


تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)

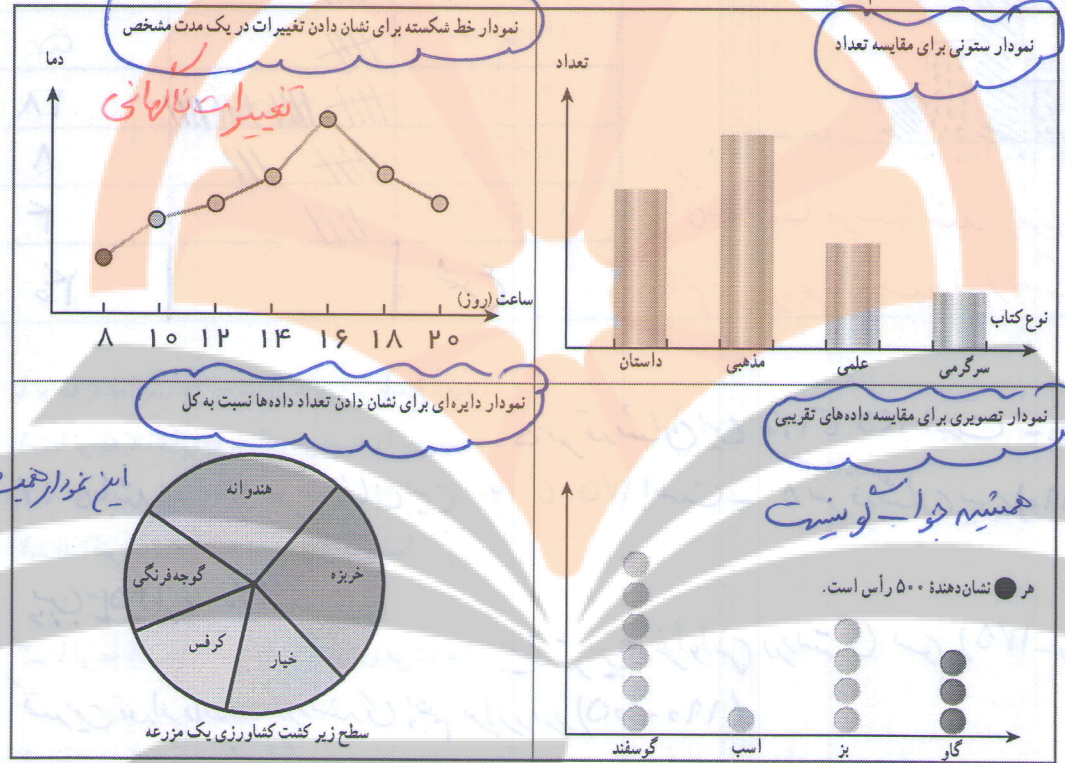
- کلاس ششم
- تعریف علم آمار
  - جدول داده‌ها
  - نوع نمودارها
  - انواع نمودارها

دسته‌بندی داده‌ها

بررسی

علم آمار

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



نمودار میله‌ای

این نمودار همیشه جوابگویی باشد

همیشه جوابگویی است

اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا برحسب سانتی‌متر مشخص شده است. (۴۰ = n)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۲	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۶۹	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۳۰	Min

دامنه تغییرات = Max - Min

به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

دامنه تغییرات = طول هر دسته

تعداد دسته‌ها

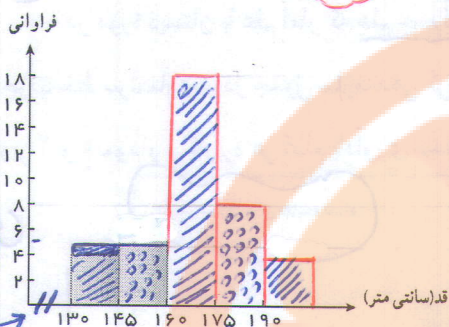
طول دسته‌ها =  $\frac{۷۵}{۵} = ۱۵$

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

معنای  $۱۳۰ \leq x < ۱۴۵$  را توضیح دهید. چه تفاوتی بین  $<$  و  $\leq$  وجود دارد؟

۱۲۰ داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



فراوانی	چوب خط	حدود دسته‌ها
5	###	$130 \leq x < 145$
5	###	$145 \leq x < 160$
18	### ### ### ###	$160 \leq x < 175$
8	### ###	$175 \leq x < 190$
4	###	$190 \leq x < 205$
30	مجموع	

اصطلاح

زمانی که داده‌ها بوسیله باشند در نمودار ستونی ها را به هم می‌چسبانیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

کار در کلاس

با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

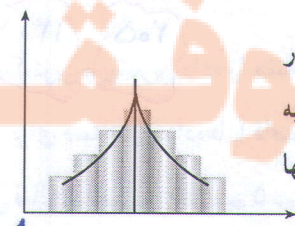
- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

