



آزمون ۱۰ مهر ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

دفترچه شماره ۱: اجباری تعداد کل سوالات: ۹۰ سوال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی (دقیقه)
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵
اجباری	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵
اجباری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵
اجباری	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵
اجباری	۱۰	۷۱-۸۰	۱۰
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰
مجموع	۹۰	۱-۹۰	۱۲۵

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلائی-میثم بهرامی جویا-شاهین پروازی-سعید جعفری-حامد چوقادی-حسین حاجیلو-عادل حسینی-افشین خاصه-خان طاهر دادستانی-یاسین سپهر-فرامرز سپهری-میلاد سجادی-لاریجانی-علی سلامت-علی اصغر شریفی-سعید علم پور-حمید علیزاده-مرتضی فهیم علوی-سعید مدیر خراسانی-مهدی ملارمضانی-علیرضا نداف زاده-حمیدرضا نوش کاران-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحجوب-معصومه اکبری صحت-رضا پورحسینی-جواد حاتم-عادل حسینی-خسرو خلعت بیری-محمد خندان-سیدوحید ذوالفقاری-یاسین سپهر-سیدامیر ستوده-شروین سیاح نیا-سیدمصطفی سیدحسینی-علیرضا شریف خطیبی-محمدطاهر شعاعی-محمد صحت کار-رضا عباسی-اصل-عزیزاله علی-اصغری-فرشاد فرامرزی-مرتضی فهیم علوی-کیان کریمی خراسانی-محمدابراهیم گیتی زاده-سینا محمدپور-محسن محمدکریمی-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-مختار منصوری-سروش موئینی-محمدعلی نادرپور-هومن نورانی-علی وزیری
فیزیک	حسین الهی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-امیرمحمد عبدوی-مسعود قره خانی-عبداله قم زاده-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-حسام نادری-شادمان ویسی
شیمی	جعفر یازوکی-محمد رضا پورجاوید-امیرحسین توحیدی-حمید ذبیحی-منصور سلیمانی-ملکان-آروین شجاعی-ساجد شیری-آترین صبا-مسعود طبرسا-مجتبی عبادی-محمد عظیمیان زواره-امیر قاسمی-فاضل قهرمانی فرد-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-مجتبی محجوب-محمدحسن محمدزاده-مقدم-سیدمحمد معروفی-سیدمحمد رضا میرقائم-سیدرحیم هاشمی دهکردی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحجوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحجوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر کمبور زهره آقامحمدی	مجید جلیل ناغونی احسان پنجه شاهی آترین صبا ژیلوان محمدی پور
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا	سجاد بهارلویی	سجاد بهارلویی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱- جمله‌های دوم و چهارم یک دنباله حسابی، جواب‌های معادله درجه دوم $2x^2 - 12x + k = 0$ هستند. اگر نسبت مجموع شش

جمله اول دنباله به جمله سوم آن ۱۲ باشد، جمله یازدهم دنباله کدام است؟

۶۴ (۴)

۶۰ (۳)

۵۷ (۲)

۵۱ (۱)

۲- معادله $x^2 - 2x + 3 = \frac{54}{x^2 - 2x}$ چند جواب دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} - 1 & ; x < 2 \\ x^2 - 4x - 1 & ; x \geq 2 \end{cases}$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

۴- برای دو تابع وارون پذیر f و g ، اگر $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} + 2$ و $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2x - 3) = 2x$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

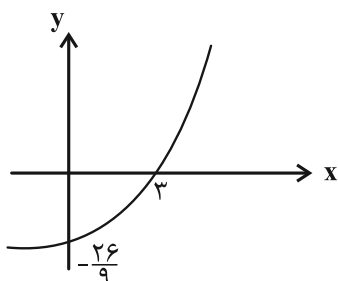
۱ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۱)

۵- نمودار تابع $f(x) = 3^{x+a} + b$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل $a + b$ کدام است؟



۵ (۱)

۱ (۲)

-۵ (۳)

-۱ (۴)

۶- اگر $x = a$ ریشه معادله $\log_2 x + \log_2(x+2) = 3$ باشد، حاصل $\log_{81}(a+1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

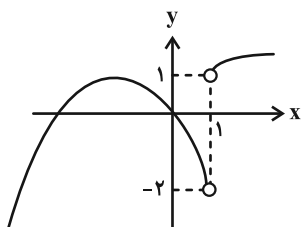
۷- اگر $\tan 10^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\cot 82^\circ + 2 \sin 51^\circ}{\tan 76^\circ + \cot 35^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{a-1}$ (۲) $-a+1$ (۳) $-a$ (۴) $a-1$

۸- حاصل عبارت $A = \frac{\sin 4x}{\cos 2x} - \frac{\cos 4x}{\sin 2x}$ به ازای $x = 18^\circ$ کدام است؟

- (۱) $2 \cot 72^\circ$ (۲) $2 \cot 18^\circ$ (۳) $\frac{1}{2} \cot 18^\circ$ (۴) $\frac{1}{2} \cot 72^\circ$

۹- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} ax - x^2 & ; x < 1 \\ \sqrt{x+b} - 1 & ; x > 1 \end{cases}$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $f(\frac{-2b}{a})$ کدام است؟



(۱) -۲

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۴) ۲

۱۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a[2-3x] & ; x < 1 \\ b & ; x = 1 \\ \frac{x^2-1}{|x^2-3x+2|} & ; 1 < x < 2 \end{cases}$ در $x=1$ پیوسته باشد، حاصل $b-2a$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) ۶



ریاضی ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۱۱- اعداد طبیعی فرد (به ترتیب و با شروع از ۱) را به طریقی دسته بندی کرده ایم که تعداد جملات در هر دسته برابر با شماره آن

دسته باشد. عدد وسط دسته بیست و یکم کدام است؟

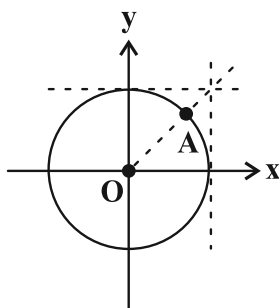
۴۴۳ (۴)

۴۴۱ (۳)

۴۳۹ (۲)

۴۳۷ (۱)

۱۲- در دایره مثلثاتی زیر، نقطه A را ۱۳۵° در جهت مثبت دوران می دهیم و آن را B می نامیم. محیط مثلث AOB کدام است؟



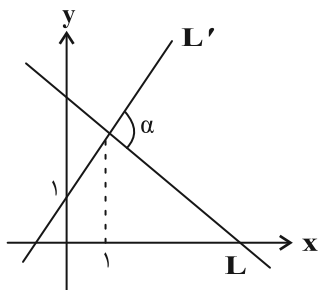
$2 + \sqrt{2}$ (۱)

$2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ (۲)

$\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ (۳)

$2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ (۴)

۱۳- دو خط $L: y + x = 3$ و L' مطابق شکل در صفحه قرار گرفته اند. زاویه α چند درجه است؟



۷۵ (۱)

۶۰ (۲)

۸۰ (۳)

۹۰ (۴)

۱۴- اگر $x = \sqrt[3]{9\sqrt[3]{16}\sqrt[3]{16}}$ باشد، مقدار x^2 کدام است؟

۳۶ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۴ (۱)

۱۵- خط $y = -3x + k$ و سهمی $y = 2x^2 + 5x + 6$ فقط یک نقطه برخورد دارند. مقدار k کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۶- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-2}{x+2} \geq \frac{x+a}{x}$ به صورت $(-\infty, b) - [-2, -\frac{2}{3})$ است. حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۷- توابع f و g با دامنه $\mathbb{R}$ به ترتیب همانی و ثابت هستند. اگر $\frac{2f(g(1)) - g(f(0))}{f(1) + 2g(-1)} = \frac{2}{5}$ باشد، $g(1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۸- مجموعه برد تابع $f = \{(2, 2m-1), (m^2-2, 1), (2, m^2-4), (-2m, 1)\}$ چند عضوی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- یک رمز از ۴ کاراکتر تشکیل شده است که شامل حروف الفبای کوچک انگلیسی و ارقام صفر تا ۹ می‌باشد. اگر در این رمز، امکان

کنار هم قرار دادن دو حرف یا دو رقم وجود نداشته باشد، چند رمز قابل تولید است؟

- (۱) ۶۷۶۰۰ (۲) ۷۸۴۰۰ (۳) ۸۶۴۰۰ (۴) ۱۳۵۲۰۰

۲۰- از مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، یک زیرمجموعه چهار عضوی انتخاب می‌کنیم. احتمال این که این زیرمجموعه شامل ۲ و ۳

باشد ولی شامل ۴ نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{21}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{5}{42}$

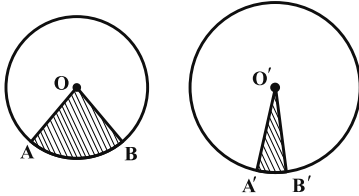
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: کل کتاب

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۲۱- در شکل زیر مساحت دو قطاع رنگی با هم برابر است. اگر $\widehat{AOB} = 90^\circ$ و $\widehat{A'O'B'} = 15^\circ$ باشد، طول کمان AB چند برابر

طول کمان $A'B'$ است؟ (O و O' مراکز دایره‌ها هستند).



(۱) $\frac{1}{6}$

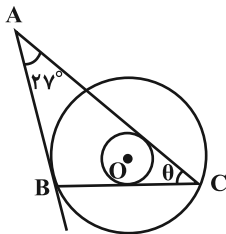
(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

(۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

۲۲- دو دایره هم‌مرکز مطابق شکل، مفروض‌اند. پاره‌خط‌های AC و BC بر دایره کوچک‌تر مماس‌اند و پاره‌خط AB در نقطه B بر

دایره بزرگ‌تر مماس می‌باشد. اندازه θ کدام است؟



(۱) 27°

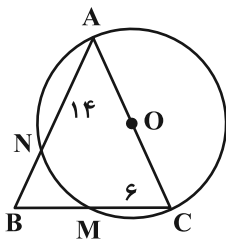
(۲) 36°

(۳) 42°

(۴) 54°

۲۳- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی‌الساقین بوده ($AB = AC$) و همچنین $AN = 14$ ، $MC = 6$ و O مرکز دایره است. اندازه

ساق مثلث ABC کدام است؟



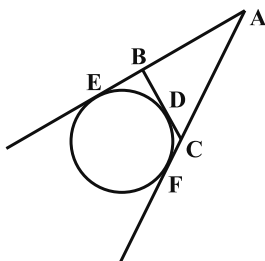
(۱) ۱۶

(۲) ۱۷

(۳) ۱۸

(۴) ۱۹

۲۴- در شکل مقابل، شعاع دایره کدام است؟ ($AC = 17, CD = 3, BD = 5$)



(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

محل انجام محاسبات

۲۵- خط d' تصویر خط d تحت تبدیل انتقال است به طوری که بردار انتقال با خط d زاویه 45° تشکیل داده و به طول ۲ واحد می باشد.

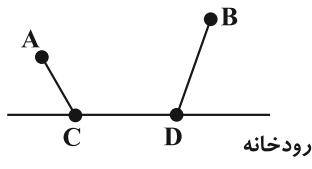
همچنین خط d'' تصویر خط d تحت دوران 180° حول نقطه ای مشخص روی خط d' است. فاصله دو خط d و d'' کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۲۶- دو شهر A و B مطابق شکل زیر به فاصله ۱۵ کیلومتر از یکدیگر در یک طرف رودخانه ای قرار دارند. می خواهیم از A به B

جاده ای بسازیم به طوری که ۴ کیلومتر آن کنار رودخانه باشد. اگر دو شهر A و B به ترتیب ۳ و ۱۲ کیلومتر از رودخانه فاصله

داشته باشند، طول کوتاه ترین جاده ممکن کدام است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۱۹

(۳) ۲۰

(۴) ۲۱

۲۷- در مثلث متساوی الاضلاع ABC به طول ضلع ۱۶ واحد، نقطه D روی ضلع BC به فاصله ۱۴ واحد از رأس A قرار دارد.

مساحت مثلث ADB چند برابر مساحت مثلث ADC است؟ ($CD < BD$)

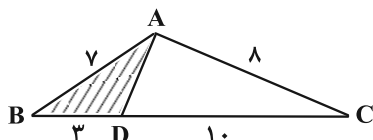
- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۸- در مثلث ABC، ضلع $BC = 6$ و میانه $AM = 12$ است. اگر نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC، دو ضلع AB و AC را

به ترتیب در نقاط P و Q قطع کنند، آنگاه مقدار $MP^2 + MQ^2$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) $23/04$ (۳) $20/25$ (۴) ۱۶

۲۹- با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث ABD کدام است؟



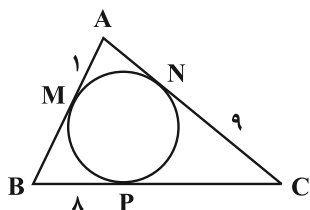
(۱) $\frac{42\sqrt{3}}{13}$

(۲) $\frac{63\sqrt{3}}{13}$

(۳) $\frac{42\sqrt{2}}{13}$

(۴) $\frac{63\sqrt{2}}{13}$

۳۰- در شکل مقابل، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

هندسه ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۳۱- B و C دو نقطه ثابت و به فاصله ۶ واحد از یکدیگر، در یک صفحه قرار دارند. با جابه جایی نقطه A در صفحه، کمترین فاصله

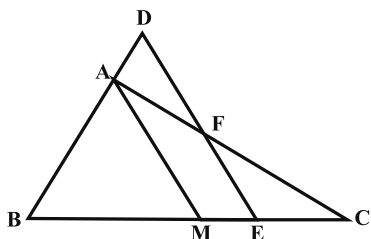
نقطه تلاقی عمودمنصفهای اضلاع مثلث ABC، از رأس A چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $2\sqrt{3}$

۳۲- چند مثلث متساوی الساقین با طول اضلاع صحیح و محیط ۱۲ واحد می توان رسم کرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۳- در مثلث ABC مطابق شکل، AM میانه ضلع BC و $DE \parallel AM$ است. اگر DE ضلع AC را در F قطع کند به طوری که $\frac{EF}{AM} = \frac{4}{5}$



باشد، آن گاه نسبت $\frac{DE}{AM}$ کدام است؟

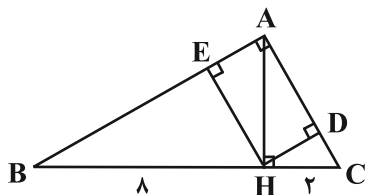
- (۱) $1/8$ (۲) $1/6$ (۳) $1/4$ (۴) $1/2$

۳۴- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، از نقطه M وسط AC، عمود MH را بر وتر BC رسم می کنیم. اگر اندازه های AB

و MH به ترتیب برابر ۳ و $\sqrt{2}$ باشند، اندازه ضلع AC برابر کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) ۹ (۴) $9\sqrt{2}$

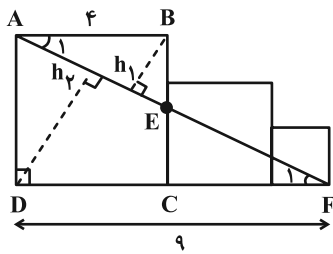
۳۵- در شکل زیر، اگر AH ارتفاع نظیر ضلع BC باشد، آنگاه مساحت مستطیل ADHE کدام است؟



- (۱) $9/6$ (۲) ۸ (۳) $7/2$ (۴) $6/4$

محل انجام محاسبات

۳۶- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۲، ۳ و ۴ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نسبت h_1 به h_2 چقدر است؟



(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{9}$

(۴) $\frac{1}{9}$

۳۷- در یک چندضلعی که تعداد قطرها و ضلع‌ها برابر است، مجموع اندازه زاویه‌های داخلی، چند درجه از مجموع اندازه زاویه‌های خارجی بیشتر است؟

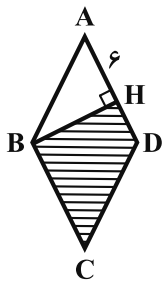
(۴) ۵۴۰

(۳) ۳۶۰

(۲) ۱۸۰

(۱) صفر

۳۸- طول ضلع لوزی ABCD برابر ۱۰ واحد است. اگر ارتفاع وارد بر ضلع AD و $AH = 6$ باشد، آنگاه مساحت ناحیه



هاشورخورده کدام است؟

(۱) ۸۰

(۲) ۷۲

(۳) ۵۶

(۴) ۴۸

۳۹- دو خط متقاطع d و d' با صفحه P متقاطع هستند. چند صفحه یافت می‌شود که این دو خط را قطع کند و با صفحه P موازی باشد؟

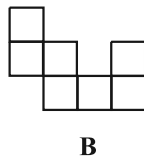
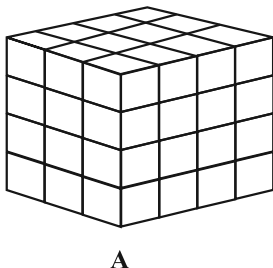
(۴) هیچ

(۳) دو

(۲) یک

(۱) بی‌شمار

۴۰- تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شوند تا نمای بالای شکل A به صورت شکل B باشد، کدام است؟



(۱) ۲۷

(۲) ۲۱

(۳) ۱۸

(۴) ۱۲

آمار و احتمال: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۴۱- نقیض گزاره $\neg p \Rightarrow (p \wedge q)$ هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟ (T گزاره همواره درست و F گزاره همواره نادرست است.)

