دفترچه پاسخ

آزمون ۱ آبان ۱۴۰۵

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی‌پایه	پروانه ابدالی-کاظم اجلالی-امیرحسین افشار-علی جهانپور-روح‌اله حسنی-افشین خاصه‌خان-طاهر دادستانی-احمدرضا ذاکرزاده محمد زنگنه -شیدا شاداب-الهام شیخ‌ممو-پریسا طلوعی-مهسان گودرزی-علیرضا مسگر-سیدمحمد موسوی-علی ناری‌ابیانه غلامرضا نیازی- جهانبخش نیکنام
	هندسه و آماروگسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-علی پسندیده-روح‌اله حسنی-سیدمحمدرضا حسینی‌فرد-افشین خاصه‌خان-محمد خندان سوگند روشنی-علیرضا شریف‌خطیبی-شبنم غلامی-نرگس کارگر-درنا کربلایی-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-نیلوفر مهدوی محمد ناری‌ابیانه
	فیزیک	مهران اسماعیلی-حسین الهی-علیرضا جباری-مهرداد خاجی-محمدرضا خادمی-رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش آرمان رجب‌خیرفومنی-مسعود علیپور-مصطفی کیانی-محمدکاظم منشادی-حسام نادری-محمدرضا نصیری ابوالفضل نکومنشی‌نژاد-مجتبی نکوئیان
	شیمی	سعید تیزرو-محمدرضا جمشیدی-امیر حاتمیان-ندا حسین‌پورمقدم-پیمان خواجوی‌مجد-یاسر راش-احسان روستایی مبینا سیدحسینی-مجتبی محجوب-مهشید نیازی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ وریاضی‌پایه	هندسه	آمارو ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسین الهی	یاسر راش
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرمحمد مرزبانی مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرترکمبور زهره آقامحمدی	مجید جلیل‌ناغونی ژیلوان محمدی‌پور امیرحسین توحیدی احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران(مستندسازی)	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-امیرمحمد علیپور			سجاد بهارلویی امیرعباس محمدی	رزیتا حبیب نتاج محسن دستجردی دانیال نجیب‌زاده

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری — مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۳»** *(محمد زنگنه)*

از روی دامنهٔ تابع $y=f(3-4x)$، دامنهٔ تابع f را به دست می‌آوریم:

$$\alpha \le x \le \beta \xrightarrow{\times(-4)} -4\beta \le -4x \le -4\alpha$$

$$\xrightarrow{+3} 3-4\beta \le 3-4x \le 3-4\alpha$$

$$\Rightarrow D_f = [3-4\beta, 3-4\alpha]$$

(حسابان ۲- تابع؛ برگرفته از کار در کلاس ۱ صفحهٔ ۱۰)

۲- **گزینهٔ «۱»** *(محمد زنگنه)*

نقطهٔ $B(1,7)$ روی تابع $y=\frac{1}{2}f(2x+1)+1$ قرار دارد، پس:

$$\alpha = 2(x_B)+1 = 2(1)+1 = 3$$

$$7 = \frac{1}{2}f(3)+1 \Rightarrow f(3)=12$$

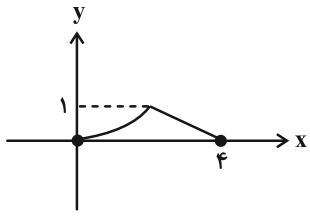
نقطهٔ $A(\alpha,\beta)$ روی نمودار تابع $y=3f(x)$ متناظر نقطهٔ B است، پس:

$$\begin{cases}\alpha = 3\\ \beta = 3f(\alpha) = 36\end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = 108$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

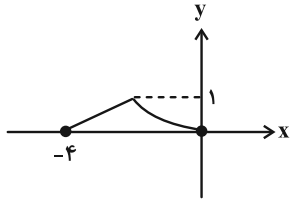
۳- **گزینهٔ «۴»** *(علی ناری‌ابیانه)*

ابتدا عرض تمامی نقاط y_1 را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و نمودار $y=f(1-x)$ را رسم می‌کنیم:



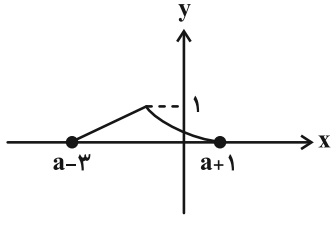
حال طول نقاط را قرینه می‌کنیم:

$$y=f(1-x) \xrightarrow{x\to -x} y=f(1+x)$$

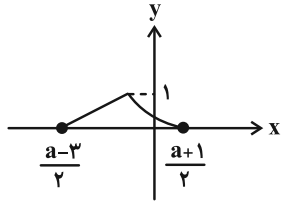


اکنون نقاط نمودار را $(a+1)$ واحد در جهت مثبت محور xها منتقل می‌کنیم:

$$y=f(1+x) \xrightarrow{x\to x-a-1} y=f(1+x-a-1)=f(x-a)$$



و در آخر $x \to 2x$، یعنی طول نقاط بر ۲ تقسیم می‌شود. نمودار y_2 به صورت زیر است:



چون نمودار تابع y_2 از ناحیهٔ اول نمی‌گذرد، پس: $\frac{a+1}{2} \le 0 \Rightarrow a \le -1$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

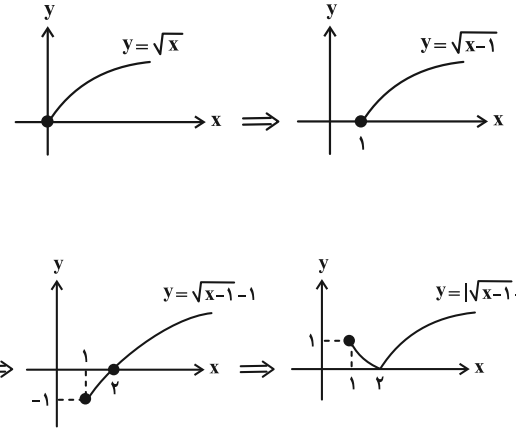
ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۴- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\sqrt{x-\sqrt{4x-4}}=\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}=|\sqrt{x-1}-1|$$

حال با انتقال نمودار تابع $y=\sqrt{x}$، نمودار تابع $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم:



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

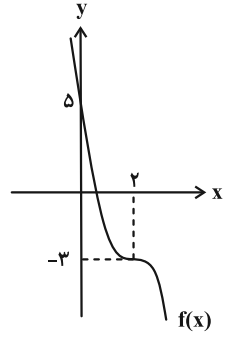
۵- **گزینهٔ «۳»** *(الهام شیخ‌ممو)*

ضابطهٔ تابع را با استفاده از اتحاد مکعب دوجمله‌ای به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$f(x)=-x^3+6x^2-12x+5+3-3$$

$$=-(x^3-6x^2+12x-8)-3=-(x-2)^3-3$$

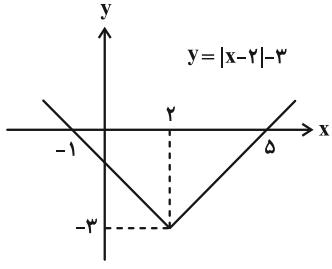
ابتدا نمودار $y=x^3$ را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم، سپس ۲ واحد به راست و ۳ واحد به پایین انتقال می‌دهیم.

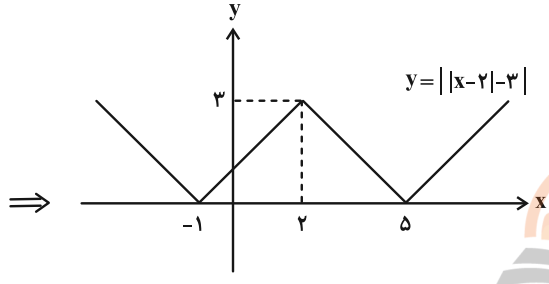


(حسابان ۲- تابع؛ مشابه کار در کلاس ۱ صفحهٔ ۱۴)

۶- **گزینهٔ «۴»** *(مهسان کودرزی)*

نمودار تابع $y=||x-2|-3|$ را به کمک انتقال تابع $y=|x|$ رسم می‌کنیم:





با توجه به فرض‌های سوال بازهٔ $[a,b]$ زیرمجموعه‌ای از بازهٔ $(-1,2)$ بوده به‌طوری که $-1\le a<0$ است. پس b می‌تواند برابر با دو مقدار طبیعی ۲ و ۱ باشد.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(علی جهانپور)*

تابعی هم صعودی و هم نزولی است که تابع ثابت باشد. پس داریم:

$$2a=7=b=1-c\Rightarrow\begin{cases}a=3/5\\b=7\\c=-6\end{cases}$$

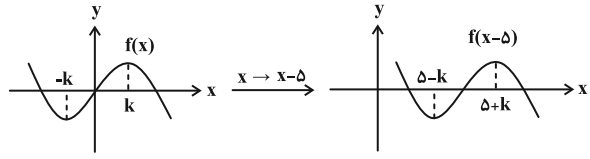
$$\Rightarrow|a|+|b|+|c|=3/5+7+6=16/5$$

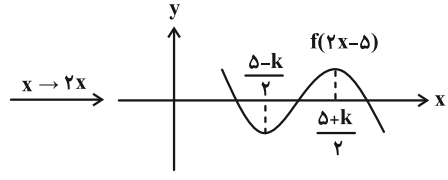
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

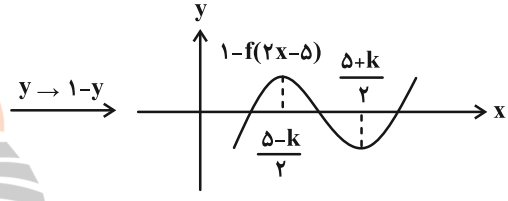
(برگرفته از تمرین ۴ مورد الف صفحهٔ ۲۲)

۸- **گزینهٔ «۲»** *(غلامرضا نیازی)*

روش اول: از طریق رسم نمودار:







در $g(x)=1-f(2x-5)$ در $\left[\frac{5-k}{2}\ \frac{5+k}{2}\right]$ نزولی است. پس داریم:

$$\frac{5-k}{2}=2\Rightarrow k=1\Rightarrow b=\frac{5+k}{2}=3$$

روش دوم: از آنجا که $g(x)$ در بازهٔ $[2\ b]$ نزولی است، پس $f(2x-5)$ نیز باید در آن بازه صعودی باشد؛ یعنی:

$$-k\le 2x-5\le k\Rightarrow \frac{5-k}{2}\le x\le \frac{5+k}{2}$$

$$\xrightarrow{k>0}\frac{5-k}{2}=2\Rightarrow k=1\Rightarrow b=\frac{5+k}{2}=\frac{5+1}{2}=3$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(پریسا طلوعی)*

در تابع f با افزایش مقدار x، مقدار $f(x)$ افزایش می‌یابد؛ پس تابع f اکیداً صعودی و وارون‌پذیر است. در این صورت:

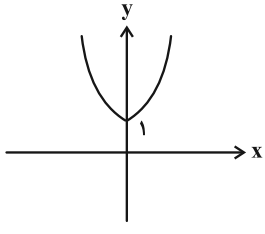
$$-1\le f^{-1}(x)\le 3\xrightarrow{\text{f اکیداً صعودی و وارون‌پذیر}}\underbrace{f(-1)}_{0}\le\underbrace{f(f^{-1}(x))}_{x}\le\underbrace{f(3)}_{8}$$

پس $0\le x\le 8$ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۱۰- **گزینهٔ «۲»** *(طاهر دادستانی)*

ضابطهٔ تابع f به شکل $f(x)=\begin{cases}(x+1)^3 & ;\ x\ge 0\\ -(x-1)^3 & ;\ x<0\end{cases}$ بوده و بنابراین نمودار آن به شکل زیر است:



با توجه به نمودار، برای آن‌که f روی یک بازهٔ باز غیریکنوا باشد، باید صفر را شامل شود. یعنی:

$$0\in(-k^2+k+2\ ,\ 3k^2-11k-4)\Rightarrow\begin{cases}-k^2+k+2<0\\ 3k^2-11k-4>0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-(k-2)(k+1)<0\\ (3k+1)(k-4)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k<-1\ \text{یا}\ k>2\\ k<-\frac{1}{3}\ \text{یا}\ k>4\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}}k<-1\ \text{یا}\ k>4$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

ریاضی ۱

۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

با توجه به مختصات نقطهٔ B زاویهٔ $A\hat{O}B$ برابر با 120° و با توجه به مختصات نقطهٔ C، زاویهٔ $A\hat{O}C$ برابر -135° است، لذا:

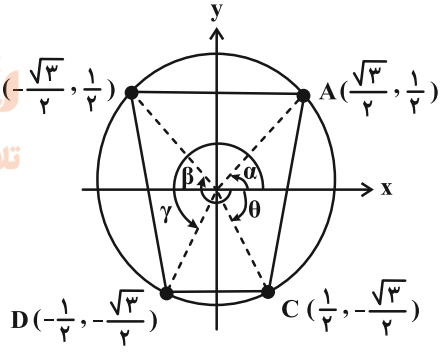
$$\frac{A\hat{O}B}{A\hat{O}C}=\frac{120^\circ}{-135^\circ}=\frac{-8}{9}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

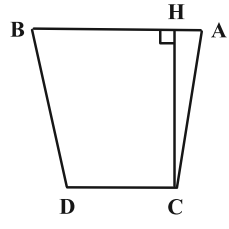
۱۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین افشار)*

ابتدا زوایا را روی دایره مشخص می‌کنیم. طول هر نقطه برابر با کسینوس و عرض نقطه برابر سینوس زاویهٔ مورد نظر است.

اگر نقاط متناظر با α، β، θ و γ را به ترتیب با A، B، C و D نمایش دهیم، داریم:



چهارضلعی حاصل ذوزنقهٔ ABDC است.



قاعده‌ها: $\begin{cases} AB=\frac{\sqrt{3}}{2}-(-\frac{\sqrt{3}}{2})=\sqrt{3} \\ DC=\frac{1}{2}-(-\frac{1}{2})=1 \end{cases}$

ارتفاع: $CH=\frac{1}{2}-(-\frac{\sqrt{3}}{2})=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S_{ABDC}=\frac{(AB+DC)\times CH}{2}=\frac{(\sqrt{3}+1)\times\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})}{2}$$

$$=\frac{(1+\sqrt{3})^2}{4}=\frac{1+3+2\sqrt{3}}{4}=\frac{4+2\sqrt{3}}{4}=\frac{2+\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۳- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا مسکر)*

خط d با جهت مثبت محور x ها زاویهٔ 60° می‌سازد. بنابراین شیب خط d برابر با $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ می‌باشد و از آنجا که خط L بر خط d عمود است، شیب آن قرینهٔ معکوس شیب خط d یعنی $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ است. بنابراین

معادلهٔ خط L به صورت مقابل است: $y=-\frac{1}{\sqrt{3}}x+b$

حال نقطهٔ $(-3,0)$ را در معادلهٔ خط L قرار می‌دهیم:

$$0=-\frac{1}{\sqrt{3}}\times(-3)+b\Rightarrow b=-\frac{3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(طاهر دادستانی)*

$$3\sin\alpha+4\cos\alpha=1 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}}$$

$$9\sin^2\alpha+16\cos^2\alpha+24\sin\alpha\cos\alpha=1$$

$$\xrightarrow{9\sin^2\alpha+9\cos^2\alpha=9} 9+7\cos^2\alpha+24\sin\alpha\cos\alpha=1$$

$$\xrightarrow[\cos\alpha\neq 0]{+\cos^2\alpha} \frac{9}{\cos^2\alpha}+7+24\tan\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow 9(1+\tan^2\alpha)+7+24\tan\alpha=1+\tan^2\alpha$$

$$\Rightarrow 8\tan^2\alpha+24\tan\alpha=-15$$

$$\xrightarrow{\times\cot\alpha} 8\tan\alpha+15\cot\alpha=-24$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۱۵- **گزینهٔ «۳»** (محمد زنگنه)

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $(\sin^۲ x+\cos^۲ x=۱)$، مقادیر ممکن برای a و b را بررسی می‌کنیم:

$$(\sqrt{a^۲+b^۲-۱})^۲+(\sqrt{۲b-۲a+۴})^۲=۱$$

$$a^۲+b^۲-۱+۲b-۲a+۴=۱\Rightarrow a^۲-۲a+۱+b^۲+۲b+۱=۰$$

$$(a-۱)^۲+(b+۱)^۲=۰\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\b=-۱\end{cases}\Rightarrow \sin x=۱\ ,\ \cos x=۰$$

$$\Rightarrow ۲\sin^۳ x-۳\cos^۲ x+۴=۲-۰+۴=۶$$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (الهام شیخ‌ممو)

ابتدا مقدار تقریبی دو عدد را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt[۳]{-۲۷}<\sqrt[۳]{-۲۴}<\sqrt[۳]{-۸}\Rightarrow -۳<\sqrt[۳]{-۲۴}<-۲$$

$$\sqrt[۴]{۱۶}<\sqrt[۴]{۲۰}<\sqrt[۴]{۸۱}\Rightarrow ۲<\sqrt[۴]{۲۰}<۳$$

پس ۵ عدد صحیح $-۲,-۱,۰,۱,۲$ میان این دو عدد وجود دارد.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۱۷- **گزینهٔ «۲»** (کاظم اجلالی)

$$\begin{cases}a=\sqrt[۴]{b}\Rightarrow a^۴=b\\b=\frac{۱}{۲}\sqrt[۳]{a}\Rightarrow a=۸b^۳\end{cases}\Rightarrow (۸b^۳)^۴=b\Rightarrow ۲^{۱۲}b^{۱۲}=b$$

$$\xrightarrow{b\neq ۰} b^{۱۱}=۲^{-۱۲}\Rightarrow b=۲^{-\frac{۱۲}{۱۱}}$$

$$a=۸b^۳=۲^۳\times ۲^{-\frac{۳۶}{۱۱}}=۲^{-\frac{۳}{۱۱}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=۲^{\frac{۹}{۱۱}}=\sqrt[۱۱]{۵۱۲}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۱۸- **گزینهٔ «۴»** (محمد زنگنه)

با به توان دو رساندن معادله داریم:

$$۲A^۲=\frac{\sqrt{۵}+۲+\sqrt{۵}-۲+۲\times\sqrt{۵-۴}}{\sqrt{۵}+۱}=\frac{۲\sqrt{۵}+۲}{\sqrt{۵}+۱}=۲$$

$$\Rightarrow A^۲=۱\xrightarrow{A>۰}A=۱$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۹- **گزینهٔ «۳»** (افشین خاصه‌خان)

با ضرب عبارت اول در مزدوج آن داریم:

$$\underbrace{(\sqrt{x+۳}+\sqrt{x-۳})}_{۴}(\sqrt{x+۳}-\sqrt{x-۳})=x+۳-x+۳=۶$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+۳}-\sqrt{x-۳}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow (\sqrt{x+۳}-\sqrt{x-۳})^۲=\frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow ۲x-۲\sqrt{x^۲-۹}=\frac{۹}{۴}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** (سیدمحمد موسوی)

با توجه به اتحاد مکعب دوجمله‌ای خواهیم داشت:

$$(۳a-۴b)^۳=۲۷a^۳-۱۰۸a^۲b+۱۴۴ab^۲-۶۴b^۳$$

$$=(۲۷a^۳+۱۴۴ab^۲)-(۶۴b^۳+۱۰۸a^۲b)=۱۵۰-۲۵=۱۲۵$$

و از آنجا $۳a-۴b=۵$.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

نردبان بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

حسابان ۱

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(الهام شیخ‌ممو)*

دو تابع مساوی، دامنه و مقادیر برابر دارند. لذا برای $x \neq 2$ باید $f(x) = g(x)$ باشد. پس:

$$\frac{2x^2 - a}{x-2} = 2x + b \Rightarrow 2x^2 - a = (2x+b)(x-2)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - a = 2x^2 - 4x + bx - 2b$$

$$\Rightarrow -a = (b-4)x - 2b \Rightarrow \begin{cases} b-4=0 \Rightarrow b=4 \\ -a=-2b \Rightarrow -a=-8 \Rightarrow a=8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0/5$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا ذاکرزاده)*

ابتدا دامنهٔ تابع را مشخص می‌کنیم:

$$3 - \frac{a}{2}x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq \frac{a}{2}x \xrightarrow{a>0} \leq \frac{6}{a} \Rightarrow \quad _f = -\infty D\frac{6}{a}$$

با توجه به آنکه $\sqrt{3 - \frac{a}{2}x} \geq 0$ است. برای پیدا کردن برد داریم:

$$\sqrt{3 - \frac{a}{2}x} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{3 - \frac{a}{2}x} \leq 0 \Rightarrow 2a - 1 - \sqrt{3 - \frac{a}{2}x} \leq 2a - 1$$

$$\Rightarrow R_f = \square -\infty \ 2 \square -1 \quad a \quad \square$$

طبق فرض $D_f = R_f$ است، پس:

$$2a - 1 = \frac{6}{a} \Rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(2)(-6) = 49$$

$$a = \frac{1 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3 - \sqrt{3-x} \Rightarrow f(2) = 3 - 1 = 2$$

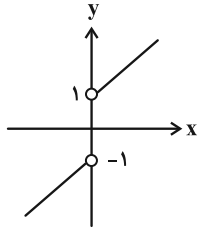
(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(سیدمحمد موسوی)*

$f(x) = \begin{cases} x+1 & ; \ x > 0 \\ a & ; \ x = 0 \\ x-1 & ; \ x < 0 \end{cases}$ داریم. لذا نمودار f به صورت زیر است و از

آنجا در صورت یک به یک بودن f، داریم $-1 \leq a \leq 1$.

بنابراین $-1 \leq \square x] \leq 1$ و در نتیجه $-1 \leq x < 2$.