بیشترین فراوانی در دسته‌ی سوم (175-160) وجود دارد

- کمترین تعداد داده‌ها در دسته‌ی پنجم قرار دارد (190-175)
- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

در دسته‌ی سوم یعنی (175-160) در برنامه ریزی‌ها آینده می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار بلوکی متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

نمودار بلوکی: هر نمودار نشان دهنده‌ی داده‌ها است

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است:

+۲	+۲	+۲	+۵	+۶	۰	-۱	-۲	۰	-۳	-۷	-۲	-۱	۰
-۱	-۳	-۶	-۷	-۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳
+۲	+۲	-۴	-۲	-۱	۰	-۵	-۳	۰	۰	+۱	+۱	+۴	+۷

جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟  $1 - (-1) = 12$  **دامنه تغییرات**

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟  $12 \div 4 = 3$  **طول هر دسته**

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.  $20 - 5 = 15$  **طول هر دسته** و  $15 \div 5 = 3$  **دامنه تغییرات**

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۵	۲۰	Min	Man	

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

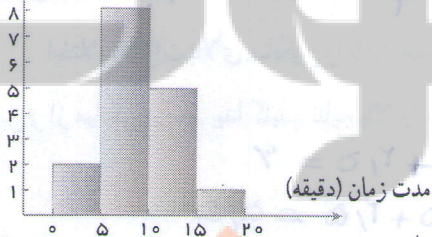
است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.  $172 - 152 = 20$  **دامنه تغییرات**

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶	

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

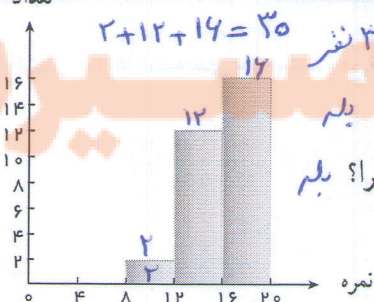
تعداد دانش‌آموز

داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این



کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ **۴ نفر**

۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.



$\frac{20 - 5}{5} = 4$  **طول هر دسته**

این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟  $2 + 12 + 16 = 30$  **۳۰ نفر**

آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ **بله**

آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ **بله**

**چون بیشترین فراوانی**

۱۲۲

**در دسته ۱۶-۲۰ قرار دارد**

## میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \bar{X} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

مجموع  $115,5 + 15 + 17 = 147,5$  در مجموع نمرات ۷ درس  
 $147,5 \div 9 = 16,38$  میانگین جدید

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

خیر زیرا بالاترین میانگین معایرت دارد

$$\frac{15+17}{2} = 16 \quad \frac{16+16,5}{2} = 16,25 \quad 16,25 \neq 16,38$$

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵    ۱۶/۵    ۱۴    ۱۸/۵    ۱۹    ۱۷    ۱۵    ۱۶    ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد ۴ نمره بالاتر

مساوی است؟ بله

$$\frac{15,5 + 16 + 15 + \dots + 17,5}{9} = \frac{149}{9} \approx 16,5$$

۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات

پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

۴ نمره    ۴ نمره

$$5 + 1 + 2 + 2,5 = 10,5$$

$$5 + 1 + 1,5 + 2,5 = 9,5$$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

$$\frac{4499}{40} = 112,475 \text{ میانگین}$$

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.  
 ۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته ۱۳۰ ≤ x < ۱۴۵، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست

$$\frac{130 + 145}{2} = 137,5$$

آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم.

۳- اکنون تمام داده ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.  
 برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

- ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۹۷,۵, ۱۵۲,۵, ۱۸۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۹۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۵۲,۵, ۱۳۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۹۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵, ۱۸۲,۵, ۱۸۲,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۹۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۴۷,۵, ۱۳۷,۵

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد داده های این دسته ۴ تا بود

$$\frac{4715}{40} = 117,875$$

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می کنید و این ضرب ها چه رابطه ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$117,875 - 112,475 = 5,4$$

چقدر است؟

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حدود دسته ها
۶۸۷,۵	۱۳۷,۵	۴	۱۳۰ ≤ x < ۱۴۵
۷۴۲,۵	۱۵۲,۵	۵	۱۴۵ ≤ x < ۱۶۰
۳۰۱۵	۱۴۷,۵	۱۸	۱۶۰ ≤ x < ۱۷۵
۱۴۶۰	۱۸۲,۵	۸	۱۷۵ ≤ x < ۱۹۰
۷۹۰	۱۹۷,۵	۴	۱۹۰ ≤ x < ۲۰۵
۴۷۱۵		مجموع	