(۱) T (۲) $\neg q$ (۳) q (۴) F

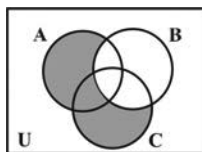
۴۲- اگر دامنه متغیر گزاره‌نماهای زیر مجموعه اعداد حسابی باشد، مجموعه جواب کدام گزاره‌نما تهی است؟

(۱) $2^n < n^2$ (۲) $n^2 < 9n - 20$ (۳) $n! < 2^n$ (۴) $2n^2 < 5 - 3n$

۴۳- اگر $A = \{\{1, \{2\}\}, \{1, 2\}, \emptyset\}$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

(۱) $\{1, \{2\}\} \in A$ (۲) $\emptyset \in A$ (۳) $\{1, \{2\}\} \subseteq A$ (۴) $\emptyset \subseteq A$

۴۴- در شکل مقابل قسمت هاشورخورده کدام است؟



(۱) $(A - B) \cap (C - B)$

(۲) $(A - B) - C$

(۳) $A \cup (C - B)$

(۴) $(A \cup C) - B$

۴۵- یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد. ۳۸ درصد از مشتریان کارت نوع A و ۴۸ درصد مشتریان کارت نوع

B را همراه دارند. اگر ۳۲ درصد مشتریان فقط یکی از این دو نوع کارت را همراه داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان

فقط با در اختیار داشتن کارت B از این فروشگاه خرید کنند؟

(۱) ۰/۱۹ (۲) ۰/۲۱ (۳) ۰/۲۴ (۴) ۰/۲۶



۴۶- در کیسه‌ای ۵ کارت با شماره‌های ۴، ۵، ۶، ۸ و ۹ وجود دارد. از این کیسه ۳ کارت به‌طور متوالی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم.

اگر بدانیم که یکی از کارت‌های خارج شده شماره ۶ است، با کدام احتمال مجموع سه عدد ظاهر شده برابر با ۱۹ می‌باشد؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۴۷- برای دو پیشامد مستقل از هم A و B ، اگر $P(B-A) = 0/2$ و $P(A' \cap B') = 0/3$ باشند، حاصل $P(A-B)$ کدام است؟

- (۱) $0/1$ (۲) $0/2$ (۳) $0/3$ (۴) $0/4$

۴۸- داده‌های آماری جدول زیر را روی نمودار دایره‌ای نشان داده‌ایم. اگر بزرگ‌ترین زاویه مرکزی این نمودار 144° باشد، آنگاه

داده	۱	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۶	$2x-3$	۲	$2x+1$	۱

اختلاف فراوانی‌های نسبی داده‌های ۳ و ۵ کدام است؟

- (۱) $0/1$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $0/2$ (۴) $\frac{2}{15}$

۴۹- ۳۰ داده آماری با انحراف معیار ۴ داریم. چند داده مساوی با میانگین باید به آنها اضافه کنیم تا واریانس کل داده‌ها برابر ۱۰ شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۱۸

۵۰- انحراف معیار یک جامعه برابر ۱۶ است. حداقل اندازه نمونه انتخابی از این جامعه چقدر باشد تا انحراف معیار برآورد میانگین از ۸

بیش‌تر نشود؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۳۶ (۴) ۶۴



فیزیک ۲: کل کتاب

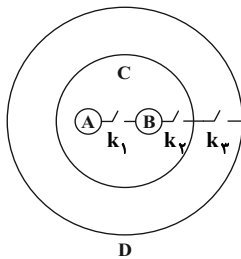
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۵۱- مطابق شکل زیر، دو کره رسانا، مشابه و دارای بارهای الکتریکی $q_A = -2\mu C$ و $q_B = 6\mu C$ درون پوسته‌های رسانای C و D و

قرار دارند. ابتدا کلید k_1 را بسته و باز کرده، سپس کلید k_2 را بسته و باز می‌کنیم و در نهایت کلید k_3 را بسته و باز می‌کنیم.

به ترتیب از راست به چپ بار کره A و پوسته خارجی C چند میکروکولن می‌شود؟



(۱) ۲، ۲

(۲) صفر، ۲

(۳) ۲، صفر

(۴) صفر، صفر

۵۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

(الف) بار اضافی داده شده به رسانا، روی سطح داخلی رسانا توزیع نمی‌شود.

(ب) در میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

(پ) استفاده از دی‌الکتریک قطبی بین صفحه‌های خازن باعث افزایش ظرفیت خازن و استفاده از دی‌الکتریک غیرقطبی بین صفحه‌های خازن،

سبب کاهش ظرفیت خازن می‌شود.

(ت) تولیدمثل برخی از گل‌ها به زنبورهای عسل وابسته است. گرده‌ها به واسطه میدان الکتریکی، از یک گل به زنبور و از زنبور به گل دیگر

منتقل می‌شوند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۳- دو صفحه رسانای موازی به اختلاف پتانسیل $2500V$ متصل هستند. ذره‌ای به جرم $3/2 \times 10^{-27} kg$ و بار $1/6 \times 10^{-19} C$ را بین دو

صفحه از مجاورت صفحه مثبت رها می‌کنیم. این ذره با تندی چند متر بر ثانیه به مجاورت صفحه منفی می‌رسد؟ (از اتلاف

انرژی و وزن ذره صرف‌نظر شود.)

(۴) 5×10^5

(۳) 5×10^6

(۲) $2/5 \times 10^5$

(۱) $2/5 \times 10^6$

۵۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) مقاومت جسم در دمای ثابت، به مجذور طول، مساحت مقطع و جنس آن بستگی دارد.

ب) دیود را اغلب به عنوان یکسوکننده جریان در نظر می‌گیرند و آن را با نماد $\rightarrow|$ در مدارهای الکتریکی نشان می‌دهند.

پ) ترمیستور نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد.

ت) از LEDها برخلاف LDRها می‌توان در تجهیزات چشم الکترونیکی استفاده کرد.

ث) یک رئوستا از سیمی با مقاومت ویژه نسبتاً زیاد ساخته شده است.

۵ (۴)

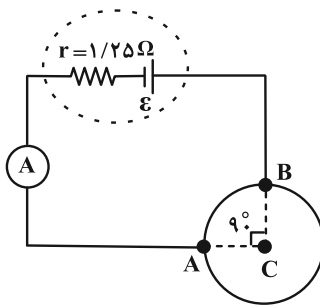
۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۵۵- سیمی همگن به مقاومت 36Ω را به شکل حلقه درآورده و سپس آن را مطابق شکل زیر، بین دو نقطه A و B در مدار قرار

می‌دهیم. اگر آمپرسنج آرمانی عدد $2A$ را نشان دهد، نیروی محرکه باتری ($\mathcal{E}$) چند ولت است؟



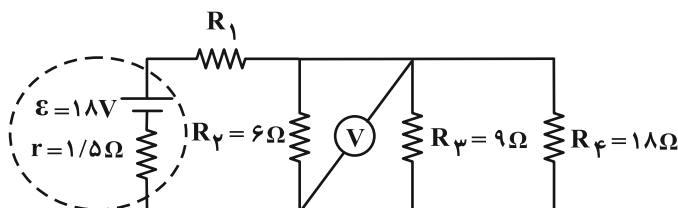
۳۲ (۱)

۳۶ (۲)

۱۶ (۳)

۷۲ (۴)

۵۶- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی در مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر باشد، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



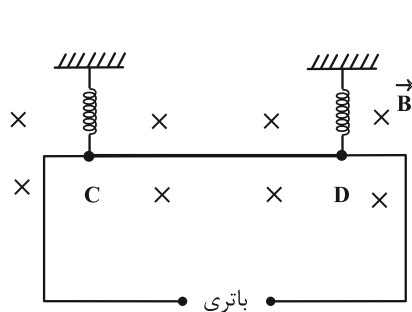
۹ (۱)

۱۸ (۲)

۶ (۳)

۴/۵ (۴)

۵۷- مطابق شکل زیر، میله CD به جرم 60g و طول 120cm به دو فنر مشابه آویخته شده است و در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی 5000G به صورت افقی قرار دارد. با فرض اینکه مقاومت مدار 5Ω باشد، کدام باتری و با چه ولتاژی بر حسب ولت را



در مدار قرار دهیم تا از طرف میله بر فنرها نیرویی وارد نشود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

(۱) A، $5/0$

(۲) A، 5

(۳) B، $5/0$

(۴) B، 5

۵۸- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مواد پارامغناطیسی در حضور میدانهای مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی قوی و دائمی پیدا می کند.

(۲) در میدان مغناطیسی، فولاد دارای خاصیت مغناطیسی موقت می گردد.

(۳) دوقطبیهای سرب و بیسموت در میدان مغناطیسی خارجی قوی، در خلاف سوی میدان خارجی قرار می گیرند.

(۴) مس و نقره جزء مواد فرومغناطیسی اند.

۵۹- حلقه های رسانا با مساحت 0.01m^2 ، عمود بر خطهای میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 4T قرار دارد. اگر در مدت 2ms

حلقه در شرایطی قرار گیرد که خطوط میدان با سطح حلقه زاویه 30° درجه بسازد، اندازه نیروی محرکه القایی متوسط ایجاد

شده در حلقه طی این مدت چند ولت است؟

(۴) 10

(۳) 0.1

(۲) 30

(۱) 0.03

۶۰- نمودار تغییرات جریان متناوب عبوری از یک حلقه به مقاومت 8Ω ، بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اندازه نیروی محرکه

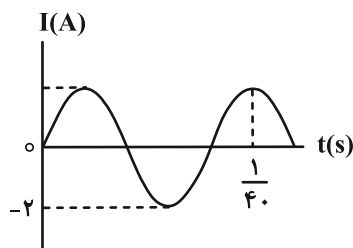
القایی در لحظه $t = \frac{1}{40}\text{s}$ چند ولت است؟

(۱) $8\sqrt{3}$

(۲) 16

(۳) $16\sqrt{2}$

(۴) 8



فیزیک ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۶۱- فاصله منظومه شمسی تا نزدیک ترین ستاره $4 \times 10^{16} \text{ m}$ است. این فاصله بر حسب یکای نجومی (AU) چقدر است؟ (میانگین

فاصله زمین تا خورشید $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ است.)

- (۱) 3×10^3 (۲) 3×10^6 (۳) $\frac{1}{3} \times 10^3$ (۴) $\frac{1}{3} \times 10^6$

۶۲- نسبت چگالی ماده A به چگالی ماده B برابر با ۲ است. اگر قطر گلوله توپر ساخته شده از ماده B نصف قطر گلوله توپر ساخته شده

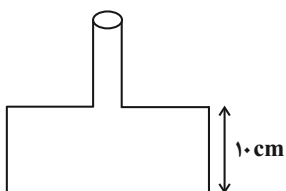
از ماده A و اختلاف جرم دو گلوله 30 g باشد، جرم گلوله ای که از ماده B ساخته شده است، چند گرم است؟ (دما ثابت است.)

- (۱) $\frac{300}{7}$ (۲) ۲۰ (۳) $\frac{150}{8}$ (۴) ۱۰۰

۶۳- در شکل زیر، اگر ۳۶ لیتر مایع درون ظرف بریزیم، اندازه نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع، 2700 N می شود. اگر قطر سطح

مقطع دایره ای شکل پایین ظرف 60 cm و مساحت سطح مقطع بالای آن 300 cm^2 باشد، چگالی مایع درون ظرف چند

کیلوگرم بر متر مکعب است؟ ($\pi = 3, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و ارتفاع ظرف به اندازه کافی بلند است.)



(۱) ۲۰۰۰

(۲) ۴۰۰۰

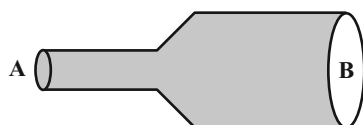
(۳) ۲۵۰۰

(۴) ۳۰۰۰

۶۴- در شکل زیر، شعاع مقطع A، $\frac{1}{3}$ برابر شعاع مقطع B است. اگر در هر دقیقه ۱۰ لیتر آب با تندی $4/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از مقطع A وارد لوله

شود، به ترتیب از راست به چپ، در هر دقیقه چند لیتر آب و با چه تندی بر حسب متر بر ثانیه از مقطع B خارج می شود؟

(جریان آب پایا و به صورت لایه ای است.)



(۲) ۱۰ و ۵/۵

(۱) ۱۰ و ۱

(۴) ۲۰ و ۵/۵

(۳) ۲۰ و ۱

۶۵- وقتی کار نیروی خالص وارد بر جسمی در یک مسیر صفر باشد، چند مورد از موارد زیر در مورد این جسم الزاماً صحیح است؟

(الف) سرعت جسم ثابت است.

(ب) تغییر انرژی جنبشی جسم صفر است.

(پ) نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

(ت) تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم صفر است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۶- پمپ آبی با توان ورودی 10 kW ، در هر دقیقه 1200 L آب ساکن را از چاهی در عمق 30 متری سطح زمین بالا می‌کشد. اگر

تندی آب در سطح زمین برابر با $36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ باشد، بازده این پمپ چند درصد است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۳۵ (۴) ۸۰

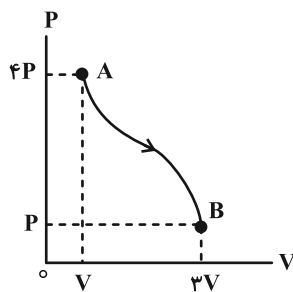
۶۷- ضریب انبساط طولی صفحهای فلزی $5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ است. اگر دمای این صفحه را 540°F افزایش دهیم، مساحت سطح آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۰/۱ (۴) ۰/۳

۶۸- در ظرفی عایق، 200 g آب با دمای 30°C وجود دارد. m گرم از آب داخل ظرف را برمی‌داریم و m گرم آب با دمای 60°C به آن اضافه می‌کنیم. پس از رسیدن به تعادل گرمایی، دمای تعادل 40°C می‌شود. مجدداً m گرم از آب درون ظرف را برمی‌داریم و m گرم آب با دمای 70°C به آن اضافه می‌کنیم. در این حالت، پس از رسیدن آب به تعادل گرمایی، دمای آب داخل ظرف چند درجهٔ سلسیوس خواهد شد؟ (ظرفیت گرمایی ظرف و اتلاف انرژی ناچیز است.)

- (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۵۵ (۴) ۶۰

۶۹- مطابق شکل زیر، مقداری گاز کامل فرایند AB را طی می‌کند. در این فرایند (W) کار محیط روی دستگاه و ΔU

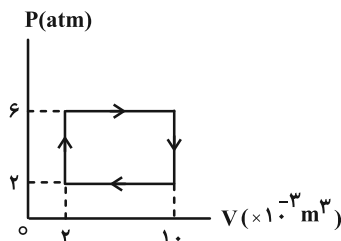


تغییرات انرژی درونی گاز است.)