(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۷)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

وارون تابع g را به دست آورده و آن را با تابع f مساوی قرار می‌دهیم:

$$y = 2 + \sqrt[3]{bx+c} \Rightarrow y - 2 = \sqrt[3]{bx+c}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۳ می‌رسانیم}} (y-2)^3 = bx + c$$

$$\Rightarrow y^3 - 6y^2 + 12y - 8 = bx + c$$

$$\Rightarrow y^3 - 6y^2 + 12y - 8 - c = bx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b}y^3 - \frac{6}{b}y^2 + \frac{12}{b}x - \frac{8+c}{b} = x$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

اکنون جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$g^{-1}(x)=y=\frac{1}{b}x^3-\frac{6}{b}x^2+\frac{12}{b}x-\frac{8+c}{b}$$

پس:

$$g^{-1}(x)=f(x)$$

پس:

$$\Rightarrow \frac{1}{b}x^3-\frac{6}{b}x^2+\frac{12}{b}x-\frac{8+c}{b}=x^3-6x^2+ax$$

$$\frac{1}{b}=1\ ,\ -\frac{6}{b}=-6\ ,\ \frac{12}{b}=a\ ,\ -\frac{8+c}{b}=0$$

$$\Rightarrow b=1\ ,\ a=12\ ,\ c=-8$$

بنابراین:

$$a+b+c=12+1-8=5$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۲۵- **گزینهٔ «۴»** (جوانبخش نیکنام)

معادلهٔ $f(x)=20$ را حل می‌کنیم:

$$2(x+3)(\sqrt{x}+3)=20\Rightarrow (x+3)(\sqrt{x}+3)=10$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}=t}(t^2+3)(t+3)=10\Rightarrow t^3+3t^2+3t+9=10$$

$$\Rightarrow (t+1)^3+8=10\Rightarrow (t+1)^3=2\Rightarrow t=\sqrt[3]{2}-1$$

$$\xrightarrow{x=t^2}x=(\sqrt[3]{2}-1)^2\Rightarrow f^{-1}(20)=(\sqrt[3]{2}-1)^2$$

$$1<\sqrt[3]{2}<2\Rightarrow 0<(\sqrt[3]{2}-1)^2<1$$

$$\Rightarrow [f^{-1}(20)]=\sqrt[3]{2}(-1)^2=0$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۶۲)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** (غلامرضا نیازی)

$$D_g: 1-|x|\geq 0\Rightarrow |x|\leq 1\Rightarrow -1\leq x\leq 1$$

$$D_f: 1-\sqrt[3]{x}\geq 0\Rightarrow \sqrt[3]{x}\leq 1\Rightarrow x\leq 1 \qquad (1)$$

$$D_{gof}=\{x\in D_f\ |\ f(x)\in D_g\}$$

$$D_{gof}=\{x\leq 1\ |\ -1\leq \sqrt{1-\sqrt[3]{x}}\leq 1\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1\leq \sqrt{1-\sqrt[3]{x}} & \text{(بدیهی)} \\ \sqrt{1-\sqrt[3]{x}}\leq 1\Rightarrow 1-\sqrt[3]{x}\leq 1\Rightarrow 0\leq \sqrt[3]{x}\Rightarrow 0\leq x & (2)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)}0\leq x\leq 1\xrightarrow{x\in\mathbb{Z}}x\in\{0,1\}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۲۷- **گزینهٔ «۲»** (شیدا شاداب)

ابتدا عبارت $g^{-1}of(m)=3$ را ساده می‌کنیم:

$$g^{-1}of(m)=3\xrightarrow{g\text{ وارون‌پذیر است}}g(3)=f(m)$$

$$\Rightarrow 4=2m^2-3m+m\Rightarrow 2m^2-2m=4$$

$$\Rightarrow m^2-m-2=0\Rightarrow (m-2)(m+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=-1 & \text{غ ق ق} \\ m=2 & \text{ق ق}\end{cases}$$

توجه داشته باشید که به ازای $m=-1$، g به صورت $g=\{(3,4),(5,24),(5,2)\}$ به دست می‌آید که یک تابع نیست.

بنابراین تنها مقدار قابل قبول برای m برابر با ۲ است.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۷۰)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(پروانه ابدالی)*

$$f^{-1}=\{(-2,2),(4,-1),(6,4),(2,8)\}$$

$$\Rightarrow f^{-1}og=\{(1,2),(4,8),(6,-1)\}$$

$$\Rightarrow f^{-1}og-f^{-1}=\{(4,9),(6,-5)\}\Rightarrow \text{برد}: R=\{-5,9\}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۷۰)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

مطابق نمودار داریم: $D_f=[-1,3]\xrightarrow{f(2x+1)}-1\le 2x+1\le 3$

$$\Rightarrow -1\le x\le 1\Rightarrow D_g=[-1,1]$$

$$D_{gof}=\{x\in D_f \mid f(x)\in D_g\}=\{x\in[-1,3] \mid f(x)\in[-1,1]\}$$

$$f(x)\in[-1,1]\xrightarrow{\text{نمودار}}x\in[-1,0]\cup[2,3]$$

$$\xrightarrow{x\in\mathbb{Z}}x=-1,0,2$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(روح‌اله حسنی)*

ابتدا دامنهٔ توابع g و f را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\frac{1}{ax^2+(a+2)x+2}=\frac{1}{(x+1)(ax+2)}$$

$$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-1,-\frac{2}{a}\}$$

$$g(x)=\frac{1}{x^2-(b+1)x+b}=\frac{1}{(x-1)(x-b)}$$

$$\Rightarrow D_g=\mathbb{R}-\{1,b\}$$

چون $D_{f-g}=D_f\cap D_g$ است، پس:

$$\mathbb{R}-\{m,n\}=(\mathbb{R}-\{-1,-\frac{2}{a}\})\cap(\mathbb{R}-\{1,b\})$$

برای اینکه عبارت سمت راست، همانند عبارت سمت چپ فاقد دو عدد حقیقی متمایز بوده و همچنین $D_f\neq D_g$ باشد، سه حالت زیر به وجود می‌آید:

حالت اول) $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ و $D_g=\mathbb{R}-\{1\}$، پس:

$$\begin{cases}-\frac{2}{a}=-1\Rightarrow a=2\\ b=1\end{cases}\Rightarrow (f-g)(x)=\frac{1}{2(x+1)^2}-\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow (f-g)(\frac{1}{2})=\frac{2}{9}-4=-\frac{34}{9}$$

حالت دوم: $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ و $D_g=\mathbb{R}-\{-1,1\}$، پس:

$$\begin{cases}-\frac{2}{a}=-1\Rightarrow a=2\\ b=-1\end{cases}\Rightarrow (f-g)(x)=\frac{1}{2(x+1)^2}-\frac{1}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow (f-g)(\frac{1}{2})=\frac{2}{9}-(-\frac{4}{3})=\frac{14}{9}$$

حالت سوم) $D_f=\mathbb{R}-\{-1,1\}$ و $D_g=\mathbb{R}-\{1\}$، پس:

$$\begin{cases}-\frac{2}{a}=1\Rightarrow a=-2\\ b=1\end{cases}\Rightarrow (f-g)(x)=-\frac{1}{2(x^2-1)}-\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow (f-g)(\frac{1}{2})=\frac{2}{3}-4=-\frac{10}{3}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

ترنج بوک
تضمینی در مسیر موفقیت

هندسه ۳

۳۱- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

طبق فرض مسئله، ماتریس‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$A=\begin{bmatrix}۲ & ۲ & ۳\end{bmatrix}\ ,\quad B=\begin{bmatrix}۲\\۳\\۴\end{bmatrix}$$

حالا ماتریس $B\times A$ را محاسبه می‌کنیم:

$$B\times A=\begin{bmatrix}۲\\۳\\۴\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & ۲ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴ & ۴ & ۶\\۶ & ۶ & ۹\\۸ & ۸ & ۱۲\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{جمع درایه‌های سطر اول}: ۴+۴+۶=۱۴=۲\times۷\\ \text{جمع درایه‌های سطر دوم}: ۶+۶+۹=۲۱=۳\times۷\\ \text{جمع درایه‌های سطر سوم}: ۸+۸+۱۲=۲۸=۴\times۷\end{cases}$$

هر سه عدد به‌طور مشترک مضرب عدد ۷ هستند.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۷ صفحهٔ ۲۱ کتاب درسی)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(نرگس کارگر)*

می‌دانیم ماتریس همانی به فرم $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\۰ & ۱\end{bmatrix}$ خواهد بود، در نتیجه:

$$\begin{cases}۵^{x-۲y}=۱\Rightarrow x-۲y=۰\Rightarrow x=۲y\\ ۲^{۴-x}=۱\Rightarrow ۴-x=۰\Rightarrow x=۴\\ x+y-z=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۴\\y=۲\\z=۶\end{cases}$$

حالا ماتریس B را به دست آورده و سپس ماتریس $B^۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$B=\begin{bmatrix}۴ & ۲\\۱ & ۶\end{bmatrix}\Rightarrow B^۲=\begin{bmatrix}۴ & ۲\\۱ & ۶\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴ & ۲\\۱ & ۶\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۸ & ۲۰\\۱۰ & ۳۸\end{bmatrix}$$

واضح است که بزرگ‌ترین درایهٔ این ماتریس برابر ۳۸ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(روح‌اله حسنی)*

چون A و B دو ماتریس قطری هستند، پس $AB=BA$. بنابراین:

$$۸I=(A-B)^۲=A^۲+B^۲-۲AB$$

$$=A^۲+B^۲+۲AB-۴AB=(A+B)^۲-۴AB$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases}A+B=\begin{bmatrix}۴ & ۰\\۰ & ۶\end{bmatrix}\Rightarrow(A+B)^۲=\begin{bmatrix}۴^۲ & ۰\\۰ & ۶^۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۶ & ۰\\۰ & ۳۶\end{bmatrix}\\ AB=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\۰ & m\end{bmatrix}\Rightarrow-۴AB=\begin{bmatrix}-۸ & ۰\\۰ & -۴m\end{bmatrix}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{۸I=(A+B)^۲-۴AB}\begin{bmatrix}۸ & ۰\\۰ & ۸\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}۱۶ & ۰\\۰ & ۳۶\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۸ & ۰\\۰ & -۴m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸ & ۰\\۰ & ۳۶-۴m\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۳۶-۴m=۸\Rightarrow m=۷$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(روح‌اله حسنی)*

سعی می‌کنیم ماتریس $\begin{bmatrix}۲۷\\-۷\end{bmatrix}$ را با ضرب اعداد حقیقی و جمع دو ماتریس $\begin{bmatrix}-۳\\۱\end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix}۵\\-۱\end{bmatrix}$ بسازیم:

$$m\begin{bmatrix}۵\\-۱\end{bmatrix}+n\begin{bmatrix}-۳\\۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲۷\\-۷\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}۵m-۳n\\-m+n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲۷\\-۷\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۵m-۳n=۲۷\\-m+n=-۷\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=۳\\n=-۴\end{cases}$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

بنابراین $\begin{bmatrix}۲۷\\-۷\end{bmatrix}=۳\begin{bmatrix}۵\\-۱\end{bmatrix}+(-۴)\begin{bmatrix}-۳\\۱\end{bmatrix}$، پس:

$$A\begin{bmatrix}۲۷\\-۷\end{bmatrix}=A(۳\begin{bmatrix}۵\\-۱\end{bmatrix}+(-۴)\begin{bmatrix}-۳\\۱\end{bmatrix})=۳A\begin{bmatrix}۵\\-۱\end{bmatrix}+(-۴)A\begin{bmatrix}-۳\\۱\end{bmatrix}$$

$$=۳\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}+(-۴)\begin{bmatrix}-۱\\۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶\\۹\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۴\\-۱۶\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۰\\-۷\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(علی پسندیده)*

طبق فرض مسئله داریم:

$$\left.\begin{array}{l}A^۲+۴I=۲A\xrightarrow{\times A}A^۳+۴A=۲A^۲\\A^۲+۴I=۲A\Rightarrow A^۲=۲A-۴I\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow A^۳+۴A=۲(۲A-۴I)\Rightarrow A^۳=-۸I$$

حالا ماتریس $A^{۳۰}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A^{۳۰}=(A^۳)^{۱۰}=(-۸I)^{۱۰}=(-۸)^{۱۰}\times I^{۱۰}=۲^{۳۰}\times I$$

$$=۲^{۳۰}\begin{bmatrix}۱&۰&۰&۰\\۰&۱&۰&۰\\۰&۰&۱&۰\\۰&۰&۰&۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲^{۳۰}&۰&۰&۰\\۰&۲^{۳۰}&۰&۰\\۰&۰&۲^{۳۰}&۰\\۰&۰&۰&۲^{۳۰}\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ مجموع درایه‌ها $=۴\times۲^{۳۰}=۲^۲\times۲^{۳۰}=۲^{۳۲}$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(علی پسندیده)*

ابتدا ماتریس مطلوب سوال را بازنویسی و ساده‌تر می‌کنیم:

$$A(BA)^۳B^۲=A(BA)(BA)(BA)BB$$

$$=(AB)(AB)(AB)(AB)B=(AB)^۴B$$

حالا طبق فرضیات مسئله، ماتریس $(AB)^۴B$ را به دست می‌آوریم:

$$AB=\begin{bmatrix}۲&۰&۰\\۰&۲&۰\\۰&۰&۲\end{bmatrix}\Rightarrow(AB)^۴=\begin{bmatrix}۱۶&۰&۰\\۰&۱۶&۰\\۰&۰&۱۶\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow(AB)^۴B=\begin{bmatrix}۱۶&۰&۰\\۰&۱۶&۰\\۰&۰&۱۶\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲&۱&۰\\۱&۱&۲\\-۱&۱&۱\end{bmatrix}$$

درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس حاصل، از ضرب سطر دوم ماتریس سمت چپ در ستون سوم ماتریس سمت راست به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix}۰&۱۶&۰\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۰\\۲\\۱\end{bmatrix}=۰\times۰+۱۶\times۲+۰\times۱=۳۲$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*

ماتریس $۲B-A$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(۲B-A)^۲=(۲B-A)(۲B-A)$$

$$=۴B^۲-۲BA-۲AB+A^۲$$

$$\Rightarrow\frac{-۱}{۲}((۲B-A)^۲-۴B^۲-A^۲)=AB+BA$$

بنابراین ماتریس $AB+BA$ برابر است با:

$$\frac{-۱}{۲}(\begin{bmatrix}۰&۷\\-۴&-۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۰&۷\\-۴&-۱\end{bmatrix}-۴\times\begin{bmatrix}-۵&۳\\-۲&-۶\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۴&-۳\\۰&۱\end{bmatrix})$$

$$=\frac{-۱}{۲}(\begin{bmatrix}-۲۸&-۷\\۴&-۲۷\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۲۰&۱۲\\-۸&-۲۴\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۴&-۳\\۰&۱\end{bmatrix})$$

$$=\frac{-۱}{۲}\times\begin{bmatrix}-۱۲&-۱۶\\۱۲&-۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶&۸\\-۶&۲\end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

ترنج بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

۳۸- **گزینهٔ «۱»** (سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)

$$\begin{cases} A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ a & 0\end{bmatrix} \Rightarrow A^2=\begin{bmatrix}1 & 1\\ a & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ a & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1+a & 1\\ a & a\end{bmatrix} \quad (1)\\ A^2=\begin{bmatrix}0 & b\\ a & a\end{bmatrix} \quad (2)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{برابری دو ماتریس}} \begin{cases}1+a=0 \Rightarrow a=-1\\ b=1\end{cases}$$

حالا ماتریس A^3 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^3=A^2\times A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}=-I$$

$$\Rightarrow A^6=(A^3)^2=(-I)^2=I$$

بنابراین ماتریس مطلوب سوال برابر است با:

$$A^{1405}=A^{1404}\times A=(A^6)^{234}\times A=I\times A=A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{جمع درایه‌ها}=1+1-1+0=1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۷ تا ۲۱)

۳۹- **گزینهٔ «۱»** (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا حاصل‌ضرب $A\times B$ را محاسبه می‌کنیم:

$$A\times B=\begin{bmatrix}a & -6\\ 2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & c\\ -b & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2a+6b & ac-12\\ 4-3b & 2c+6\end{bmatrix}$$

در ماتریس اسکالر درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر هستند و درایه‌های واقع بر قطر اصلی با هم برابرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases}4-3b=0 \Rightarrow b=\frac{4}{3}\\ ac-12=0 \Rightarrow ac=12\\ 2a+6b=2c+6 \Rightarrow 2a+8=2c+6 \Rightarrow c=a+1\end{cases}$$

$$ac=12 \Rightarrow a(a+1)=12 \Rightarrow a^2+a-12=0$$

$$\Rightarrow (a+4)(a-3)=0 \Rightarrow \begin{cases}a=-4 \quad \text{غ ق ق}\\ a=3 \Rightarrow c=4\end{cases}$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{c}{a}-b=\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

(مشابه نهایی دی ۱۴۰۴)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا ماتریس A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix}5 & -2\\ 10 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5 & -2\\ 10 & -4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & -2\\ 10 & -4\end{bmatrix}=A$$

از رابطهٔ $A^2=A$ می‌توان نتیجه گرفت که به ازای هر عدد طبیعی n، $A^n=A$ است؛ بنابراین داریم:

$$A^{1405}+A^{1406}=A+A=2A=2A^2$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۲۰)

(مشابه نهایی خرداد ۱۴۰۳)

مرجع بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

هندسه ۱

۴۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم نسبت اندازه‌های هر دو ضلع در یک مثلث، برابر عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن دو ضلع است، پس با توجه به فرض سوال داریم:

$$h_a = \frac{1}{2}h_b + 2h_c \xrightarrow{+h_c} \frac{h_a}{h_c} = \frac{1}{2}\frac{h_b}{h_c} + 2$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2}(\frac{c}{b}) + 2 \xrightarrow[b=15]{a=5} \frac{c}{5} = \frac{1}{2}\times\frac{c}{15} + 2$$

$$\Rightarrow \frac{c}{5} - \frac{c}{30} = 2 \Rightarrow \frac{5c}{30} = 2 \Rightarrow c = 12$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴۲- **گزینهٔ «۲»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

مثلث ABC از سه مثلث با ارتفاع یکسان (نظیر رأس B) تشکیل شده است. لذا نسبت مساحت آن‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است. از آنجا که S_2 میانگین هندسی S_1 و S_3 است، لذا داریم:

$$S_2^2 = S_1 . S_3 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{S_3}{S_2} \Rightarrow \frac{6}{AM} = \frac{9}{6} \Rightarrow AM = \frac{36}{9} = 4$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به ویژگی‌های تناسب می‌دانیم:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = ... = \frac{a_n}{b_n} = k \Rightarrow \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{b_1 + b_2 + ... + b_n} = k$$

از طرفی اگر صورت و مخرج یک کسر را در عددی ثابت ضرب کنیم، مقدار آن کسر تغییر نمی‌کند، یعنی $\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$، بنابراین با توجه به فرض سوال می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{1-x} = \frac{1}{2y+1} = \frac{3}{3z-1}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{6-6x} = \frac{3}{6y+3} = \frac{6}{6z-2} = \frac{12+3+6}{6\underbrace{(y+z-x)}_{0}+7}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1-x} = \frac{1}{2y+1} = \frac{3}{3z-1} = \frac{21}{7} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1-x} = 3 \Rightarrow 1-x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

بنابراین خواستهٔ سوال برابر است با:

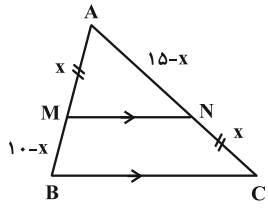
$$x + \underbrace{y+z}_{x} = 2x = \frac{2}{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

با فرض $AM = NC = x$ داریم:

$$BM = 10 - x \quad , \quad AN = 15 - x$$



حال از قضیهٔ تالس استفاده می‌کنیم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{10-x} = \frac{15-x}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = 150 - 25x + x^2 \Rightarrow 25x = 150 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \begin{cases} AN = 9 \\ BM = 4 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\frac{AN}{BM} = \frac{9}{4} = 2/25$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمد فندان)*

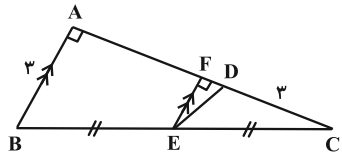
محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث روی یک ضلع آن قرار دارد، لذا آن مثلث، قائم‌الزاویه است، یعنی $\hat{A} = 90^\circ$ و $BE = CE$.

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

با رسم خطی موازی AB از نقطهٔ E و نوشتن تعمیم قضیهٔ تالس خواهیم داشت:

$$EF \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} E\hat{F}D = 90^\circ \\ \text{تعمیم قضیهٔ تالس} : \frac{CE}{BC} = \frac{EF}{AB} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{BC=2CE} EF = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} = 1/5$$



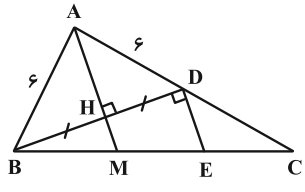
EF ارتفاع وارد بر ضلع CD در مثلث CDE است، پس:

$$S_{CDE} = \frac{1}{2} CD \times EF = \frac{1}{2}(3 \times \frac{3}{2}) = \frac{9}{4} = 2/25$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحهٔ ۳۵)

۴۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمد خندان)*

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانهٔ قاعده نیز هست. با رسم ارتفاع وارد بر BD در مثلث متساوی‌الساقین ABD و امتداد دادن آن خواهیم داشت: $B\hat{H}M = H\hat{D}E = 90^\circ \Rightarrow AM \parallel DE$



با توجه به قضیهٔ تالس در مثلث BDE خواهیم داشت:

$$\frac{BH}{HD} = \frac{BM}{ME} = 1 \Rightarrow BM = ME = \frac{BE}{2}$$

اگر $3BE = 4CE$ باشد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} BE = 4k \Rightarrow BM = ME = 2k \\ CE = 3k \end{cases}$$

حال با نوشتن قضیهٔ تالس در مثلث AMC، طول CD مشخص می‌شود:

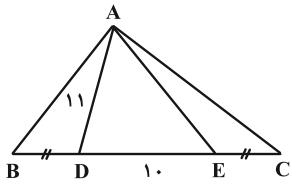
$$DE \parallel AM \Rightarrow \frac{CD}{AD} = \frac{CE}{ME} \Rightarrow \frac{CD}{6} = \frac{3k}{2k}$$

$$\Rightarrow CD = \frac{3}{2} \times 6 = 9$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

فرض کنیم $BD = EC = x$، حال با توجه به شکل داریم:



$$\left.\begin{matrix} \hat{D} = \hat{D} \\ D\hat{A}E = \hat{C} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{زز}} \overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ADC} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{DE}{AD}$$

$$\Rightarrow AD^2 = DC \times DE \Rightarrow 121 = (10+x) \times 10$$

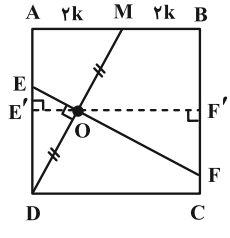
$$\Rightarrow 100 + 10x = 121 \Rightarrow x = \frac{21}{10} = 2/1$$

در نتیجه: $BC = 10 + 2x = 14/2$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*

مطابق شکل، از نقطهٔ O (محل برخورد EF و MD)، پاره‌خط $E'F'$ را موازی دو ضلع مربع رسم می‌کنیم.



نردبان بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

پاره‌خط EF در حقیقت عمودمنصف MD است، پس:

$$E\hat{O}D = ۹۰^\circ \quad و \quad OD = OM$$

تعمیم قضیهٔ تالس را در مثلث ADM می‌نویسیم:

$$OE' \parallel AM \Rightarrow \frac{OE'}{AM} = \frac{E'D}{AD} = \frac{OD}{DM}$$

$$\Rightarrow \frac{OE'}{۲k} = \frac{E'D}{۴k} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} OE' = k \Rightarrow OF' = ۳k \\ E'D = ۲k \Rightarrow AE' = ۲k \end{cases}$$

حال با توجه به اینکه OE' ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویهٔ ODE است، می‌توان نوشت:

$$OE'^۲ = EE' \times E'D \Rightarrow k^۲ = EE' \times ۲k \Rightarrow EE' = \frac{k}{۲}$$

$$\Rightarrow AE = AE' - EE' = \frac{۳k}{۲} \qquad (۱)$$

دو مثلث قائم‌الزاویهٔ OEE' و OFF' متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{FF'}{EE'} = \frac{OF'}{OE'} \Rightarrow \frac{FF'}{\frac{k}{۲}} = \frac{۳k}{k} \Rightarrow FF' = \frac{۳k}{۲}$$

$$\Rightarrow FC = CF' - FF' = \frac{k}{۲} \qquad (۲)$$

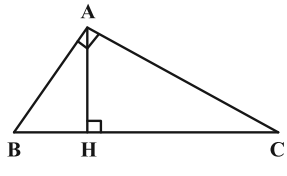
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{AE}{FC} = ۳$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۹ تا ۴۲)

۴۹- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

فرض می‌کنیم $AB = m$، آنگاه طبق فرض $BC = ۳m$ و لذا از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AB^۲ = BH.BC \Rightarrow m^۲ = BH \times ۳m \Rightarrow BH = \frac{m}{۳}$$



در نتیجه $CH = ۳m - \frac{m}{۳} = \frac{۸}{۳}m$ و مجدداً از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC داریم:

$$AH^۲ = BH \times CH = \frac{۸}{۹}m^۲ \Rightarrow AH = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}m$$

در نتیجه $AH = ۲\sqrt{۲}BH$.

