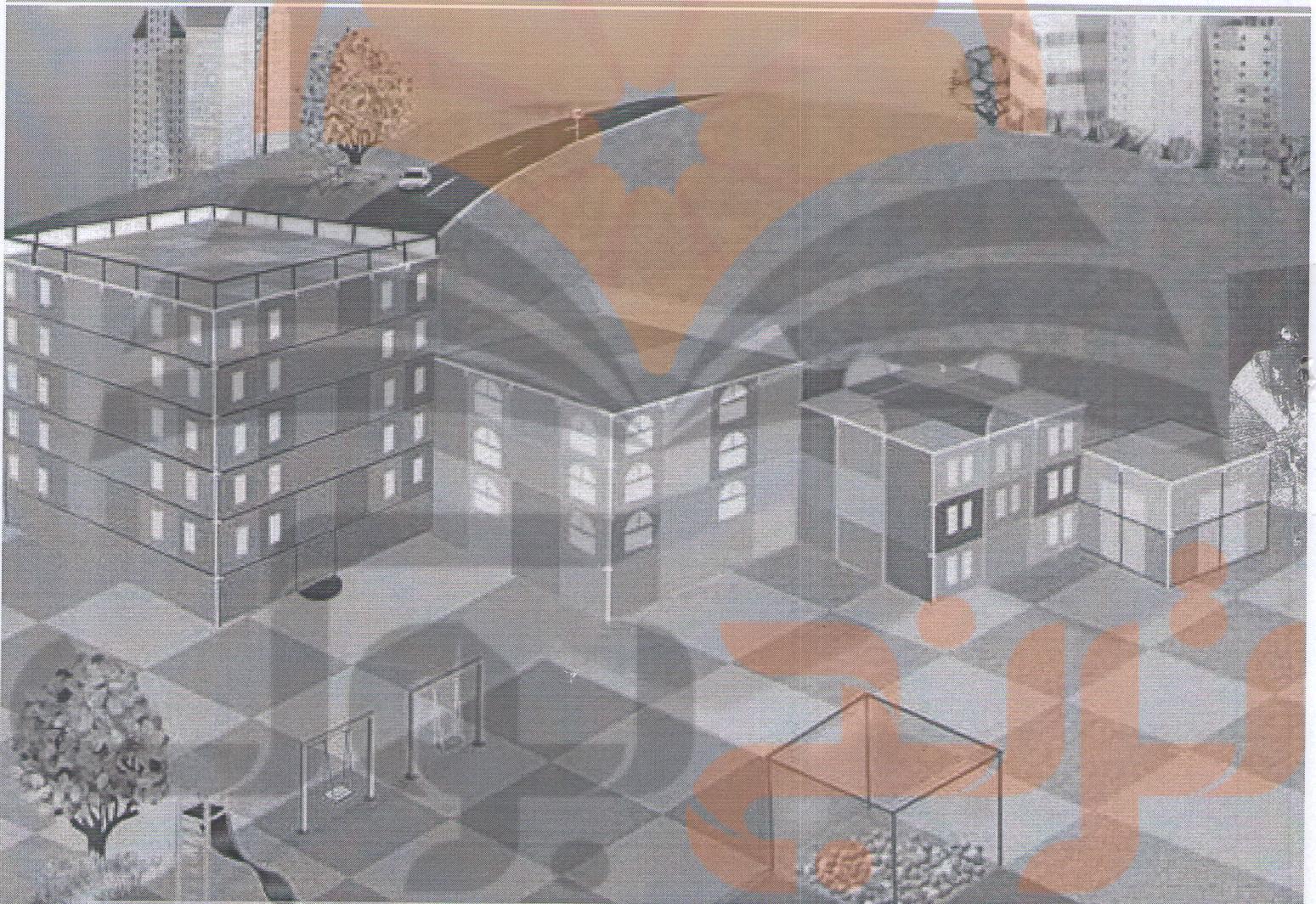
 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)



توان و جذر

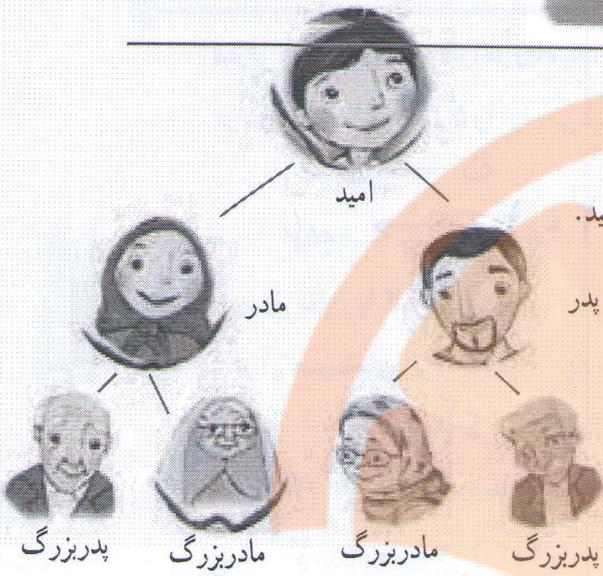
فصل ۸



وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحی پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