اصلاحیه

اصلاحیه

$$\text{میانگین} = \frac{4715}{40} = 117,875$$

- ۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط × فراوانی
$0 \leq x < 4$	##### /	6	2	12
$4 \leq x < 8$	////	4	6	24
$8 \leq x < 12$	###	8	10	80
$12 \leq x < 16$	### ####	17	14	238
$16 \leq x \leq 20$	###	9	18	162
جمع		44		516

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

$$\frac{14+18}{2} = 16$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش آموزان نمره اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش آموزان نمره بالای

۱۵ گرفته اند. اگر این دانش آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می شود؟ از این

$$\frac{17/25 \times 30 - 3/5}{29} = \frac{517/5 - 3/5}{29} = \frac{514}{29} = 17/27$$

سؤال چه نتیجه ای می گیرید؟

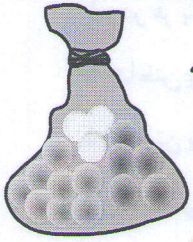
حالا فرض کنید همه دانش آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته اند و معدل کلاس ۳۰

نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را

$$\frac{30 \times 10/25 - 20}{29} = \frac{207/5 - 20}{29} = \frac{287/5}{29} \approx 9/9$$

کنار بگذاریم معدل کلاس چند می شود؟

نتیجه می گیریم نمرات بالا و پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه

یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟  
 زیرا از مهره سفید رنگ در کیسه ما نگاه نمی‌کنیم  
 یعنی از سه رنگ قرمز، سفید یا آبی

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوریم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را

بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟  
 چون تعداد مهره‌های آبی بیشتر است

آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت، پشت یا رو

«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می‌آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر

زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردم همه سوال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»

از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی

روزمره ما به کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد

تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و

بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد. شانس را بر تاپ می‌کنیم، احتمال اینکه شانس بیاورم.

الرد قرعه کشی برنده شوم، ماشین من خراب

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.

احتمال دارد	قطعاً اتفاق می‌افتد	امکان ندارد
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

قطعاً است

● یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی‌کند.

● هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید. احتمال دارد

● یک سکه را انداختیم، رو می‌آید. احتمال دارد

● ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعاً است (نظر طراح نشاء)

● من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آماده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.

● فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.

● در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.

امکان ندارد





۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

• انداختن یک سکه: رو - پشت

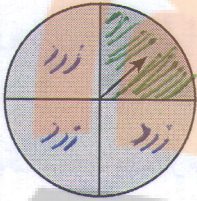
• انداختن یک تاس: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

• حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد: روشن - خاموش

• در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از

کیسه بیرون می‌آید: سه حالت (سبز، زرد، آبی)

• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد: سبز - زرد



۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳، ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۱، ۱)، (۱، ۲)، (۱، ۳)، (۱، ۴)، (۱، ۵)، (۱، ۶)، (۲، ۱)، (۲، ۲)، (۲، ۳)، (۲، ۴)، (۲، ۵)، (۲، ۶)

(۵، ۳) نشان می‌دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟ آنتوسازی

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ کمداری نویسیم و جانندازیم

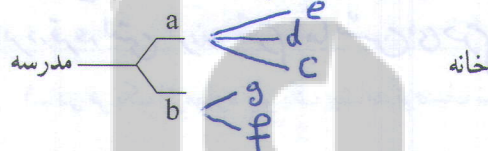
$4 \times 4 = 16$  حالت

۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از کوچه c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه

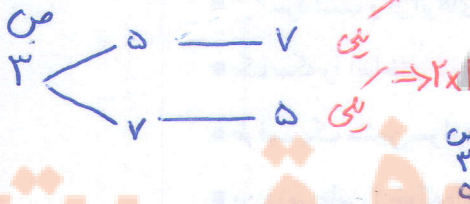
برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق



بیفتد؟ ۵ حالت

تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).



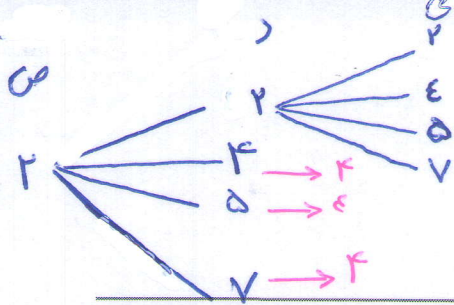
$3 \times 2 \times 1 = 6$

• حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

(یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.)  
 ۱ مهره → ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)  
 ۲ مهره → ۳ حالت  
 ۳ مهره → ۱ حالت

• حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

تاس	سکه	تاس	سکه
۱	س	۱	س
۱	ع	۱	ع
۲	س	۲	س
۲	ع	۲	ع
۳	س	۳	س
۳	ع	۳	ع
۴	س	۴	س
۴	ع	۴	ع
۵	س	۵	س
۵	ع	۵	ع