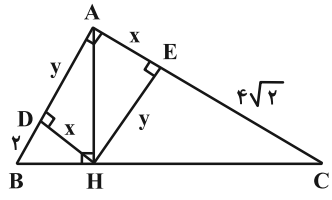
(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

چهارضلعی $ADHE$ مستطیل است. در این مستطیل فرض کنید $AE = HD = x$ و $AD = HE = y$، در این صورت طبق روابط طولی در دو مثلث قائم الزاویهٔ AHB و AHC داریم:

$$\overset{\Delta}{AHB} : HD^۲ = BD \times AD \Rightarrow x^۲ = ۲y$$

$$\overset{\Delta}{AHC} : HE^۲ = AE \times CE \Rightarrow y^۲ = ۴\sqrt{۲}x$$



با توجه به دو رابطهٔ فوق، مقادیر x و y را پیدا می‌کنیم:

$$x^۲ = ۲y \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^۴ = ۴y^۲ = ۴(۴\sqrt{۲}x) = ۱۶\sqrt{۲}x$$

$$\xrightarrow{+x} x^۳ = ۱۶\sqrt{۲} = (۲\sqrt{۲})^۳ \Rightarrow x = ۲\sqrt{۲}$$

$$y^۲ = ۴\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۲} = ۱۶ \xrightarrow{y>۰} y = ۴$$

حال قضیهٔ فیثاغورس را در مثلث قائم‌الزاویهٔ AHD می‌نویسیم:

$$AH^۲ = x^۲ + y^۲ = (۲\sqrt{۲})^۲ + ۴^۲ = ۲۴ \Rightarrow AH = ۲\sqrt{۶}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

ترنج بوک

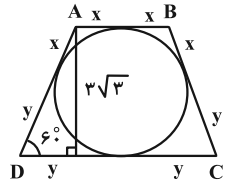
هندسه ۲

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(افشین خاصه‌خان)*

می‌دانیم طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر دایره با هم برابرند. حالا مطابق شکل و طبق فرض داریم:

$$h = ۳\sqrt{۳} = AD.\sin ۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AD$$

$$\Rightarrow AD = ۶ \Rightarrow x + y = ۶$$



حالا محیط و مساحت ذوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{محیط} : ۴x + ۴y = ۴(x+y) = ۴\times ۶ = ۲۴ \\ \text{مساحت} : \frac{۱}{۲}\times ۳\sqrt{۳}\times(۲x+۲y) = \frac{۱}{۲}\times ۳\sqrt{۳}\times ۲\times ۶ = ۱۸\sqrt{۳} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۸\sqrt{۳} - ۲۴}{۲\sqrt{۳}} = \frac{۹\sqrt{۳} - ۱۲}{\sqrt{۳}} = ۹ - ۴\sqrt{۳}$$

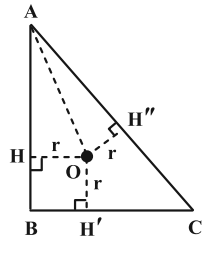
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۵۲- **گزینهٔ «۳»** *(اسحاق اسفندیار)*

از آنجا که بین اضلاع مثلث رابطهٔ فیثاغورس برقرار است، مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد. نقطهٔ همرسی نیمسازهای مثلث، مرکز دایرهٔ محاطی داخلی آن می‌باشد. با توجه به اینکه طول شعاع دایره از رابطهٔ $r = \frac{S}{p}$ به دست می‌آید،

داریم:

$$\begin{cases} S = \frac{۶\times ۸}{۲} = ۲۴ \\ p = \frac{۶+۸+۱۰}{۲} = ۱۲ \end{cases} \xrightarrow{r=\frac{S}{p}} r = \frac{۲۴}{۱۲} = ۲$$



مطابق شکل اگر فرض کنیم $BC = ۶$، $AB = ۸$ و $AC = ۱۰$، دورترین رأس نسبت به مرکز O، رأس A می‌باشد. حال در مثلث AHO داریم:

$$AH = AB - r \Rightarrow AH = ۸ - ۲ = ۶$$

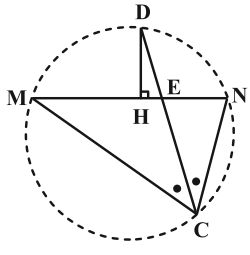
$$\xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AO^۲ = AH^۲ + OH^۲ \Rightarrow AO = \sqrt{۳۶+۴} = ۲\sqrt{۱۰}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** *(نرگس کارگر)*

می‌دانیم در یک مثلث، محل برخورد عمودمنصف یک ضلع و نیمساز زاویهٔ روبه‌رو به آن روی دایرهٔ محیطی آن مثلث خواهد بود. طبق نکتهٔ بالا اگر دایرهٔ محیطی در مثلث MNC را رسم کنیم، نقطهٔ D روی محیط این دایره قرار خواهد داشت. حالا با توجه به اینکه نقطهٔ H وسط وتر MN بوده و $\frac{NE}{EM} = \frac{۱}{۴}$ است، داریم:

$$\begin{cases} NE = x \\ MH = ۲/۵x \\ HE = ۱/۵x \end{cases}$$



حال طبق روابط طولی در دایره خواهیم داشت:

$$ME\times NE = DE\times EC \Rightarrow ۴x\times x = \frac{۸}{۳}\times ۶ \Rightarrow x = ۲$$

$$\Rightarrow HE = \frac{۳}{۲}\times ۲ = ۳$$

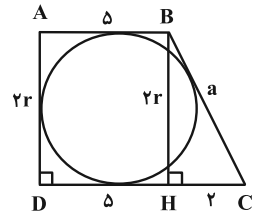
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۹)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر برتری

۵۴- **گزینهٔ «۱»** *(نرگس کارگر)*

ذوزنقهٔ مفروض محیطی بوده، پس جمع طول اضلاع روبه‌رویش با هم برابر است. در نتیجه مطابق شکل داریم:

$$۵+۷=۲r+a \Rightarrow a=۱۲-۲r \qquad (*)$$



حالا طبق قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ BCH خواهیم داشت:

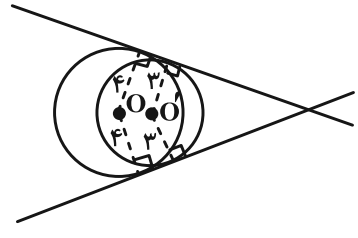
$$a^۲=(۲r)^۲+۲^۲ \xrightarrow{(*)} (۱۲-۲r)^۲=۴r^۲+۴$$

$$\Rightarrow ۴۸r=۱۴۰ \Rightarrow r=\frac{۱۴۰}{۴۸}=\frac{۳۵}{۱۲}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد ناری‌ابیانه)*

خطوطی که از O به فاصلهٔ ۴ واحد باشند، بر دایرهٔ C مماس هستند و به‌طور مشابه خطوطی که از O' به فاصلهٔ ۳ واحد باشند، بر دایرهٔ C' مماس‌اند، پس مطلوب سوال همان مماس مشترک‌های دو دایره است. حال با توجه به اینکه $۳+۴<\sqrt{۲}<۳-۴$، دو دایره متقاطع بوده و مطابق شکل تنها دو مماس مشترک خارجی دارند.



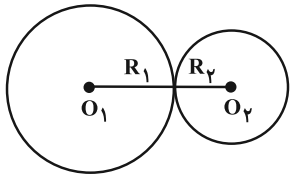
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ملازینل)*

اگر شعاع‌های دو دایره را به ترتیب $R_۱$ و $R_۲$ و طول خط‌المرکزین دو دایره را d فرض کنیم، طبق فرض داریم:

$$d=\sqrt{۲R_۱\times ۲R_۲}=۲\sqrt{R_۱R_۲}$$

می‌دانیم طول مماس مشترک خارجی دو دایرهٔ مماس خارج به شعاع‌های $R_۱$ و $R_۲$، برابر $d=۲\sqrt{R_۱R_۲}$ می‌باشد؛ بنابراین دو دایرهٔ به دست آمده مماس خارج بوده و بین شعاع‌ها و طول خط‌المرکزین آن‌ها رابطهٔ زیر برقرار است:



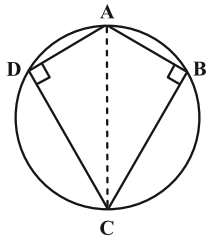
$$\Rightarrow d=R_۱+R_۲$$

(هندسه ۲- دایره؛ سوال ۳ فعالیت صفحهٔ ۲۲ کتاب درسی)

۵۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمد خندان)*

چهارضلعی $ABCD$ کایت است که در آن $AB=AD$ ، $BC=CD$ و $\hat{B}=\hat{D}$ است. از طرفی طبق فرض، این کایت محاطی است، پس:

$$\hat{B}+\hat{D}=۱۸۰^\circ \xrightarrow{\hat{B}=\hat{D}} ۲\hat{B}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{B}=\hat{D}=۹۰^\circ$$



پس کایت قائم‌الزاویه و AC قطر دایرهٔ محیطی است. اگر فرض کنیم $AB=m$ و $BC=n$، داریم:

$$\begin{cases} \text{محیط} = ۲(m+n)=۲۸ \Rightarrow m+n=۱۴ \\ AC=۲R=۱۰ \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AC^۲=m^۲+n^۲=۱۰۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m+n)^۲=m^۲+n^۲+۲mn=۱۹۶$$

$$\Rightarrow ۱۰۰+۲mn=۱۹۶ \Rightarrow mn=۴۸$$

مساحت کایت قائم‌الزاویه، شامل دو مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت است، بنابراین:

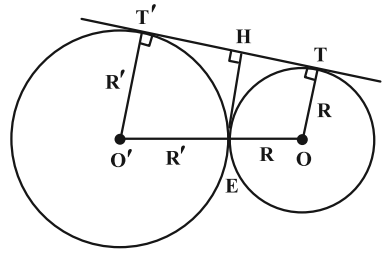
$$S_{ABCD}=۲S_{ABC}=۲\times(\frac{m\times n}{۲})=mn=۴۸$$

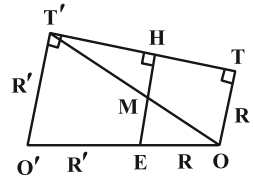
(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

نیازی بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۵۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمد فندان)*

مطابق شکل با فرض $R' > R$، مماس مشترک دو دایره در نقاط T' و T به ترتیب بر شعاع‌های OT' و OT عمود می‌باشد.





باتوجه به شکل، خواستهٔ مسئله به دست آوردن طول پاره‌خط EH برحسب R و R' است. با توجه به اینکه $OT \parallel O'T' \parallel EH$ است، با رسم خط OT' و طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{TH}{T'H} = \frac{OM}{T'M} = \frac{R}{R'}$$

$$\begin{cases} \frac{MH}{R} = \frac{T'H}{T'T} = \frac{R'}{R+R'} \Rightarrow MH = \frac{RR'}{R+R'} \\ \frac{ME}{R'} = \frac{OE}{OO'} = \frac{R}{R+R'} \Rightarrow ME = \frac{RR'}{R+R'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow EH = MH + ME = \frac{2RR'}{R+R'}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۹- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

برای دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$، فرض کنید $OO' = d$ و $R' = 4R$ باشد. در این صورت با توجه به اندازه‌های مماس مشترک داخلی و خارجی دو دایره داریم:

$$\text{طول مماس مشترک داخلی} = \sqrt{d^2 - (R+R')^2}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{5} = \sqrt{d^2 - (R+4R)^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} d^2 - 25R^2 = 80$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R-R')^2}$$

$$\Rightarrow 12 = \sqrt{d^2 - (R-4R)^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} d^2 - 9R^2 = 144 \quad (*)$$

طرفین دو رابطهٔ به دست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$(d^2 - 9R^2) - (d^2 - 25R^2) = 144 - 80$$

$$\Rightarrow 16R^2 = 64 \Rightarrow R^2 = 4 \xrightarrow{(*)} d^2 - 9(4) = 144$$

$$\Rightarrow d^2 = 180 = 36 \times 5 \Rightarrow d = 6\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم اگر r شعاع دایرهٔ محاطی داخلی و r_a، r_b و r_c شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی باشند، آنگاه داریم:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{6} + \frac{3}{22} + \frac{1}{33} = \frac{11+9+2}{66} = \frac{22}{66} = \frac{1}{3}$$

از طرفی اگر h_a، h_b و h_c ارتفاع‌های این مثلث باشند، آنگاه:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{13}{132} + \frac{5}{33} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{13+20}{132} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \Rightarrow h_a = 12$$

(هندسه ۲- دایره؛ تمرین ۵ صفحهٔ ۲۹ کتاب درسی)

نوین بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

ریاضیات گسسته

۶۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

بررسی گزاره‌ها:

الف) عکس گزاره لزوماً صحیح نیست. برای مثال عدد ۲۵ به فرم $۶k+۱$ می‌باشد، اما عددی اول نیست.

ب) مطابق تمرین ۱۱ صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی این گزاره درست می‌باشد.

پ) مطابق تمرین ۶ صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی این گزاره درست است.

$$(n,n+۱)=d \Rightarrow \begin{cases} d \mid n \\ d \mid n+۱ \end{cases} \Rightarrow d \mid ۱ \xrightarrow{d \in \mathbb{N}} d=۱$$

ت) هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ به فرم $p=۶k\pm۱ \ , \ k\in\mathbb{N}$ می‌باشد:

$$(۶k\pm۱)^۲-۱=۳۶k^۲\pm۱۲k+۱-۱=۱۲\underbrace{k(۳k\pm۱)}_{۲q}=۲۴q$$

بنابراین گزاره‌های (ب)، (پ) و (ت) صحیح می‌باشند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(علی پسندیده)*

طبق فرض مسئله داریم:

$$\begin{cases} ۱۱ \mid ۷a+۴b-۱۷ \\ ۱۱ \mid a-b+k \xrightarrow{\times ۷} ۱۱ \mid ۷a-۷b+۷k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} ۱۱ \mid ۱۱b-۱۷-۷k \qquad (*)$$

$$\begin{cases} ۱۱ \mid ۱۱b \xrightarrow{(*)} ۱۱ \mid -۱۷-۷k \xrightarrow{\times ۳} ۱۱ \mid -۵۱-۲۱k \\ ۱۱ \mid ۱۱k \xrightarrow{\times ۲} ۱۱ \mid ۲۲k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} ۱۱ \mid k-۵۱ \qquad (**)$$

$$۱۱ \mid ۵۵ \xrightarrow[\text{جمع}]{(**)} ۱۱ \mid k+۴ \Rightarrow k+۴=\pm ۱۱ \ , \ \pm ۲۲ \ , \ \dots \ , \pm ۹۹$$

بنابراین بزرگ‌ترین مقدار طبیعی دو رقمی $k+۴$ برابر ۹۹ بوده و در نتیجه بزرگ‌ترین مقدار طبیعی دو رقمی k برابر ۹۵ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۶۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی پسندیده)*

ب م م مورد نظر را d می‌گیریم:

$$d=(۱۲m-۱۸ \ , \ ۸m+۲۰)=۲\underbrace{(۶m-۹ \ , \ ۴m+۱۰)}_{d'} \qquad (*)$$

حالا طبق تعریف بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک داریم:

$$\begin{cases} d' \mid ۶m-۹ \xrightarrow{\times ۲} d' \mid ۱۲m-۱۸ \\ d' \mid ۴m+۱۰ \xrightarrow{\times ۳} d' \mid ۱۲m+۳۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d' \mid ۴۸$$

طبق رابطهٔ به دست آمده، مجموعه مقادیر مجاز برای d' برابر $\{۱,۲,۳,۴,۶,۸,۱۲,۱۶,۲۴,۴۸\}$ می‌باشد. طبق (*)، d' نمی‌تواند مضرب ۴ و ۶ باشد و در نتیجه مقادیر $\{۴,۶,۸,۱۲,۱۶,۲۴,۴۸\}$ برای d' مجاز نمی‌باشند. همچنین چون $۶m-۹$ عددی فرد است، d' نمی‌تواند برابر ۲ نیز باشد و در نتیجه مجموعه مقادیر مجاز برای d' برابر $\{۱,۳\}$ و در نتیجه برای d برابر $\{۲,۶\}$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

طبق فرض مسئله داریم:

$$\begin{cases} ۵ \mid ۲n+۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲۵ \mid ۴n^۲+۴n+۱ \\ ۵ \mid ۲n+۱ \xrightarrow{\times ۵} ۲۵ \mid ۱۰n+۵ \qquad (*) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} ۲۴ \mid ۴n^۲+۱۴n+۶$$

با ضرب رابطهٔ (*) در n به رابطهٔ $۲۵ \mid ۱۰n^۲+۵n$ می‌رسیم و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} ۲۵ \mid ۴n^۲+۱۴n+۶ \\ ۲۵ \mid ۱۰n^۲+۵n \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} ۲۵ \mid ۱۴n^۲+۱۹n+۶$$

$$\Rightarrow k=۱۹+۲۵t$$

بنابراین k می‌تواند مقادیر ۱۹، ۴۴، ۶۹ و ۹۴ را اختیار کند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۴ صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا شریف‌طیبی)*

با توجه به خواص بخش‌پذیری داریم:

$$\left.\begin{matrix} p \mid p \xrightarrow{\times ۲} p \mid ۲p \\ p \mid p \xrightarrow{\times ۳p} p \mid ۳p^۲ \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{جمع}} p \mid ۳p^۲+۲p$$

از تفاضل رابطهٔ به دست آمده با فرض سوال داریم:

$$\left.\begin{matrix} p \mid ۳p^۲+۲p \\ p \mid ۳p^۲+۲p+۱۵! \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} p \mid ۱۵!$$

$$\xrightarrow{p \text{ عدد اول}} p \in \{۲,۳,۵,۷,۱۱,۱۳\}$$

در نتیجه ۶ مقدار متمایز برای عدد اول p وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۶۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با استفاده از اثبات بازگشتی (روش گزاره‌های هم‌ارز) داریم:

$$\frac{۱}{۲}(y^۲+۱)-x \geq x(y-x) \xleftrightarrow{\times ۲} y^۲+۱-۲x \geq ۲x(y-x)$$

$$\Leftrightarrow y^۲+۱-۲x \geq ۲xy-۲x^۲$$

$$\Leftrightarrow (x^۲-۲xy+y^۲)+(x^۲-۲x+۱) \geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^۲+(x-۱)^۲ \geq ۰$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

(مشابه نهایی دی ۱۴۰۴)

نارنج‌برتر
تلاشی درمسیر موفقیت

۶۷- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$$\left.\begin{matrix} a-b \mid a \\ a-b \mid a-b \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} a-b \mid a-(a-b) \Rightarrow a-b \mid b$$

$$\left.\begin{matrix} a-b \mid b \\ a-b \mid a-b \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} a-b \mid (a-b)+b \Rightarrow a-b \mid a$$

پس دو گزاره هم‌ارز هستند.

گزینهٔ «۲»: اگر $3n+1$ فرد باشد، آنگاه $3n$ و در نتیجه n زوج است و می‌توان نتیجه گرفت که n^2 و $5n$ هر دو زوج هستند و n^2+5n نیز زوج است. ولی برعکس این موضوع درست نیست، چون $n^2+5n=n(n+5)$ و همواره یکی از دو عدد n یا $n+5$ زوج است و در نتیجه n^2+5n نیز همواره زوج است و نمی‌توان زوج یا فرد بودن n و $3n+1$ را به وسیلهٔ آن مشخص کرد، پس دو گزاره هم‌ارز نیستند.

گزینهٔ «۳»: می‌دانیم $A-B=A-(A\cap B)$، بنابراین اگر $A-B=A$ باشد، آنگاه $A\cap B=\varnothing$ و بالعکس اگر $A\cap B=\varnothing$، آنگاه $A-B=A$ که یعنی دو گزاره هم‌ارز هستند.