- تعریف توان
- محاسبه عبارت‌های توان‌دار
- ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- جذر و ریشه

تعریف توان



۱- امید می‌داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل زیر را کشید.

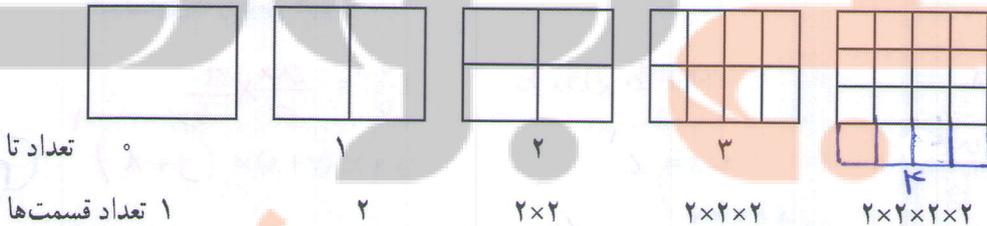
پدر و مادرها نسبت خوشیاوندی ندارند

- الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟ **۱ نفر**
- ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نیره می‌گویند). **۱۶ نفر**
- ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد در نسل n ام چند نفر است n بار
 $(2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2) = 2^n$

امید	بستگان امید	روش محاسبه	تعداد
فرزند	پدر و مادر	۲	۲
نوه	پدر بزرگ و مادر بزرگ	2×2	۴
نتیجه	نسل سوم	$2 \times 2 \times 2$	۸
نیره	نسل چهارم	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	۱۶
	نسل هفتم	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	۱۲۸

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در



تعداد قسمت‌ها می‌بینید؟

اصلاحیه
 رد در زیر اینها فرستو

$(2 \times 2 \times \dots \times 2) = 256$
 ۸ بار

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 1024$
 ۱۰ بار

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$
 n بار

در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵. در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم.

توان $\rightarrow 5$ پایه $\rightarrow 2$
 $(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$
 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ (چنانچه رو به توان بیخ)

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7+7$	2×7	دو ضرب در ۷	۱۴
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$	$(2/5)^3$	دو پنجم به توان ۳	۱۵/۱۲۵
$1 \times 1 \times 1$	1^3	یک به توان ۳	۱
$1+1$	2×1	دو ضرب در ۱	۲
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$	پنج سوم به توان ۲	$\frac{25}{9}$

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$4 \times 4 \times 4 = 4^3$
 $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$
 $2 \times 2 = 2^8$
 $a \times a \times a = a^3$ $b \times b = b^2$

۲- عدد های داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$
 $144 = 2^4 \times 3^2$
 $200 = 2^3 \times 5^2$
 $135 = 3^3 \times 5$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$4^2 = 64$ ~~x~~ $5^2 = 14$ ~~x~~ $5^2 = 5 \times 2$ ~~x~~ $\rightarrow 25$ $(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$ \checkmark
 $2^2 = 3^2$ ~~x~~ $1 \neq 9$ $9^2 = 18$ ~~x~~ $\rightarrow 81$ $(\frac{3}{1})^2 = \frac{4}{11}$ ~~x~~ $3^2 = 11$ ~~x~~
 $\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$ ~~x~~ $\frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$ ~~x~~ $5^2 = 25$ ~~x~~ $\rightarrow 25$ $(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$ ~~x~~ $(\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{14}$ ~~x~~

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$a \times a \times a \times a = a^4$ $b^2 = b \times b \times b$ $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$
 $\frac{a \times a \times a}{b} = \frac{a^3}{b}$ $x \times x = x^2$ $(y+x)(y+x) = (y+x)^2$
 $(ab)^2 = ab \times ab$ $\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} = \frac{x^3}{y^5}$