۵۴

$$\Rightarrow \frac{4 \times 4 = 16}{\text{کل}}$$

$$\begin{aligned} 2 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 4 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 5 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \\ 7 &\rightarrow 4 \times 4 = 16 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4 \times 4 \times 4 = 64$$

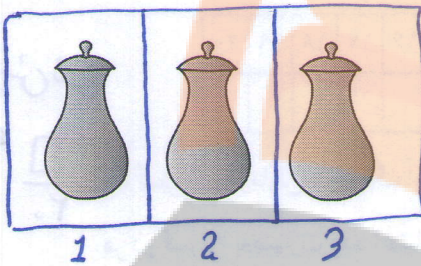
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۲، ۵، ۷، ۴ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته

باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b، c می‌توان ساخت، پیدا کنید. *یکلی از*

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زایاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنجر باشند؟ *۵ حالت*

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و جای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ *اصلاح شود*

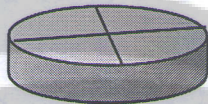


۱	۲	۳
ش	ن	ج
ش	ج	ن
ن	ش	ج
ن	ج	ش

۱	۲	۳
ج	ش	ن
ج	ن	ش

۶ حالت می‌توان  
جای داد

۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$4! = 24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

۶ حالت با بار  
تکرار هر نشود

۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

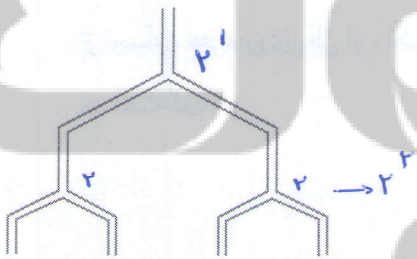
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ *پارو یا پشت*

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. *نادرست* ب) این بار هم رو می‌آید. *نادرست* ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی

است. *درست* زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت سانس مساوی داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



$$2^5 = 32$$

$$1 \times 12 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$2 \times 4 = 12$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \times 1 = 12$$

۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ *۶ حالت*

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ *۶ حالت* (۱،۱۱)، (۲،۱۰)، (۳،۹)، (۴،۸)، (۵،۷)، (۶،۶)

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

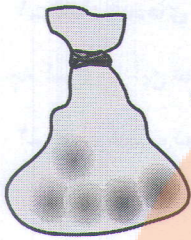
(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

۱	۲	۳
۱	۱	۶
۱	۲	۵
۱	۳	۴
۲	۲	۴
۲	۳	۳

$\Rightarrow$  حالت ۵

مهره داشته باشد.

# احتمال ریاضی



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

آزمایش شود  
 $\frac{3}{5}$

قرمز  
 $\frac{3}{5}$   
 آبی

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟ هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

هر ۵ دانش‌آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی در آمده است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

آبی  
 $\frac{3}{5}$   
 کل

بله  
 $\frac{3}{5}$   
 ۱۰۰

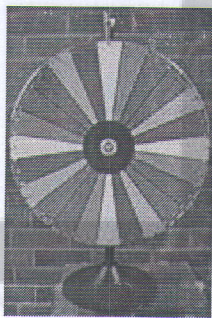
حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟

اگر آزمایش ۱۰۰ بار (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک‌تر می‌شوند؟