گزینهٔ «۴»: اگر $A\cup B=A\cap B$ باشد، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} \forall x\in A \xrightarrow{A\subseteq A\cup B} x\in A\cup B \xrightarrow{A\cup B=A\cap B} x\in A\cap B \\ \xrightarrow{A\cap B\subseteq B} x\in B \Rightarrow A\subseteq B \\ \forall x\in B \xrightarrow{B\subseteq A\cup B} x\in A\cup B \xrightarrow{A\cup B=A\cap B} x\in A\cap B \\ \xrightarrow{A\cap B\subseteq A} x\in A \Rightarrow B\subseteq A \end{cases}$$

بنابراین $A=B$ است. برعکس اگر $A=B$ باشد، آنگاه $A\cup B=A\cap B=A=B$. پس دو گزاره هم‌ارز هستند.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه کار در کلاس صفحهٔ ۸)

۶۸- **گزینهٔ «۱»** (شبنم غلامی)

طبق قضیهٔ تقسیم و با توجه به فرض سوال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a=9q+4 \xrightarrow{\times 4} 4a=36q+16 \\ a=12q'+10 \xrightarrow{\times 3} 3a=36q'+30 \end{cases}$$

از تفاضل دو رابطهٔ بالا داریم:

$$4a-3a=36(q-q')-14 \Rightarrow a=36(q-q')-36+36-14$$
$$\Rightarrow a=36(q-q'-1)+22$$

یعنی باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد a بر ۳۶، برابر ۲۲ و مجموع ارقام باقی‌مانده برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه تمرین ۹ صفحهٔ ۱۶)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** (درنا کربلایی)

ابتدا با استفاده از برهان خلف نشان می‌دهیم عبارات گزینه‌های «۱» تا «۳» زوج هستند. برای این کار فرض می‌کنیم هر کدام از این عبارت‌ها فرد باشند، پس هر کدام از عبارت‌های داخل پرانتز نیز باید فرد بوده و در نتیجه جمع آن‌ها نیز فرد است. حال با توجه به اینکه $a_1+a_2+a_3=b_1+b_2+b_3=x$ است، برای هر کدام از گزینه‌ها داریم:

گزینهٔ «۱»:
$$(7a_1-3b_1)+(7a_2-3b_2)+(7a_3-3b_3)$$
$$=7(a_1+a_2+a_3)-3(b_1+b_2+b_3)$$
$$=7x-3x=4x$$ زوج است

گزینهٔ «۲»:
$$(a_1^4-b_1^4)+(a_2^4-b_2^4)+(a_3^4-b_3^4)$$
$$=(a_1^4+a_2^4+a_3^4)-(b_1^4+b_2^4+b_3^4)=0$$ زوج است

گزینهٔ «۳»:
$$(a_1-b_1)+(a_2-b_2)+(a_3-b_3)$$
$$=(a_1+a_2+a_3)-(b_1+b_2+b_3)=x-x=0$$ زوج است

گزینهٔ «۴»:
$$(a_1-2b_1)+(a_2-2b_2)+(a_3-2b_3)$$
$$=(a_1+a_2+a_3)-2(b_1+b_2+b_3)$$
$$=x-2x=-x$$ می‌تواند زوج یا فرد باشد

به عنوان مثال نقض برای زوج بودن گزینهٔ «۴» می‌توان a_1، a_2 و a_3 را به ترتیب ۱، ۳ و ۵ و b_1، b_2 و b_3 را به ترتیب ۳، ۵ و ۱ درنظر گرفت:

$$(a_1-2b_1)(a_2-2b_2)(a_3-2b_3)=(-5)(-7)(3)=105$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ مشابه مثال صفحهٔ ۶ کتاب درسی)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

عددی که بر ۴۰ بخش‌پذیر باشد، زوج است، پس یک واحد بیشتر از آن باید عددی فرد باشد. یعنی به دنبال اعداد طبیعی مربع کامل فرد هستیم که باقی‌ماندهٔ تقسیم آن‌ها بر ۴۰، برابر یک باشد. از طرفی می‌دانیم اگر m عددی طبیعی و m^2 فرد باشد، آنگاه m نیز فرد است؛ پس این اعداد را می‌توان به صورت $(2n+1)^2$ نمایش داد:

$$a=(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4n(n+1)+1$$
$$\Rightarrow a-1=4n(n+1)$$

چون n و $n+1$ دو عدد صحیح متوالی هستند، پس حاصل‌ضرب آن‌ها زوج است و در نتیجه عدد $a-1$ قطعاً مضرب ۸ است. پس برای برقراری شرط سوال کافی است $n(n+1)$ مضرب ۵ باشد که در این صورت یکی از دو عدد n یا $n+1$ باید مضرب ۵ باشند. داریم:

$$1\le(2n+1)^2<10000 \xrightarrow{\text{جذر}} 1\le 2n+1<100$$
$$\Rightarrow 0\le 2n<99 \Rightarrow 0\le n\le 49$$

۱) $n=5k \Rightarrow 0\le 5k\le 49 \Rightarrow 0\le k\le 9 \Rightarrow$ ۱۰ عدد

۲) $n=5k-1 \Rightarrow 0\le 5k-1\le 49 \Rightarrow 1\le k\le 10 \Rightarrow$ ۱۰ عدد

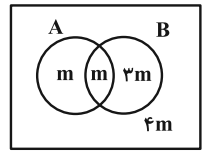
بنابراین در مجموع ۲۰ عدد با این مشخصات وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۴، ۵، ۸ و ۹)

آمار و احتمال

۷۱- **گزینهٔ «۳»** *(سیرمحمدرضا حسینی‌فرد)*

اگر مطابق نمودار ون زیر، احتمال هر قسمت را برحسب $P(A\cap B)=m$ بنویسیم، آنگاه داریم:



پس احتمال کل فضای نمونه برابر $9m$ است. بنابراین:

$$P(A\cup B')=\frac{6m}{9m}=\frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۷۲- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهدوی)*

فرض می‌کنیم (x,y) معادل آن باشد که عدد تاس اول x و عدد تاس دوم y بیاید. حالت‌هایی که در آن‌ها اعداد ظاهر شده بر روی دو تاس، نسبت به هم اول نیستند را مشخص می‌کنیم.

$$\overbrace{(2,2)}^{1},\overbrace{(2,4)}^{1},\overbrace{(2,6)}^{3},\overbrace{(3,6)}^{3},\overbrace{(4,2)}^{2},\overbrace{(4,4)}^{2},\overbrace{(4,6)}^{2\times 3=6}$$

$$,\overbrace{(6,2)}^{1},\overbrace{(6,4)}^{1},\overbrace{(6,6)}^{3}$$

در نتیجه احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{1+1+3+3+2+2+6+1+1+3}{36}=\frac{23}{36}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۶)

۷۳- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

می‌دانیم: $(X')'=X\ ,\ X-Y=X\cap Y'$

بنابراین: $((C-B)-A)\cup(B-C')\cup(C-A')$

$$=((C\cap B')\cap A')\cup(B\cap(C')')\cup(C\cap(A')')$$

$$=((A'\cap B')\cap C)\cup(B\cap C)\cup(A\cap C)$$

$$\xrightarrow{\text{خاصیت توزیع‌پذیری}}=[(A'\cap B'\cup)\cup A\cap C$$

$$\xrightarrow{\text{قانون دمورگان}}=[\ \cup A\cup B\cup\cap=\cap=\ C$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** *(روح‌اله حسنی)*

فضای نمونهٔ S مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۳ است:

$$S=\{102,105,\ldots,999\}\Rightarrow n(S)=\frac{999-102}{3}+1=300$$

A پیشامدی از S می‌باشد که عضوهایش مضرب ۲ است. (پس عضوهای A مضرب ۶ است.)

$$A=\{102,108,\ldots 996\}\Rightarrow n(A)=\frac{996-102}{6}+1=150$$

B پیشامدی از S می‌باشد که عضوهایش مضرب ۵ است (پس عضوهای B مضرب ۱۵ است.)

$$B=\{105,120,\ldots,990\}\Rightarrow n(B)=\frac{990-105}{15}+1=60$$

بنابراین:

$$A\cap B=\{120,150,\ldots,990\}\Rightarrow n(A\cap B)=\frac{990-120}{30}+1=30$$

پس: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$$=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A\cap B)}{n(S)}$$

$$=\frac{150}{300}+\frac{60}{300}-\frac{30}{300}=\frac{180}{300}=\frac{3}{5}$$

در نتیجه:

$$P(A'\cap B')=P((A\cup B)')=1-P(A\cup B)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(شبنم غلامی)*

با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها (تبدیل تفاضل به اشتراک، قانون دمورگان، شرکت‌پذیری و توزیع‌پذیری) می‌توان نوشت:

$$((C-A)-(B-A))'=((C\cap A')\cap(B\cap A')')'$$

$$=(C\cap A')'\cup(B\cap A')=(C'\cup A)\cup(B\cap A')$$

$$=C'\cup[A\cup(B\cap A'\ =\ C'\cup\ [\cup A\ \ B)\ \underbrace{\cup A\ '}_{U}A\quad\square$$

$$=A\cup B\cup C'$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ابتدا رابطهٔ داده شده را تا حد ممکن ساده می‌کنیم:

$$(B-A)'\cap(A\cup B)\cap C'=A$$
$$\Rightarrow (B\cap A')'\cap(A\cup B)\cap C'=A$$
$$\Rightarrow [\ \ 'A\cap B\cup \ \cap \ '=A\ \ B\ \ \ \ \ \ A$$
$$\Rightarrow [A\cup(\underbrace{B'\cap B}_{\varnothing}\ \ '\in \ \Rightarrow A\ \cap A'\in \ \Rightarrow A\ \subseteq A'C$$

با توجه به نتیجهٔ به دست آمده داریم:

$$A\subseteq C'\Rightarrow A\cap C\subseteq C\cap C'\Rightarrow A\cap C\subseteq\varnothing\Rightarrow A\cap C=\varnothing$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۹)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

ازتساوی $A\times B=B\times A$ و این واقعیت که A و B دو مجموعهٔ غیرتهی هستند، نتیجه می‌گیریم $A=B$ است. حالت‌های ممکن عبارت‌اند از:

حالت اول: $a=2$ باشد. در این صورت داریم:

$$A=\{2,b+1,1\}\quad و\quad B=\{2,1,b\}$$

تساوی دو مجموعهٔ A و B در این حالت تنها در صورتی امکان‌پذیر است که $b+1=2$ و در نتیجه $b=1$ باشد که در این صورت $A=B=\{1,2\}$.

حالت دوم: $b+1=2$ باشد. در این صورت داریم:

$$A=\{a,2,1\}\quad و\quad B=\{2,\frac{a}{2},1\}$$

در این حالت اگر $a=2$ باشد، همان جواب حالت اول به دست می‌آید، ولی حالت دیگری نیز امکان‌پذیر است که $a=\frac{a}{2}$ یا به عبارت دیگر $a=0$ باشد. در این صورت $A=B=\{0,1,2\}$.

بنابراین دو زوج مرتب $(2,1)$ و $(0,1)$ برای (a,b) وجود دارد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(شبنم غلامی)*

می‌دانیم $A-B\subseteq A\subseteq A\cup B$، پس $A-B\subseteq A\cup B$ و در نتیجه $n(A-B)\le n(A\cup B)$. از طرفی داریم:

$$n(A\cup B)=\underbrace{n(A)-n(A\cap B)}_{n(A-B)}+n(B)$$
$$\Rightarrow n(B)=n(A\cup B)-n(A-B)$$

بنابراین تعداد اعضای مجموعهٔ B زمانی دارای کمترین تعداد عضو خواهد بود که اختلاف تعداد اعضای دو مجموعهٔ $A-B$ و $A\cup B$ کمترین مقدار ممکن باشد. عدد ۱۲۰ را می‌توان به صورت ۱۰×۱۲ یا ۸×۱۵ یا ۶×۲۰ و ... نوشت. چون $A\cap B$ غیرتهی است، پس تعداد اعضای مجموعهٔ $A-B$ کمتر از تعداد اعضای A، یعنی کمتر از ۸ عضو است، بنابراین حداکثر تعداد اعضای $A-B$ می‌تواند برابر ۶ باشد و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases}n(A-B)=6\\ n(A\cup B)=20\end{cases}\Rightarrow n(B)=20-6=14$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۷۹- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

تعداد اعضای فضای نمونهٔ این آزمایش تصادفی برابر است با:

$$n(S)=2\times2\times2=8$$

طبق تعریف دو پیشامد A و B، اعضای آن‌ها را می‌نویسیم و $A-B$ را مشخص می‌کنیم:

$A=\{$(ر، ر، پ)، (ر، پ، ر)، (پ، ر، ر)، (پ، پ، ر) ، (پ، ر، پ) ، (ر، پ، پ)$\}$

$B=\{$(پ، ر، ر) ، (ر، ر، ر) ، (ر، پ، پ) ، (پ، پ، پ)$\}$

$A-B=\{$(ر، ر، پ)، (ر، پ، ر)، (پ، پ، ر)، (پ، ر، پ)$\}$

پیشامدهایی با پیشامد $A-B$ ناسازگار هستند که هیچ اشتراکی با این پیشامد نداشته باشند یا به عبارت دیگر زیرمجموعهٔ متمم این پیشامد باشند. از آنجا که متمم پیشامد $A-B$ دارای ۴ عضو است، پس به تعداد $2^4=16$ پیشامد ناسازگار با $A-B$ می‌توان تعریف کرد.

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

فرض کنید قدرنسبت این دنبالهٔ هندسی برابر r باشد. در این صورت با فرض $P(a)=x$ می‌توان نوشت:

$$P(b)=rx\quad و\quad P(c)=r^2x\ ،\ P(d)=r^3x$$

$$\frac{P(c)+P(d)}{P(a)+P(b)}=2\Rightarrow\frac{r^2x+r^3x}{x+rx}=\frac{r^2(x+rx)}{x+rx}=r^2=2$$

$$\xrightarrow{r>0} r=\sqrt{2}$$

می‌دانیم مجموع احتمال‌های همهٔ برآمدهای فضای نمونه برابر ۱ است، بنابراین داریم:

$$x+\sqrt{2}x+(\sqrt{2})^2x+(\sqrt{2})^3x=1\Rightarrow x(1+\sqrt{2}+2+2\sqrt{2})=1$$

$$\Rightarrow 3(1+\sqrt{2})x=1\Rightarrow x=\frac{1}{3(1+\sqrt{2})}\times\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}-1}{3}$$

بنابراین احتمال وقوع پیشامد $\{b\}$ برابر است با:

$$P(b)=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}-1}{3}=\frac{1}{3}(2-\sqrt{2})$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

فیزیک ۳

۸۱- **گزینهٔ «۳»** (محمدکاظم منشاری)

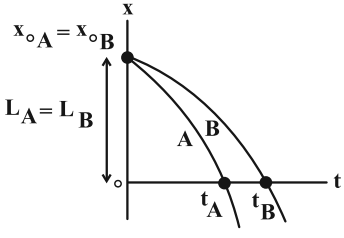
بررسی موارد نادرست:

ب) صفر شدن سرعت در یک لحظه به تنهایی برای نتیجه‌گیری دربارهٔ تغییر جهت کافی نیست و باید علامت سرعت نیز تغییر کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۵ تا ۸)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** (رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)

با توجه به نمودار رسم شده، مسافت طی شده توسط دو متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ عبور آن‌ها از مبدأ مکان با هم برابر است.



مسافت طی شده : $L_A = L_B$

از طرفی با توجه به رابطهٔ تندی متوسط $(s_{av} = \frac{L}{\Delta t})$ و اینکه $t_B > t_A$ است، تندی متوسط متحرک B، کمتر از تندی متوسط متحرک A است.

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t_B > \Delta t_A]{L_A = L_B} s_{av_A} > s_{av_B}$$

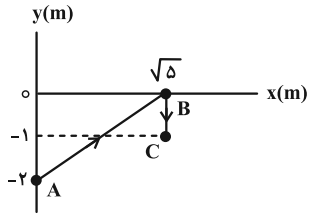
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۹)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا نصیری)

با رسم نقاط و مسیر متحرک روی صفحهٔ مختصات داریم:

$$\overline{AB} = \sqrt{۲^۲ + \sqrt{۵}^۲} = \sqrt{۴+۵} = ۳m$$

$$\overline{BC} = ۱m$$



پس متحرک در کل، مسافت $\ell = ۳+۱ = ۴m$ را طی کرده است. کل زمان حرکت نیز $\Delta t = ۳+۱ = ۴s$ بوده است، بنابراین:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۴m}{۴s} = ۱\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

۸۴- **گزینهٔ «۴»** (ابوالفضل نکومنشی نژاد)

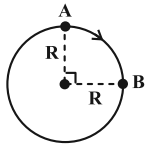
ابتدا محیط دایره‌ای که نوک عقربه طی می‌کند را به‌دست می‌آوریم:

محیط دایره $= ۲\pi R = ۲\pi(۱۲) = ۲۴\pi cm$

با تقسیم مسافت طی شده بر محیط دایره می‌توانیم متوجه شویم که چه کسری از دایره طی شده است:

$$\frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{محیط دایره}} = \frac{۶\pi}{۲۴\pi} = \frac{۱}{۴}$$

یعنی نوک عقربه دقیقه‌شمار مطابق شکل $\frac{۱}{۴}$ دایره را طی کرده است و از نقطهٔ A به B رسیده است.



$$\Delta x = \sqrt{R^۲ + R^۲} = \sqrt{۱۲^۲ + ۱۲^۲} = ۱۲\sqrt{۲}cm$$

با توجه به اینکه نوک عقربه، $\frac{۱}{۴}$ دایره را طی کرده است، می‌توان گفت زمان جابه‌جایی ۱۵ دقیقه یا ۹۰۰ ثانیه است:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{۱۲\sqrt{۲}}{۹۰۰} = \frac{۴\sqrt{۲}}{۳۰۰} = \frac{۴\sqrt{۲}}{۳} \times ۱۰^{-۲} \frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۶)

ترنج بوک

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

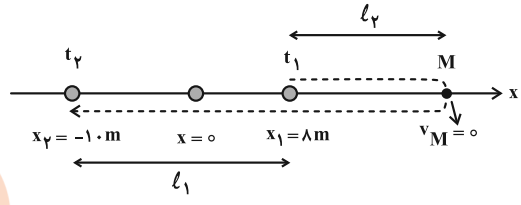
ابتدا بازهٔ زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{-10-8}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 9s$$

و به کمک تندی متوسط، مسافت پیموده شده را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{\ell}{9} \Rightarrow \ell = 36m$$

چون متحرک در لحظهٔ t_1 در جهت محور x حرکت می‌کند و در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 یک بار تغییر جهت می‌دهد، مسیر حرکت آن به صورت شکل زیر خواهد شد:



$$\ell = 2\ell_2 + \ell_1 \Rightarrow 36 = 2\ell_2 + (8-(-10))$$

$$\Rightarrow 18 = 2\ell_2 \Rightarrow \ell_2 = 9m$$

بنابراین بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ محور، x_M است:

$$x_M = x_1 + \ell_2 = 8 + 9 = 17m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

متحرک در زمان‌هایی که نمودار مکان- زمان، محور افقی (زمان) را قطع کرده است، از مبدأ مکان عبور کرده است؛ یعنی در زمان‌های t_2 و t_4. همچنین در نقاطی که شیب خط مماس بر نمودار صفر است و علامت شیب قبل و بعد از آن تغییر می‌کند، متحرک تغییرجهت می‌دهد؛ یعنی در لحظات t_1 و t_3 که دو مرتبه است و همچنین در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_2 تا t_3 و همچنین t_4 تا t_6 متحرک در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

(برگرفته از امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۹ رشته ریاضی)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست؛ در لحظات t_1 و t_2، علامت شیب نمودار سرعت- زمان که معرف شتاب متحرک است تغییر می‌کند.

۲) نادرست؛ در بازهٔ زمانی صفر تا t_3، سرعت متحرک همواره مثبت است. پس متحرک تغییر جهت نداده است.

۳) درست؛ در بازهٔ زمانی صفر تا t_2، سرعت همواره مثبت است. بنابراین بردار سرعت در جهت مثبت محور مکان است.

۴) درست؛ در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، سرعت مثبت و شیب نمودار (شتاب) نیز مثبت است. پس در این بازه سرعت و شتاب هم‌جهت هستند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(مجتبی نکوئیان)*

سرعت متوسط در نمودار مکان- زمان، برابر با شیب خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه را به یکدیگر وصل می‌کند، پس در بازهٔ زمانی صفر تا $t_1 = 4s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/25 = \frac{x_B - (-3)}{4} \Rightarrow x_B = -8m$$

بنابراین سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 10s$ برابر است با:

$$v_{av} = \frac{0-(-8)}{10-4} = \frac{4}{3}\frac{m}{s}$$

از طرفی می‌دانیم که در نمودار مکان- زمان، سرعت در هر لحظهٔ دلخواه، برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است. پس:

$$t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = \frac{8}{\frac{20}{3}-4} = 3\frac{m}{s}$$

$$t_2 = 10s \Rightarrow v_2 = 0$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

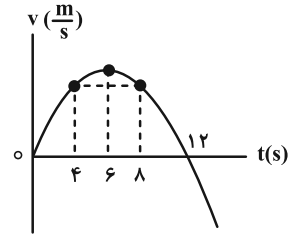
و در نهایت شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 10s$ را به صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-3}{10-4} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(حسین الهی)*

شتاب متوسط در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت برابر با صفر است، پس سرعت متحرک در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 8s$ برابر است. با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن، می‌توان نتیجه گرفت که رأس سهمی در زمان $t = \frac{4+8}{2} = 6s$ قرار دارد. از طرفی با توجه به این‌که سرعت در $t = 0$ برابر صفر است و رأس سهمی در $t = 6s$ قرار دارد، می‌توان فهمید که سرعت در $t = 12s$ دوباره صفر می‌شود، بنابراین علامت سرعت در لحظهٔ $t = 12s$ عوض می‌شود و در نتیجه جهت حرکت متحرک هم در همین لحظه تغییر می‌کند.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

(برگرفته از تمرین ۱- ۴ کتاب درسی)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا مبارکی)*

شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 8s$ همان شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است:

$$\text{شیب خط } d = a = \frac{0-18}{14-8} = -\frac{18}{6} = -3\frac{m}{s^2}$$

نسبت بزرگی شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 8s$ به اندازهٔ شتاب متوسط در ۸ ثانیهٔ اول را برابر با ۳ قرار می‌دهیم و سرعت اولیه (v_0) را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{|a|}{|a_{av}|} = \frac{|-3|}{|\frac{\Delta v}{\Delta t}|} = 3 \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1$$

$$\xrightarrow[\Delta t = 8-0 = 8s]{\Delta v = 18 - v_0} 18 - v_0 = 8 \Rightarrow v_0 = 10\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهران اسماعیلی)*

اگر اتومبیل قسمت اول مسیر را در مدت زمان t_1 و قسمت دوم مسیر را در مدت زمان t_2 طی کند داریم:

$$d_1 + d_2 = 176km \xrightarrow[d_2 = v_2 t_2]{d_1 = v_1 t_1} v_1 t_1 + v_2 t_2 = 176$$

$$\xrightarrow[v_2 = 80\frac{km}{h}]{v_1 = 100\frac{km}{h}} 100t_1 + 80t_2 = 176 \qquad (1)$$

از طرفی کل زمان حرکت اتومبیل ۲ ساعت است، پس می‌توان نوشت:

$$t_1 + t_2 = 2h \qquad (2)$$

حال با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول (۱) و (۲) می‌توان t_1 و t_2 را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} 100t_1 + 80t_2 = 176 \\ t_1 + t_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100t_1 + 80t_2 = 176 \\ -80t_1 - 80t_2 = -160 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 20t_1 = 16 \Rightarrow t_1 = 0/8h = 48min$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۲- **گزینهٔ «۲»** *(حسام نادری)*

زمان رفت و برگشت تپ برابر با $0/04s$ است؛ پس زمان رفت برابر با $0/02s$ می‌شود. فاصلهٔ محل ارسال تپ تا ماهواره برابر است با:

$$H = v \times \Delta t = 3 \times 10^8 \times 0/02 = 6 \times 10^6 m = 6000km$$

تلاشی درمسیرموفقیت

این فاصله همان ارتفاع ماهواره از سطح زمین است؛ بنابراین:

$$\text{شعاع چرخش ماهواره} = r = R_{\text{زمین}} + H = ۶۰۰۰ + ۶۰۰۰ = ۱۲۰۰۰\,km$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(برگرفته از مثال ۱۷ پایان فصل کتاب درسی)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** (مهران اسماعیلی)

ابتدا جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک را در مدت ۸ ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v_{av}=۴\frac{m}{s}} ۴ = \frac{\Delta x}{۸} \Rightarrow \Delta x = ۳۲\,m$$

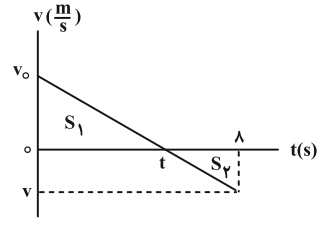
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{s_{av}=۵\frac{m}{s}} ۵ = \frac{\ell}{۸} \Rightarrow \ell = ۴۰\,m$$

همان‌طور که می‌دانیم، سطح زیر نمودار سرعت- زمان معرف جابه‌جایی و قدرمطلق سطح زیر نمودار سرعت- زمان معرف مسافت پیموده شده است.