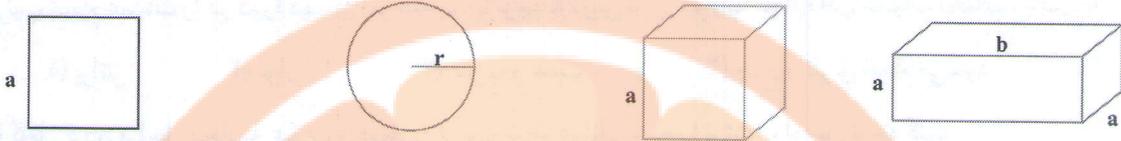
۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$
به صورت توان دار	2^1	2^2	2^3	2^4	2^7	2^n

$11^0 = 1 \rightarrow 1$ $0+1=1$
 $11^1 = 11 \rightarrow 2$ $1+1=2$
 $11^2 = 121 \rightarrow 3$ $2+1=3$
 $11^3 = 1331 \rightarrow 4$ $3+1=4$

الگویابی
 بین عدد ۱۱
 رقم دوازدهم (۱۲+۱=۱۳)

۱- با توجه به شکل های زیر مساحت و حجم های خواسته شده را با عبارات های توان دار جبری نمایش دهید.



$S = a \times a = a^2$ $S = \pi r^2 \times r = \pi r^3$ $V = a \times a \times a = a^3$ $V = a^2 b$

۲- جمله های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

$(a \neq 0)$

$1^a = 1$

✓ هر عدد به توان یک برابر خودش می شود: $a^1 = a$

✓ یک به توان هر عدد برابر یک می شود:

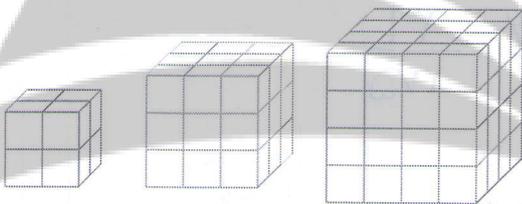
✓ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲: $a^2 = \text{مجذور } a$

✓ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳: $a^3 = \text{مکعب } a$

$0^a = 0$

✓ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با صفر: $0^a = 0$

۳- تعداد مکعب های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد



$2 \times 2 \times 2 = 8$ $3 \times 3 \times 3 = 27$ $4 \times 4 \times 4 = 64$

توان دار نشان دهید. $n^3 = \text{مکعب } n$

۴- حاصل هر عبارت توان دار را به دست آورید.

$3^2 = 9$ $4^2 = 16$ $5^2 = 25$ $6^2 = 36$ $7^2 = 49$
 $8^2 = 64$ $9^2 = 81$ $10^2 = 100$ $11^2 = 121$ $12^2 = 144$

دو مجذور = ۴ یک مجذور = ۱ دو مکعب = ۸ یک مکعب = ۱
 $\frac{2^3}{5^2} = \frac{8}{25}$ $(\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}$ $\frac{2^4}{7} = \frac{16}{7}$ $0.2^2 = 0.04$
 $0.01^2 = 0.0001$ $1/1^2 = 1/1$ $2/1^2 = 2/1$ $0.5^2 = 0.25$

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$

۶- حاصل عددهای $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم

کنید؟ چرا؟ تقریباً غیر ممکن است یا بسختی می توان این کار را انجام داد

۷- عدد 11^{12} به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

$11^{12} \approx 10^{12} = 1,000,000,000,000$
 پس ۱۳ رقم دارد



$11^{12} = 3,138,167,146,100,000,000$

آموزش الیبتوا (یادآوری)

محاسبه عبارت توان دار

۴۳

فعالیت

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می‌شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2^3 \times 4 + 10}{9^2 - 5^2} = \frac{8 \times 4 + 10}{81 - 25} = \frac{32 + 10}{56} = \frac{42}{56} = \frac{3}{4}$$

ساده کردن محاسبه جمع و تفریق محاسبه ضرب محاسبه توان‌ها

محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times 9 - (4 + 2) = 18 - 6 = 12$$

$$\frac{10 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{10 \div 2 + 36}{32 + 243} = \frac{5 + 36}{275} = \frac{41}{275}$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 = 32 + 9 = 41 \quad 2^5 \times 3^2 = 32 \times 9 = 288 \quad 2^5 - 3^2 = 32 - 9 = 23$$

$$2^5 \div 8 = 32 \div 8 = 4 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \quad 5^2 - 5 \times 2 = 25 - 10 = 15$$

$$= \frac{420 - 14}{100} = \frac{406}{100} \quad \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{4}{25} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$2^4 - 3^2 + 1^5 = 16 - 9 + 1 = 7 \quad 5^1 + 1^5 + 0^5 = 5 + 1 + 0 = 6$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 3^2 + 2^2 \quad \times \quad 15 \neq 12 \quad (4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2 \quad \checkmark \quad 144 = 9 \times 16 \Rightarrow 144 = 144$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{22}{32} \quad \times \quad \frac{4}{9} \neq \frac{22}{32} \quad 5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2 \quad \times \quad 5 \times 36 \neq 30^2 \Rightarrow 180 \neq 900$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^2 \quad \times \quad 100 \neq 10000 \quad 2^2 \times 2^2 = 2^4 \quad \checkmark \quad 1 \times 14 = 14$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 + 8 \times 8 = 256 + 64 = 320$$