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟

هر چه قدر تعداد آزمایش‌ها بیشتر شود جواب به  $\frac{3}{5}$  نزدیک‌تر شود



۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس

از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	
رنگ																					

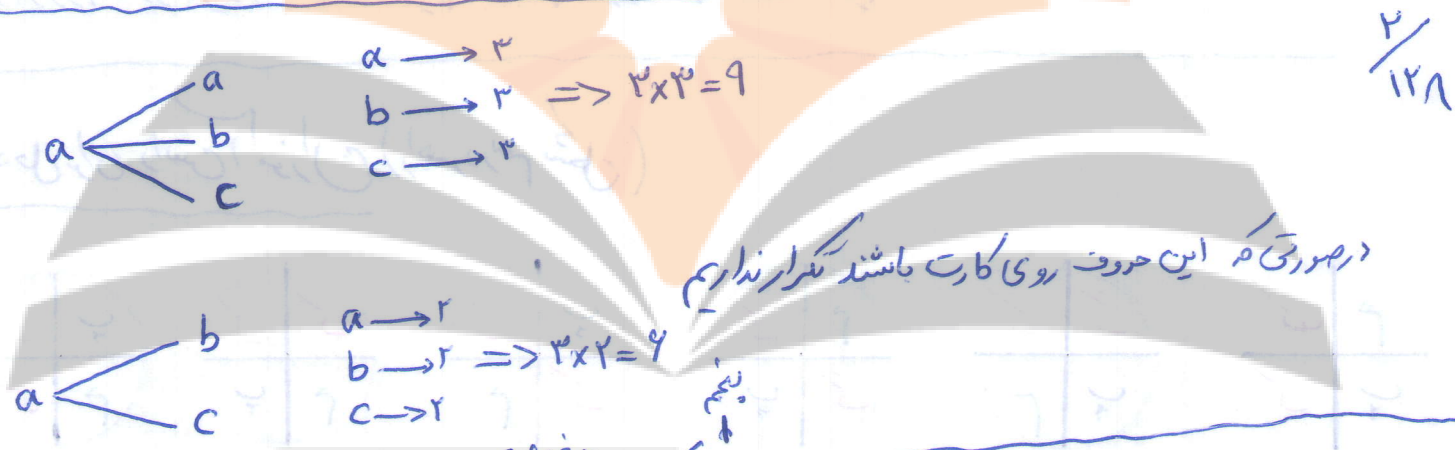
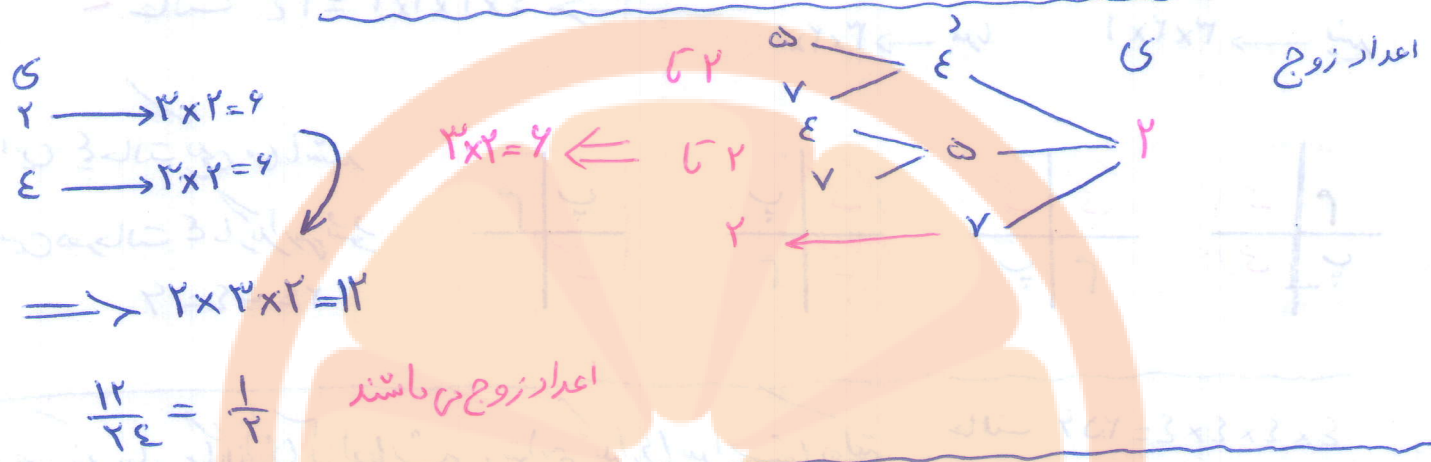
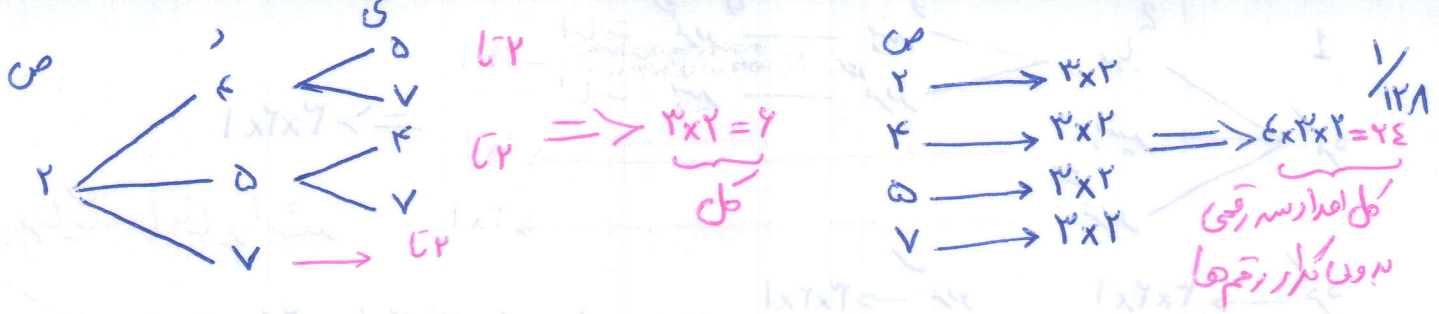
۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: قرمز: آبی:

تعداد سبز  
 $\frac{1}{6}$   
 ۱۲۹ ۱۵۵

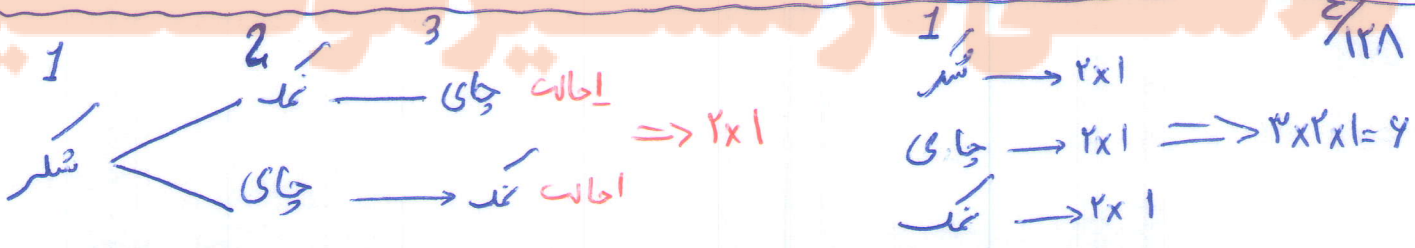
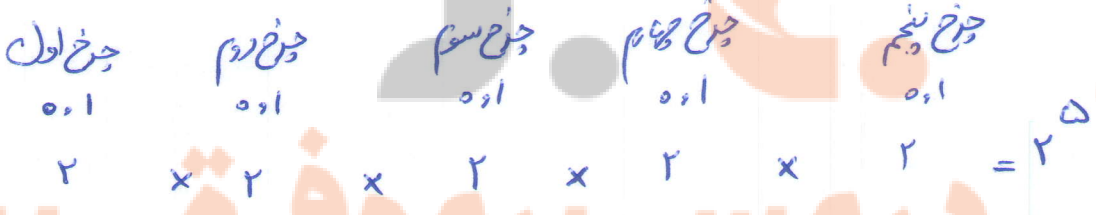
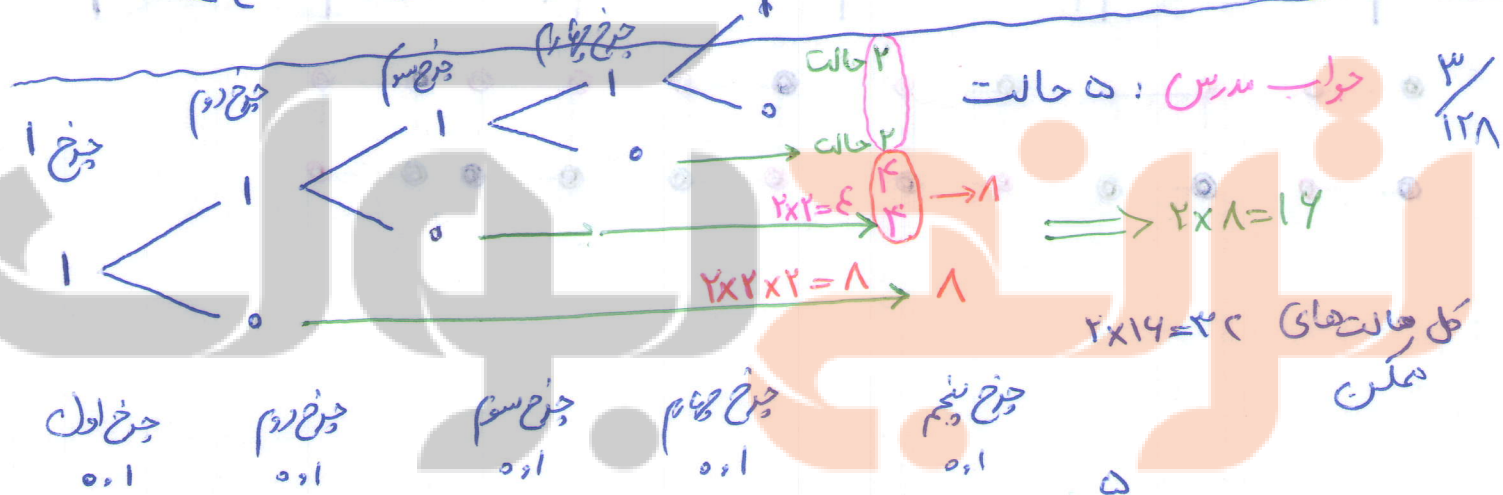
چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟

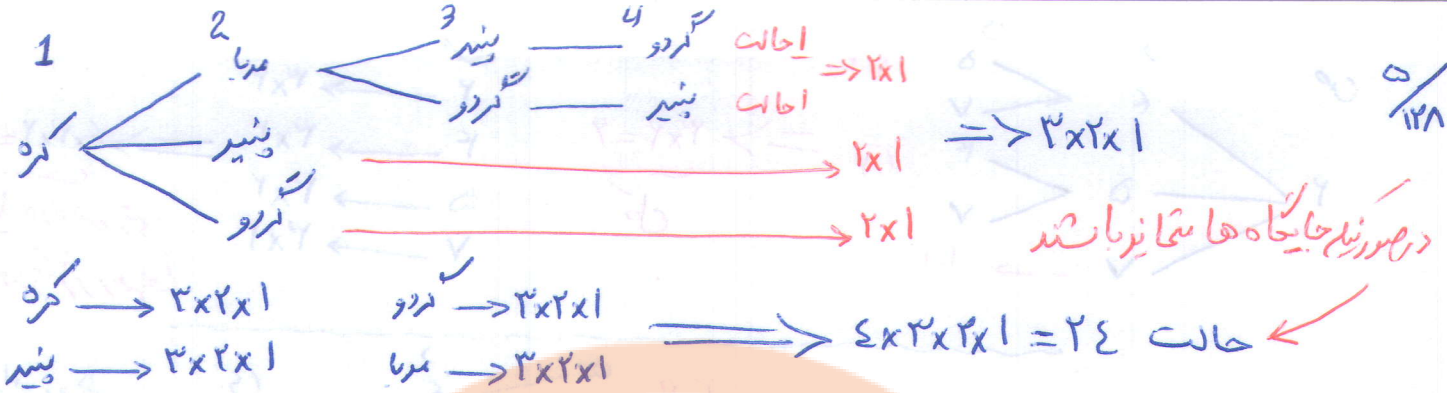
آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟

بله

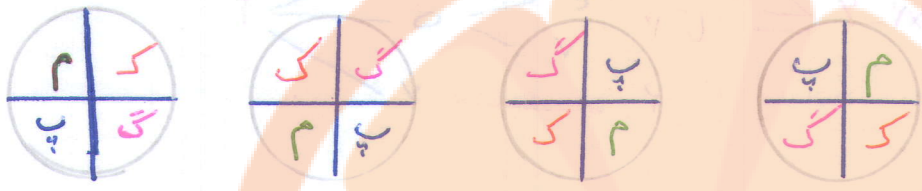


در هر یکی از این حرف روی کارت باشند تکرار نداریم





در صورتی که جایگاه‌ها متفاوت باشند

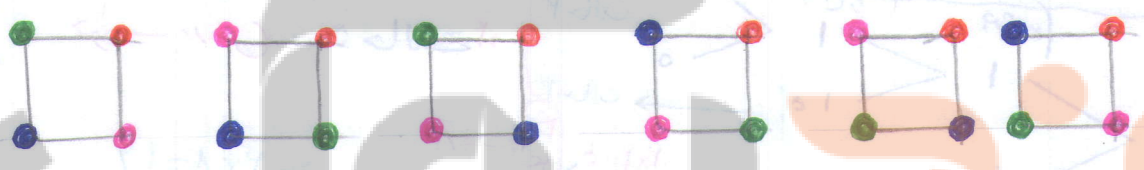


این ۴ حالت یکی می‌باشند  
سین هر حالت ۴ بار تکرار می‌شود  
 $۲۴ \div ۴ = ۶$

حالت  $۴ \times ۴ \times ۴ \times ۴ = ۲۵۶$

در صورتی که ما در جایگذاری آزاد باشیم و بتوانیم تکراری نیز استفاده کنیم

راه حل برای دانش آموزان (راهنما در رسم شکل)



# تلاشی در مسیر موفقیت

در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد  $a$  را با  $P_a$ ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

را  $a$  با  $n(a)$  و تعداد پیشامدهای ممکن را با  $n(s)$  نمایش می‌دهیم. پس:

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن  $\frac{1}{2}$  و احتمال پشت آمدن آن  $\frac{1}{2}$  است. وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید  $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید  $\frac{1}{6}$  و عدد ۶ بیاید  $\frac{1}{6}$  است.

۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟  
چون ۲، ۴، ۶ اعداد زوج هستند.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$n(\text{زوج آمدن}) = 3$$

چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

زوج آمدن

پس:

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ زیرا اثر اتفاق بیفتد برابر همواره

و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است  
پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

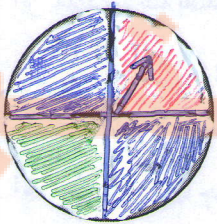
انداختن سکه :

$$\begin{aligned} \text{احتمال رو آمدن} &= \frac{1}{2} \\ \text{احتمال پشت آمدن} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

انداختن تاس :