پس داریم:

$$\begin{cases} \Delta x = S_۱ + (-S_۲) \\ \ell = S_۱ + S_۲ \end{cases} \xrightarrow[\ell=۴۰m]{\Delta x=۳۲m} \begin{cases} S_۱ - S_۲ = ۳۲ \\ S_۱ + S_۲ = ۴۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_۱ = ۳۶m \ , \quad S_۲ = ۴m$$



با توجه به تشابه دو مثلث می‌توان گفت نسبت مساحت‌ها با مربع نسبت ضلع‌ها برابر است:

$$\frac{S_۱}{S_۲} = (\frac{t}{۸-t})^۲ \xrightarrow[S_۲=۴m]{S_۱=۳۶m} \frac{۳۶}{۴} = (\frac{t}{۸-t})^۲ \Rightarrow ۹ = (\frac{t}{۸-t})^۲$$

$$۳ = \frac{t}{۸-t} \Rightarrow ۲۴ - ۳t = t \Rightarrow t = ۶s$$

حال می‌توان $v_۰$ و v را محاسبه کرد.

$$S_۱ = \frac{v_۰ t}{۲} \xrightarrow[S_۱=۳۶m]{t=۶s} ۳۶ = \frac{v_۰ \times ۶}{۲} \Rightarrow v_۰ = ۱۲\frac{m}{s}$$

$$|S_۲| = \frac{|v| \times (۸-t)}{۲} \xrightarrow[|S_۲|=۴m]{t=۶s} ۴ = \frac{|v| \times (۸-۶)}{۲}$$

$$\Rightarrow |v| = ۴\frac{m}{s} \Rightarrow v = -۴\frac{m}{s}$$

حال می‌توان شتاب متوسط متحرک را محاسبه کرد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_۰}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۸s]{v_۰=۱۲\frac{m}{s},\ v=-۴\frac{m}{s}}$$

$$a_{av} = \frac{-۴-۱۲}{۸} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

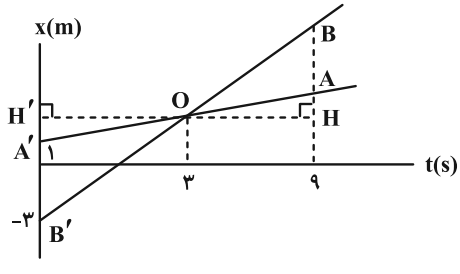
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۱۹ تا ۲۰)

۹۴- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا خارمی)

راه‌حل اول: به کمک تشابه دو مثلث داریم:

$$\overset{\Delta}{OA'B'} \sim \overset{\Delta}{OAB} \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OH'}{OH} \Rightarrow \frac{۴}{AB} = \frac{۳}{۶}$$

$$AB = ۸m \Rightarrow x_B - x_A = ۸m$$



راه‌حل دوم: معادلهٔ مکان- زمان هر یک از این دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + ۱ \ , \quad x_B = v_B t - ۳ \xrightarrow{\text{در } t=۳s \text{ داریم: } x_A = x_B}$$

$$۳v_A + ۱ = ۳v_B - ۳ \Rightarrow ۳(v_B - v_A) = ۴ \Rightarrow v_B - v_A = \frac{۴}{۳}\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ $x_B - x_A$ در $t = ۹s$ داریم:

$$x_B - x_A = (v_B - v_A)t + (x_{۰B} - x_{۰A})$$

ترنج بوک
تلاشی درمسیر موفقیت

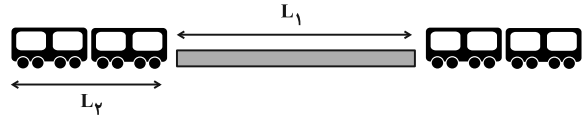
$$\Rightarrow x_B - x_A = (v_B - v_A)t - 4 \xrightarrow[t=9s]{v_B - v_A = \frac{4}{3}\frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow x_B - x_A = \frac{4}{3} \times 9 - 4 = 12 - 4 = 8m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۵- **گزینهٔ «۲»** (ابوالفضل نکومنشی نژاد)

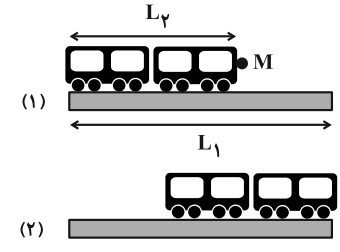
زمان عبور کامل قطار از تونل ۴۵ ثانیه است و مسافتی که قطار طی می‌کند برابر شکل زیر است:



اگر طول تونل را L_1 و طول قطار را L_2 درنظر بگیریم:

$$L_1 + L_2 = v\Delta t \Rightarrow L_1 + L_2 = 45v \qquad (I)$$

همچنین می‌دانیم که در مدت ۱۵s قطار کاملاً داخل تونل است (این بازه از زمانی شروع می‌شود که آخرین واگن داخل تونل شده و تا لحظه‌ای ادامه دارد که لوکوموتیو می‌خواهد از تونل خارج شود.) در واقع نوک قطار (نقطهٔ M) فقط در مدت ۱۵ ثانیه اختلاف طول تونل و قطار را طی می‌کند:



پس داریم: $L_1 - L_2 = 15v \qquad (II)$

از معادلات (I) و (II) داریم:

$$\begin{cases} L_1 + L_2 = 45v \\ + \; L_1 - L_2 = 15v \end{cases}$$

$$2L_1 = 60v \Rightarrow L_1 = 30v \;,\; L_2 = 15v$$

عبور کامل قطار از کنار سوزن‌بان یعنی اینکه فقط طول قطار باید از مقابل سوزن‌بان عبور کند. بنابراین:

$$\Delta t = \frac{L_2}{v} = \frac{15v}{v} = 15s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۹۶- **گزینهٔ «۲»** (حسین الهی)

شیب نمودار سرعت- زمان، شتاب متحرک و محل تقاطع نمودار با محور سرعت، همان سرعت اولیه می‌باشد که برای نمودارهای d و a به ترتیب سرعت اولیه، منفی و مثبت و شتاب نیز منفی و مثبت می‌باشد؛ بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح می‌باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(برگرفته از فعالیت ۱-۲ کتاب درسی)

۹۷- **گزینهٔ «۱»** (مصطفی کیانی)

ابتدا مسافت طی شده از ابتدای ترمز گرفتن تا توقف را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = 120 - 20 = 100m \;,\; v_0 = 108\frac{km}{h} \xrightarrow{\div 3/6} 30\frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطهٔ سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0} 0 - 30^2 = 2a \times 100$$

$$\Rightarrow a = -\frac{900}{200} = -4/5\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(برگرفته از آزمون نهایی شهریور ۱۴۰۲ رشته ریاضی)

۹۸- **گزینهٔ «۴»** (مجتبی نکوئیان)

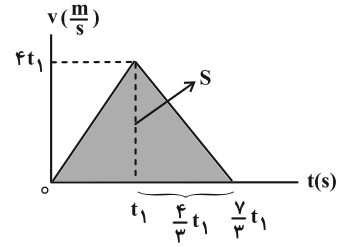
ابتدا نمودار سرعت- زمان متحرک را با استفاده از اطلاعات زیر رسم می‌کنیم:

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \xrightarrow[\Delta t_1 = t_1]{a_1 = 4\frac{m}{s^2}} 4 = \frac{\Delta v_1}{t_1} \Rightarrow \Delta v_1 = 4t_1$$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \xrightarrow[\Delta v_2 = -\Delta v_1 = -4t_1]{a_2 = -3\frac{m}{s^2}} -3 = \frac{-4t_1}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{4}{3}t_1$$

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. در اینجا اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده با هم برابر هستند. پس:

$$S = \ell = \frac{1}{2}(\frac{7}{3}t_1)(4t_1) = 168 \Rightarrow t_1^2 = 36 \Rightarrow t_1 = 6s$$



با استفاده از رابطهٔ $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$، سرعت متحرک را در لحظات ۵s و ۱۰s به‌دست می‌آوریم:

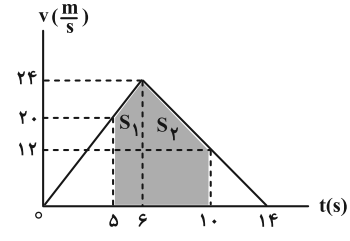
$$۴=\frac{(v_{t=۵})-۰}{۵}\Rightarrow v_{t=۵}=۲۰\frac{m}{s}$$

$$-۳=\frac{(v_{t=۱۰})-(v_{t=۶})}{۴}\Rightarrow -۱۲=(v_{t=۱۰})-۲۴$$

$$\Rightarrow v_{t=۱۰}=۱۲\frac{m}{s}$$

و در نهایت مطابق شکل زیر، مسافت طی شده متحرک را در ۵ ثانیهٔ دوم محاسبه می‌کنیم:

$$\ell'=S_۱+S_۲=\frac{۱}{۲}(۴۴)(۱)+\frac{۱}{۲}(۳۶)(۴)=۹۴m$$



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۹۹- **گزینهٔ «۳»** *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا باید شتاب و سرعت اولیهٔ متحرک را به‌دست آوریم. با توجه به نمودار و استفاده از معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت و رابطهٔ کلی سرعت متوسط در همهٔ حرکت‌ها داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\ ,\ v_{av}=\frac{v+v_۰}{۲}$$

پس داریم:

$$x=\frac{v+v_۰}{۲}t+x_۰$$

$$\xrightarrow[v=۰\ ,\ t=۲s]{x_۰=۰\ ,\ x=۲۰m} ۲۰=\frac{۰+v_۰}{۲}\times ۲+۰\Rightarrow v_۰=۲۰\frac{m}{s}$$

با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان، شتاب متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$v=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=۲۰\frac{m}{s}]{v=۰\ ,\ t=۲s}۰=a\times ۲+۲۰\Rightarrow a=-۱۰\frac{m}{s^۲}$$

حال مکان متحرک را در لحظهٔ $t=۵s$ به‌دست می‌آوریم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\xrightarrow[t=۵s\ ,\ a=-۱۰\frac{m}{s^۲}]{x_۰=۰\ ,\ v_۰=۲۰\frac{m}{s}}$$

$$x=\frac{۱}{۲}(-۱۰)(۵)^۲+۲۰\times ۵+۰\Rightarrow x=-۲۵m$$

با توجه به نمودار می‌توان مسافت پیموده شده متحرک را در مدت ۵ ثانیه محاسبه کرد:

$$\ell=۲۰+۲۰+۲۵=۶۵m$$

تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا ۵s برابر است با:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۵s]{\ell=۶۵m}s_{av}=\frac{۶۵}{۵}=۱۳\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۳ تا ۶ و ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا تغییر سرعت متحرک را در بازهٔ زمانی ۴s تا ۸s به‌دست می‌آوریم که این تغییر سرعت، همان مساحت سطح زیر نمودار شتاب- زمان، در این بازه است:

$$\Delta v=a\Delta t\xrightarrow[\Delta t=۸-۴=۴s]{a=-۳\frac{m}{s^۲}}\Delta v=-۳\times ۴=-۱۲\frac{m}{s}$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۴s$ همان سرعت اولیه، یعنی $۱۰\frac{m}{s}$ است.

بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۸s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta v=v-v_۰\Rightarrow -۱۲=v-۱۰\Rightarrow v=-۲\frac{m}{s}$$

پس بزرگی سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۸s$ کمتر از سرعت آن در لحظهٔ $t=۴s$ بوده و منفی است، پس گزینهٔ (۳) درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

(برگرفته از پرسش ۱- ۷ کتاب درسی)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

فیزیک ۱

۱۰۱- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

موارد (الف)، (پ) و (ث) درست می‌باشند.

شکل صحیح موارد دیگر به صورت زیر می‌باشد:

ب) دلیل پخش ذرات نمک و جوهر در آب، به حرکت کاتوره‌ای مولکول‌های آب مربوط می‌شود.

ت) مولکول‌های مایع به صورت منظم و متقارن در کنار یکدیگر قرار ندارند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(رحمت‌اله خیراله‌زاده‌سماکوش)*

با افزایش دمای آب، انرژی جنبشی مولکول‌ها و فاصلهٔ بین مولکولی افزایش می‌یابد. بنابراین با توجه به کوتاه‌برد بودن نیروهای بین مولکولی، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌ها کاهش می‌یابد. افزودن مایع ظرفشویی به آب سبب مجموعه‌ای از تغییرات فیزیکی و شیمیایی از جمله قرار گرفتن مولکول‌های شوینده بین مولکول‌های آب شده و نتیجهٔ این تغییرات، کاهش نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(آرمان رجب‌خیرخومنی)*

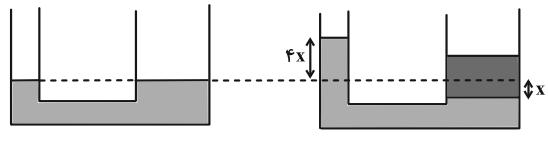
با توجه به این‌که در هر دو ظرف یک مایع و با ارتفاع برابر ریخته شده است، فشار حاصل از مایع در کف دو ظرف یکسان است.

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{A_A}{A_B} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود علیپور)*

ابتدا شکل جدید را رسم می‌کنیم:



نکته: حجم مایع جابه‌جا شده در دو شاخه برابر است، پس اگر شاخهٔ سمت راست را شاخهٔ ۲ و شاخهٔ سمت چپ را شاخهٔ ۱ درنظر بگیریم، داریم:

$$V_1 = V_2 \xrightarrow{V=Ah} A_1h_1 = A_2h_2 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\xrightarrow{A=\pi r^2} \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \frac{h_1}{h_2} \xrightarrow{r=\frac{D}{2}} \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = 4$$

بنابراین تغییر ارتفاع در شاخهٔ سمت چپ ۴ برابر شاخهٔ سمت راست خواهد بود. در گام بعدی ارتفاع آب ریخته شده در شاخهٔ سمت راست را طبق رابطهٔ چگالی به‌دست می‌آوریم.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{600g}{1\frac{g}{cm^3}} \Rightarrow V = 600cm^3$$

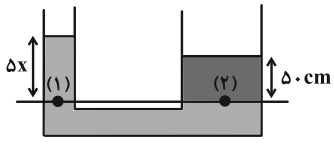
$$\Rightarrow V = A \times h \xrightarrow[r=\frac{D}{2}=2cm]{A=\pi r^2} V = \pi r^2 h \Rightarrow 600 = 3 \times 4 \times h$$

$$\Rightarrow h = 50cm$$

در مرحلهٔ بعد نقاط هم‌فشار را مشخص می‌کنیم:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow 2 \times 5x = 1 \times 50 \Rightarrow x = 5cm$$



مقدار بالا آمدن مایع نسبت به حالت اولیه در شاخهٔ سمت چپ برابر با $4x$ است که مقدار آن برابر با $20cm$ خواهد شد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا ببری)*

فشار پیمانه‌ای ناشی از یک ستون آب به ارتفاع h را برحسب $cmHg$ در هر دو حالت به‌دست می‌آوریم:

$$P_{g_1} = \frac{\rho_{آب}}{\rho_{جیوه}} \times h_1 = \frac{1}{13/6} \times 34 = 2/5cmHg$$

$$P_{g_2} = \frac{\rho_{آب}}{\rho_{جیوه}} \times h_2 = \frac{1}{13/6} \times 20/4 = 1/5cmHg$$

مجموع فشار ناشی از ستون آب درون لوله با فشار هوای موجود در تهٔ بستهٔ لوله، برابر با فشار هوای محیط است. بر این اساس P_1 و P_2 را در حالت‌های اول و دوم به‌دست می‌آوریم:

حالت اول: $P_1 + P_{g_1} = P_0 \Rightarrow P_1 + 2/5 = 74/5$

$$\Rightarrow P_1 = 72cmHg$$

حالت دوم: $P_2 + P_{g_2} = P_0 \Rightarrow P_2 + 1/5 = 74/5$

$$\Rightarrow P_2 = 73cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحهٔ ۳۷)

۱۰۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا نصیری)*

حجم بخش پایینی ظرف: $45cm \times 100cm^2 = 4500cm^3$

که معادل ۴/۵ لیتر است. پس ۰/۵ لیتر (معادل $500cm^3$) از مایع در بخش بالایی خواهد بود. که ارتفاع مایع در بخش بالایی برابر است با:

$$500cm^3 = 20cm^2 \times h \Rightarrow h = 25cm$$

پس در کل $۷۰cm = ۲۵ + ۴۵$ مایع در ظرف داریم:

$$P_{\text{مایع}} = \rho gh = ۲۷۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۷}{۱۰} = ۱۸۹۰۰ Pa$$

همچنین برای تبدیل پاسکال به سانتی‌متر جیوه داریم:

$$P = \rho gh \Rightarrow ۱۸۹۰۰ = ۱۳۵۰۰ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۱۴cmHg$$

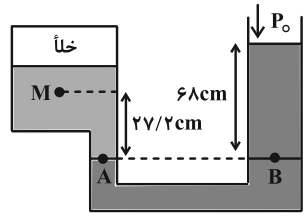
فشار کل وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$P = P_{\text{مایع}} + P_{\circ} = ۱۴ + ۷۶ = ۹۰cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۱۰۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا خادمی)*

ابتدا دو نقطهٔ هم‌تراز را در شکل پیدا می‌کنیم و آن‌ها را A و B می‌نامیم:



همچنین برای مایع‌ها داریم:

$$P_{\text{جیوه}} = ۶۸cmHg \ , \ \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow ۲۷/۲ \times ۱ = ۱۳/۶ \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = ۲cm \Rightarrow P_{\text{آب}} = ۲cmHg$$

با توجه به قرار گرفتن نقاط A و B روی یک خط تراز و در داخل یک مایع، فشار آن‌ها برابر است:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{آب}} + P_M = P_{\text{جیوه}} + P_{\circ}$$

$$P_M = P_{\text{جیوه}} + P_{\circ} - P_{\text{آب}} = ۶۸cmHg + ۷۴cmHg - ۲cmHg$$

$$= ۱۴۰cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۱۰۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمدکاظم منشادی)*

برای جریان پایای یک شارهٔ تراکم‌ناپذیر، آهنگ شارش حجمی در تمام مقطع‌های لوله یکسان است؛ بنابراین از معادلهٔ پیوستگی استفاده می‌کنیم:

$$A_۱ v_۱ = A_۲ v_۲$$

چون مساحت سطح مقطع دایره‌ای با مربع قطر متناسب است، نسبت مساحت دو مقطع برابر است با:

$$\frac{A_۲}{A_۱} = (\frac{d_۲}{d_۱})^۲ = (\frac{۶}{۲})^۲ = ۹$$

پس تندی آب در مقطع (۱)، ۹ برابر تندی آن در مقطع (۲) است. اگر تندی مقطع (۲) را $v_۲$ بگیریم، داریم:

$$v_۱ = ۹v_۲ \ , \ v_۱ - v_۲ = ۴ \frac{m}{s} \Rightarrow ۸v_۲ = ۴ \Rightarrow v_۲ = ۰/۵ \frac{m}{s}$$

شعاع مقطع (۲) برابر $۳cm = ۳ \times ۱۰^{-۲} m$ است؛ بنابراین:

$$A_۲ = \pi r_۲^۲ = ۳(۳ \times ۱۰^{-۲})^۲ = ۲/۷ \times ۱۰^{-۳} m^۲$$

حجم آب خروجی در مدت ۲۰ ثانیه برابر است با:

$$\Delta V = A_۲ v_۲ \Delta t = (۲/۷ \times ۱۰^{-۳})(۰/۵)(۲۰)$$

$$= ۲/۷ \times ۱۰^{-۲} m^۳ = ۲۷ L$$

بنابراین در این مدت ۲۷ لیتر آب از مقطع (۲) خارج می‌شود و گزینهٔ «۴» صحیح است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

۱۰۹- **گزینهٔ «۴»** *(حسام نادری)*

طبق اصل برنولی، هر جا تندی شاره بیشتر باشد، فشار کمتر است و طبق معادلهٔ پیوستگی، هر چه سطح مقطع کوچک‌تر باشد، تندی شاره بیشتر است.

یعنی: $P \propto A \propto \frac{۱}{v}$

پس با توجه به شکل سوال، تندی در ناحیهٔ (۱) بیشتر از ناحیهٔ (۲) و در نتیجه فشار در ناحیهٔ (۱) کمتر است و مایع در شاخهٔ راست لولهٔ U شکل بالا می‌آید و با توجه به اختلاف فشار داده شده بین دو شاخه داریم:

$$P_۲ - P_۱ = ۵cmHg$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow ۳/۴ \times g \times \Delta h = ۱۳/۶ \times g \times ۵ \Rightarrow \Delta h = ۲۰cm$$

مایع در شاخهٔ راست بالا می‌آید و اختلاف سطح آن با شاخهٔ سمت چپ $۲۰cm$ می‌شود.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰ و ۴۳ تا ۴۷)

۱۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا جباری)*

اگر چگالی مایع را با ρ نشان دهیم، با توجه به نحوهٔ قرارگیری دو جسم A و B درون مایع، داریم:

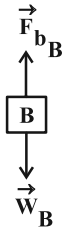
$$\left.\begin{matrix} \rho_A < \rho \\ \rho_B = \rho \end{matrix}\right\} \Rightarrow \rho_A < \rho_B$$

بنابراین گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست می‌باشند.

برای هر دو جسم A و B، نیروی خالص برابر با صفر است.



$$F_{b_A} = W_A$$



$$F_{b_B} = W_B$$

بنابراین گزینهٔ (۳) نیز نادرست بوده و گزینهٔ (۱) درست می‌باشد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

فیزیک ۲

۱۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد خاجی)*

می‌دانیم میدان بین صفحات خازن از رابطهٔ $E=\frac{\Delta V}{d}$ محاسبه می‌شود و بار صفحه‌های خازنی با بار q، به صورت $+q$ و $-q$ است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} q=\lambda Q \\ V=Ed \end{cases} \Rightarrow C=\frac{q}{V}=\frac{\lambda Q}{Ed}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۱۱۲- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود علیپور)*

فاصلهٔ اولیهٔ دو صفحهٔ‌خازن $5mm$ است که آن را $4mm$ کاهش می‌دهیم و فاصلهٔ جدید دو صفحهٔ خازن $1mm$ خواهد شد:

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}\xrightarrow[d_1=5mm\ ,\ d_2=1mm]{\kappa,\varepsilon_0,A=\text{ثابت‌مانده}}\frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}$$

$$\Rightarrow\frac{C_2}{C_1}=5$$

$$C_1=\kappa\varepsilon_0\frac{A_1}{d_1}=\frac{9\times10^{-12}\times4\times10^{-4}}{5\times10^{-3}}=72\times10^{-14}F=0/72pF$$

$$\frac{C_2}{C_1}=5\Rightarrow C_2=5C_1\Rightarrow C_2=5\times0/72pF=3/6pF$$

$$\Delta C=C_2-C_1=3/6pF-0/72pF=2/88pF$$

پس ظرفیت خازن $2/88pF$ افزایش یافته و گزینهٔ (۳) صحیح است.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(مهران اسماعیلی)*

ابتدا بار اولیهٔ خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$q_1=CV_1\xrightarrow{V_1=2250V}q_1=4\times2250=9000\mu C$$

با توجه به اینکه بار الکتریکی $-6mC$ از صفحهٔ منفی به صفحهٔ مثبت منتقل شده است، پس بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن کاهش می‌یابند:

$$q_1-q_2=6mC=6000\mu C\xrightarrow{q_1=9000\mu C}9000-q_2=6000$$

$$\Rightarrow q_2=3000\mu C$$

اکنون می‌توانیم انرژی ذخیره شده اولیه و ثانویه خازن را به‌دست آوریم.

$$U_1=\frac{1}{2}\frac{q_1^2}{C}\xrightarrow[C=4\mu C]{q_1=9000\mu C}U_1=\frac{1}{2}\times\frac{9000^2}{4}$$

$$=\frac{81}{8}\times10^6\mu J=\frac{81}{8}J$$

$$U_2=\frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C}\xrightarrow[C=4\mu C]{q_2=3000\mu C}U_2=\frac{1}{2}\times\frac{3000^2}{4}$$

$$=\frac{9}{8}\times10^6\mu J=\frac{9}{8}J$$

سپس اندازهٔ کاهش انرژی ذخیره شده در خازن را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta U=U_2-U_1=\frac{9}{8}-\frac{81}{8}=-\frac{72}{8}=-9J$$

که علامت منفی آن به معنای کاهش می‌باشد.