۱۰۷ ① چون الیبت اول توان است پس ابتدا حاصل 2^8 را محاسبه می‌کنیم

② و سپس 8^2 را محاسبه می‌کنیم

③ حاصل را با هم جمع می‌کنیم

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^2 = (-2) \times (-2) \quad (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \quad (-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟
۲- عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

اصلاح شود

$$-(2 \times 2 \times 2) = -8$$

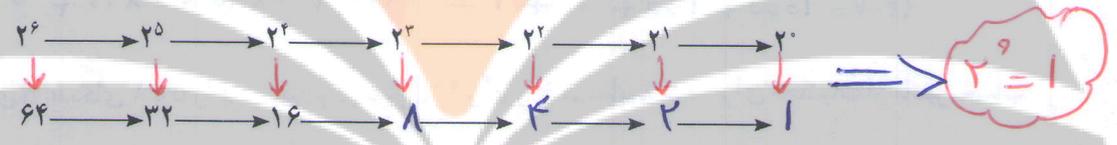
$$-2^3 = 2 \times 2 \times 2 = -8$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = +16$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.



ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید. اعداد توان‌دار در ردیف اول با عدد مناسب در ردیف دوم برابر می‌باشند. مثال $2^5 = 32$

$2^0 = 1$

هر عدد توان صفر (بغیر صفر) برابر یک است

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = -9 \quad (-5)^2 = +25 \quad -1^5 = -1$$

$$(-1)^5 = -1 \quad (-1)^4 = 1 \quad -1^4 = -1 \quad 7^0 = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \quad (-9)^0 = 1 \quad 5^0 + 1/1^0 = 0 + 1 = 1 \quad 4 + 2^0 = 4 + 1 = 5$$

$$-1^5 = -1 \quad 2^2 = 8 \quad (-2)^2 = -8 \quad 5^0 = 1$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^0 \text{ } \textcircled{>} \text{ } 2^1 \quad 7^0 \text{ } \textcircled{>} \text{ } 7^1 \quad \left(\frac{3}{5}\right)^2 \text{ } \textcircled{>} \text{ } 2^0 \quad (-2)^0 \text{ } \textcircled{=} \text{ } (-2)^1$$

۱- کدام درست و کدام نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$(2+2)^0 = 2^0 + 3^0$ ✗ $1 \neq 2$
 $(\frac{1}{2})^0 > (-\frac{1}{2})^2$ ✓ $1 > \frac{1}{4}$
 $(-\frac{2}{3})^0 + (\frac{1}{3})^0 > 1$ ✓ $1 + 1 > 1$
 $4 + 2^0 = 6$ ✗ $4 + 1 = 5$
 $2^0 + 3^0 + 5^0 = 1$ ✗ $1 + 1 + 1 \neq 1$
 $4^0 < (-2)^2$ ✗ $1 < 4$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$2 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 = 2000 + 400 + 70 + 2 = 2472$
 $5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 = 5000 + 0 + 10 + 9 = 5019$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$4225 = 4000 + 200 + 30 + 5 = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$
 $9207 = 9000 + 200 + 0 + 7 = 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n	$4^1 = 4$	$4^2 = 16$	$4^3 = 64$	$4^4 = 256$	$4^5 = 1024$
n^4	$1^4 = 1$	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$

$4^5 = 1,024, 576$
 $10^4 = 10000$

برای $n=10$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال 2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟

x^y
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$a^2 - b^2 + ab$ $a = -2$ $b = 2$ $\Rightarrow (-2)^2 - 2^2 + (-2) \times (2) = 4 - 4 + (-4) = -4$
 $a^3 - 2b^2 + a^2b$ $a = 1$ $b = -2$ $\Rightarrow 1^3 - 2 \times (-2)^2 + 1^2 \times (-2) = 1 - 8 - 2 = -9$

ضرب اعداد توان دار
با پایه های برابر

ساده کردن عبارات های توان دار

فعالین

۱- زهره می خواست مسئله هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش آموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^3 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}}$$

سیما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه گیری سیما را با یک تساوی نشان دهید.