- (۱) $W > 0$ ، $\Delta U > 0$
(۲) $W < 0$ ، $\Delta U > 0$
(۳) $W > 0$ ، $\Delta U < 0$
(۴) $W < 0$ ، $\Delta U < 0$

۷۰- چرخهٔ زیر مربوط به یک ماشین گرمایی است. اگر این ماشین در هر چرخه $6/4 \text{ kJ}$ گرما دریافت کند و در هر دقیقه 30 چرخه را

طی کند، به ترتیب از راست به چپ، بازده این ماشین چند درصد و توان خروجی آن چند کیلووات است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$)



- (۱) ۱۶ ، ۵۰
(۲) ۱/۶ ، ۲۵
(۳) ۱/۶ ، ۵۰
(۴) ۱۶ ، ۲۵



شیمی ۲: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۷۱- در مورد عناصر دوره سوم از Na تا Cl کدام عبارت نادرست است؟

(۱) با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

(۲) تعداد لایه‌ها ثابت است ولی تعداد الکترون‌های ظرفیت افزایش می‌یابد.

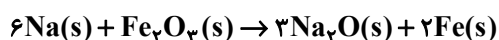
(۳) اختلاف شعاع اتمی Mg و Na کمتر از اختلاف شعاع اتمی Cl و S می‌باشد.

(۴) Cl برخلاف Na ، دارای کمترین شعاع اتمی و بیشترین خصلت نافلزی در میان عناصر دوره سوم است.

۷۲- اگر فلز سدیم حاصل از تجزیه ۷۸ گرم NaN_3 ناخالص در واکنش با مقدار کافی Fe_2O_3 منجر به تولید ۲/۲۴ گرم آهن شود،

درصد خلوص NaN_3 کدام است؟ (بازده درصدی هر دو واکنش را ۵۰٪ در نظر بگیرید و ناخالصی در واکنش شرکت نمی‌کند.)

$$(N = 14, O = 16, Na = 23, Fe = 56 : g.mol^{-1})$$



(۴) ۸۰

(۳) ۶۰

(۲) ۴۰

(۱) ۲۰

۷۳- تعداد اتم‌های کربن در با تعداد اتم‌های هیدروژن در برابر است.

(۲) سیکلوهگزان - هگزان

(۱) نفتالن - پنتان

(۴) سیکلوهگزان - بنزن

(۳) نفتالن - دکان

۷۴- نسبت شمار پیوندهای کربن-کربن در ۲، ۲، ۴- تری متیل اوکتان به شمار پیوندهای کربن-هیدروژن در آن کدام است؟

(۴) $\frac{10}{20}$

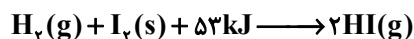
(۳) $\frac{10}{24}$

(۲) $\frac{9}{20}$

(۱) $\frac{9}{22}$

۷۵- با توجه به واکنش‌های زیر، با مصرف ۱۰۱/۶ گرم $I_2(g)$ در واکنش $H_2(g) + I_2(g) \rightarrow 2HI(g)$ ، چند ژول گرما مبادله

خواهد شد؟ ($I = 127 g.mol^{-1}$)



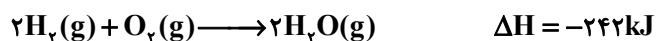
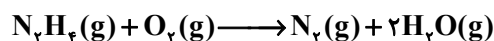
(۴) -۲۳۱۰

(۳) -۳۸۰۰

(۲) +۲۳۱۰

(۱) +۳۸۰۰

۷۶- با گرمای حاصل از تولید ۱۵۰ لیتر گاز نیتروژن مطابق واکنش زیر، به تقریب چند کیلوگرم آب 20°C را می‌توان به نقطه جوش رساند؟ ($c_{\text{H}_2\text{O}} = 4 / 2 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ ، حجم مولی گازها $= 25 \text{ L.mol}^{-1}$)



(۴) ۹

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) ۶

۷۷- در واکنش فلز آلومینیم با ۲ لیتر محلول هیدروکلریک اسید در مدت ۲ دقیقه، ۲۸ لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید شده است. سرعت متوسط مصرف HCl در این مدت، به تقریب چند مول بر لیتر بر ثانیه است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود).
واکنش موازنه شود: $\text{Al}(\text{s}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{AlCl}_3(\text{aq}) + \text{H}_2(\text{g})$

(۴) $1/04 \times 10^{-2}$

(۳) $2/08 \times 10^{-2}$

(۲) $4/16 \times 10^{-2}$

(۱) $8/32 \times 10^{-2}$

۷۸- با توجه به واکنش $4\text{KNO}_3(\text{s}) \longrightarrow 2\text{K}_2\text{O}(\text{s}) + 5\text{O}_2(\text{g}) + 2\text{N}_2(\text{g})$ کدام گزینه درست است؟ (سرعت‌ها در بازه زمانی یکسان بررسی شده‌اند).

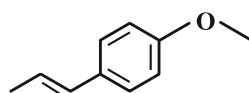
$$\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\Delta n(\text{KNO}_3)}{4\Delta t} \quad (۲)$$

$$\bar{R}_{(\text{K}_2\text{O})} = \frac{5}{4} \bar{R}_{(\text{O}_2)} \quad (۱)$$

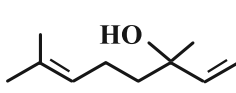
$$-\frac{\bar{R}_{(\text{KNO}_3)}}{\text{ضریب استوکیومتری KNO}_3} = \frac{\bar{R}_{(\text{O}_2)}}{\text{ضریب استوکیومتری O}_2} \quad (۴)$$

$$2\bar{R}_{(\text{O}_2)} = 5\bar{R}_{(\text{N}_2)} \quad (۳)$$

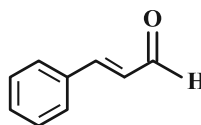
۷۹- با توجه به ساختارهای داده شده، کدام گزینه درست است؟



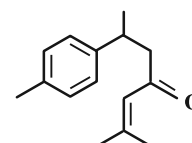
(آ)



(ب)



(پ)



(ت)

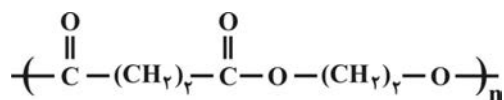
(۱) ترکیب (پ) در میخک وجود دارد.

(۲) تمامی ترکیبات داده شده آروماتیک هستند.

(۳) ساختار (آ) متعلق به ترکیبی از خانواده استرها است.

(۴) نسبت شمار الکترون‌های پیوندی به شمار الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب (ت) برابر ۲۰/۵ است.

۸۰- مجموع جرم مولی الکل و اسید سازنده پلی‌استر مقابل چند گرم بر مول می‌باشد؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۱۸۰

(۲) ۶۲

(۳) ۵۶

(۴) ۱۱۲



شیمی ۱: کل کتاب

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۸۱- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) رادیو ایزوتوپ فسفر در ایران تولید می شود.

(ب) توده های سرطانی با تزریق گلوکز حاوی اتم پرتوزا، تشخیص و درمان می شوند.

(پ) غده تیروئید می تواند همزمان یون یدید و یونی را که حاوی $^{99}_{43}\text{Tc}$ است، جذب کند.

(ت) اورانیم شناخته شده ترین فلز پرتوزایی است که همه ایزوتوپ های آن، به عنوان سوخت در راکتور اتمی به کار می رود.

(۱) الف، ب (۲) الف، پ (۳) پ، ت (۴) ب، ت

۸۲- کدام گزینه درست است؟

(۱) نور نیلی نسبت به نور سبز پر انرژی تر است.

(۲) پرتوهای گاما بلندترین طول موج را در میان امواج الکترومغناطیسی دارند.

(۳) میزان انحراف نور زرد پس از عبور از منشور، کمتر از نور قرمز است.

(۴) تجزیه نور خورشید با عبور از قطره های آب موجود در هوا، گستره ناپیوسته ای از رنگ ها را ایجاد می کند.

۸۳- در اتم عنصری از دوره چهارم، شمار الکترون های زیر لایه $l = 2$ با شمار الکترون های لایه چهارم برابر است. کدام گزینه درباره آن نادرست است؟

(۱) در گروه چهارم جدول دوره ای جای دارد.

(۲) آرایش الکترونی یون دو بار مثبت آن به $3d^2$ ختم می شود.

(۳) عنصری از دسته d بوده و شمار الکترون های ظرفیت آن برابر با ۴ است.

(۴) شمار الکترون های ظرفیت آن از شمار الکترون های ظرفیت اتم $^{31}_{15}\text{X}$ کمتر است.

۸۴- نام کدام ترکیب به درستی نوشته شده است؟

(۱) N_2O_5 : نیتروژن پنتا اکسید (۲) FeCl_3 : آهن کلرید

(۳) Na_2O : سدیم (II) اکسید (۴) NO : نیتروژن مونوکسید

۸۵- در ساختار لوویس کدام مولکول، اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی نمی باشد؟

(۱) SO_3 (۲) NOCl (۳) NF_3 (۴) SOF_2

۸۶- کدام مطلب درست است؟

(۱) اگر هوا کره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین افزایش می‌یافت.

(۲) گازهای گلخانه‌ای مانند CO_2 مانع از خروج کامل گرمای زمین می‌شوند.

(۳) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی توسط هوا کره بازتابیده شده و به فضا بر می‌گردد.

(۴) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده نور خورشید را به صورت تابش فرابنفش از دست می‌دهد.

۸۷- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، اگر $14/2$ لیتر گاز کلر تولید شده باشد، مقدار هیدروکلریک اسید مصرف شده چند گرم بوده

است؟ (چگالی گاز کلر را 3.0 g.L^{-1} در نظر بگیرید. $\text{Cl} = 35.5, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



۵/۷۴ (۴)

۱/۵۶ (۳)

۱۱/۶۸ (۲)

۱/۴۶ (۱)

۸۸- به تقریب از انحلال چند میلی گرم سدیم سولفات در ۱۰۰ گرم آب، غلظت یون سولفات در محلول حاصل برابر با $38/4 \text{ ppm}$

می‌گردد؟ ($d_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g.mL}^{-1}$ و $\text{Na} = 23, \text{S} = 32, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

۱۱/۳۶ (۴)

۵/۶۸ (۳)

۱/۹۲ (۲)

۲/۸۴ (۱)

۸۹- اگر معادله انحلال پذیری نمک‌های A و B به ترتیب $S_A = -0.3\theta + 70$ و $S_B = 1.4\theta + 36$ (S انحلال پذیری، θ دما بر حسب

درجه سلسیوس) باشد در چه دمایی ($^{\circ}\text{C}$) انحلال پذیری دو نمک یکسان می‌شود و اگر 322 گرم محلول سیر شده نمک A را از

دمای 80°C تا دمای 30°C سرد کنیم، چند گرم نمک در محلول رسوب می‌کند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

۰ ، ۳۱ (۴)

۳۰ ، ۳۱ (۳)

۰ ، ۲۰ (۲)

۳۰ ، ۲۰ (۱)

۹۰- همه گزینه‌های زیر صحیح هستند، به جز ...

(۱) در آب به دست آمده از روش تقطیر آلاینده‌ها حذف می‌شوند.

(۲) برای از بین بردن میکروب‌ها در تصفیه آب، می‌بایست از فرایند کلرزنی استفاده کرد.

(۳) در روش‌های اسمز معکوس و استفاده از صافی کربن، فلزهای سمی و نافلزها حذف می‌شوند.

(۴) در روش اسمز معکوس برخلاف روش تقطیر، ترکیب‌های آلی فرار حذف نمی‌شوند.



آزمون ۱۰ مهر ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه سؤال

دفترچه شماره ۲: اختیاری
تعداد کل سوالات: ۵۰ سوال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی (دقیقه)
اختیاری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۳
اختیاری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۲
اختیاری	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۳
اختیاری	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۲
اختیاری	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰
مجموع	۵۰	۹۱-۱۴۰	۶۰

پدیدآورندگان

نام طرحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلالی-میثم بهرامی جویا-شاهین پروازی-سعید جعفری-حامد چوقادی-حسین حاجیلو-عادل حسینی-افشین خاصه-خان طاهر دادستانی-یاسین سپهر-فرامرز سپهری-میلاد سجادی لاریجانی-علی سلامت-علی اصغر شریفی-سعید علم پور-حمید علیزاده مرتضی فهم علوی-سعید مدیر خراسانی-مهدی ملارمضانی-علیرضا نداف زاده-حمیدرضا نوش کاران-جهانبخش نیکنام	ریاضی پایه و حسابان ۲	
امیر حسین ابومحیوب-معصومه اکبری صحت-رضا پور حسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-خسرو خلعت بیری-محمد خندان سیدوحید ذوالفقاری-یاسین سپهر-سیدامیر ستوده-شروین سیاح نیا-سیدمصطفی سیدحسینی-علیرضا شریف خطیبی-محمدطاهر شجاعی-محمد صحت کار-رضا عباسی اصل-عزیزاله علی اصغری-فرشاد فرامرزی-مرتضی فهم علوی-کیان کریمی خراسانی-محمدابراهیم گیتی زاده-سینا محمدپور-محسن محمد کریمی-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-مختار منصوری-سروش موثینی-محمدعلی نادرپور-هومن نورائی-علی وزیری	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	
حسین الهی-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-علی برزگر-محمدعلی راست پیمان-بهنام رستمی-امیرمحمد عبدوی-مسعود قره خانی-عبداله قم زاده-مصطفی کیانی-علیرضا گونه حسین مخدومی-حسام نادری-شادمان ویسی	فیزیک	
جعفر بازوکی-محمد رضا پور جاوید-امیر حسین توحیدی-حمید ذبیحی-منصور سلیمانی ملکان-آروین شجاعی-ساجد شیری-آترین صبا مسعود طبر سا-مجتبی عبادی-محمد عظیمیان زواره-امیر قاسمی-فاضل قهرمانی فرد-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-مجتبی محجوب محمد حسن محمدزاده مقدم-سیدمحمد معروفی-سیدمحمد رضا میرقائمی-سیدرحیم هاشمی دهکردی	شیمی	

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحیوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحیوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرت زکامور زهره آقامحمدی	مجید جلیل ناغونی احسان پنجه شاهی آترین صبا ژیلوان محمدی پور
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا		سجاد بهارلویی	پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۳ دقیقه

حسابان ۲: فصل‌های ۱ و ۲: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

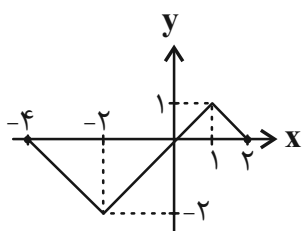
پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- اگر نمودار تابع $y = \sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده، سپس ۳ واحد در جهت مثبت محور y ها به بالا انتقال دهیم و با

ضریب ۲ در راستای افقی انبساط دهیم، نمودار حاصل با کدام طول، خط $y = 8$ را قطع می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) -۲

۹۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ چند نقطه مشترک با نمودار تابع $h(x) = f(-x)$ دارد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۹۳- اگر $f(x) = 2x + 5$ و $g(x)$ یک تابع اکیداً نزولی با دامنه $\mathbb{R}$ باشد که از مبدأ مختصات می‌گذرد، دامنه تابع $y = \sqrt{(g \circ f)(x)}$

کدام است؟

- (۱) $[-\frac{5}{3}, +\infty)$ (۲) $[-\infty, 0]$ (۳) $[-\infty, -\frac{5}{3}]$ (۴) $[0, +\infty)$

۹۴- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ -1 & x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = x^3 - 1$ باشد، کدام گزینه در مورد یکنوایی تابع $f \circ g^{-1}$ درست است؟

(۱) روی $\mathbb{R} - \{1\}$ غیر یکنواست. (۲) روی $\mathbb{R} - \{0\}$ یکنواست.

(۳) روی $\mathbb{R} - \{0\}$ هم صعودی و هم نزولی است. (۴) روی $\mathbb{R} - \{1\}$ اکیداً یکنواست.