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۴- **گزینهٔ «۲»** *(آرمان رجب‌خیرخومنی)*

$$E=Pt=50\times2\times10^{-3}=100\times10^{-3}=10^{-1}J$$

$$U=\frac{1}{2}CV^2\Rightarrow10^{-1}=\frac{1}{2}\times C\times(100)^2$$

$$\Rightarrow C=2\times10^{-1}\times10^{-4}F\Rightarrow C=20\mu F$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۱۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا خارمی)*

می‌دانیم آمپرساعت یک باتری همان q و مقدار بار الکتریکی آن است:

$$I_{av}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow\Delta q=I_{av}\Delta t\Rightarrow11Ah=(220\times10^{-3}A)\times\Delta t$$

$$\Rightarrow\Delta t=50h=50\times60=3000min$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱۱۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا رابطهٔ مورد نیاز برای محاسبهٔ مقاومت یک رسانای اهمی (R) برحسب مقاومت ویژه (ρ)، چگالی (ρ')، طول (L) و جرم آن (m) را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{V=AL}R=\rho\frac{L^2}{V}\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho'}}R=\frac{\rho\rho'L^2}{m}$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

بنابراین برای مقایسهٔ مقاومت الکتریکی دو سیم A و B می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{\rho'_B}{\rho'_A}\times\left(\frac{L_B}{L_A}\right)^2\times\frac{m_A}{m_B}$$

$$\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B}{\frac{4}{5}\rho_B}\times\frac{\rho'_B}{\frac{5}{4}\rho'_B}\times\left(\frac{L_B}{2L_B}\right)^2\times\frac{5m_B}{m_B}$$

$$=\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}\times5=\frac{5}{4}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۱۷- **گزینهٔ «۲»** *(رحمت‌اله فیراله‌زاده‌سماکوش)*

گام اول: ابتدا تغییرات دما را حساب کرده و یکای آن را به °C تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F=155-20=135^\circ F\xrightarrow{\Delta F=1/8\Delta\theta}1/8\Delta\theta=135$$

$$\Rightarrow\Delta\theta=75^\circ C$$

گام دوم: تغییرات مقاومت الکتریکی را بین این دو دما به دست می‌آوریم:

$$\Delta R=R_1\alpha\Delta\theta\Rightarrow\Delta R=40\times2\times10^{-3}\times75=6\Omega$$

گام سوم: برای محاسبهٔ R' داریم:

$$\Delta R=6\Rightarrow R'-40=6\Rightarrow R'=46\Omega$$

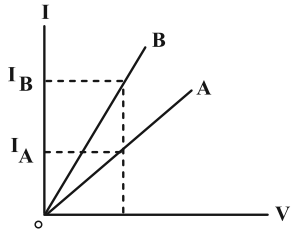
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۴)

۱۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(رحمت‌اله فیراله‌زاده‌سماکوش)*

گام اول: می‌دانیم هر چه شیب نمودار $I-V$ بیشتر باشد، مقاومت الکتریکی کمتر است، پس در این نمودار داریم:

$$\text{شیب }B>\text{شیب }A\Rightarrow R_B<R_A$$

گام دوم: در نمودار، اختلاف پتانسیل ثابتی را در نظر می‌گیریم. واضح است که به ازای این اختلاف پتانسیل ثابت، جریان الکتریکی عبوری از رسانای B بیشتر از A است. پس در مدت زمان یکسان، تعداد الکترون‌های عبوری از B بیشتر از تعداد الکترون‌های عبوری از A است.



به ازای اختلاف پتانسیل یکسان $\Rightarrow I_B>I_A\Rightarrow n_B>n_A$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(حسین الهی)*

مقاومت رسانا را به ازای جریان‌های I و 4I به‌دست می‌آوریم:

$$V^2=\frac{I}{2}\xrightarrow{V>0}V=\sqrt{\frac{I}{2}}$$

$$R=\frac{V}{I}\xrightarrow{V=\sqrt{\frac{I}{2}}}R=\frac{\sqrt{\frac{I}{2}}}{I}=\sqrt{\frac{1}{2I}}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}R_1=\sqrt{\frac{1}{2I}}\\R_2=\sqrt{\frac{1}{8I}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2I}}=\frac{1}{2}R_1\end{cases}$$

ابتدا اختلاف دو مقاومت را برابر $\frac{1}{8}\Omega$ قرار می‌دهیم تا I به‌دست بیاید.

توجه کنید که طبق روابط به‌دست آمده $R_1>R_2$ است. پس:

$$R_1-R_2=\frac{1}{8}$$

$$\xrightarrow{R_2=\frac{1}{2}R_1}R_1-\frac{1}{2}R_1=\frac{1}{8}\Rightarrow\frac{1}{2}R_1=\frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow R_1=\frac{1}{4}\Rightarrow\sqrt{\frac{1}{2I}}=\frac{1}{4}\Rightarrow I=8A$$

اختلاف پتانسیل دو سر رسانا را هنگام عبور جریان I از آن به‌دست می‌آوریم:

$$I=2V^2\xrightarrow{V>0}8=2V^2\Rightarrow V=2V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۱۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(حسین الهی)*

موارد (الف) و (پ) نادرست می‌باشد و شکل صحیح آن‌ها به صورت زیر است:

الف) رئوستا از سیمی با مقاومت ویژهٔ نسبتاً زیاد ساخته می‌شود.

پ) مقاومت ویژهٔ رساناهای فلزی برخلاف نیم‌رساناها با افزایش دما زیاد می‌شود.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۶۰)

قلم‌چی تلاشی درمسیر موفقیت

شیمی ۳

۱۲۱- **گزینهٔ «۳»** *(یاسر راش)*

موارد (الف) و (ت) درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) شیر، ژله، رنگ، سس مایونز و ... نمونه‌هایی از انواع کلوئیدها هستند.

ب) کلوئیدها نور را پخش می‌کنند، در حالی که محلول‌ها، نور را عبور می‌دهند.

پ) مخلوط آب و روغن ناهمگن است، مخلوط آب و صابون و روغن نیز یک مخلوط کلوئید و ناهمگن است، بنابراین با افزودن صابون به مخلوط آب و روغن، ماهیت ناهمگن بودن مخلوط تغییر نمی‌کند.

ت) کلوئیدها با داشتن ذراتی که نه به اندازهٔ مولکول‌های محلول کوچک‌اند و نه مانند سوسپانسیون‌ها ته‌نشین می‌شوند، جایگاهی حد واسط میان این دو مخلوط دارند. این ویژگی باعث می‌شود تا آن‌ها ضمن حفظ پایداری (همانند محلول‌ها)، ناهمگن نیز باشند (همانند سوسپانسیون‌ها).

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

(برگرفته از خود را بیازمایید صفحهٔ ۷)

۱۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(احسان روستایی)*

بررسی گزینه‌ها:

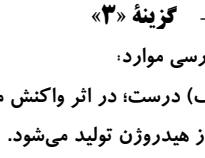
۱) درست؛ فرمول مولکولی اوره $CO(NH_2)_2$ است، پس درصد جرمی اکسیژن می‌شود:

$$\text{٪ اکسیژن} = \frac{\text{جرم اکسیژن در ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۶}{۶۰} \times ۱۰۰ \simeq ۲۶/۷ \text{٪}$$

۲) درست؛ فرمول مولکولی گلوکز $C_6H_{12}O_6$ و فرمول مولکولی روغن زیتون $C_{57}H_{104}O_6$ است.

۳) درست؛ فرمول مولکولی وازلین $C_{25}H_{52}$ و فرمول مولکولی بنزین C_8H_{18} است پس:

$$\frac{\text{تعداد H در وازلین}}{\text{تعداد C در بنزین}} = \frac{۵۲}{۸} = ۶/۵$$

۴) نادرست؛ در اتیلن گلیکول  شمار جفت الکترون ناپیوندی برابر ۴ و شمار جفت الکترون پیوندی برابر ۹ است پس نسبت آن‌ها می‌شود:

$$\frac{۴}{۹} \simeq ۰/۴۴$$

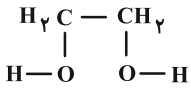
(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

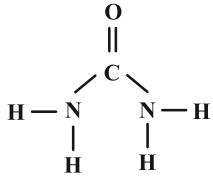
۱۲۳- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) وازلین ($C_{25}H_{52}$) جزو آلکان‌ها بوده و سیرشده محسوب می‌شود. همچنین همانند سایر هیدروکربن‌ها ناقطبی بوده و در آب نامحلول است.

۲) روغن زیتون ($C_{57}H_{104}O_6$) ناقطبی بوده و در هگزان (C_6H_{14}) که حلالی ناقطبی است، حل می‌شود. اما نمک خوراکی همانند سایر ترکیب‌های یونی در آب و سایر حلال‌های قطبی حل می‌شود.

۳) ساختار اتیلن گلیکول: 

ساختار اوره: 

با بررسی ساختار این دو ترکیب مشخص است که هر دو ساختار قطبی بوده و دارای پیوند هیدروژنی هستند.

۴) نیروی بین مولکولی غالب در اسیدهای چرب واندروالسی است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

(برگرفته از خود را بیازمایید صفحهٔ ۴)

۱۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی محبوب)*

پارچه‌های پلی‌استری ناقطبی بوده و به همین علت چربی و لکه‌ها جاذبهٔ قوی‌تری با آن‌ها برقرار کرده و پس از شست‌وشوی آن‌ها با صابون درصد لکهٔ بیشتری بر روی آن‌ها باقی می‌ماند.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) افزودن آنزیم همانند افزایش دما باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها می‌شود.

۳) پاک‌کننده‌های صابونی برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت واکنش داده و تشکیل رسوب می‌دهند.

۴) به منظور افزایش خاصیت میکروب‌کشی و ضدعفونی‌کنندگی صابون‌ها به آن‌ها مادهٔ شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند. همچنین از صابون گوگردار به منظور از بین بردن جوش صورت و قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۱۲۵- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

بررسی موارد:

الف) درست؛ در اثر واکنش مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم با آب، گاز هیدروژن تولید می‌شود.

$$۲NaOH(s) + ۲Al(s) + ۶H_2O(l) \rightarrow ۲NaAl(OH)_4(aq) + ۳H_2(g)$$

و تولید این گاز قدرت پاک‌کنندگی این مخلوط را افزایش می‌دهد و به جدا شدن رسوب از جدار داخلی لوله‌ها کمک می‌کند.

ب) نادرست؛ پاک‌کننده‌های غیرصابونی از مواد پتروشیمیایی طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شود.

پ) نادرست؛ پاک‌کننده‌های صابونی لکه‌های چربی را از روی پارچه‌های نخی پاک می‌کنند.

ت) درست؛ کلسیم اکسید (CaO) یا همان آهک، اکسید فلزی می‌باشد و محلول آبی آن خاصیت بازی دارد و در خاک‌هایی که خاصیت اسیدی دارند اضافه می‌شود تا خاصیت اسیدی را کاهش دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۴)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(مهشید نیازی)*

۱) نوشتن و موازنهٔ معادلهٔ واکنش: یون منیزیم موجود در آب سخت با صابون واکنش داده و رسوب نامحلول می‌دهد:

$$2RCOONa(aq)+Mg^{2+}(aq)\rightarrow (RCOO)_2Mg(s)+2Na^{+}(aq)$$

هر ۱ مول Mg^{2+} با ۲ مول صابون وارد واکنش می‌شود.

۲) محاسبهٔ مقدار یون منیزیم موجود در آب سخت:

$$ppm=\frac{\text{جرم حل‌شونده }(Mg^{2+})}{\text{جرم محلول}}\times 10^6$$

$$=\frac{x\,g\,Mg^{2+}}{(600\,mL\times 1\,g.mL^{-1})}\times 10^6=700$$

$$\Rightarrow 42\times 10^4=x\times 10^6\Rightarrow x=0/42\,g\,Mg^{2+}$$

۳) محاسبهٔ جرم مولی صابون: با توجه به مقدار اولیهٔ صابون و درصد خلوص آن (فقط صابون خالص در واکنش شرکت می‌کند) و مقدار یون منیزیم که با صابون وارد واکنش شده، از طریق محاسبات استوکیومتری زیر جرم مولی صابون (M) را محاسبه می‌کنیم:

$$14\,g\,RCOONa\times\frac{80}{100}\times\frac{1\,mol\,RCOONa}{M\,g\,RCOONa}\times\frac{1\,mol\,Mg^{2+}}{2\,mol\,RCOONa}$$

$$\times\frac{24\,g\,Mg^{2+}}{1\,mol\,Mg^{2+}}=0/42\,g\,Mg^{2+}\Rightarrow M=320\,g.mol^{-1}$$

۴) محاسبهٔ تعداد اتم کربن موجود در ساختار صابون: اگر تعداد اتم‌های کربن موجود در بخش هیدروکربنی ساختار صابون را n درنظر بگیریم، با توجه به این که بخش هیدروکربنی اسید چرب به صورت سیرشده است، می‌توان فرمول مولکولی صابون را به صورت $C_nH_{2n+1}COONa$ نوشت. بنابراین:

$$M(C_nH_{2n+1}COONa)=12n+2n+1+12+2(16)+23=320$$

$$\Rightarrow 14n=252\Rightarrow n=18$$

پس با توجه به فرمول $C_{18}H_{37}COONa$ تعداد کل اتم‌های کربن موجود در ساختار صابون ۱۹ است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(مینا سیرحسینی)*

در محلول یک ماده خاصیت رسانایی الکتریکی به مجموع غلظت یون‌های موجود در محلول آن ماده بستگی دارد. اتانول (C_2H_6O) ماده‌ای است که انحلال آن در آب به صورت مولکولی است و یونی تولید نمی‌کند. نیتروواسید نیز یک اسید ضعیف می‌باشد و مقدار کمی یون در محلول یک مولار آن وجود خواهد داشت و رسانایی آن کم است. هیدروکلریک اسید یک اسید قوی می‌باشد که با انحلال در آب محلولی حاوی ۲ مول یون تولید می‌کند. از طرفی فرمول شیمیایی باریم کلرید به صورت $BaCl_2$ می‌باشد که نوعی ترکیب یونی محلول در آب است و با انحلال در محلول می‌تواند ۳ مول یون تولید کند و رسانایی الکتریکی محلول آن نسبت به سایر مواد بیشتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸ و ۲۳)

۱۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(احسان روستایی)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در دمای ثابت، ثابت یونش اسیدی ثابت می‌ماند.

ب) نادرست

$$K_a=\frac{[H_3O^+]}{[HA]}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{K_a}=\frac{[HA]}{[H_3O^+]}=\frac{1}{8\times 10^{-6}}=0/125\times 10^6=12/5\times 10^4$$

پ) درست؛ طبق کتاب درسی

ت) درست

$$K_a=\frac{[H_3O^+]}{[HB]-[H^+]}$$

$$\Rightarrow K_a=\frac{(0/04)^2}{0/24-0/04}=\frac{16\times 10^{-4}}{0/2}=8\times 10^{-3}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

غلظت یون هیدرونیوم در محلول (۱) برابر است با:

$$\frac{2}{100}=\frac{[H^+]}{0/2}\Rightarrow [H^+]=4\times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

پس غلظت H^+ در محلول (۲) 4×10^{-3} مولار است با در نظر گرفتن حجم ۰/۲ لیتر محلول (۲)، 8×10^{-4} مول یون H^+ در محلول (۲) وجود دارد.

$$N_2O_5(s)+H_2O(l)\rightarrow 2H^+(aq)+2NO_3^-(aq)$$

$$8\times 10^{-4}\,mol\,H^+\times\frac{1\,mol\,N_2O_5}{2\,mol\,H^+}\times\frac{108\,g\,N_2O_5}{1\,mol\,N_2O_5}$$

$$=432\times 10^{-4}\,g=43/2\,mg$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۱۳۰- **گزینهٔ «۲»** *(احسان روستایی)*

بررسی موارد:

۱) نادرست؛ در اثر واکنش فلز منیزیم با اسید، گاز هیدروژن تولید می‌شود.

۲) درست؛ با توجه به مقدار گاز کمتر تولید شده در واحد زمان در ظرف (ب)، محلول این اسید، درجهٔ یونش کمتری داشته و یون هیدرونیوم کمتری تولید کرده است.

۳) نادرست؛ محلول موجود در ظرف (آ) اسید قوی‌تری است (گاز بیشتری در واحد زمان تولید کرده است) و از طرفی نیتریک اسید، اسید قوی‌تری نسبت به استیک اسید است.

۴) نادرست؛ با توجه به این‌که دما ثابت مانده است پس ثابت یونش اسیدی تغییر نمی‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۴)

پویا بوک
تلاشی درمسیرموفقیت

شیمی ۱

۱۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی محبوب)*

با توجه به متن کتاب درسی گزینهٔ «۳» به درستی بیان شده است.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) در مدل اتمی بور انتقال انرژی به صورت کوانتومی و گسسته (نه پیوسته!) انجام می‌شود.

۲) انتقال الکترون‌ها از لایه‌های سوم، چهارم، پنجم و ششم به لایهٔ دوم باعث نشر نوری می‌شود که دارای طول موجی در گسترهٔ طیف مرئی می‌باشد. انتقال از لایه‌های بالاتر مثل لایهٔ هفتم به لایهٔ دوم در گسترده طیف مرئی قرار ندارد. همچنین انتقال از لایهٔ اول به لایهٔ دوم با جذب انرژی همراه است و نشر نور ندارد.

۴) در اتم هیدروژن نور نشر شده از لایهٔ پنجم به لایهٔ دوم نسبت به نور نشر شده از لایهٔ سوم به لایهٔ دوم انرژی بیشتری دارد و هر چه انرژی یک موج بیشتر باشد طول موج آن کوتاه‌تر است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(مینا سیدحسینی)*

براساس این مدل الکترون‌ها در هر لایه انرژی و آرایش معینی دارند. در این مدل انرژی الکترون با فاصله از هسته افزایش می‌یابد و هر چه مقدار n (عدد کوانتومی اصلی) افزایش یابد انرژی الکترون نیز افزایش می‌یابد.

بررسی علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) لایهٔ سوم لایه‌ای یکپارچه نبوده و از ۳ زیرلایهٔ $3s$، $3p$ و $3d$ تشکیل شده است.

۳) در اتم هیدروژن با انتقال یک الکترون از لایهٔ $n=4$ به لایهٔ $n=2$ یک پرتو طول موج $486\,nm$ گسیل می‌شود.

۴) اتم‌ها با گرفتن انرژی معین الکترون‌های خود را برانگیخته می‌کنند و سطح انرژی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. طیف نشری خطی، حاصل انتقال الکترون‌های برانگیخته از لایه‌های بالاتر به لایه‌های پایین‌تر می‌باشد. طی این فرایند مقداری انرژی آزاد می‌شود و این انرژی آزاد شده به صورت پرتوهای الکترومغناطیسی گسیل می‌شوند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۱۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

بررسی برخی از گزینه‌ها:

۲) نادرست؛ عنصر وانادیم ($_{23}V$) برخلاف عناصر کبالت ($_{27}Co$) و گالیم ($_{31}Ga$)، دارای نماد تک حرفی است و تمامی این عناصر در دورهٔ چهارم جدول قرار دارند.

۳) درست؛ در اغلب عناصر دستهٔ s (به جز He) و d شمارهٔ گروه عناصر با تعداد الکترون‌های ظرفیتی برابر است، در حالی که در عناصر دستهٔ p، گروه عناصر از «تعداد الکترون ظرفیتی + ۱۰» به دست می‌آید.

۴) درست؛ مثلاً زیرلایهٔ $4s$ نسبت به $3d$ در فاصلهٔ نزدیک‌تری از هسته قرار داشته و زودتر پر می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی همهٔ موارد:

الف) در حالت برانگیخته الکترون در لایه با سطح انرژی بالاتری قرار دارد و این وضعیت انرژی بیشتری دارد. چنین حالتی ناپایدار است و اتم تمایل دارد با از دست دادن انرژی دوباره به حالت پایه بازگردد.

ب) هنگامی که الکترون به لایه با سطح انرژی پایین‌تر برمی‌گردد، اختلاف انرژی بین دو لایه به صورت یک پرتوی نور آزاد می‌شود. این پرتو همان نور با طول موج مشخص است که در طیف نشری دیده می‌شود.

پ) طیف نشری خطی عناصر شامل خطوط جدا از هم است. هر خط بیانگر یک انتقال مشخص الکترونی است، نه یک طیف پیوسته.

ت) چون فاصلهٔ انرژی میان لایه‌ها در هر عنصر متفاوت است، انتقال‌های الکترونی نیز انرژی‌های خاصی دارند. این موضوع سبب می‌شود هر عنصر طیف نشری خطی ویژهٔ خود را داشته باشد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) برای مقایسهٔ انرژی الکترون در زیرلایه، از رابطهٔ $n+l$ استفاده می‌کنیم و چون حاصل $n+l$ برای هر دو زیرلایهٔ داده شده یکسان است پس انرژی الکترون در زیرلایهٔ $5p$ به دلیل n بزرگ‌تر، بیشتر است.

۲) در ۲۰ عنصر (یعنی از عنصر هیدروژن تا عنصر کلسیم با عدد اتمی ۲۰) زیرلایهٔ d آن‌ها خالی از الکترون است.

۴) عنصر مورد نظر کروم با عدد اتمی ۲۴ است و با توجه به آرایش الکترونی آن، نسبت خواسته شده برابر $\frac{1}{13}$ است.

$$_{24}Cr: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,3d^5\,4s^1$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۱۳۶- **گزینهٔ «۱»** *(ندا حسین‌پورمقدم)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست $_{17}A: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^5 \Rightarrow [Ne]\,3s^2\,3p^5$

$_{11}B: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^1 \Rightarrow [Ne]\,3s^1$

۲) نادرست $_{19}C: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^1 \Rightarrow [Ar]\,4s^1$

$_{12}D: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2 \Rightarrow [Ne]\,3s^2$

۳) نادرست $_{20}E: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^2 \Rightarrow [Ar]\,4s^2$

$\Rightarrow$

۴) نادرست $_{15}X: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^3 \Rightarrow [Ne]\,3s^2\,3p^3$

$_{19}Z: 1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,4s^1 \Rightarrow [Ar]\,4s^1$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(احسان روستایی)*

در میان ۱۰ عنصر اول، عنصرهای $_2He$ ($:\!\ddot{He}:$)، $_7N$ ($:\!\ddot{N}\cdot$)، $_8O$ ($:\!\ddot{O}\cdot$)، $_9F$ ($:\!\ddot{F}\cdot$)، $_{10}Ne$ ($:\!\ddot{Ne}:$) دارای الکترون جفت شده هستند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۱۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) طبق فرمول‌نویسی ترکیبات یونی، فرمول ترکیب یونی حاصل از یون‌های M^{2+} و X^{2-}، MX می‌باشد.