$2^4 \times 2^3 = 2^7$

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^6$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$4^2 \times 4^3 = \underbrace{4 \times 4}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 4^5$$

$$7^2 \times 7^3 = \underbrace{7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{7 \times 7 \times 7}_{\text{مرتبۀ ۳}} = 7^5$$

$$x^2 \times x^3 = \underbrace{x \times x}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{x \times x \times x}_{\text{مرتبۀ ۳}} = x^5$$

$$a^2 \times a^4 = \underbrace{a \times a}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{a \times a \times a \times a}_{\text{مرتبۀ ۴}} = a^6$$

بسی از پایه ها را بنویسید

با توجه به تساوی های بالا یک رابطه برای ساده کردن عبارات های توان دار با پایه های مساوی بنویسید.

توان ها را با هم جمع کنیم

۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت تواندار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$b^c \times b^c = b^{c+c}$
 $a \times a = a^2$

$$2^5 = 2^0 \times 2^5$$

$$2^7 = 2^4 \times 2^3$$

$$2^7 = 2^2 \times 2^2 \times 2^3$$

پاسخ نازنین

دانش آموز کدام جواب را باید بنویسد

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^2 \times 5^4 = 5^6$$

$$(-2)^4 \times (-2)^2 = (-2)^6 = 2^6$$

$$(-4)^1 \times (-4)^5 = (-4)^6$$

$$7^2 \times 7 = 7^3$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^5 \times \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5^7}$$

$$1/5^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^8}$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار جواب را ساده تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^4 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 81$$

$$2^6 = 2^3 \times 2^3 = 8 \times 8 = 64$$

$$5^4 = 5^2 \times 5^2 = 25 \times 25 = 625$$

۳- اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^3 \times 5^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 10 \times 10 \times 10 =$$

$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 3) \times (4 \times 4) = (3 \times 4) \times (3 \times 4) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times 5^3 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 5 \times 5 \times 5 = \frac{10}{4} \times \frac{10}{4} \times \frac{10}{4} = \left(\frac{10}{4}\right)^3$$

$$a^x \times b^x = a \times a \times \dots \times b \times b = (a \times b) \times (a \times b) \times \dots \times (a \times b) = (a \times b)^x$$

$$x^x \times y^x = x \times x \times \dots \times y \times y = (x \times y) \times (x \times y) \times \dots \times (x \times y) = (x \times y)^x$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن عبارت‌های توان دار با توان‌های مساوی به دست آورید. **باید با دهم ضربی کنید**

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

ویلی از توان‌ها را بنویسیم

$$2^2 \times 3^2 = 6^4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(\frac{1}{4}\right)^6$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 3^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

$$(-2)^4 \times (-1)^4 = (+2)^4 = 2^4$$

$$(-2)^5 \times 3^5 = (-6)^5$$

$$x^3 \times y^3 = (xy)^3$$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$(ab)^x = a^x \times b^x$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان دار زیر را باز کنید.

$$15^5 = (3 \times 5)^5 = 3^5 \times 5^5$$

$$10^4 = 2^4 \times 5^4$$

$$12^3 = 2^3 \times 3^3$$

$$(xy)^1 = x^1 \times y^1$$

$$(xyz)^2 = x^2 \times y^2 \times z^2$$

$$30^5 = 2^5 \times 3^5 \times 5^5$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^2 \times 5^4 \times 7^6 = 5^6 \times 7^6 = 35^6$$

ضرب با توان‌های مساوی ضرب با پایه‌های مساوی

$$2^3 \times 6^3 \times 3^3 \times 4^3 = 12^3 \times 12^3 = 12^6$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6) = (2^7 \times 3^7) \times (3^3 \times 5^7) = 2^7 \times 3^{10} \times 5^7$$

$$2^a \times 2^b = 2^{a+b}$$

۲- عبارت توان دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

به جای a و b عددهای 3 و 5 و یک بار 4 و 7 قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

$$2^3 \times 2^5 = 2^8$$

$$2^4 \times 2^7 = 2^{11}$$

$$4 + 7 = 11$$

$$5 + 3 = 8$$

۱- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های 25×50 سانتی متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۶ متر است

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

$10 \times 10 = 100 \times$ $12 \times 12 = 144 \checkmark$

۱۲ متر است

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳	۴	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	۹	$\frac{7}{4}$	$\frac{11}{6}$	۲۰	$\frac{1}{9}$
مساحت مربع	۹	۱۶	۲,۲۵	$\frac{4}{25}$	۸۱	۵۴,۷۶	$\frac{121}{36}$	۴۰۰	$\frac{1}{81}$