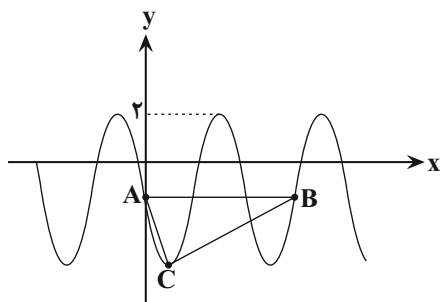
۹۵- اگر چند جمله‌ای $ax^3 - bx^2 + ax + 6$ بر $(x+1)$ و $(x-2)$ بخش‌پذیر باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) -۴ (۴) -۵

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۹۶- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(bx) - 1$ می باشد. اگر مساحت مثلث ABC برابر با $\frac{9\pi}{4}$ باشد، کمترین مقدار $a + b$



کدام است؟ (A و B هم عرض هستند).

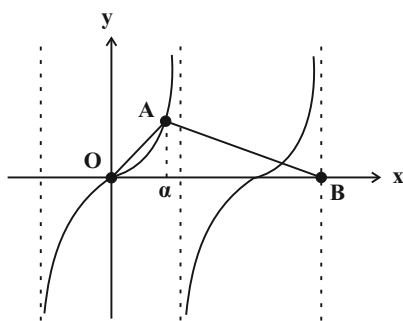
(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) -۲

(۴) -۳

۹۷- شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = \tan 2x$ می باشد. اگر مساحت مثلث AOB برابر $\frac{3\sqrt{3}\pi}{8}$ باشد، مقدار $f\left(\frac{11}{2}\alpha\right)$ کدام است؟



(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $-\sqrt{3}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۴) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

۹۸- تعداد جواب های معادله $\Delta \cos^2 \theta + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 1 = 0$ در بازه $\left[0, \frac{5\pi}{2}\right]$ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

۹۹- اختلاف بزرگترین و کوچکترین جواب های معادله $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ که در بازه $\left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ واقع هستند، برابر با α است. حاصل

$\tan \alpha$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۱) $-\sqrt{3}$

۱۰۰- اگر $\alpha + \frac{\beta}{2} = \frac{\pi}{8}$ و $\tan 2\alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan 2\beta$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۱) $\frac{3}{5}$

وقت پیشنهادی: ۱۲ دقیقه

هندسه ۳: فصل ۱: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر $A = [a_{ij}]$ با تعریف $a_{ij} = \begin{cases} j-i & ; i < j \\ i+j & ; i \geq j \end{cases}$ مفروض باشد، آنگاه مجموع درایه‌های بالای قطر فرعی چند برابر مجموع

درایه‌های بالای قطر اصلی آن است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۱۰۲- اگر $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 3 & 1 & -1 \\ d & e & f \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a+b+e$ کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۱ (۱)

۱۰۳- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 3 & & & \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 24 & 8 & 4 & \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس C^2 کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۸ (۳)

۲۰ (۲)

۲۴ (۱)

۱۰۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به‌ازای کدام مجموعه مقادیر حقیقی λ ، ماتریس $I - \lambda A$ وارون‌پذیر است؟

$\emptyset$ (۴)

$\mathbb{R}$ (۳)

$\mathbb{R} - \{1\}$ (۲)

$\{1\}$ (۱)

۱۰۵- اگر دو ماتریس A و $(I - A)$ وارون هم باشند، ماتریس A^4 برابر کدام است؟

$-I$ (۴)

I (۳)

$-A$ (۲)

A (۱)

مشابه سؤال‌هایی که با آیگون مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- در رابطه ماتریسی $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، سطر اول ماتریس A کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 12 & -17 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -21 & 30 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -17 & 30 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 12 & -21 \end{bmatrix}$

۱۰۷- به ازای چند مقدار m، دستگاه معادلات $\begin{cases} (2m+1)x - my = 1 \\ -7mx + (m+6)y = -m \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۰۸- اگر $m = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$ کدام است؟ $(a, b, c \neq 0)$

- (۱) a (۲) $\frac{m}{abc}$ (۳) mabc (۴) $m + a + b + c$

۱۰۹- اگر $A = \begin{bmatrix} |A|^2 & |A| \\ 3 & 4|A| \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع مقادیر |A| کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

۱۱۰- به ازای مقادیر حقیقی و دلخواه a، b و c، معادله $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ a-x & 0 & x-c \\ b-x & c-x & 0 \end{vmatrix} = 0$ دارای چند جواب حقیقی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توان به صورت قضیه دوطرفه نوشت؟ $(a, k \in \mathbb{R})$

(۱) اگر $a + \frac{1}{a} \geq 2$ باشد، آنگاه $a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$ است. اگر $a > 0$ باشد، آنگاه $a \neq -1$ است.

(۳) اگر α و β دو عدد گنگ باشند، آنگاه $\alpha - \beta$ گویاست. اگر $k^2 > k^3$ باشد، آنگاه $k > 1$ است.

۱۱۲- در اثبات درستی رابطه $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$ به کمک اثبات به روش بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟ (a و b دو عدد حقیقی مثبت هستند).

(۱) $(a+b)^2 \geq 0$ (۲) $(a-b)^2 \geq 0$ (۳) $(a-2b)^2 \geq 0$ (۴) $(2a-b)^2 \geq 0$

۱۱۳- کدام یک از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟ $(a, b, c \in \mathbb{Z})$

(۱) اگر $a | b + c$ ، آنگاه $a | b$ یا $a | c$ (۲) اگر $a | b + c$ ، آنگاه $a | b$ یا $a | c$

(۳) اگر $a | bc$ ، آنگاه $a | b$ یا $a | c$ (۴) اگر $a | bc$ ، آنگاه $a | b$ و $a | c$

۱۱۴- در تقسیم عدد طبیعی a بر ۲۳، باقی‌مانده ۷ برابر خارج قسمت است. مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار طبیعی a کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۱۵- به ازای چند مقدار a، تساوی $a = (2a, 27)$ برقرار است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۶- هرگاه دو عدد $4a - 1$ و $8a - 5$ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۱ قرار داشته باشند، باقی‌مانده تقسیم $2 - 3a + a^2$ بر ۱۱ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۱۷- باقیمانده تقسیم 5^{212} بر عدد ۳۱ چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۷ (۳) ۲۱ (۴) ۲۵

۱۱۸- اگر $4yx^0 \equiv 0^{99}$ باشد، آنگاه $x^2 + y$ کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۵ (۳) ۱۳ (۴) ۸۵

۱۱۹- از رابطه هم‌نهشتی $24x \equiv 42y$ ، کدام گزینه نتیجه نمی‌شود؟

(۱) $x \equiv 3y$ (۲) $2x \equiv y$ (۳) $3x \equiv 2y$ (۴) $4x \equiv 7y$

۱۲۰- معادله $5x + 10y + n = n^2$ ، به ازای چند مقدار مختلف n از مجموعه $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$ در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۵۰ (۳) ۴۰ (۴) ۳۰

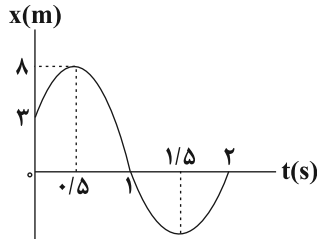
مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

وقت پیشنهادی: ۱۲ دقیقه

فیزیک ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای نیروی کشش طناب): صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق با شکل زیر است. در ۲ ثانیه اول حرکت، جهت حرکت متحرک بار تغییر کرده است و در بازه زمانی سرعت متوسط متحرک در خلاف جهت محور x است.



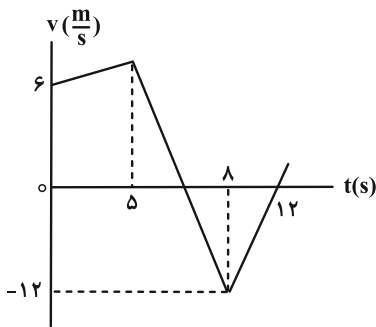
(۱) ۲ ، $t_1 = 0.5s$ تا $t_2 = 1.5s$

(۲) ۲ ، $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 2s$

(۳) ۳ ، $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 2s$

(۴) ۳ ، $t_1 = 0.5s$ تا $t_2 = 1.5s$

۱۲۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای سومین بار تندی متحرک $\frac{1}{4}$ تندی اولیه آن می‌شود، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



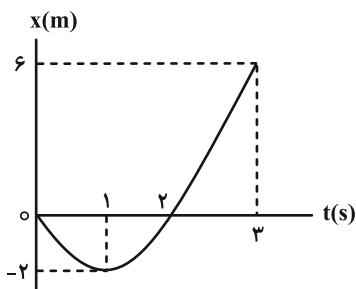
(۱) $\frac{11}{9}$

(۲) $\frac{9}{11}$

(۳) $\frac{3}{11}$

(۴) $\frac{11}{3}$

۱۲۳- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است. معادله مکان - زمان



این متحرک در SI کدام است؟

(۱) $x = t^2 - 2t$

(۲) $x = 2t^2 - 4t$

(۳) $x = 2t^2 - 2t$

(۴) $x = 2t^2 - 4$

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.



۱۲۴- متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیمی در حال حرکت است، در مبدأ زمان با تندی $2 \frac{m}{s}$ در جهت مثبت از مبدأ مکان

عبور می کند. اگر اندازه جابه جایی متحرک در ۶ ثانیه ابتدایی حرکت برابر با ۴۸ متر باشد، بزرگی جابه جایی آن در ثانیه هفتم

حرکت چند متر خواهد بود؟

۱۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

۱۲۵- گلوله ای را از بالای ساختمانی رها می کنیم و گلوله پس از ۴ ثانیه به زمین می رسد. تندی گلوله در نیمه راه و ارتفاع این ساختمان

به ترتیب از راست به چپ کدام اند؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۴۰ m ، $20\sqrt{2} \frac{m}{s}$ (۴)

۸۰ m ، $20\sqrt{2} \frac{m}{s}$ (۳)

۴۰ m ، $20 \frac{m}{s}$ (۲)

۸۰ m ، $20 \frac{m}{s}$ (۱)

۱۲۶- جسمی تحت اثر سه نیروی $\vec{F}_1 = -0.9\vec{i} - 0.1\vec{j}$ ، $\vec{F}_2 = -1.1\vec{i} + 0.5\vec{j}$ و $\vec{F}_3 = 3.2\vec{i} - 2\vec{j}$ دارای شتاب $\vec{a} = 0.3\vec{i} - 0.4\vec{j}$

شده است. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟ (اندازه ها در SI می باشند.)

۰/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۲۷- گلوله ای به جرم m به صورت عمودی رو به بالا پرتاب می شود. اگر نیروی مقاومت هوا در طول حرکت ثابت فرض شود و اندازه

شتاب گلوله را در مسیر رفت a_1 ، در نقطه اوج a_2 و در مسیر برگشت a_3 بنامیم، کدام مقایسه صحیح است؟

$a_1 = a_3 < a_2$ (۴)

$a_1 = a_3 > a_2$ (۳)

$a_1 > a_2 > a_3$ (۲)

$a_1 = a_2 = a_3$ (۱)

۱۲۸- شخصی به جرم m درون آسانسوری ایستاده است. زمانی که آسانسور با شتابی به بزرگی $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده بالا می‌رود، اندازه

نیروی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند، برابر با F_{N_1} و زمانی که آسانسور با شتابی به بزرگی $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$ به صورت کندشونده بالا

می‌رود، اندازه نیرویی که کف آسانسور بر شخص وارد می‌کند، برابر با F_{N_2} است. حاصل $\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}}$ کدام است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

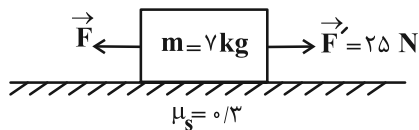
(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{9}{8}$

(۱) ۱

۱۲۹- در شکل زیر، کمینه و بیشینه اندازه نیروی $\vec{F}$ به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون باشد تا جسم m بر روی سطح افقی نلغزد؟



$(g = 10 \frac{N}{kg})$

(۲) ۴۶ ، ۴

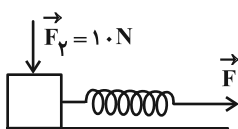
(۱) ۴۶ ، ۲۱

(۴) ۲۵ ، ۲۱

(۳) ۲۵ ، ۴

۱۳۰- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 4 kg توسط فنری با جرم ناچیز با سرعت ثابت روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر ضریب

اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح 0.3 و ثابت فنر $10 \frac{N}{cm}$ باشد، طول فنر چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



(۱) $1/2$

(۲) ۵

(۳) $1/5$

(۴) $0/5$



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲ (تا انتهای جاری شدن انرژی یا سفر الکترون): صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- «مولکول‌های صابون به کمک سر خود در آب حل شده و با بخش با مولکول‌های چربی جاذبه برقرار

می‌کنند؛ بنابراین صابون ماده‌ای است که».

(۱) آب گریز - آب دوست - هم در چربی‌ها و هم در آب محلول همگن تشکیل می‌دهد.

(۲) آب دوست - آب گریز - هم در چربی‌ها و هم در آب محلول همگن تشکیل می‌دهد.

(۳) آب دوست - آب گریز - در آب حل شده اما در چربی‌ها محلول ناهمگن تشکیل می‌دهد.

(۴) چربی دوست - آب دوست - در آب حل شده اما در چربی‌ها محلول ناهمگن تشکیل می‌دهد.

۱۳۲- چه تعداد از موارد ذکر شده در جدول زیر نادرست است؟

ماده	رفتار در برابر نور	همگن بودن	پایداری	ذره‌های سازنده
چسب	نور را پخش می‌کند	همگن	پایدار	توده‌های مولکولی
شربت معده	نور را پخش می‌کند	ناهمگن	ناپایدار	ذره‌های ریز ماده
کات کبود در آب	مسیر عبور نور مشخص نیست	همگن	پایدار	یون‌ها و مولکول‌ها

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۳- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز

(۱) مولکول‌های صابون دو بخش قطبی و ناقطبی دارند و بخش ناقطبی آن‌ها چربی‌دوست و آب‌گریز است.

(۲) هر اندازه صابون بتواند مقدار بیشتری از آلاینده و چربی را بزدايد قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارد.

(۳) صابون در آب سخت به خوبی کف نمی‌کند زیرا با یون‌های موجود در آب سخت رسوب تشکیل می‌دهد.

(۴) نوع پارچه، نوع آب، نوع صابون و دما بر خلاف مقدار صابون روی قدرت پاک‌کنندگی آن تأثیر دارد.

مشابه سؤال‌هایی که با آیکون  مشخص شده‌اند در امتحانات تشریحی وجود دارد.

۱۳۴- دی نیتروژن پنتاکسید ... کربن دی اکسید، یک اسید آرنیوس به شمار می رود و منجر به افزایش غلظت یون ... در آب می شود.

(۱) همانند- هیدروکسید (۲) برخلاف- هیدرونیوم

(۳) همانند- هیدرونیوم (۴) برخلاف- هیدروکسید

۱۳۵- اگر درصد یونش فورمیک اسید (HCOOH) در آب برابر ۱۵٪ و غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن برابر

$10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ باشد، غلظت مولی اولیه محلول اسید کدام است؟

(۱) ۰/۰۵ (۲) ۰/۰۰۵ (۳) ۰/۰۰۲ (۴) ۰/۰۲

۱۳۶- در شرایط یکسان از نظر دما و غلظت، رسانایی الکتریکی محلول اسید HX از اسید HY بیشتر است. کدام مطلب همواره درست است؟

(۱) اسید HX به طور کامل ولی اسید HY به طور جزئی یونیده شده است.

(۲) درجه یونش اسید HX از HY بیشتر است.

(۳) HX اسیدی قوی و HY اسیدی ضعیف است.

(۴) غلظت آنیون در هر دو محلول برابر است.

۱۳۷- با حل کردن ۱۲ گرم استیک اسید در ۲۵۰ میلی لیتر آب، به تقریب چند مول یون ایجاد می شود؟ (K_a استیک اسید را در دمای

آزمایش برابر $2 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ در نظر بگیرید. ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) 8×10^{-3} (۲) 4×10^{-3} (۳) 2×10^{-3} (۴) 1×10^{-3}

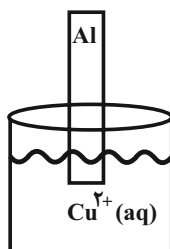
۱۳۸- چند میلی لیتر از محلول اسید ضعیف HA با درصد یونش ۲/۵٪ و $\text{pH} = 3/7$ ، می تواند با ۲۰ میلی لیتر از محلول ۰/۱ مولار

باریم هیدروکسید، واکنش دهد؟ ($\log 2 \simeq 0/3$)

(۱) ۵۰۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۵۵۰

۱۳۹- با توجه به شکل زیر کدام گزینه عبارت زیر را به درستی تکمیل می کند؟ 

«در این واکنش اتمهای Al الکترون ... و ... می یابند و نقش ... را دارند.»