۲) نافلزات گروه ۱۶، هنگام واکنش با فلزات و تشکیل ترکیب یونی، به یون با دو بار منفی (-۲) تبدیل می‌شوند.

۳) با توجه به یون X^{2-}، یعنی X عنصری از گروه ۱۶ است پس تفاوت عدد اتمی آن با گاز نجیب گروه ۱۸ هم‌دوره آن برابر ۲ است.

۴) آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت عناصر گروه ۱۶ به $ns^2\,np^4$ ختم می‌شود و با توجه به آن، نسبت خواسته شده برابر $\frac{1}{2}$ است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۱۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(پیمان خوابوی‌مجد)*

ضمن تشکیل هر مول Na_2S و AlF_3 به ترتیب ۲ و ۳ مول الکترون مبادله می‌شود. ابتدا مول الکترون مبادله شده ضمن تشکیل ۳/۹ گرم Na_2S را تعیین می‌کنیم.

$$3/9\,g\,Na_2S \times \frac{1\,mol\,Na_2S}{78\,g\,Na_2S} \times \frac{2\,mol\,e^-}{1\,mol\,Na_2S} = 0/1\,mole^-$$

برای تعیین جرم AlF_3 تشکیل شده داریم:

$$0/1\,mole^- \times \frac{1\,mol\,AlF_3}{3\,mole^-} \times \frac{84\,g\,AlF_3}{1\,mol\,AlF_3} = 2/8\,g\,AlF_3$$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱۴۰- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

تمام موارد در مورد عنصر کلر $(_{17}Cl)$ درست است.

بررسی برخی موارد:

مورد دوم: کلر جزو نافلزات جدول است و به‌طور کلی در واکنش با نافلزات، الکترون به اشتراک گذاشته و در واکنش با فلزات، الکترون می‌گیرد.

مورد سوم: عناصر فلوئور (F_2) و برم (Br_2) همانند کلر (Cl_2) در گروه هفدهم جدول، دو اتمی هستند.

مورد چهارم: آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر کلر و لیتیم: Li $:\!\ddot{Cl}\cdot$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه عناصر؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۰)

تلاشی درمسیرموفقیت

شیمی ۲

۱۴۱- **گزینهٔ «۴»** *(یاسر راش)*

کف اقیانوس‌ها به عنوان یکی از منابع ارزشمند مواد معدنی شناخته می‌شود و فلزهای گوناگونی را در خود جای داده است. در بسیاری از موارد، مقدار و غلظت این فلزها در بستر اقیانوس‌ها از ذخایر مشابه در خشکی بیشتر است؛ بنابراین می‌توان آن را منبعی مهم برای تامین فلزها دانست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در برخی مناطق اعماق دریا، فلزهای واسطه به صورت ترکیبات سولفیدی تجمع یافته‌اند که یکی از منابع مهم فلزی به شمار می‌روند.

۲) در متن کتاب درسی آمده است که: «در برخی مناطق کف اقیانوس‌ها، کلوخه‌ها و پوسته‌هایی یافت می‌شود که سرشار از فلزهایی مانند منگنز، آهن، کبالت، نیکل و مس هستند.» این فلزها همگی در دستهٔ فلزهای واسطه قرار می‌گیرند. همچنین غلظت گونه‌های فلزی در این منابع حتی از برخی ذخایر زمینی بیشتر است. بنابراین کلوخه‌های کف دریا می‌توانند منبعی با درصد قابل توجهی از فلزهای واسطه باشند.

۳) افزایش مصرف مواد معدنی و کاهش برخی ذخایر زمینی، دانشمندان را به جست‌وجوی منابع جدید سوق داد و این جست‌وجو به کشف ذخایر فلزی ارزشمند در اعماق اقیانوس‌ها انجامید.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(احسان روستایی)*

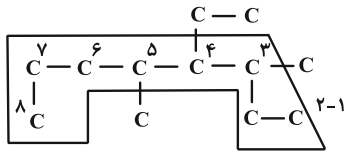
در چرخهٔ عمر یک فراورده، هزینهٔ حمل و نقل در همهٔ مراحل بررسی می‌شود.

سایر موارد با توجه به کتاب درسی صحیح است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۱۴۳- **گزینهٔ «۴»** *(مینا سیدحسینی)*

ابتدا یک زنجیر ۶ کربنه رسم کرده و روی هر یک از کربن‌های شمارهٔ ۴ و ۶، یک گروه CH_3 می‌گذاریم. سپس بر روی هر کدام از کربن‌های ۲ و ۳ گروه اتیل (C_2H_5) می‌گذاریم و بلندترین زنجیرهٔ اصلی را که ۸ کربن دارد انتخاب می‌کنیم. از هر کدام از سمت‌های زنجیره که به اولین شاخهٔ فرعی عدد کمتری برسد اولویت شماره‌گذاری زنجیره با آن سمت است. توجه کنید که نام‌گذاری ۲- اتیل و ۱- متیل اشتباه می‌باشند. در نوشتن نام آلکان اولویت شاخه‌های فرعی با گروهی است که در حروف الفبای انگلیسی تقدم داشته باشد نام اتیل بر متیل مقدم است.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۴۴- **گزینهٔ «۴»** *(مینا سیدحسینی)*

بررسی موارد:

۱) ساده‌ترین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها اتن می‌باشد با فرمول شیمیایی C_2H_4 که در واکنش با آب، سیر شده و اتانول با فرمول شیمیایی C_2H_5OH را می‌سازد.

۲) فرمول شیمیایی ۱- هگزن و سیکلوهگزان C_6H_{12} می‌باشد که این دو ماده خواص فیزیکی و شیمیایی متفاوتی نسبت به هم دارند. هگزن یک هیدروکربن سیرنشده با یک پیوند دوگانه و سیکلوهگزان یک هیدروکربن سیرشدهٔ حلقوی می‌باشد. برای شناسایی آلکن از Br_2 استفاده می‌شود و هیدروکربن‌های سیرشده با برم واکنش نمی‌دهند.

۳) گاز اتین با فرمول شیمیایی C_2H_2 ساده‌ترین عضو خانواده آلکین‌ها می‌باشد. در فرایند جوش کاربیدی از سوختن گاز اتین گرمای لازم برای جوش دادن قطعات فلزی تأمین می‌شود.

۴) سبک‌ترین آلکان راست زنجیری که در دمای اتاق به صورت مایع یافت می‌شود فرمول شیمیایی C_5H_{12} و پنتان نام دارد که درصد جرمی هیدروژن‌های آن $\frac{12}{72}\times 100 = \%16/6$ می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۴۳)

۱۴۵- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تیزرو)*

$$\frac{\text{جرم هیدروژن}}{\text{جرم کربن}} = \frac{2n+2}{12n} = \frac{4}{21} \Rightarrow n = 7$$

فرمول آلکان ۷ کربنه: C_7H_{16}

$\Rightarrow$ تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکان ها: $3n+1 = 3(7)+1 = 22$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۱۴۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

واکنش شیمیایی سوختن آلکان‌ها:

$$C_nH_{2n+2} + \frac{3n+1}{2}O_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$$

$$\frac{\text{مول آلکان}}{\text{مول اکسیژن}} = \frac{1}{\frac{3n+1}{2}} = \frac{0/1}{0/8}$$

$$\Rightarrow 3n+1 = 16 \Rightarrow 3n = 15 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow 4 \le n \le 7$$

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

نکته: تعداد ایزومرهای آلکانی که ۵ کربن دارد را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{تعداد ایزومرهای آلکان‌ها} = ۲^{n-۴}+۱ \xrightarrow[\text{تعداد کربن}]{n=۵} ۲^{۵-۴}+۱=۳$$

تعداد ایزومرهای ساختاری:

«پنتان» $C-C-C-C-C$ «حالت ۱»

«۲- متیل بوتان» $C-C-\underset{\displaystyle C}{\overset{\displaystyle |}{C}}-C$ «حالت ۲»

«۲ و ۲- دی متیل پروپان» $\begin{matrix} & & C & & \\ & & | & & \\ C & - & C & - & C \\ & & | & & \\ & & C & & \end{matrix}$ «حالت ۳»

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۱۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(پیمان خواجوی‌مهر)*

این هیدروکربن زنجیری متعلق به آلکن‌ها است.

$$C_nH_{۲n}+\frac{۳n}{۲}O_۲ \rightarrow nCO_۲+nH_۲O$$

۱) برای $C_۷H_{۱۴}$ سه ایزومر راست‌زنجیر می‌توان رسم کرد.

(۱- هپتن، ۲- هپتن، ۳- هپتن)

۲) آلکن‌ها سیرنشده‌اند و با $Br_۲$ واکنش می‌دهند.

۳) همهٔ اتم‌های کربن در آلکن‌های راست‌زنجیر به اتم H اتصال دارند.

۴) در آلکن‌ها شمار اتم های H، دو برابر شمار اتم‌های C است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۱۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(مینا سیدحسینی)*

فرمول شیمیایی نفتالن $C_{۱۰}H_۸$ می‌باشد که دارای ۵ پیوند $C=C$ می‌باشد و بنزن با فرمول شیمیایی $C_۶H_۶$ دارای ۳ پیوند $C=C$ می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آلاینده‌های حاصل از سوختن زغال سنگ شامل $H_۲O-NO_۲-CO_۲-CO-SO_۲$ می‌باشد و آلاینده‌های حاصل از سوختن بنزین شامل $H_۲O-CO-CO_۲$ می‌باشد.

۲) از واکنش اتن با آب در حضور کاتالیزگر سولفوریک اسید $(H_۲SO_۴)$، اتانول تولید می‌شود. کاتالیزگرها سرعت انجام واکنش‌های شیمیایی را زیادتر می‌کنند.

۴) اتانول در مقیاس صنعتی از واکنش گاز اتن با آب حاصل می‌شود که یک مادهٔ فرار و بی‌رنگ بوده که انحلال‌پذیری نامحدودی در آب دارد و به هر نسبتی در آب حل می‌شود که در تهیهٔ مواد آرایش- بهداشتی و دارویی کاربرد دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۱، ۴۳ و ۴۶)

۱۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا جمشیری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) هرگاه مقدار متان در هوای معدن زغال سنگ بیش از ٪۵ شود، احتمال انفجار وجود دارد.

۲) نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است که به‌طور عمده در سوخت هواپیما کاربرد دارد.

۳) گرمای آزاد شدن بنزین $۴۸\frac{kJ}{g}$ و زغال سنگ $۳۰\frac{kJ}{g}$ است.

۴) با عبور گاز $SO_۲$ از روی کلسیم اکسید، $CaSO_۳$ (نه CaS) به دست می‌آید.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱۵۰- **گزینهٔ «۲»** *(یاسر راش)*

بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: در برج تقطیر، بیشترین دما در پایین برج است و هر چه به سمت بالا می‌رویم دما کاهش می‌یابد. این شیب دمایی امکان می‌دهد هر گروه از هیدروکربن‌ها در ارتفاع مناسب متراکم شوند.

مورد دوم: نفت خام منبع مهمی برای تولید انرژی و مواد شیمیایی است و نقش بزرگی در اقتصاد جهانی دارد. به همین دلیل در بسیاری از منابع از آن به عنوان «طلای سیاه» یاد می‌شود.

مورد سوم: بیش از ۹۰ درصد نفت خام به عنوان سوخت برای تولید انرژی مصرف می‌شود. تنها بخش کوچکی از آن به عنوان خوراک صنایع پتروشیمی برای تولید مواد شیمیایی گوناگون به کار می‌رود.

مورد چهارم: وجود این ناخالصی‌ها می‌تواند باعث خوردگی تجهیزات پالایشگاهی یا اختلال در فرایند تقطیر شود. به همین دلیل پیش از پالایش، این مواد تا حد زیادی از نفت خام حذف می‌شوند.

مورد پنجم: هر گروه از ترکیب‌ها در دمای خاصی مایع می‌شوند. به همین دلیل هر برش نفتی در سینی‌ای از برج که دمای مناسب دارد متراکم شده و جمع‌آوری می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱ و ۴۴ تا ۴۷)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

☑ دفترچهٔ پاسخ

عمومی دوازدهم

رشتهٔ ریاضی، تجربی، هنر، منحصراً زبان

۱ آبان ماه ۱۴۰۵

طراحان به ترتیب حروف الفبا

فارسی	حسن افتاده، حسین پرهیزگار، نازنین‌فاطمه حاجیلو، سعید جعفری، ابوالفضل عباس‌زاده، الهام محمدی
عربی، زبان قرآن	ابوطالب درانی، محمدرضا سوری، محمدصالح شریفی، امیدرضا عاشقی، سعید نیسی، مجید همایی
دین و زندگی	فردین سماقی، مرتضی محسنی‌کبیر، میثم هاشمی
زبان انگلیسی	رحت‌اله استیری، آرمین رحمانی، عقیل محمدی‌روش

گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	رتبه برتر	مسئول درس مستندسازی
فارسی	نازنین‌فاطمه حاجیلو	نازنین‌فاطمه حاجیلو	محسن اصغری	—	فریبا رئوفی، محسن جمشیدی، امیرمحمد کماسی، مهدی یعقوبیان
عربی، زبان قرآن	فرهاد صالحی	فرهاد صالحی	درویشعلی ابراهیمی	جواد جلیلیان	لیلا ایزدی، ابوالفضل مرادی، مهدی یعقوبیان، مسلم احمدنژاد
دین و زندگی	بهنام رسولی	بهنام رسولی	امیرمهدی افشار محمدفرحان فخاریان	محمدفرحان فخاریان	سجاد حقیقی‌پور، سیدمجتبی رضازاده
اقلیت‌های مذهبی	دبورا حاتانیان	دبورا حاتانیان	معصومه شاعری	—	—
زبان انگلیسی	رحمت‌اله استیری	رحمت‌اله استیری	محسن رحمانی، فاطمه نقدی	—	سپهر اشتیاقی

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

مدیران گروه	الهام محمدی
مسئول دفترچه	معصومه شاعری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: محیا اصغری، مسئول دفترچه: فریبا رئوفی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	زهرا تاجیک
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

فارسی ۳

۲۰۱- گزینهٔ «۳» *(حسین پرهیزگار- سبزوار)*

ـ حالتی که در آن احساس بیگانگی و ملاحظه و رودربایستی نباشد: انبساط
ـ حرکت به سوی مقصدی برای به دست آوردن چیزی: پوییدن
ـ مال کسی را به‌عنوان وثیقه گرفتن و نزد خود نگه‌داشتن: گرو
ـ کسی که دیگری فرمان او را می‌برد: مطاع

(واژگان، واژه‌نامه)

۲۰۲- گزینهٔ «۴» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

تشریح گزینه‌های دیگر:
گزینهٔ «۱»: «بط» به معنای اردک، شکل درست «بت» است. (بَط: اردک_ بُت: مجسمه‌ای که برای پرستش ساخته می‌شد.)
گزینهٔ «۲»: «حال» شکل درست «هال» است.
گزینهٔ «۳»: «خور» شکل درست «خُر» است.

(املا، صفحه‌های ۱۳، ۱۸، ۲۰ و ۲۲)

۲۰۳- گزینهٔ «۲» *(حسن افتاده - تبریز)*

نقش دستوری واژهٔ مشخص‌شده در صورت سؤال و گزینهٔ «۲» مضاف‌الیه است.
حرف کم و بسیار نیست = حرف□مقدار] کم و بسیار نیست: «مقدار» حذف شده و صفات پس از آن باقی‌مانده‌اند؛ پس «کم» صفت جانشین اسم است و از این‌رو، خودش اسم محسوب شده و معنای «کمی، کم بودن» گرفته است. بنابراین ترکیب «حرف کم» در اینجا، ترکیب اضافی و کم مضاف‌الیه است.
اطفال شاخ را به قدوم موسم ربیع، کلاه شکوفه بر سر نهاده: بر سرِ اطفال شاخ، به قدوم موسم ربیع کلاه شکوفه نهاده است. (رای فک اضافه)

تشریح گزینه‌های دیگر:
گزینهٔ «۱»: متمم: توجه شود که «از بهر» «حرف اضافه» و به معنی «برای» است.
گزینه‌های «۳ و ۴»: صفت

(دستور، صفحه‌های ۱۲ و ۱۹)

۲۰۴- گزینهٔ «۳» *(سعید جعفری)*

در گزینه‌های «۱، ۲ و ۴»، «نیست» در مصراع دوم اسنادی است؛ ولی در گزینهٔ «۳» فعل تام است و به معنای «وجود ندارد» آمده است.

تشریح گزینه‌های دیگر:
گزینهٔ «۱»: این، از عشق‌بازان، عجب (عجیب) نیست (= نمی‌باشد).
گزینهٔ «۲»: قاضی [در] نیمه‌شب، بیدار نیست (= نمی‌باشد).
گزینهٔ «۴»: حرف کم و بسیار□نکتهٔ اصلی] نیست (= نمی‌باشد).

(ترکیبی، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۰۵- گزینهٔ «۲» *(سعید جعفری)*

شعری را که بر پایهٔ پرسش و پاسخ سروده شده است، مناظره یا گفتاگفت می‌نامند. در این نوع سروده، شخصیت‌ها رودرروی هم با هم گفت‌وگو و پرسش و پاسخ می‌کنند.
در بیت الف و ت این ویژگی دیده می‌شود.

بررسی موارد دیگر:
مورد ب: در این بیت، پرسش و پاسخ و گفت‌وگو دیده نمی‌شود.
مورد پ: در این بیت، شخصیت‌ها رودرروی هم درحال گفت‌وگو و پرسش و پاسخ نیستند.

(قلمرو ادبی، صفحه‌های ۱۴، ۲۰ و ۲۱)

۲۰۶- گزینهٔ «۲» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

بررسی آرایه‌های هر بیت:
۱) مجاز: «خاک» مجاز از گور/ کنایه: «دل ز مهر کسی پاک کردن» کنایه از دل بریدن از کسی؛ «خفته در خاک بودن» کنایه از مردن/ جناس: خاک و پاک (گزینه‌ای رد نمی‌شود.)
۲) جناس: جواب و صواب/ سجع ندارد. (رد گزینه‌های «۳ و ۴»)
۳) کنایه: «نانی به کف آوردن» کنایه از «به رزق و روزی رسیدن»/ مجاز: ابر و باد و مه و خورشید و فلک: مجاز از همهٔ پدیده‌های هستی/ سجع ندارد. (رد گزینهٔ «۱»)

(آرایه، صفحه‌های ۱۲، ۲۰ و ۲۱)

۲۰۷- گزینهٔ «۳» *(نازنین‌فاطمه هاجیلوصفازاده)*

«گر نور عشق حق به دل و جانت اوفتد / بالله کز آفتاب فلک، خوب‌تر شوی
یک دم غریق بحر خدا شو گمان مبر / کز آب هفت بحر، به یک موی تر شوی
از پای تا سرت، همه نور خدا شود / در راه ذوالجلال چو بی‌پا و سر شوی
وجه خدا اگر شودت منظر نظر / زین پس شکی نماند، که صاحب‌نظر شوی»

(حفظ شعر، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۰۸- گزینهٔ «۴» *(ابوالفضل عباس‌زاده)*

الف) واژهٔ «پروانه» در بیت صورت سؤال نماد «عاشق حقیقی» است؛ در مورد الف، مراد از «بی‌دل»، انسان عاشق است («بی‌نشان» کنایه از معشوق یا خداست).
ب) با توجه به مصراع دوم، شرط اصلی عشق حقیقی، بی‌ادعایی و رازداری در عشق، است.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۲۰۹- گزینهٔ «۲» *(الهام محمدی)*

دقت کنید: ابیات درس «ستایش»، فقط بر یک مفهوم دلالت نمی‌کنند، چون هر بیت بیانگر چند صفت خداوند است، بنابراین لازم است، هنگام مطالعه به همهٔ مفاهیم توجه کنید.
بیت «ج»: اعتراف بنده به درماندگی: نمی‌توانم تو را توصیف کنم زیرا در فهم و درک انسان نمی‌گنجی و نمی‌توانم کسی را به تو مانند کنم که تو در تصور و خیال بندگان قرار نمی‌گیری.
بیت «د»: یگانه‌پرستی: مصراع دوم (فقط تو را به یگانگی می‌ستایم؛ زیرا که تنها تو شایستهٔ یگانگی هستی.)
بیت «ب»: بخشندگی: همه جودی (دلالت بر بخشندگی و گشاده‌دستی می‌کند.)
بیت «هـ»: خواست و مشیّت الهی: مصراع دوم (همهٔ کاستن‌ها و اضافه‌شدن‌ها به دست و ارادهٔ توست)

(مفهوم، صفحهٔ ۱۰)

۲۱۰- گزینهٔ «۲» *(حسن افتاده - تبریز)*

معنای نوشته‌شده در مقابل همهٔ گزینه‌ها کاملاً صحیح بودند به‌جز گزینهٔ «۲».
معنای صحیح عبارت گزینهٔ «۲»: یکی از عارفان که از آن حالت مراقبت و مکاشفتش (که فراتر از نماز هستند)□ به حالت عادی] برگشت.

(مفهوم، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

شرنج بوک

عربی، زبان قرآن ۳

۲۱۱- گزینهٔ «۲» *(محمدرضا سوری)*

«أ»: آیا / «لا تعلمین»: نمی‌دانی (مفرد مؤنث مخاطب) / «أنّ»: که / «سدی»: بیهوده، بی‌جهت / «لم یترک»: رها نکرد، رها نکرده است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: نمی‌دانید: نمی‌دانی / خدا: پروردگار/ بدون حساب: بیهوده/ رها نمی‌کنند: رها نکرده است، رها نکرد

گزینهٔ «۳»: نمی‌دانید: نمی‌دانی/ قطعاً: زائد

گزینهٔ «۴»: همانا: که/ رها نمی‌کند: رها نکرد، رها نکرده است.

(ترجمه)

۲۱۲- گزینهٔ «۱» *(ابوطالب درانی)*

«قالَ أحدُهُم»: یکی از آن‌ها گفت (حذف گزینهٔ «۳»)

«لِیُحضَرْ»: باید احضار شود (حذف گزینه‌های «۲ و ۳»)

«الأصنام»: بت‌ها (حذف گزینه‌های «۳ و ۴»)

«علینا أنْ نُحَرِّقَـــه»: باید او را آتش بزنیم، بر ماست او را آتش بزنیم (حذف گزینه‌های «۲ و ۴»)

(ترجمه)

۲۱۳- گزینهٔ «۳» *(محمدصالح شریفی)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

«أرْسِلَ ..... الْأَنْبِیَاءُ»: پیامبران فرستاده شدند (رد گزینه‌های «۱و۲») / «لِیُبَیِّنَ»: تا آشکار شود (رد گزینه‌های «۱ و ۴»)/ «الصِّرَاطَ الْمُسْتَقِیمَ»: راه راست (رد گزینهٔ «۴»).