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟
 خیر، مجذور هیچ عددی ۱۵ نمی‌شود

$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$

با کمک ماشین حساب، حدس و آزمایش عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد. وجود ندارد $x^2 = 15$

در تساوی $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز

$(-3) \times (-3) = 9$

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟ بله

پس ۳- هم جذر یا ریشه دوم عدد ۹ می‌باشد

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	۴۹
ریشه دوم (جذر)	۳ و -۳	+۵, -۵	$\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$	۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$	$(-5)^2 = 25$ $5^2 = 25$	$(-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$	$(-7)^2 = 49$ $7^2 = 49$

اصلاح سوالات

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳^۲ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با ۳^۲(-) نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$

مثبت

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$\sqrt{16} = 4$ $-\sqrt{16} = -4$ $\sqrt{36} = 6$ $-\sqrt{81} = -9$
 $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$ $-\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$ $\sqrt{49} = 7$ $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

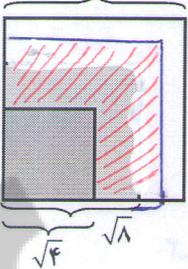
$\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{25} > 5$ X $\sqrt{25} = 5$ ✓ $\sqrt{25} = 5 \times 2$ X $\sqrt{25} = 2^5$ X
 $\sqrt{25} = 5^2$ X $\sqrt{25} = -5$ X $-\sqrt{25} = -5$ ✓ $\sqrt{25} < 5$ X

در این درس منظور از جذر مثبت یک عدد است

کار در کلاس

فعالیت

۱- مربع به مساحت‌های ۴، ۸ و ۹ سانتی متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز



نسل اصلاح سوالات

$\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$

مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.

به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟ $\sqrt{9}$

۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را

کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
۱۶	۱۷	۲۵	$\sqrt{17}$ بین دو عدد ۴ و ۵ است
۴۹	۶۱	۶۴	$\sqrt{61}$ بین عددهای ۷ و ۸ است
۲۵	۳۵	۳۶	$\sqrt{35}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

$\sqrt{28}$ به $5/3$ نزدیک تر است یا $5/2$

$15 < \sqrt{28} < 20 \Rightarrow 5 < \sqrt{28} < 6$

- ۱- می خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.
 الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟
 ب) به کدام یک نزدیک تر است؟ چرا؟

عدد ۵ چون ۲۸ به ۲۵ نزدیک تر است

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید: $\sqrt{28} \approx 5/2$ (اضافه نیازی نیست)
 جوابی در نظر گرفته شود که با ماشین حساب مطابقت دارد

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

با ماشین حساب انجام شود

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید. راهبرد حدس و آزمایش

$\sqrt{20} \approx$

$\sqrt{14} \approx$

$\sqrt{8} \approx$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی معناست؟ $\sqrt{-25} = ?$

چون حاصل ضرب دو عدد مثبت و یا دو عدد منفی، عددی مثبت است

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست اند؟

$\sqrt{5} > 4$ X

$\sqrt{6}$ بین ۷ و ۵ است X

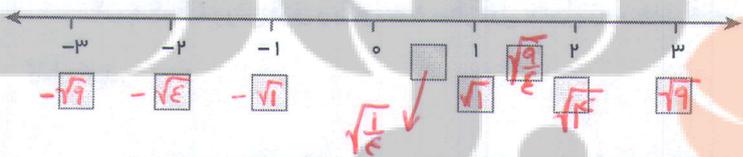
$\sqrt{15} < \sqrt{21}$ ✓

$\sqrt{12} < 4$ ✓

$\sqrt{40}$ بین ۷ و ۵ است ✓

$\sqrt{3} > 2$ X

۳- به جای □ در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $\sqrt{1}$ ، $-\sqrt{1}$ ، $\sqrt{9/4}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و -۷ ریشه های ۴۹ هستند. ب) مجذور عدد صفر همان صفر است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه مثبت است.