(۱) به دست آورده- اکسایش- اکسنده

(۲) از دست داده- اکسایش- کاهنده

(۳) به دست آورده- کاهش- اکسنده

(۴) از دست داده- کاهش- کاهنده

۱۴۰- با توجه به جدول روبه رو که مربوط به قرار دادن فلزهای مختلف در محلول CuSO_4 در دمای 20°C است، چند مورد از مطالب

زیر درست است؟

نام فلز	نشانه شیمیایی فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^\circ\text{C}$)
آهن	Fe	۲۳
طلا	Au	۲۰
روی	Zn	۲۶
مس	Cu	۲۰

الف) تعداد الکترون مبادله شده در واکنش های روی و

طلا با مس (II) سولفات با یکدیگر برابر است.

ب) رنگ آبی محلول مس (II) سولفات با قرار دادن

فلز طلا تغییری نمی کند.

پ) ضعیف ترین اکسنده $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ است.

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



آزمون ۱۰ مهر ۱۴۰۵ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	کاظم اجلالی-میثم بهرامی-جويا-شاهین پروازی-سعید جعفری-حامد چوقادی-حسین حاجیلو-عادل حسینی-افشین خاصه-خان طاهر دادستانی-یاسین سپهر-فرامرز سپهری-میلاد سجادی-لاریجانی-علی سلامت-علی اصغر شریفی-سعید علم-پور-حمید علیزاده-مرتضی فهیم-علوی-سعید مدیر خراسانی-مهدی ملارمضانی-علیرضا نداف-زاده-حمیدرضا نوش کاران-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-معصومه اکبری-صحت-رضا پورحسینی-جواد حاتمی-عادل حسینی-خسرو خلعت-بری-محمد خندان-سیدوحید ذوالفقاری-یاسین سپهر-سیدامیر ستوده-شروین سیاح-نیا-سیدمصطفی سیدحسینی-علیرضا شریف خطیبی-محمد طاهر شعاعی-محمد صحت کار-رضا عباسی-اصل-عزیزاله علی-اصغری-فرشاد فرامرز-مرتضی فهیم-علوی-کیان کریمی-خراسانی-محمدابراهیم گیتی-زاده-سینا محمدپور-محسن محمدکریمی-امیرحسین ملازینل-مهرداد ملوندی-مختار منصوری-سروش موثینی-محمدعلی نادرپور-هومن نورائی-علی وزیری
فیزیک	حسین الهی-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-علی پرزگر-محمدعلی راست-پیمان-بهنام رستمی-امیرمحمد عبدوی-مسعود قره-خانی-عبداله قهرزاده-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-حسام نادری-شادمان ویسی
شیمی	جعفر بازوکی-محمد رضا پور جاوید-امیرحسین توحیدی-حمید ذبیحی-منصور سلیمانی-ملکان-آروین شجاعی-ساجد شیرینی-آترین صبا-مسعود طبرسا-مجتبی عبادی-محمد عظیمیان-زواره-امیر قاسمی-فاضل قهرمانی-فرد-محمد کوهستانیان-حسن لشکری-مجتبی محبوب-محمد حسن محمدزاده-مقدم-سیدمحمد معروفی-سیدمحمد رضا میرقائمی-سیدرحیم هاشمی-دهکردی

گروه علمی اختصاصی

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
گروه ویراستاری	سینا صالحی آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	آرین غلامی امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	سینا صالحی حسین بصیرتر-کمپور زهره آقامحمدی	مجید جلیل ناغونی احسان پنجه-شاهی آترین صبا ژیلوان محمدی پور
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	امیرحسین ملازینل	حسین الهی	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	فاطمه الهی
ویراستاران مستند	سجاد سلیمی-معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا			
		سجاد بهارلویی		پریا اقبالی محسن دستجردی

گروه فنی و تولید اختصاصی

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار و صفحه آرا	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

حسابان ۱

۱- گزینه «۱»

(معمری ملارمضانی)

مجموع جمله‌های دوم و چهارم دنباله حسابی مورد نظر برابر است با:

$$a_2 + a_4 = \frac{-(-12)}{2} = 6$$

برای سه جمله هم فاصله a_4, a_3, a_2 در دنباله حسابی، رابطه زیر برقرار است:

$$a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 3 \Rightarrow a_1 + 2d = 3 \quad (*)$$

نسبت مجموع شش جمله اول دنباله به جمله سوم آن برابر ۱۲ است، بنابراین:

$$\frac{S_6}{a_3} = 12 \Rightarrow S_6 = 12a_3 = 36$$

$$\Rightarrow \frac{6}{2}(2a_1 + 5d) = 36 \Rightarrow 2a_1 + 5d = 12 \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(**), (*)} d = 6, a_1 = -9$$

جمله یازدهم برابر است با:

$$a_{11} = a_1 + 10d = 51$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۲- گزینه «۲»

(ظاهر دارستانی)

از تغییر متغیر $t = x^2 - 2x$ استفاده می‌کنیم:

$$x^2 - 2x = t \xrightarrow{\text{معادله}} t + 3 = \frac{54}{t} \times t \Rightarrow t^2 + 3t - 54 = 0$$

$$\Rightarrow (t+9)(t-6) = 0$$

$$\begin{cases} t = -9 \Rightarrow x^2 - 2x = -9 \\ t = 6 \Rightarrow x^2 - 2x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 9 = 0 : \Delta < 0 \\ x^2 - 2x - 6 = 0 : \Delta > 0 \end{cases}$$

هیچ کدام از جواب‌های معادله، ریشه‌های مخرج (صفر و ۲) نیستند، بنابراین هر

دو جواب قابل قبول‌اند.

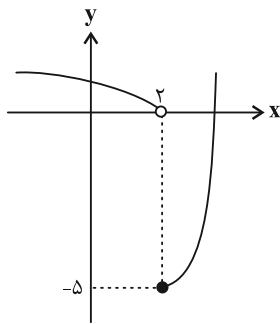
(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۳- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌نار)

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{3-x} - 1 & ; x < 2 \\ (x-2)^2 - 5 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

کافی است نمودار تابع را رسم کنیم:



نمودار تابع از ناحیه سوم عبور نمی‌کند.

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۳)

۴- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

برای هر دو تابع وارون‌پذیر f و g ، رابطه $g^{-1} \circ f^{-1} = (fog)^{-1}$ برقرار

است، پس $f^{-1} \circ g^{-1} = (g^{-1} \circ f)^{-1}$ است و با توجه به فرض داریم:

$$\Rightarrow f^{-1}(g(2x-3)) = 2x$$

$$\Rightarrow \frac{g(2x-3)}{3} + 2 = 2x \Rightarrow g(2x-3) = 6x-6$$

حال برای به دست آوردن $g(1)$ ، کافی است در رابطه بالا $x=2$ را

جای گذاری کنیم:

$$g(1) = 6(2) - 6 = 6$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۵- گزینه «۳»

(میلاد سیاری لاریجانی)

با توجه به شکل، دو نقطه $(3,0)$ و $(0, -\frac{26}{9})$ روی نمودار قرار دارند، پس داریم:

$$f(3) = 3^3 + a + b = 0 \Rightarrow 27 \times 3^a = -b \Rightarrow 3^a = -\frac{b}{27} \quad (*)$$

$$f(0) = 3^a + b = -\frac{26}{9} \xrightarrow{(*)} -\frac{b}{27} + b = -\frac{26}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{26}{27}b = -\frac{26}{9} \Rightarrow b = -3$$

$$\xrightarrow{(*)} 3^a = \frac{1}{9} = 3^{-2} \Rightarrow a = -2 \Rightarrow a + b = -5$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۹)

$$= -\frac{\cos(4x + 2x)}{\frac{1}{2}\sin(4x)} = -\frac{2\cos(6x)}{\sin(4x)}$$

$$\xrightarrow{x=18^\circ} A = -\frac{2\cos 18^\circ}{\sin 72^\circ} = -\frac{2\cos 72^\circ}{\sin 72^\circ} = 2\cot 72^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(سعید علم‌پور)

گزینه «۴» -۹

با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax - x^2) = a - 1 = -2 \Rightarrow a = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x+b} - 1 = \sqrt{1+b} - 1 = 1 \\ \Rightarrow \sqrt{1+b} = 2 \Rightarrow 1+b = 4 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{2b}{a}\right) = f(6) = \sqrt{6+3} - 1 = 2$$

(حسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

(مرتضی فطیم‌علوی)

گزینه «۴» -۱۰

برای پیوسته بودن تابع f در $x=1$ ، باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x^2 - 1 = \lim_{x \rightarrow 1^-} -1 = -1 \quad \square$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{-(x-1)(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{-(x-2)} = 2$$

$$\Rightarrow -a = b = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow b - 2a = 6$$

(حسابان ۱- مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(شاهین پروازی)

گزینه «۲» -۶

می‌دانیم $\log_2(x+2)^2 = \log_2 |x+2|$ است و با توجه به دامنه معادله

$(x > 0)$ ، تساوی $\log_2 |x+2| = \log_2(x+2)$ برقرار است. پس داریم:

$$\log_2 x + \log_2(x+2) = 2 \Rightarrow \log_2 x(x+2) = 2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 4 \xrightarrow{+1} x^2 + 2x + 1 = 9$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 9 \Rightarrow x = -1 \pm 3 \xrightarrow{x>0} x = 2$$

بنابراین $a = 2$ جواب معادله است و داریم: $\log_{a+1}(a+1) = \log_{a+1}^2 = \frac{1}{4}$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

(مینتم بهرامی‌جويا)

گزینه «۳» -۷

$$\cot 82^\circ = \cot(72^\circ + 10^\circ) = \cot 10^\circ = \cot(90^\circ - 80^\circ) = -\tan 80^\circ$$

$$\sin 51^\circ = \sin(36^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ = \sin(18^\circ - 3^\circ) = \sin 3^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 76^\circ = \tan(72^\circ + 4^\circ) = \tan 4^\circ = 1$$

$$\cot 35^\circ = \cot(36^\circ - 1^\circ) = -\cot 1^\circ$$

$$A = \frac{-\tan 10^\circ + 2 \times \frac{1}{2}}{1 - \cot 10^\circ} = \frac{-a + 1}{1 - \frac{1}{a}} = \frac{-(a-1)}{\frac{a-1}{a}} = -a$$

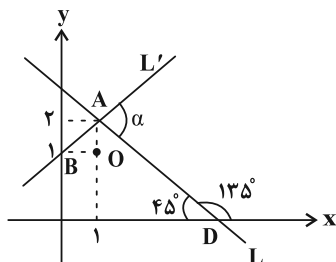
(حسابان ۱- مثلثات: صفحه ۱۰۱)

(مرتضی فطیم‌علوی)

گزینه «۱» -۸

با ساده کردن کسر داده شده داریم:

$$A = \frac{\sin 4x}{\cos 2x} - \frac{\cos 4x}{\sin 2x} = \frac{\sin 4x \sin 2x - \cos 4x \cos 2x}{\sin 2x \cos 2x}$$



مثلث AOB ، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{BAO} = 45^\circ$

است. همچنین $\widehat{OAD} = 45^\circ$ است، پس داریم:

$$\alpha = 180^\circ - (\widehat{BAO} + \widehat{OAD}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۴- گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

$$x^3 = 9\sqrt[3]{16\sqrt{16}} = 9\sqrt[3]{64} = 9 \times 4 = 36$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۱۵- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

باید معادله تقاطع دو نمودار یک جواب داشته باشد:

$$2x^2 + 5x + 6 = -3x + k \Rightarrow 2x^2 + 8x + 6 - k = 0$$

Δ ی معادله بالا باید برابر با صفر باشد:

$$\Delta = 8^2 - 4(6 - k) = 0 \Rightarrow k = -2$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱۶- گزینه «۱»

(ممد علیزاده)

نامعادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{x+a}{x} - \frac{x-2}{x+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + (a+2)x + 2a - x^2 + 2x}{x(x+2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(a+4)x + 2a}{x(x+2)} \leq 0$$

ریاضی ۱

۱۱- گزینه «۳»

(سعید مدیرفراسانی)

دسته‌بندی مورد نظر به صورت مقابل است: $(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$

شماره عدد آخر دسته n ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

بنابراین اعداد دسته ۲۱ از عدد فرد با شماره ۲۱۱ $= \frac{20 \times 21}{2} + 1$ شروع

شده و تا شماره ۲۳۱ $= \frac{21 \times 22}{2}$ ادامه دارند، پس:

$$\text{شماره جمله وسط} = \frac{211 + 231}{2} = 221$$

$$\Rightarrow a_{221} = 2(221) - 1 = 441$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰)

۱۲- گزینه «۲»

(شاهین پروازی)

با توجه به شکل، مختصات A به صورت $(\cos 45^\circ, \sin 45^\circ)$ است و با

دوران 135° در جهت دایره مثلثاتی به نقطه

$B(\cos 180^\circ, \sin 180^\circ)$ می‌رسیم:

$$A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), B(-1, 0)$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

$$OA = OB = 1$$

$$\Rightarrow P_{OAB} = 1 + 1 + \sqrt{2 + \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۳- گزینه «۴»

(فرامرز سپهری)

$x = 1$ را در معادله خط L جایگذاری می‌کنیم، عرض نقطه برخورد دو

خط برابر $y = 2$ به دست می‌آید. همچنین شیب L برابر -1 است.

بنابراین با قسمت مثبت محور x زاویه 135° می‌سازد:

دقت کنید که به ازای $m = -1$ ، دو زوج مرتب $(2, -3)$ و $(2, 1)$ عضو مجموعه خواهند شد، که در آن صورت f نمی‌تواند تابع باشد. پس تابع f به صورت زیر است:

$$f = \{(-6, 1), (2, 5), (7, 1)\}$$

برد تابع f ، $\mathbb{R}_f = \{1, 5\}$ است و دو عضو دارد.