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

ایستادن عقربه روی یک رنگ

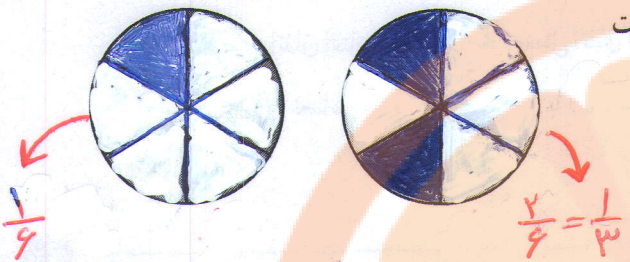


$$\begin{aligned} \text{احتمال رنگ سبز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ قرمز} &= \frac{1}{4} \\ \text{احتمال رنگ آبی} &= \frac{1}{4} \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

تمام پیشامدها برابر ۱ می‌شود  
مجموع احتمال‌های وقوع

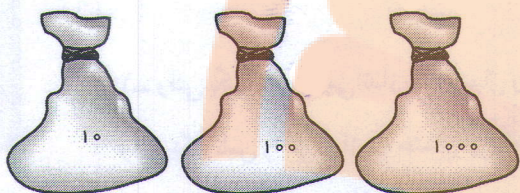
۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت



آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بجزرد بیشتر است زیرا  $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

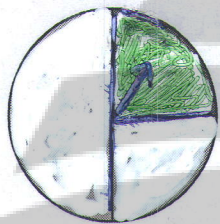


سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ در کیسه‌ی اول نه ما مهره دارد احتمال

بیشتری دارد چون  $\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار



بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟

سبز رنگ است ۲۵۰ بار زیرا  $\frac{1}{4}$  برای سبز دور

اصلاح شود

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

$$\frac{4}{9}$$

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است.  $\frac{1}{6}$  آنها سبز،  $\frac{1}{12}$  آنها زرد،  $\frac{1}{4}$  آنها سفید و  $\frac{1}{4}$  آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{6} > \frac{1}{12} > \frac{1}{4}$$

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

$$\frac{45}{100} \times x = 1200 \Rightarrow x = 5400 \text{ پسر}$$

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

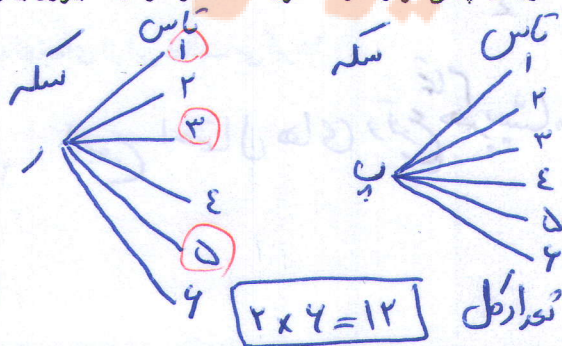
$$\frac{100}{300} \times x = 5 \Rightarrow x = 15$$

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$$\frac{5}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

- آمار
- داده
- دامنه تغییرات
- حدود دسته
- متوسط دسته
- فراوانی
- دانستن کاربرد هر یک از نمودارها
- رسم نمودار بلوکی
- پیدا کردن میانگین چند عدد
- پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- درک مفهوم پیشامد
- نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد
- پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد
- پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن
- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است.
- مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

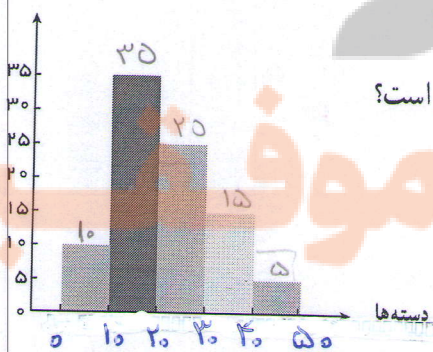
پیشامدها را پیش‌بینی کنیم  $\approx 21/6$

$$= \frac{10 \times 5 + 25 \times 15 + 25 \times 25 + 15 \times 35 + 5 \times 45}{90} = \frac{1950}{90} = 21/6$$

میانگین

تمرین‌های ترکیبی

فراوانی



در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۲۱/۶

۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

کل حالت‌ها  $4 \times 4 = 16$

زوج زوج  $3 \times 3 = 9$

زوج فرد  $3 \times 3 = 9$

$\Rightarrow 9 + 9 = 18$

$\Rightarrow \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$

چون دو حالت هست یک بار اولی فرد  $3 \times 3 = 9$

۱۳۲

زوجی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد

اصلاحیه




تلاشی در مسیر موفقیت



- دانلود گام به گام تمام دروس ✓
- دانلود آزمون های قلم چی و گاج + پاسخنامه ✓
- دانلود جزوه های آموزشی و شب امتحانی ✓
- دانلود نمونه سوالات امتحانی ✓
- مشاوره کنکور ✓
- فیلم های انگیزشی ✓

 [www.ToranjBook.Net](http://www.ToranjBook.Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://t.me/ToranjBook_Net)

 [ToranjBook\\_Net](https://www.instagram.com/ToranjBook_Net)