(ترجمه)

۲۱۴- گزینهٔ «۴» *(امیدرضا عاشقی)*

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «لن یَتَغَیَّرَ»: تغییر نخواهند کرد

گزینهٔ «۲»: «الأعمال الطّیّبة»: کارهای خوب

گزینهٔ «۳»: «یحزننی»: مرا ناراحت می‌کند.

(ترجمه)

۲۱۵- گزینهٔ «۱» *(محمدرضا سوری)*

لا نفی جنس + اسم= هیچ... نیست، وجود دارد / عَلَّمْتَ: یاد دادی یا داده‌ای/ إلّا: جز

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۲»: با: زائد / سخنان: سخن / همانا: زیرا (نهی غایب + إنَّ): زیرا / همه‌اش: همه

گزینهٔ «۳»: روز رستاخیز این است: این روز رستاخیز است/ بودید: زائد / که: زائد

گزینهٔ «۴»: خشنودی: خشنود کردن / دست نیافتنی: به‌دست آورده نمی‌شود (مجهول)

(ترجمه)

۲۱۶- گزینهٔ «۲» *(ابوطالب درانی)*

مفهوم عبارت و سایر گزینه‌ها «هیچ خیری در گفتار بدون عمل نیست» است؛ اما گزینهٔ «۲»، دربارهٔ شناخته‌شدن عیب و هنر انسان از طریق سخن‌گفتن است و ارتباطی با عمل و گفتار ندارد.

(مفهوم)

۲۱۷- گزینهٔ «۲» *(محمدصالح شریفی)*

«لَعَلَّ» در جملات برای بیان امید به کار می‌رود.

(قواعد)

۲۱۸- گزینهٔ «۳» *(مهیر همایی)*

در گزینهٔ «۳» حروف مشبه بالفعل نیامده است و کان از افعال ناقصه می‌باشد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «کأنّ»

گزینهٔ «۲»: «إنّ»

گزینهٔ «۴»: «أنّ»

(قواعد)

۲۱۹- گزینهٔ «۴» *(امیدرضا عاشقی)*

«لا» در «لا مرء» لای نفی جنس است.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینهٔ «۱»: «لا» در «لا علیاً» به معنی «نه» می‌باشد، لا در «لا تفهم» لای نفی فعل مضارع می‌باشد.

گزینهٔ «۲»: «لا» در این گزینه به معنای «نه» می‌باشد و نمی‌تواند نفی جنس باشد.

گزینهٔ «۳»: «لا» در این گزینه «لای نفی فعل مضارع» می‌باشد.

(قواعد)

۲۲۰- گزینهٔ «۳» *(سعید نیسی)*

«القدیمة» صفت است و موصوف آن «الآثار» می‌باشد.

(محل اعرابی)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

دین و زندگی (۳)

۲۲۱- گزینهٔ «۱» *(فرزین سماقی)*

هر کدام از ما، براساس فطرت خویش، خدا را می‌یابیم و حضورش را درک می‌کنیم. (شناخت فطری) با وجود این شناخت اولیه، قرآن کریم ما را به معرفت عمیق‌تر دربارهٔ خداوند فرا می‌خواند و راه‌های گوناگونی را برای درک وجود او و نیز شناخت افعال و صفات او به ما نشان می‌دهد.

(درس ۱، صفحهٔ ۷)

۲۲۲- گزینهٔ «۴» *(فرزین سماقی)*

سرچشمهٔ بندگی آگاهی است و با توجه به مفاد بیت «ذات نایافته از هستی، بخش/ چون تواند که بود هستی‌بخش» پدیده‌هایی که وجودشان از خودشان نیست، برای موجود شدن نیازمند پدیدآورنده‌ای هستند که خودش پدیده نباشد.

(درس ۱، صفحه‌های ۷ و ۱۰)

۲۲۳- گزینهٔ «۳» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

در آیهٔ ۳۵ سورهٔ نور می‌خوانیم: «الله نور السماوات و الارض: خداوند نور آسمان‌ها و زمین است». این‌که خداوند نور هستی است. یعنی تمام موجودات، «وجود خود را از او می‌گیرند، به سبب او پیدا و آشکار شده و پا به عرصهٔ هستی می‌گذارند و وجودشان به وجود او وابسته» است، به همین جهت هر چیزی در این جهان، بیانگر وجود خالق و آیه‌ای از آیات الهی است. در واقع هر موجودی در حد خودش تجلی خداوند و نشانگر حکمت، قدرت، رحمت و سایر صفات الهی است، از این‌رو آنان که به دقت و اندیشه در جهان هستی می‌نگرند، در هر چیزی خدا را مشاهده می‌کنند و علم و قدرت او را می‌بینند.

(درس ۱، صفحهٔ ۱۱)

۲۲۴- گزینهٔ «۳» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

موارد (ج، د) از این حدیث شریف علوی قابل‌برداشت است؛ زیرا در این حدیث می‌خوانیم: هیچ چیز را ندیدم مگر این‌که خداوند را قبل و بعد و با آن دیدم که نشانگر آن است، هر موجودی پیش از آن‌که نمایش‌دهندهٔ خود باشد نشان‌دهندهٔ خالق خویش است و مؤید سرشت خداآشنای انسان است، ولی مورد (ب) از آیات دیگر این درس برداشت می‌شود و (الف) نیز نادرست است.

(درس ۱، صفحهٔ ۱۲)

۲۲۵- گزینهٔ «۲» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

اگر بگوییم چرا خداوند خالق است پاسخ آن که همان علیت آن است در عبارت قرآنی «و هو الواحد القهّار» تجلی دارد که همان اصل و حقیقت توحید است و علیت ولایت الهی مالکیت است یعنی هر کس مالک چیزی باشد حق تصرف و تغییر در آن چیز را دارد و این موضوع در عبارت قرآنی «و لله ما فی السماوات و الارض» تجلی دارد.

(درس ۲، صفحه‌های ۱۹ و ۲۳)

۲۲۶- گزینهٔ «۲» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

توحید در ربوبیت بدان معنا نیست که موجودات، به خصوص انسان، نقشی در پرورش و تدبیر سایر مخلوقات ندارند؛ باغبانی که زحمت می‌کشد و به پرورش درختان و محصولات اقدام می‌کند، رشد این درختان و محصولات نتیجهٔ تدبیر اوست. بلکه، توحید در ربوبیت بدین معناست که باغبان و تدبیرش همه از آن خدا و تحت تدبیر او هستند و نمی‌توانند مستقل از خداوند تدبیر کنند.

(درس ۲، صفحهٔ ۲۰)

۲۲۷- گزینهٔ «۱» *(مرتضی محسنی‌کبیر)*

از آنجا که خداوند، تنها مالک جهان است، تنها ولی و سرپرست جهان نیز هست و مخلوقات، جز به اجازهٔ او نمی‌توانند در جهان تصرف کنند. چنین اجازه‌ای به معنای واگذاری ولایت خداوند به دیگری نیست (رد گزینه‌های ۳ و ۴) بلکه بدین معناست که خداوند آن شخص را در مسیر و مجرای ولایت خود قرار داده است. (رد گزینهٔ ۲) اگر خداوند پیامبر اکرم (ص) را ولیّ انسان‌ها معرفی می‌کند، بدین معناست که ایشان را واسطهٔ ولایت خود و رسانندهٔ فرمان‌هایش قرار داده است.

(درس ۲، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۲۸- گزینهٔ «۱» *(میثم هاشمی)*

جریان تکفیری‌ها هر مسلمانی را که مانند آن‌ها نمی‌اندیشد، مشرک و کافر می‌خوانند و گاه کشتن او را واجب می‌شمارند.

سایر موارد صحیح هستند.

(درس ۲، صفحهٔ ۲۴)

۲۲۹- گزینهٔ «۱» *(میثم هاشمی)*

در امور معنوی، دعا سبب آمرزش، صدقه موجب دفع بلا، و صلهٔ رحم موجب افزایش طول عمر است.

همهٔ این روابط توسط خود خداوند طراحی شده و به اذن و ارادهٔ او صورت می‌گیرد. بنابراین، کسی که برای آموختن نزد معلم می‌رود یا برای درمان به پزشک مراجعه می‌کند، نه تنها معلم و پزشک را شریک خداوند قرار نداده، بلکه به قانون الهی عمل کرده است.

(درس ۲، صفحهٔ ۲۳)

۲۳۰- گزینهٔ «۳» *(میثم هاشمی)*

عبارت زیر مربوط به شرکت در خالقیت است.

هر یک از خدایان کمالاتی دارند که دیگری آن کمالات را ندارد وگرنه عین همدیگر می‌شوند و دیگر چند خدا نیستند. چنین خدایان ناقصی، خود نیازمند هستند و هر یک از آن‌ها به خالق کامل و بی‌نیازی احتیاج دارد که نیازش را برطرف نماید. پس تصور چند خدایی صحیح نیست و خدای واحد آفرینندهٔ جهان است.

(درس ۲، صفحهٔ ۲۱)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

زبان انگلیسی ۳

۲۳۱- گزینهٔ «۱» *(آرمین رمضانی)*

نکتهٔ مهم درسی:

نقش "you" برای فعل "invite" (دعوت کردن) مفعولی است، پس نیاز به ساختار مجهول داریم. (رد سایر گزینه‌ها)

(گرامر)

۲۳۲- گزینهٔ «۳» *(آرمین رمضانی)*

نکتهٔ مهم درسی:

دقت کنید که فاعل اصلی این جمله "reading" است (نه "these books") که مفرد است. پس باید فعل نیز با آن مطابقت داشته باشد (رد گزینه‌های «۲ و ۴»). همچنین، نقش "reading" برای فعل "recommend" (توصیه کردن) مفعولی است و نیاز به ساختار مجهول داریم (رد گزینه‌های «۱ و ۲»).

(گرامر)

۲۳۳- گزینهٔ «۱» *(آرمین رمضانی)*

نکتهٔ مهم درسی:

نقش "he" برای فعل "offer" (پیشنهاد کردن) مفعولی است و نیاز به ساختار مجهول داریم (رد سایر گزینه‌ها).

(گرامر)

۲۳۴- گزینهٔ «۱» *(رحمت‌اله استیری)*

ترجمهٔ جمله: «شرکت کمک مالی سخاوتمندانه‌ای به مدرسهٔ محلی کرد تا بچه‌ها بتوانند کتاب‌های جدید بخرند.»

۱) سخاوتمندانه ۲) تصادفی

۳) معمولی ۴) مذهبی

(واژگان)

۲۳۵- گزینهٔ «۳» *(رحمت‌اله استیری)*

ترجمهٔ جمله: «یک پیاده‌روی طولانی در هوای تازه و یک مکالمهٔ خوب با یک دوست می‌تواند غم و اندوه مرا به‌طور کامل درمان کند.»

۱) توسعه دادن ۲) اختراع کردن

۳) درمان کردن ۴) تقویت کردن

(واژگان)

۲۳۶- گزینهٔ «۴» *(رحمت‌اله استیری)*

ترجمهٔ جمله: «بسیاری از دانش‌آموزان تحت فشار امتحانات نهایی فراموش می‌کنند به‌درستی غذا بخورند و در نهایت احساس خستگی می‌کنند.»

۱) قدرت ۲) الهام

۳) نمونه ۴) فشار

(واژگان)

ترجمهٔ متن درک مطلب:

هر کودکی نیاز دارد بداند که ویژگی‌هایی دارد که او را منحصربه‌فرد و خاص می‌کند. اما وقتی فرزندانتان را با هم مقایسه می‌کنید، این پیام از دست می‌رود. حتی تحسین‌کردن یکی از فرزندان در حضور دیگری نیز می تواند باعث شود فرزند دیگر در مورد جایگاه و ارزش خود تردید کند. مقایسه بین دو کودک اغلب نتیجهٔ عکس می‌دهد و باعث می‌شود کودکی که با «فرزند طلایی» مقایسه می‌شود، دست از تلاش بردارد و دیگر نخواهد برای بهترشدن تلاش کند.

علاوه بر این، کودکان به طور طبیعی می خواهند والدین خود را خشنود کنند؛ وقتی آن‌ها را با یکدیگر مقایسه می‌کنید، این کار سطح اضطراب و استرس آن‌ها را افزایش داده و اعتمادبه‌نفسشان را کاهش می‌دهد، به‌ویژه زمانی که به این باور برسند که خواهر یا برادرشان از آن‌ها بهتر است.

به‌جای مقایسه کردن، سعی کنید همیشه نقاط مثبت هر کودک را برجسته کنید. برای مثال، می‌توانید در مورد این صحبت کنید که چقدر یک کودک برای پروژه‌اش سخت تلاش کرده است و در جای دیگر، از مهربانی کودکی بگویید که برای دوست بیمارش کارت پستال درست کرده است. اگر این کار را انجام دهید، هیچ‌کدام از فرزندان تصور نخواهند کرد که شما از دیگری راضی‌تر هستید، و این کار به آن‌ها انرژی بی‌پایانی می‌دهد تا تمام تلاششان را بکنند که والدینشان را راضی نگه دارند.»

۲۳۷- گزینهٔ «۳» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «بهترین عنوان برای متن چیست؟»

«از مقایسه بچه‌ها خودداری کنید.»

(درک مطلب)

۲۳۸- گزینهٔ «۳» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «کدام‌یک از موارد زیر معنای "golden child" را آنچنان‌که در پاراگراف «۱» استفاده شده است به بهترین وجه توصیف می‌کند؟»

«بچه‌هایی که به نظر می‌رسد والدینشان آنها را بیشتر دوست دارند.»

(درک مطلب)

۲۳۹- گزینهٔ «۲» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «طبق متن، اگر بچه‌ها احساس کنند که منحصربه‌فرد و خاص نیستند، به احتمال زیاد ... .»

«مضطرب و نگران می‌شوند»

(درک مطلب)

۲۴۰- گزینهٔ «۱» *(عقیل محمدی‌روش)*

ترجمهٔ جمله: «کلمه "it" که زیر آن در پاراگراف «۳» خط کشیده شده است، به چه چیزی اشاره دارد؟»

«اشاره کردن به نکات مثبت در هر بچه»

(درک مطلب)

نرفتن بوک
تلاشی درمسیر توسعه

دفترچه پاسخ

آزمون هوش و استعداد

(دورهٔ دوم)

۱ آبان

تعداد کل سؤالات آزمون: ۲۰
زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

گروه فنی تولید

مسئول آزمون	حمید لنجان‌زاده اصفهانی
مسئول دفترچه	حامد کریمی
مدیر گروه مستندسازی	محیا اصغری
مسئول درس مستندسازی	علیرضا همایون‌خواه
ویراستاران مستندسازی	بیتا مرادی، پریا اقبالی
طراحان	حمید اصفهانی، فاطمه راسخ، حامد کریمی، حمید گنجی، رامتین شمشکی، فرزاد شیرمحمدلی
حروف‌چینی و صفحه‌آرایی	معصومه روحانیان
ناظر چاپ	حمید عباسی

استعدادتحلیلی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(حمید اصفهانی)*

در بند نخست، برای ارزیابی اعضای هیئت علمی به کیفیت و تعداد پژوهش‌ها، انتشار مقاله در نشریات معتبر و جذب منابع پژوهشی اشاره شده است امّا رضایت دانشجو از استاد در متن نیست.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۵۲- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

طبق متن، هر دو نظام آموزش عالی از آزمون‌های ورودی سراسری و رقابت میان داوطلبان بهره می‌برند؛ بنابراین در این مورد تفاوت کمتری میان آن‌ها وجود دارد. در سایر موارد، متن از تفاوت‌هایی میان این نظام‌های آموزشی ایران و برخی کشورهای شرق آسیا سخن می‌گوید.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۵۳- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

متن می‌گوید نظام‌های رقابتی ممکن است به رشد توانمندی‌های علمی و پژوهشی کمک کنند، امّا از شاخصی برای سنجش کیفیت پژوهش‌ها و نیز از سهمیه‌های گائوکائو اطلاعاتی ارائه نمی‌دهد.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۵۴- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

بخش نخست، موضوع و محتوای «مقایسهٔ نظام‌های آموزش عالی شرق آسیا و ایران» را بیان می‌کند و بخش دوم با اشاره به «آموختن و به‌کارگیری تجربه‌ها»، هدف این مقایسه را توضیح می‌دهد.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۵۵- گزینهٔ «۱» *(حامد کریمی)*

متن بر طولانی بودن دورهٔ حیات دایناسورها تأکید می‌کند و نشان می‌دهد که آن‌ها در یک بازهٔ زمانی کوتاه زندگی نکرده‌اند: فاصلهٔ زمانی میان آغاز و پایان حیات دایناسورها بسیار طولانی‌تر از فاصلهٔ انقراض آن‌ها تا ظهور انسان‌های مدرن بوده است.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۵۶- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

فیلم مورد اشاره طبق متن، تضادی میان آرمان‌های دموکراتیک امروز آمریکا و واقعیت‌های خشن و بی‌رحمانهٔ تاریخیِ شکل‌گیری و گسترش قدرت در این کشور برقرار می‌کند. بنابراین این آرمان‌ها لزوماً با ریشه‌های تاریخی و اجتماعی آن سازگار نیستند.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۵۷- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

متن از تأثیر عمیق متنبّی بر شعر فارسی، به‌ویژه شعر سعدی، سخن می‌گوید؛ امّا سعدی را مستقیماً «شاگرد» او معرّفی نمی‌کند، به‌ویژه این که می‌گوید «آن را با ظرافت و سادگیِ ایرانی پیوند زد». بنابراین می‌توان تأثیرپذیری سعدی را پذیرفت، بدون آنکه او را شاگرد متنبّی دانست.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۵۸- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*

تنها حالت ممکن:

س	ش	ص	ض
۵	۳	۶	۱

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۵۹- گزینهٔ «۱» *(حمید کنبی)*

تنها حالت ممکن:

س	ش	ص	ض
۳	۱	۵	۶

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۰- گزینهٔ «۲» *(حمید کنبی)*

معلوم است که با حذف ۱، ۴ هم حذف می‌شود. حالت‌هایی برای اثبات امکان دیگر گزینه‌ها:

س	ش	ص	ض
۶	۲	۵	۳
۵	۱	۶	۴
۳	۱	۵	۴

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۱- گزینهٔ «۲» *(حمید کنبی)*

اگر «ص» ۴ باشد، باید «ض» ۱ باشد که ممکن نیست «ص» زوج و «ض» فرد باشد. در دیگر گزینه‌ها:

س	ش	ص	ض
۶	۲	۵	۳
۳	۱	۶	۵
۵	۱	۶	۴

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۲- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرمحمدلی)*

حاصل‌ضرب اختلاف عددهای زوج و اختلاف عددهای فرد در بیرون شکل، عدد مرکزی را می‌سازد:

$$(۸-۴)\times(۷-۱)=۴\times۶=۲۴$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۳- گزینهٔ «۲» *(فرزاد شیرممدلی)*

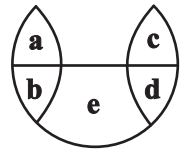
مجموع حاصل‌ضرب عددهای روبه‌روی هم در شکل‌های صورت سؤال، عدد بخش بزرگتر شکل را می‌سازد:

$$(۳\times ?)+(۸\times ۱۷)=۲۰۲ \Rightarrow ۳\times ?=۶۶ \Rightarrow ?=۲۲$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۴- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرممدلی)*

در الگو داریم:



$$e=|(a-b)+(c-d)|$$
$$|(۱-۴)+(۳-۷)|=۷$$
$$|(۵-۶)+(۹-۱)|=۷$$
$$|(۸-۲)+(۸-۵)|=۹$$
$$|(۷-۳)+(۲-۹)|=۳$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۶۵- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرممدلی)*

عدد پایینی هر شکل، یک واحد کمتر از بزرگترین شمارندهٔ مشترک سه عدد بالای آن است:

$$۲۷,۷۲,۱۸ \rightarrow ۹ \rightarrow ۸$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

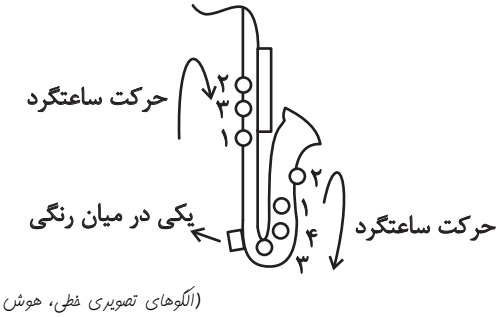
۲۶۶- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

دو مربع بخش بالایی شکل در انتقال‌ها، در هر مرحله یک واحد به پایین می‌آید. تعداد خط‌های اریب نیز هر بار یکی بیشتر می‌شود. مربع پایین نیز در حرکت تناوبی افقی است و بخش مربع رنگی آن نیز پادساعتگرد جابه‌جا می‌شود.

(الگوهای تصویری فطی، هوش غیرکلامی)

۲۶۷- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

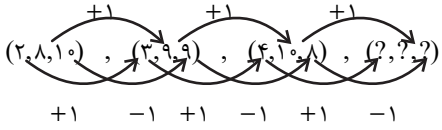
طرح‌های الگوی صورت سؤال:



(الگوهای تصویری فطی، هوش غیرکلامی)

۲۶۸- گزینهٔ «۲» *(فاطمه راسخ)*

شکل مار الگو در هر مرحله از انتقال از چپ به راست ۹۰ درجهٔ پادساعتگرد می‌چرخد. بخش‌های رنگی نیز الگویی دارند که اگر بخش‌های بدن مار را از دُم شماره‌گذاری کنیم، عبارت خواهند بود از:



$$\Rightarrow ?=(۵,۱۱,۷)$$

(الگوهای تصویری فطی، هوش غیرکلامی)

۲۶۹- گزینهٔ «۲» *(رامتین شمشکی)*

دو دستهٔ قاعدهٔ مختلف در الگوی صورت سؤال هست.

برای بخش‌های کوچکتر، با ترتیب چپ و راست:

سفید: سیاه + سیاه

سیاه: سفید + سیاه

سفید: سیاه + سفید

سیاه: سفید + سفید

و برای بخش‌های بزرگتر:

سیاه: سیاه + سیاه

سفید: سفید + سیاه

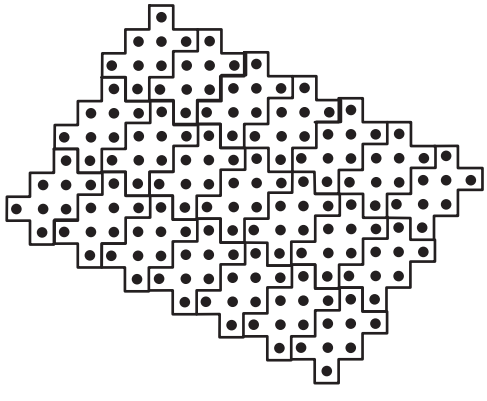
سیاه: سیاه + سفید

سفید: سفید + سفید

(الگوهای تصویری غیر فطی، هوش غیرکلامی)

۲۷۰- گزینهٔ «۱» *(رامتین شمشکی)*

تکرار مدّنظر:



(الگوهای تصویری غیر فطی، هوش غیرکلامی)

نردبان بوک
تلاش در مسیر موفقیت