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۸)

(مرتضی فطیم‌علوی)

۱۹- گزینه «۴»

دو حالت برای ایجاد چنین رمزی وجود دارد:

$$\frac{26}{\text{حرف}} \times \frac{10}{\text{رقم}} \times \frac{26}{\text{حرف}} \times \frac{10}{\text{رقم}} = 67600 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{10}{\text{حرف}} \times \frac{26}{\text{رقم}} \times \frac{10}{\text{حرف}} \times \frac{26}{\text{رقم}} = 67600 \quad (\text{ب})$$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد رمزهای قابل تولید برابر است با:

$$2 \times 67600 = 135200$$

(ریاضی ۱- شمارش برون شمارن؛ مشابه مثال صفحه ۱۲۲)

(مسین شاپیلو)

۲۰- گزینه «۴»

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های چهار عضوی از ۹ عضو: فضای نمونه} = \binom{9}{4} = \frac{9!}{5! \times 4!} = 126$$

$$= \binom{6}{2} = 15 \quad \text{تعداد زیرمجموعه‌های چهار عضوی شامل ۲ و ۳ ولی فاقد ۴: پیشامدها}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال مطلوب} = \frac{15}{126} = \frac{5}{42}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

با توجه به مجموعه جواب $(-\infty, b) - [-2, -\frac{2}{3}]$ مشخص می‌شود که

$$x = -\frac{2}{3} \quad \text{ریشه عبارت صورت است، از طرفی } x = -2 \text{ و } x = 0 \text{ نیز}$$

$$\begin{cases} b = 0 \\ -\frac{2a}{a+4} = -\frac{2}{3} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a - b = 2 \end{cases} \quad \text{ریشه‌های مخرج هستند، پس:}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱۷- گزینه «۲» (عادل مسینی)

ضابطه تابع همانی f به صورت $f(x) = x$ است و ضابطه تابع ثابت g را به

صورت $g(x) = k$ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\frac{2f(g(1)) - g(f(0))}{f(1) + 2g(-1)} = \frac{2f(k) - g(0)}{1 + 2k} = \frac{2k - k}{1 + 2k} = \frac{k}{1 + 2k} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 5k = 2 + 4k \Rightarrow k = 2$$

پس تابع ثابت g به صورت $g(x) = 2$ است و داریم:

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱۸- گزینه «۲» (عمیدرضا نوش‌لکاران)

برای اینکه رابطه داده شده یک تابع باشد، باید $2m - 1$ و $m^2 - 4$ برابر

باشند: (زیرا مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتبی هستند که مؤلفه‌های اول برابر دارند).

$$m^2 - 4 = 2m - 1 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 3)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases} \quad \text{غویق}$$

$$OE = OF \Rightarrow BC = DC$$

$$\triangle BDC \Rightarrow \widehat{BDC} = \widehat{BDC} = \frac{180^\circ - \theta}{2}$$

$$\triangle ABD: \widehat{BDC} = \widehat{A} + \widehat{ABD} \Rightarrow \frac{180^\circ - \theta}{2} = 27^\circ + \frac{\widehat{BD}}{2}$$

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \text{زاویه ظلی}$$

$$\widehat{BCD} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \text{از طرفی } \widehat{BCD} = \frac{\widehat{BD}}{2} \text{ (زاویه محاطی)، پس } \theta = \frac{\widehat{BD}}{2} \text{ بوده و در نتیجه:}$$

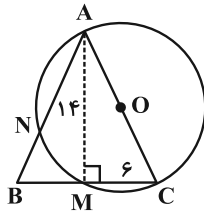
$$90^\circ - \frac{\theta}{2} = 27^\circ + \theta \Rightarrow \frac{2\theta}{2} = 63^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{2 \times 63^\circ}{2} = 2 \times 21^\circ = 42^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۷)

(ممسّن مممرکریمی)

۲۳- گزینه «۳»



پاره خط AM را رسم می‌کنیم. چون زاویه AMC محاطی روبه‌رو به قطر است، قائمه می‌باشد و چون در مثل متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه نظیر قاعده است، پس $BM = MC = 6$ می‌باشد. حالا بنا بر روابط طولی در دایره داریم:

$$BM \times BC = BN \times BA \Rightarrow 6 \times 12 = x \times (x + 14)$$

$$\Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{طول ساق} = 18$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(رضا عباسی اصل)

۲۴- گزینه «۱»

طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از هر نقطه خارج آن با هم برابرند، بنابراین داریم:

هندسه ۲

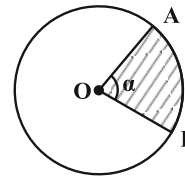
۲۱- گزینه «۴»

(ممسّر فئران)

اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره $C(O, R)$ بر حسب درجه مساوی α

باشد، طول کمان AB برابر $L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$ و مساحت قطاع برابر

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} \text{ است.}$$



بنابراین با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} S = \frac{\pi R^2 \times 90^\circ}{360^\circ} \\ S' = \frac{\pi R'^2 \times 15^\circ}{360^\circ} \end{cases} \xrightarrow{S=S'} R^2 \times 90^\circ = R'^2 \times 15^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{R^2}{R'^2} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

حال نسبت طول کمان AB به $A'B'$ را به‌دست می‌آوریم:

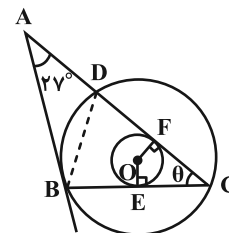
$$\frac{L_{AB}}{L_{A'B'}} = \frac{\frac{\pi R}{180^\circ} \times 90^\circ}{\frac{\pi R'}{180^\circ} \times 15^\circ} = \frac{R}{R'} \times 6 = \frac{\sqrt{6}}{6} \times 6 = \sqrt{6}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه ۱۲)

(ممسّر طاهر شعاعی)

۲۲- گزینه «۳»

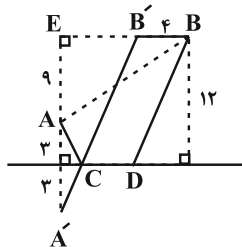
می‌دانیم اگر فاصله مرکز دایره از دو وتر برابر باشد، آن‌گاه آن دو وتر مساوی یکدیگرند.



۲۶- گزینه «۴»

(معمومه اکبری هست)

ابتدا نقطه A را نسبت به رودخانه بازتاب می دهیم تا نقطه A' به دست آید. سپس نقطه B را به اندازه ۴ کیلومتر (برابر طول CD) موازی با CD به سمت چپ انتقال می دهیم تا نقطه B' حاصل شود.



چهارضلعی B'BDC متوازی الاضلاع است، پس B'C = BD است. طبق

مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر بین A و B' داریم:

$$\triangle AEB: BE^2 = AB^2 - AE^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow BE = 12$$

$$B'E = BE - BB' = 12 - 4 = 8$$

$$\triangle AEB': A'B'^2 = A'E^2 + B'E^2 = 15^2 + 8^2 = 289$$

$$\Rightarrow A'B' = 17$$

$$\Rightarrow A'C + CB' = 17 \Rightarrow AC + BD = 17$$

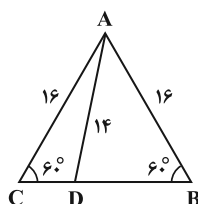
$$\text{طول کوتاه ترین جاده} = AC + CD + BD = 17 + 4 = 21$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۳)

۲۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ملازینل)

مطابق شکل فرض می کنیم ضلع AC به نقطه D نزدیک تر است. با توجه به قضیه کسینوس ها اندازه پاره خط های BD و CD مشخص می شود.



$$\begin{cases} BE = BD = 5 \\ CD = CF = 3 \Rightarrow AF = \frac{AC}{17} + \frac{CF}{3} = 20 \\ AE = AF \end{cases}$$

$$\Rightarrow AE = 20 \Rightarrow AB + \frac{BE}{5} = 20 \Rightarrow AB = 15$$

در نتیجه مثلث ABC قائم الزویه است، زیرا داریم:

$$17^2 = 15^2 + 8^2 \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$$

در صورتی که S و p به ترتیب مساحت و نصف محیط مثلث ABC باشند.

شعاع دایره محاطی خارجی نظیر ضلع BC به صورت زیر محاسبه می شود:

$$p = \frac{17 + 15 + 8}{2} = 20$$

$$S = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$$

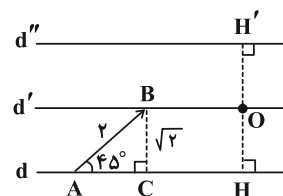
$$r_a = \frac{S}{p - a} = \frac{60}{20 - 8} = \frac{60}{12} = 5$$

(هندسه ۲- راپره: صفحه های ۱۹، ۲۰، ۲۵ و ۲۶)

۲۵- گزینه «۳»

(مهمر فندان)

مطابق شکل خط d را با بردار AB بر خط d' تصویر می کنیم.



در مثلث قائم الزویه ABC، ضلع BC روبه رو به زاویه ۴۵ درجه است.

$$\text{پس } \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ وتر است، پس } BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2} \text{ از طرفی خط } d \text{ را با}$$

دوران ۱۸۰ درجه به مرکز O بر خط d'' تصویر کرده ایم. چون دوران

تبدیلی طولپاست، پس OH = OH' = sqrt(2) و فاصله دو خط d و d''

$$\text{برابر } HH' = 2OH = 2\sqrt{2} \text{ است.}$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۸ تا ۴۳)

حال با توجه به این‌که MP و MQ نیمساز زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC هستند، می‌توان نوشت:

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 + \hat{M}_3 + \hat{M}_4 = 180^\circ \xrightarrow[\hat{M}_2 = \hat{M}_4]{\hat{M}_1 = \hat{M}_3} \hat{M}_2 + \hat{M}_3 = 90^\circ$$

پس مثلث PMQ قائم‌الزاویه است و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$MP^2 + MQ^2 = PQ^2 = 4/8^2 = 23/4$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(عارل مسینی)

۲۹- گزینه «۱»

با استفاده از قضیه هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC} = \sqrt{14(14-13)(14-8)(14-7)} = 14\sqrt{3}$$

از طرفی می‌دانیم:

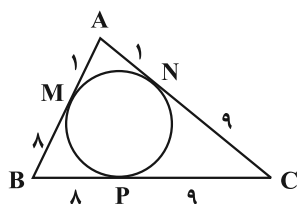
$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{13} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{42\sqrt{3}}{13}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

(مهردار ملوندی)

۳۰- گزینه «۲»

می‌دانیم طول دو مماس رسم‌شده از هر نقطه خارج دایره بر آن، با هم برابر هستند، پس مطابق شکل داریم:



یعنی طول اضلاع مثلث ABC برابر ۹، ۱۰ و ۱۷ است.

با معلوم بودن طول سه ضلع مثلث، ابتدا مساحت را با قاعده هرون به دست

آورده و سپس شعاع دایره محاطی داخلی را محاسبه می‌کنیم:

$$p = \frac{9+10+17}{2} = 18 \Rightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \sqrt{18 \times 1 \times 8 \times 9} = 36 \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{36}{18} = 2$$

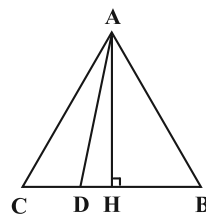
(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times BD \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 196 = 256 + BD^2 - 2 \times 16 \times BD \times \frac{1}{2} \Rightarrow BD^2 - 16BD + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (BD-6)(BD-10) = 0 \xrightarrow{BD > CD} \begin{cases} BD = 10 \\ CD = 6 \end{cases}$$

حال با نوشتن نسبت مساحت در مثلث‌های ADB و ADC داریم:

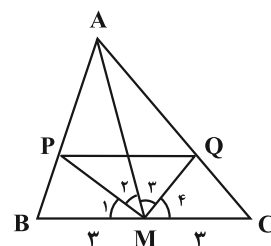


$$\frac{S_{ADB}}{S_{ADC}} = \frac{\frac{1}{2}BD \times AH}{\frac{1}{2}CD \times AH} = \frac{BD}{CD} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(ممر فندان)

۲۸- گزینه «۲»



با توجه به قضیه نیمسازهای زوایای داخلی در دو مثلث AMB و AMC داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta AMB: \frac{AP}{BP} &= \frac{AM}{BM} = \frac{12}{3} = 4 \\ \Delta AMC: \frac{AQ}{QC} &= \frac{AM}{CM} = \frac{12}{3} = 4 \end{aligned} \right\} (*) \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیه تالس نتیجه می‌گیریم که $PQ \parallel BC$ است.

در نتیجه داریم:

$$\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB} = \frac{AP}{AP+BP} \stackrel{(*)}{=} \frac{AM}{AM+BM} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow PQ = \frac{4}{5}BC = \frac{4}{5} \times 6 = 4/8$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta AMC : EF \parallel AM &\Rightarrow \frac{EF}{AM} = \frac{CE}{CM} \\ \Delta BDE : AM \parallel DE &\Rightarrow \frac{DE}{AM} = \frac{BE}{BM} = \frac{BE}{CM} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{EF}{AM} + \frac{DE}{AM} = \frac{CE + BE}{CM} = \frac{BC}{CM}$$

$$\Rightarrow \frac{EF}{AM} + \frac{DE}{AM} = \frac{2CM}{CM} = 2 \Rightarrow \frac{4}{5} + \frac{DE}{AM} = 2$$

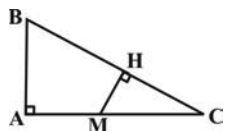
$$\Rightarrow \frac{DE}{AM} = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(ممدعلی نادرپور)

۳۴- گزینه «۲»

چون M وسط AC است پس $AC = 2MC$ است.



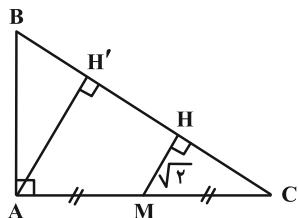
$$\Delta ABC \sim \Delta MHC \Rightarrow \frac{MC}{BC} = \frac{MH}{AB} = \frac{HC}{AC}$$

$$\frac{HC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \frac{HC}{2MC} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow HC = \frac{2\sqrt{2}}{3} MC$$

$$MC^2 = MH^2 + HC^2 = 2 + \frac{4}{9} MC^2 \Rightarrow MC^2 = 18$$

$$\Rightarrow MC = 3\sqrt{2} \Rightarrow AC = 6\sqrt{2}$$

راه دوم: از رأس A بر وتر BC عمود AH' را رسم می‌کنیم:



$$MH \parallel AH' \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{MH}{AH'} = \frac{1}{2} \Rightarrow AH' = 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{فیناغورس}} BH' = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 1$$

حالا طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AH'^2 = BH' \cdot CH' \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = 1 \cdot CH' \Rightarrow CH' = 8$$

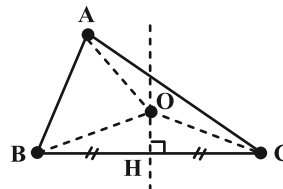
$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{81 - 9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

هندسه ۱

۳۱- گزینه «۳»

(امیرمسین ملازینل)



می‌دانیم نقطه تلاقی سه عمودمنصف، روی عمودمنصف ضلع BC واقع است. همچنین می‌دانیم این نقطه تلاقی (آن را O بنامید)، از سه رأس به یک فاصله است ($OA = OB = OC$). با توجه به شکل واضح است طول OB (و در نتیجه OA) وقتی کمینه می‌شود که O روی H بیفتد که

در این حالت $OA = OB = \frac{BC}{2} = 3$ می‌شود.

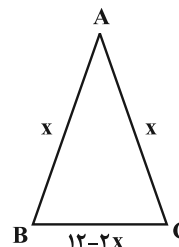
توجه: در این حالت مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه خواهد بود.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۳۲- گزینه «۲»

(رضا عباسی اصل)

فرض کنیم طول ساق مثلث برابر x باشد. در این صورت طول قاعده مثلث برابر با $12 - 2x$ خواهد بود.



حال بنا به قضیه نامساوی مثلثی داریم:

$$\left. \begin{aligned} x + x > 12 - 2x &\Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow x > 3 \\ x + (12 - 2x) > x &\Rightarrow 2x < 12 \Rightarrow x < 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 < x < 6$$

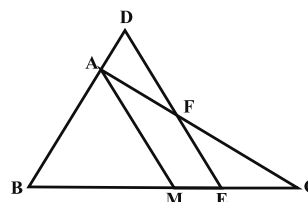
بنابراین تنها مقادیر صحیح ممکن برای x، برابر ۴ و ۵ هستند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۳۳- گزینه «۴»

(ممدطاهر شعاعی)

طبق فرض $BM = CM$ است. به کمک قضیه تالس داریم:



۳۵- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

مطابق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

$$AB^2 = BC \times BH = 10 \times 8 = 80 \Rightarrow AB = 4\sqrt{5}$$

$$AC^2 = BC \times CH = 10 \times 2 = 20 \Rightarrow AC = 2\sqrt{5}$$

$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{DH}{AB} = \frac{CH}{BC} \Rightarrow \frac{DH}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{10}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

$$EH \parallel AC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EH}{AC} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{EH}{2\sqrt{5}} = \frac{8}{10}$$

$$\Rightarrow EH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

$$S_{ADHE} = DH \times EH = \frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{32}{5} = 6 \frac{2}{5}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ و ۴۱ تا ۴۴)

۳۶- گزینه «۱»

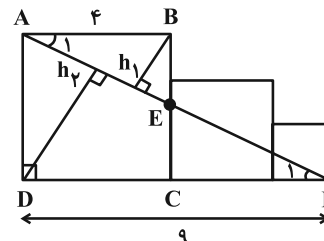
(شروین سیاح‌نیا)

مثلث‌های ABE و ADF به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DF \\ \hat{A} = \hat{F} \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{F}_1 \xrightarrow{\Delta \Delta} ABE \sim ADF$$

می‌دانیم که نسبت ارتفاع‌های متناظر در دو مثلث متشابه برابر با نسبت تشابه

است، پس:



$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{AB}{DF} = \frac{4}{9}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۳۷- گزینه «۲»

(سینا مسمیری)

در هر n ضلعی تعداد قطرهای برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است. بنابراین:

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n - 3 = 2 \Rightarrow n = 5$$

مجموع اندازه زاویه‌های خارجی هر n ضلعی برابر 360° و مجموع اندازه

زاویه‌های داخلی هر n ضلعی برابر $(n-2)180^\circ$ است. پس:

$$180^\circ(5-2) = 180^\circ \times 3 = 540^\circ \Rightarrow 540^\circ - 360^\circ = 180^\circ$$

(هنرسه ۱- پنر ضلعی‌ها؛ صفحه ۵۵)

۳۸- گزینه «۳»

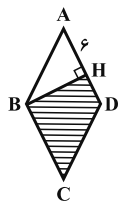
(مهرداد ملونری)

با نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه ABH داریم:

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BH = 8$$

پس مساحت ناحیه هاشورخورده برابر است با:

$$\begin{aligned} S_{BHDC} &= S_{ABCD} - S_{ABH} \\ &= AD \times BH - \frac{AH \times BH}{2} \\ &= 10 \times 8 - \frac{6 \times 8}{2} = 80 - 24 = 56 \end{aligned}$$



(هنرسه ۱- پنر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۵)

۳۹- گزینه «۱»

(ممدابراهیم کیتی‌زاده)

می‌دانیم اگر خطی با یکی از دو صفحه موازی، متقاطع باشد، حتماً با دیگری نیز متقاطع است. پس هر صفحه موازی با صفحه P، دو خط d و d' را قطع می‌کند.

(هنرسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶)

۴۰- گزینه «۲»

(غرشاد فرامرزی)

مکعب بزرگ از $4 \times 4 \times 3 = 48$ مکعب کوچک تشکیل شده است. حداکثر

مکعب‌هایی که می‌توانند برداشته شوند برابر است با: $48 - 7 = 41$ که در

این صورت تنها یک ردیف به شکل B باقی می‌ماند.

همچنین حداقل باید $5 \times 4 = 20$ مکعب از شکل برداشته شود (۵ ستون

مکعب از بالا به پایین که هر کدام شامل ۴ مکعب هستند). در نتیجه تفاضل

حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شوند، برابر است با:

$$41 - 20 = 21$$

(هنرسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

آمار و احتمال

گزینه «۴»

(یاسین سپهر)

اگر ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ را به ترکیب فصلی تبدیل کنیم، آنگاه داریم:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

با توجه به هم‌ارزی منطقی به دست آمده داریم:

$$\sim[(\sim p \wedge q) \Rightarrow p] \equiv (\sim p \wedge q) \wedge \underbrace{(\sim p)}_p$$

$$\equiv (\underbrace{\sim p \wedge p}_F) \wedge q \equiv F$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳ تا ۹)

گزینه «۲»

(امیر حسین ابومصوب)

گزینه «۱»: نامساوی $2^n < n^2$ به ازای $n = 3$ برقرار است، یعنی داریم:

$$2^3 < 3^2$$

گزینه «۲»:

$$n^2 < 9n - 20 \Rightarrow n^2 - 9n + 20 < 0 \Rightarrow (n - 4)(n - 5) < 0$$

$$\Rightarrow 4 < n < 5$$

بنابراین نامساوی به ازای هیچ مقدار حسابی برای n برقرار نیست، پس

مجموعه جواب گزاره‌نما تهی است.

گزینه «۳»: نامساوی به ازای $n = 2$ برقرار است، یعنی داریم:

$$2! = 2 < 2^2 = 4$$

گزینه «۴»:

$$2n^2 < 5 - 3n \Rightarrow 2n^2 + 3n - 5 < 0 \Rightarrow (n - 1)(2n + 5) < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2} < n < 1 \Rightarrow n = 0 \text{ برقرار است.}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۳ و ۴)

گزینه «۱»

(سیدوید زوالفقاری)

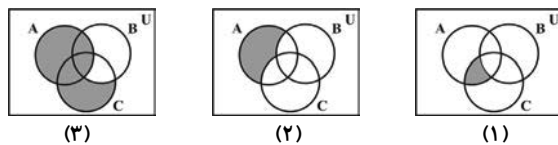
به وضوح می‌توان مشاهده کرد که مجموعه تهی $(\emptyset)$ عضوی از مجموعه A می‌باشد، پس گزینه «۲» صحیح است. ۱ و ۲ عضو A هستند، پس $\{1, 2\}$ زیرمجموعه A می‌باشد و گزینه «۳» نیز صحیح است. می‌دانیم تهی زیرمجموعه تمام مجموعه‌ها است، پس گزینه «۴» نیز صحیح می‌باشد. ولی به وضوح می‌توان دید که $\{1, 2\}$ عضو مجموعه A نیست و در نتیجه گزینه «۱» صحیح نمی‌باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

گزینه «۴»

(علیرضا شریف‌قطبی)

نمودار ون هر یک از گزینه‌های دیگر به صورت زیر است:



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

گزینه «۲»

(علیرضا شریف‌قطبی)

اگر پیشامدهای همراه داشتن کارت اعتباری نوع A و نوع B را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه پیشامد همراه داشتن فقط یکی از دو نوع کارت به صورت $(A - B) \cup (B - A)$ است. با توجه به این که دو پیشامد $(A - B)$ و $(B - A)$ ناسازگارند، داریم:

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A)$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$P[(A - B) \cup (B - A)] = 0/32$$

$$\Rightarrow 0/38 + 0/48 - 2P(A \cap B) = 0/32$$

$$\Rightarrow 2P(A \cap B) = 0/54 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/27$$

پیشامد این که مشتریان فقط کارت B را در اختیار داشته باشند برابر $B - A$ بوده و احتمال آن برابر است با:

$$P(B - A) = \underbrace{P(B)}_{0/48} - \underbrace{P(A \cap B)}_{0/27} = 0/21$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴۶- گزینه «۱»

(مرتضی فحیم علوی)

اگر بدانیم که کارت با شماره ۶ خارج شده است، برای این که جمع شماره سه کارت برابر ۱۹ بشود، باید جمع شماره دو کارت خروجی دیگر برابر $19 - 6 = 13$ بشود. تعداد کل حالات برابر است با تعداد راه‌های

$$n(S) = \binom{4}{2} = 6 \quad \text{یعنی: انتخاب ۲ کارت از میان ۴ کارت، یعنی:}$$

حالت‌های مطلوب عبارتند از $\{4, 6, 9\}$ و $\{5, 6, 8\}$ ، یعنی $n(A) = 2$ و

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۸ تا ۵۲)

۴۷- گزینه «۳»

(عزیزاله علی‌اصغری)

از آنجا که پیشامدهای A و B مستقل هستند، پیشامدهای A' و B' نیز مستقل می‌شوند و طبق فرض مسئله خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} P(B - A) + P(A' \cap B') &= P(B \cap A') + P(B' \cap A') \\ &= P(B)P(A') + P(B')P(A') = (P(B) + P(B'))P(A') \\ &= P(A') = 0/5 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 1 - 0/5 = 0/5 \\ P(B')P(A') = 0/3 \Rightarrow P(B') = 0/6 \end{cases} \end{aligned}$$

بنابراین خواسته سوال برابر است با:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B') = 0/5 \times 0/6 = 0/3$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۴۸- گزینه «۲»

(کیان کریمی‌فراسانی)

بزرگ‌ترین زاویه مرکزی، مربوط به داده با فراوانی $2x + 1$ یا با فراوانی ۶ است. پس داریم:

حالت اول: بیش‌ترین فراوانی برابر $2x + 1$ باشد.

$$\frac{2x+1}{4x+7} = \frac{144}{360} = \frac{2}{5} \Rightarrow 10x+5 = 8x+14 \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

که قابل قبول نیست زیرا فراوانی‌ها اعدادی طبیعی‌اند.

حالت دوم: بیش‌ترین فراوانی برابر ۶ باشد.

$$\frac{6}{4x+7} = \frac{2}{5} \Rightarrow 30 = 8x+14 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین مجموع فراوانی‌ها برابر ۱۵ است و داریم:

$$3 = \frac{2x-3}{4x+7} = \frac{1}{15}$$

$$5 = \frac{2}{15} \quad \text{فراوانی نسبی داده ۵}$$

اختلاف فراوانی‌های نسبی دو داده، برابر $\frac{1}{15}$ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۸)

۴۹- گزینه «۴»

(سروش موثینی)

واریانس داده‌ها برابر $4^2 = 16$ (مجذور انحراف معیار) بوده و داریم:

$$\sigma^2 = 16 = \frac{\sum_{i=1}^{30} (x_i - \bar{x})^2}{30} \Rightarrow \sum_{i=1}^{30} (x_i - \bar{x})^2 = 480$$

$$\sigma^2 = 10 = \frac{\sum_{i=1}^{30+n} (x_i - \bar{x})^2}{30+n} \Rightarrow \frac{480}{30+n} = 10 \Rightarrow n = 18$$

دقت کنید که برای داده‌های مساوی با میانگین، $x_i - \bar{x} = 0$ است و حاصل

$\sum (x_i - \bar{x})^2$ تغییری نمی‌کند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۵۰- گزینه «۱»

(سیروفر زوالفقاری)

انحراف معیار برآورد میانگین برابر انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه است، بنابراین داریم:

$$\sigma_{\bar{x}} \leq 8 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 8 \xrightarrow{\sigma=16} \frac{16}{\sqrt{n}} \leq 8 \Rightarrow \sqrt{n} \geq 2 \Rightarrow n \geq 4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه ۱۱۵)

فیزیک ۲

۵۱- گزینه «۳»

(فسین مفرومی)

با بسته و باز کردن کلید k_1 ، بار کره‌های A و B برابر می‌شوند:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{-2 + 6}{2} = 2\mu C$$

با بسته و باز کردن کلید k_2 ، تمام بار کره B به پوسته خارجی C منتقل شده و با بسته و باز کردن کلید k_3 ، این بار به پوسته خارجی D منتقل می‌گردد. پس:

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه‌های ۳ تا ۵، ۲۷ و ۲۸)

۵۲- گزینه «۲»

(بهنام رستمی)

عبارت‌های «الف» و «ت» صحیح هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) در میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند.

(پ) استفاده از هر نوع ماده‌ی الکتریکی بین صفحه‌های خازن (قطبی و غیرقطبی) باعث افزایش ظرفیت خازن می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه‌های ۱۹، ۲۸ و ۲۳ تا ۲۶، ۳۴ تا ۳۶)

۵۳- گزینه «۴»

(فسین الهی)

در جابه‌جایی ذره از نقطه (۱) تا (۲) تنها نیرویی که به آن وارد می‌شود، نیروی الکتریکی است. طبق قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:

از طرف دیگر بنابه تعریف $W_E = -\Delta U$ است و نیز $\Delta U = q\Delta V$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow -q(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow -q(V_- - V_+) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 10^{-27} \times v^2 = -1/6 \times 10^{-19} \times -2500$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{25 \times 10^{-17}}{10^{-27}}$$

$$v^2 = 25 \times 10^{10} \Rightarrow v = 5 \times 10^5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۵۴- گزینه «۱»

(مصطفی کیانی)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ مقاومت جسم در دمای ثابت به طول، مساحت مقطع و جنس آن بستگی دارد.

(ب) درست

(پ) نادرست؛ مقاومت نوری (LDR)، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد.

(ت) نادرست؛ از LDR ها می‌توان در تجهیزات چشم الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان استفاده کرد.

(ث) درست

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۲ و ۵۶ تا ۶۰)

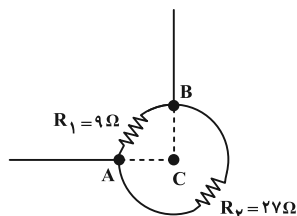
۵۵- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

چون سیم را به‌صورت حلقه بین دو نقطه A و B قرار داده‌ایم، به دو مقاومت موازی تبدیل می‌شود که مقاومت قسمت کوچکتر آن $R_1 = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 36 = 9\Omega$ و

مقاومت قسمت بزرگتر آن $R_2 = \frac{270^\circ}{360^\circ} \times 36 = 27\Omega$ است. در این حالت

مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{9 \times 27}{9 + 27} \Rightarrow R_{eq} = 6.75\Omega$$

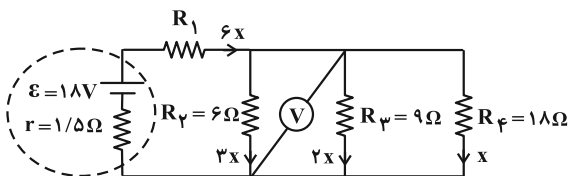
اکنون می‌توان نیروی محرکه باتری را به‌دست آورد:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow 2 = \frac{\mathcal{E}}{6.75 + 1/25} \Rightarrow \mathcal{E} = 16V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۱، ۵۲ و ۶۱ تا ۷۷)

۵۶- گزینه «۱»

(زهره آقاممدری)



مقاومت‌های R_2 ، R_3 و R_4 موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل یکسانی دارند.

در نتیجه اگر جریان عبوری از مقاومت R_4 را x بگیریم، جریان‌های عبوری

از مقاومت‌های R_2 ، R_3 و R_4 به ترتیب $3x$ ، $2x$ و x خواهد شد. از

طرفی طبق گفته سوال، توان مصرفی مقاومت‌های R_2 و R_1 برابر است و

خواهیم داشت:

$$P = RI^2 \xrightarrow{P_1=P_2} R_1(6x)^2 = 6 \times (3x)^2$$

$$\Rightarrow R_1 = 1/5\Omega$$

(شادمان ویسی)

۵۹- گزینه «۴»

در حالت اول چون سطح حلقه بر خطهای میدان مغناطیسی عمود است:

$$\theta_1 = 0 \Rightarrow \cos \theta_1 = 1$$

و در حالت دوم خطوط میدان با سطح حلقه زاویه ۳۰ درجه می‌سازند. یعنی:

$$\theta_2 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{1}{2}$$

طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{AB(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)}{\Delta t}$$

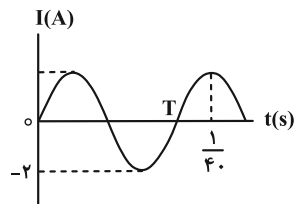
$$\Rightarrow |\varepsilon_{av}| = -1 \times \frac{0.01 \times 4 \times (\frac{1}{2} - 1)}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = 10V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

(زهره آقاممیری)

۶۰- گزینه «۲»

ابتدا دوره تناوب معادله جریان را می‌یابیم، با توجه به شکل داریم:



$$T + \frac{T}{4} = \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{5T}{4} = \frac{1}{40} \Rightarrow T = \frac{1}{50}$$

اکنون جریان الکتریکی در لحظه $t = \frac{1}{200} s$ را پیدا می‌کنیم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow[t = \frac{1}{200} s]{I_m = 2A} I = 2 \times \sin \left(\frac{2\pi}{\frac{1}{50}} \times \frac{1}{200} \right)$$

$$\Rightarrow I = 2 \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = 2A$$

در نهایت اندازه نیروی محرکه القایی در حلقه را می‌یابیم:

$$\varepsilon = RI \xrightarrow{R=8\Omega} \varepsilon = 8 \times 2 = 16V$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

با محاسبه مقاومت معادل و جریان عبوری از باتری داریم:

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \Rightarrow R_{234} = 3\Omega$$

$$R_{eq} = 3 + 1/5 = 4/5\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{18}{4/5 + 1/5} = 3A$$

$$6x = I \Rightarrow x = 0/5A$$

ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_3 ، R_4

$$V_4 = R_4 x = 18 \times 0/5 = 9V$$
 و R_4 را نشان می‌دهد؛

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

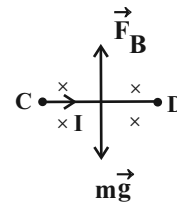
۵۷- گزینه «۳»

برای آن‌که بر فنرها نیرویی وارد نشود، باید نیروی مغناطیسی و نیروی وزن با

هم برابر شوند. می‌دانیم نیروی وزن به سمت پایین است، بنابراین نیروی

مغناطیسی باید به سمت بالا باشد و طبق قاعده دست راست، جریان سیم باید

از C به D باشد و در نتیجه باتری B باید در مدار قرار گیرد:



$$F_B = mg \Rightarrow IlB \sin \theta = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{lB \sin \theta}$$

$$\Rightarrow I = \frac{60 \times 10^{-3} \times 10}{1/2 \times 0/5 \times 1} = 1A$$

$$V = R_{eq} I = 0/5 \times 1 = 0/5V$$
 برای محاسبه ولتاژ باتری داریم؛

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(مهمدر علی راست‌پیمان)

۵۸- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ مواد پارامغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی، خاصیت

مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

(۲) نادرست؛ زیرا فولاد در میدان مغناطیسی خارجی خاصیت مغناطیسی پیدا

می‌کند و در خارج میدان، بخشی از این خاصیت را حفظ می‌کند.