د) هر عدد مثبت دارای ریشه دوم است که یکی از آنها ریشه دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$\sqrt{1000}$

$\sqrt{500}$

$\sqrt{30}$

$\sqrt{40}$

اصلاح شود

± ۳ (۳)

-۳ (۳)

جذر ۸۱ برابر است با ۹ (۱) و ۳ (۲)

۸ مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

توان • پایه • مجذور • مکعب • جذر • جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان دار
- محاسبه یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب
- محاسبه عبارت توان دار با پایه‌های منفی
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی

کاربرد

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$(2^3 + 0^4)^1 + 2^2 \times 3^2 - 1^3 = (8 + 0)^1 + 4 \times 9 - 1 = 8 + 36 - 1 = 43$$

۲- عبارت توان دار را تا حد امکان ساده کنید. **اصلاحیه**

$$(0/25)^2 \times (\frac{1}{4})^3 \times \frac{1}{45} = \frac{1}{250} \quad 4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^3 = 24^2 \times 24 = 24^3$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید.

$$\sqrt{32} \approx 5.6$$

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} = 7$$

$$-\sqrt{25} = -5$$

۱۱۶

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۳	۵/۴	۵/۵	۵/۶	۵/۷
مجذور	۲۵	۲۵/۱	۲۷/۴	۲۸/۹	۲۸/۹	۲۹/۱۶	۳۰/۲۵	۳۱/۳۶	۳۲/۴۹

$$5 < \sqrt{32} < 6$$

① کم تر شود $\frac{100}{100} a \times \frac{100}{100} a = \frac{96}{100} a^2 = 96\% S \Rightarrow 100\% - 96\% = 4\%$

$a = 30$ $\frac{20}{100} \times 30 = 6$ $S_1 = 900$ $S_2 = 24^2 = 576$
 $900 - 576 = 324$

$x \mid 324$
 $100 \mid 900$
 $\Rightarrow x = 36\%$

② روشی دوم: راهبرد مثال

$a = 10 \rightarrow \frac{20}{100} \times 10 = 2$
 $S_1 = 100$ $S_2 = 96$
 $100 - 96 = 4$

$(+49) \times (-65) = + \checkmark$ $(-24) \times (-35) = + \checkmark$
 $(+13) \times (-35) = - \checkmark$ $(-21) \times (-20) = + \checkmark$
 $(-4-3) \div (-7) =$ $(7-18) \times (-2) =$

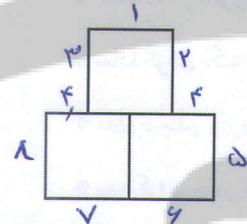
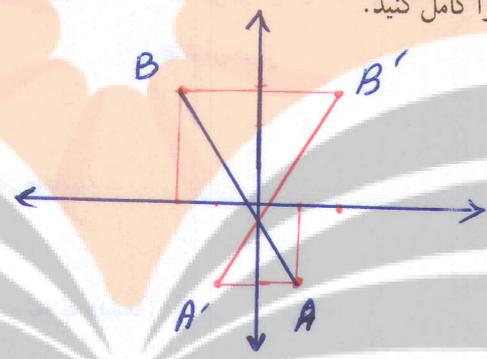
۲- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با a^2 . اگر از ضلع مربع ۲۰٪ کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می شود؟
 ۳- الگوی زیر را توصیف کنید و چهار عدد بعدی آن را بنویسید.

۵ و ۲۵ و ۱۲۵ و ۶۲۵ و ۳۱۲۵ و ۱۵۶۲۵ و ۷۸۱۲۵
 $\times 5 \quad \times 5 \quad \times 5$

توان های عدد ۵ نسبت

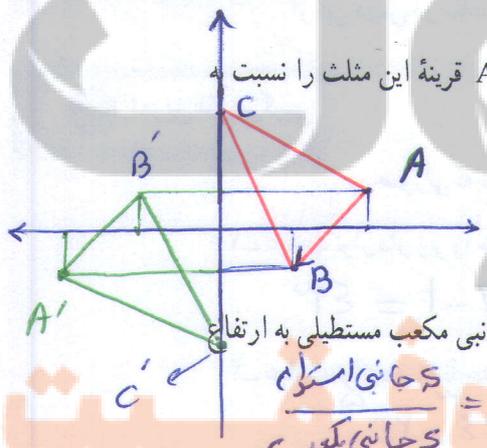
۴- نمودارهای زیر را کامل کنید.

۷	۲۲۴	۱۶۹	۵	۳
جذر	مجذور	جذر	مجذور	مکعب
$\sqrt{7}$	۲۶	۱۳	۲۵	۲۷



۵- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید. (سه مربع مساوی هستند).
 $75 \div 3 = 25$ $\sqrt{25} = 5$
 $4 \times 3 = 12$ $8 \times 5 = 40$
 $12 - 4 = 8$ اضلاع مانده

۶- نقاط به مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ را پیدا کنید و پاره خط AB را رسم کنید. قرینه این پاره خط را نسبت به محور عرض ها پیدا کنید و مختصات رأس های A' و B' را بنویسید.



۷- مختصات سه رأس مثلث ABC عبارت اند از $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ قرینه این مثلث را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید.

$AB = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$
 $A + AC = C$
 $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
 مختصات بردار AB را بنویسید.
 جمع متناظر با بردار AC را بنویسید.

۸- مساحت جانبی استوانه ای به ارتفاع ۱۰ و شعاع قاعده ۳ بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع ۱۰ که قاعده اش مربعی به ضلع ۳ است؟
 $\frac{2 \times 3 \times 3 \times 14 \times 10}{4 \times 3 \times 10} = \frac{315}{2} > 1$
 چرا استوانه است؟
 ۹- آیا اگر هر عدد را به توان ۲ برسانیم، از خودش بزرگ تر می شود؟ چرا؟

۱۰- حاصل ضرب های زیر را بنویسید.
 $2x \times 3x = 6x^2$ $-4n^2 \times 7n = -28n^3$ $-4n \times n^2 \times 8n^3 = -32n^6$

۱۱۷
 $5\% \rightarrow 25\%$
 $5\% > 25\%$

④ شیر

x	x ² - 3x	نسبت	x	x ² - 3x	بررسی
0	0	نسبت	4	34 - 18 = 18	✓
1	1 - 3 = -2	~	-1	1 + 4 = 5	کمی است
2	4 - 6 = -2	~	-2	4 + 6 = 10	~
3	9 - 9 = 0	~	-3	9 + 9 = 18	✓
4	16 - 12 = 4	~			
5	25 - 15 = 10	~			

$$2x \times 3x = 6x^2$$

$$-6x^2 \times 7x = -42x^3 \quad -4x \times x^2 \times 8x^2 = -32x^4$$

۱۱- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$2(x+1) - 2(1-x) = 4x$$

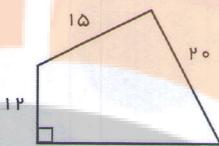
$$2(x-1) + 3x - 1 - x = 4x - 3$$

$$2(x^2y - xy^2) - 2(y^2x - yx^2) = 2x^2y - 2xy^2 - 2y^2x + 2yx^2 = 2x^2y - 2xy^2 - 2x^2y + 2xy^2 = 0$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-3 \end{cases}$$

۱۲- با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادله $x^2 - 3x = 18$ را به دست آورید.

۱۳- قاعده یک منشور به صورت زیر است. اگر ارتفاع این منشور ۱۰ سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و مساحت کل آن را پیدا کنید.



پس حجم را هم می توانیم محاسبه کنیم

۱۴- عبارت توان دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^7 \times \left(1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^9$$

$$144 = 2 \times 3^2$$

۱۵- عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به صورت توان دار بنویسید.

$$[24, 36] = 72$$

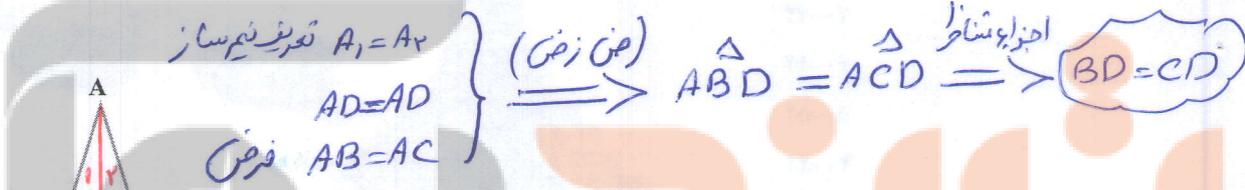
$$[12, 48] = 48$$

$$(24 \text{ و } 36) = 12$$

$$(12 \text{ و } 48) = 12$$

$$(50 \text{ و } 35) = 5 \quad [50, 35] = 350$$

۱۷- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می کند؟



$$A_1 = A_2 \text{ (تعیین نیمساز)}$$

$$AD = AD$$

$$AB = AC \text{ (فرض)}$$

$$\left. \begin{matrix} A_1 = A_2 \\ AD = AD \\ AB = AC \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow BD = CD$$

۱۸- ب.م.م و ک.م.م دو عدد A و B را به دست آورید.

$$A = 2^5 \times 3^2 \times 5$$

$$B = 2^3 \times 3^5 \times 7$$

$$(A, B) = 2^3 \times 3^2, [A, B] = 2^5 \times 3^5 \times 5 \times 7$$

تلاشی در مسیر موفقیت

تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 www.ToranjBook.Net

 [ToranjBook_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)