(۴) نادرست؛ مس و نقره جزء مواد دیامغناطیسی‌اند.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

فیزیک ۱

۶۱- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

می دانیم یکای نجومی برابر با میانگین فاصله زمین تا خورشید است. یعنی یکای نجومی برابر با $1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ می باشد. بنابراین داریم:

$$d = 5 \times 10^{16} \text{ m} = 5 \times 10^{16} \text{ m} \times \frac{1 \text{ AU}}{1.5 \times 10^{11} \text{ m}}$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{3} \times 10^5 \text{ AU} = \frac{1}{3} \times 10^6 \text{ AU}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری: صفحه ۸)

۶۲- گزینه «۲»

(فسین مفرومی)

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{V = \frac{4}{3}\pi R^3} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3$$

$$\xrightarrow{D=2R} \frac{1}{2} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow m_A = 16m_B$$

جرم گلوله A از جرم گلوله B بزرگ تر است، بنابراین داریم:

$$m_A - m_B = 300 \text{ g} \Rightarrow 16m_B - m_B = 300$$

$$\Rightarrow 15m_B = 300 \Rightarrow m_B = \frac{300}{15} = 20 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۶۳- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

ابتدا مساحت سطح مقطع پایین ظرف را می یابیم و حجم آن را حساب می کنیم:

$$A_1 = \pi r^2 \xrightarrow{r = \frac{D}{2}} A_1 = \pi \frac{D^2}{4}$$

$$\xrightarrow{D=6 \text{ cm}} A_1 = 3 \times \frac{3600}{4} = 2700 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = A_1 h_1 \xrightarrow{h_1=10 \text{ cm}} V_1 = 2700 \times 10 = 27000 \text{ cm}^3$$

اکنون مشخص می کنیم از ۳۶ لیتر مایع، چند لیتر آن در قسمت باریک ظرف جای می گیرد و سپس ارتفاع مایع قسمت باریک را حساب می کنیم. دقت کنید برای سادگی محاسبه، لیتر را به cm^3 تبدیل می کنیم. چون هر لیتر برابر با 1000 cm^3 است، بنابراین حجم کل مایع 36000 cm^3 است که $V_1 = 27000 \text{ cm}^3$ آن در قسمت بزرگ تر ظرف و $V_2 = 36000 - 27000 = 9000 \text{ cm}^3$ در قسمت باریک ظرف جای می گیرد. با توجه به این که مساحت سطح مقطع باریک ظرف 300 cm^2 است، ارتفاع مایع در آن برابر است با:

$$V_2 = A_2 h_2 \xrightarrow{\frac{A_2=300 \text{ cm}^2}{V_2=9000 \text{ cm}^3}} 9000 = 300 \times h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 30 \text{ cm}$$

در پایان به صورت زیر چگالی مایع را پیدا می کنیم. ارتفاع مایعی که بر کف ظرف فشار وارد می کند، برابر با $h = h_1 + h_2 = 10 + 30 = 40 \text{ cm}$ است. در این حالت داریم:

$$\begin{cases} P = \rho gh \\ F = PA \end{cases} \Rightarrow F = \rho gh A_1 \xrightarrow{h=40 \text{ cm}=0.4 \text{ m}, F=2700 \text{ N}, A_1=2700 \text{ cm}^2=270 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$2700 = \rho \times 10 \times 0.4 \times 2700 \times 10^{-4} \Rightarrow \rho = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۲ تا ۳۸)

۶۴- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

با توجه به معادله پیوستگی، مقدار آبی که در هر دقیقه از مقطع A وارد لوله می شود، باید در یک دقیقه از مقطع B لوله خارج شود. بنابراین در هر دقیقه ۱۰ لیتر آب از مقطع B خارج می شود.

برای محاسبه تندی آب در مقطع B، با استفاده از معادله پیوستگی می توان نوشت:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \pi r_A^2 v_A = \pi r_B^2 v_B$$

$$\xrightarrow{\frac{r_B=3r_A}{v_A=4/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} r_A^2 \times 4/5 = 9r_A^2 v_B \Rightarrow v_B = 0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- ویژگی های فیزیکی مواد: صفحه های ۳۳ تا ۳۵)

۶۵- گزینه «۱»

(زهرة آقاممیری)

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، یعنی $W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_p^2 - v_1^2)$.

وقتی کار نیروی خالص صفر باشد، $(W_t = 0)$ لازم است $\Delta K = 0$ باشد.

یعنی $v_1 = v_p$ باشد.

الف) نادرست؛ اگر $W_t = 0$ باشد، نمی‌توان گفت الزاماً سرعت جسم ثابت

است. ممکن است جسم بر روی مسیر غیرمستقیم با تندی ثابت در حرکت

باشد. در این صورت $W_t = 0$ است، اما چون جهت بردار سرعت تغییر

می‌کند، سرعت جسم نمی‌تواند ثابت بماند.

ب) درست؛ زیرا $W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=0} \Delta K = 0$

پ) نادرست؛ ممکن است جسم بر مسیر غیرمستقیم با تندی ثابت حرکت

کند و سرعت جسم متغیر باشد. در این صورت حرکت جسم شتابدار است و

طبق قانون دوم نیوتون بر جسم نیرو وارد می‌شود.

ت) نادرست؛ چون $\Delta U = mg\Delta h$ است، اگر جسم در راستای قائم جابه‌جا

شود و $W_t = 0$ باشد، الزاماً $\Delta U \neq 0$ است.

پس تنها مورد (ب) صحیح است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

۶۶- گزینه «۲»

(امیرمهر عبودی)

با توجه به رابطه چگالی، جرم آبی را که پمپ در هر دقیقه بیرون می‌آورد را

محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho_1 = \frac{g}{cm^3} = \frac{kg}{L}} 1 = \frac{m}{1200} \Rightarrow m = 1200 \text{ kg}$$

طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W + W_{mg} = \Delta K$$

$$\xrightarrow{W_{mg} = -\Delta U} W = \Delta K + \Delta U$$

با توجه به تعریف توان خروجی می‌توان نوشت:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{\Delta K + \Delta U}{\Delta t}$$

تندی نهایی برابر $v = 36 \frac{km}{h} = 10 \frac{m}{s}$ است. بنابراین داریم:

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \times (1200) \times (10^2) + 1200 \times (10) \times (30)}{60} = 7000 \text{ W}$$

حال بازده پمپ آب را با توجه به توان ورودی پیدا می‌کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{7000}{10000} \times 100 = 70\%$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷ و ۷۳ تا ۷۴)

۶۷- گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا تغییرات درجهٔ فارنهایت را به درجهٔ سلسیوس یا کلوین تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta F = 540^\circ F} 540 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 300^\circ C$$

حال برای درصد افزایش سطح داریم:

$$\Delta A = \alpha A_1 \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = \alpha \Delta T$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2 \times 5 \times 10^{-5} \times 300 \times 100 = 3\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۴)

۶۸- گزینه «۲»

(زهرة آقاممیری)

در مرحلهٔ اول، جرم آب با دمای $30^\circ C$ برابر با $m_1 = 200 - m$ و جرم

آب با دمای $60^\circ C$ برابر با $m_2 = m$ است. بنابراین، ابتدا با استفاده از

رابطهٔ تعادل گرمایی، m را می‌یابیم:

$$\boxed{30^\circ C \text{ آب}} \xrightarrow{Q_1} \boxed{40^\circ C \text{ آب}} \xleftarrow{Q_2} \boxed{60^\circ C \text{ آب}}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \xrightarrow{Q = mc\Delta\theta} m_1 c (\theta - \theta_1) + m_2 c (\theta - \theta_2) = 0$$

$$\xrightarrow{m_1 = 200 - m, m_2 = m, \theta_1 = 30^\circ C, \theta_2 = 60^\circ C, \theta = 40^\circ C}$$

$$(200 - m) \times (40 - 30) + m \times (40 - 60) = 0$$

$$\Rightarrow (2000 - 10m) = 20m \Rightarrow 2000 = 30m$$

$$\Rightarrow m = \frac{200}{3} \text{ g}$$

$$\frac{P_B V_B}{P \cdot 2V} < \frac{P_A V_A}{4P \cdot V} \Rightarrow \frac{P_B V_B}{nR} < \frac{P_A V_A}{nR} \Rightarrow T_B < T_A$$

$$\Rightarrow \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0$$

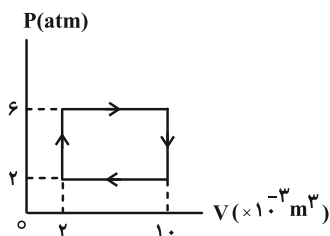
(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

(مصطفی کیانی)

۷۰- گزینه «۳»

ابتدا مساحت داخل چرخه را که برابر با کار انجام شده توسط ماشین گرمایی

در یک چرخه است، می‌یابیم.



$$|W| = \text{مساحت مستطیل} = (10 - 2) \times 10^{-3} \times (6 - 2) \times 10^5 = 3200 \text{ J}$$

اکنون بازده ماشین گرمایی را پیدا می‌کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{Q_H = 6400 \text{ J}}{|W| = 3200 \text{ J}} \Rightarrow \eta = \frac{3200}{6400} = 0.5 \Rightarrow \eta = 50\%$$

برای محاسبه توان ماشین باید از رابطه $P = \frac{W}{t}$ استفاده کنیم. در این رابطه

کار انجام شده در هر دقیقه (۶۰s) که مربوط به ۳۰ چرخه است را می‌یابیم.

دقت کنید، ماشین در هر چرخه ۳۲۰۰ J کار انجام می‌دهد:

$$|W_{\text{کل}}| = 3200 \times 30 = 96000 \text{ J} = 96 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{|W_{\text{کل}}|}{t} = \frac{96 \text{ kJ}}{t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}} \Rightarrow P = \frac{96}{60} \Rightarrow P = 1.6 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۵)

در مرحله دوم در ظرف ۲۰۰ g آب با دمای ۴۰°C وجود دارد که با

برداشتن $m = \frac{200}{3} \text{ g}$ از آب و اضافه کردن $m = \frac{200}{3} \text{ g}$ آب با دمای ۷۰°C،

جرم آب با دمای ۴۰°C برابر با $m_3 = 200 - \frac{200}{3} = \frac{400}{3} \text{ g}$ و جرم آب با

دمای ۷۰°C برابر با $m_4 = \frac{200}{3} \text{ g}$ می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\boxed{\text{آب } 40^\circ\text{C}} \xrightarrow{Q_3} \boxed{\text{آب } \theta'^\circ\text{C}} \xleftarrow{Q_4} \boxed{\text{آب } 70^\circ\text{C}}$$

$$Q_3 + Q_4 = 0 \Rightarrow m_3 c (\theta' - \theta_3) + m_4 c (\theta' - \theta_4) = 0$$

$$\begin{matrix} \theta_3 = 40^\circ\text{C}, \theta_4 = 70^\circ\text{C} \\ m_3 = \frac{400}{3} \text{ g}, m_4 = \frac{200}{3} \text{ g} \end{matrix} \rightarrow$$

$$\frac{400}{3} \times (\theta' - 40) + \frac{200}{3} (\theta' - 70) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{400}{3} \times (\theta' - 40) = -\frac{200}{3} (\theta' - 70)$$

$$\Rightarrow 2\theta' - 80 = -\theta' + 70 \Rightarrow 3\theta' = 150 \Rightarrow \theta' = 50^\circ\text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۰)

(علی بزرگر)

۶۹- گزینه «۴»

چون حجم گاز از V به ۳V رسیده است، یعنی گاز منبسط شده است؛ لذا

$$W < 0$$

می‌توان نوشت:

از طرفی تغییرات انرژی درونی به ΔT وابسته است. لذا داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

شیمی ۲

گزینه «۳»

(فسن لشکری)

با توجه به نمودار صفحه ۱۳، اختلاف شعاع اتمی بین ^{11}Na و ^{12}Mg بیشتر از اختلاف شعاع اتمی ^{17}Cl و ^{16}S است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

گزینه «۲»

(مجتبی محبوب)

 ابتدا مقدار Na حاصل از انجام واکنش اول را تعیین می‌کنیم:

$$\frac{78\text{g NaN}_3}{100\text{g NaN}_3} \times \frac{\text{خالص NaN}_3}{\text{خالص NaN}_3} \times \frac{1\text{mol NaN}_3}{65\text{g NaN}_3} \times \frac{2\text{mol Na}}{2\text{mol NaN}_3}$$

$$\times \frac{50\text{mol Na}}{100\text{mol Na}} \text{ عملی} = 0.006x \text{ mol Na نظری}$$

حال با توجه به واکنش دوم برای تعیین مقدار آهن حاصل از مصرف این

میزان سدیم می‌توان نوشت:

$$0.006x \text{ mol Na} \times \frac{2\text{mol Fe}}{6\text{mol Na}} \times \frac{56\text{g Fe}}{1\text{mol Fe}} \times \frac{50\text{g Fe}}{100\text{g Fe}} \text{ عملی نظری} = 2/24\text{g Fe}$$

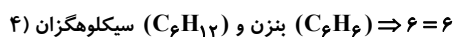
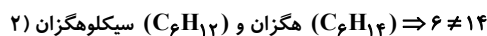
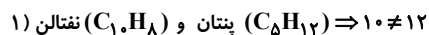
$$\Rightarrow x = 40$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

گزینه «۴»

(جعفر پازوکی)

با توجه به فرمول مولکولی ترکیبات داده شده داریم:

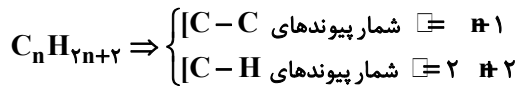


(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

گزینه «۳»

(آترین صبا)

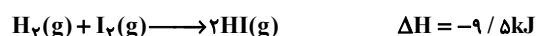
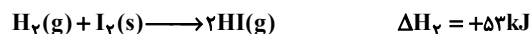
فرمول مولکولی آلکان مورد نظر $\text{C}_{11}\text{H}_{24}$ است. شمار پیوندهای کربن-کربن در آن برابر با ۱۰ و شمار پیوندهای کربن-هیدروژن در آن برابر با ۲۴ است.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

گزینه «۳»

(سیرمقدم معروفی)

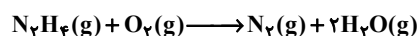


$$101 / 6\text{g I}_2 \times \frac{1\text{mol I}_2}{254\text{g I}_2} \times \frac{-9500\text{J}}{1\text{mol I}_2} = -3800\text{J}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۴ و ۷۴ تا ۷۷)

گزینه «۱»

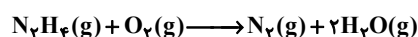
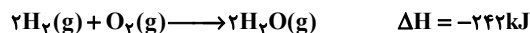
(امیرحسین توفیدی)


 با توجه به معادله‌های زیر ΔH واکنش فوق را می‌یابیم:

واکنش اول را معکوس می‌کنیم:



واکنش دوم و سوم را بدون تغییر می‌نویسیم:



$$\Delta H \text{ واکنش} = +92 - 242 - 187 = -337\text{kJ}$$

گرمای حاصل از تولید ۱۵۰ لیتر N_2 برابر است با:

$$150 \text{ L } N_2 \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{25 \text{ L } N_2} \times \frac{337 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } N_2} = 2022 \text{ kJ}$$

حال با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ جرم آب را محاسبه می‌کنیم:

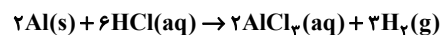
$$2022 \times 10^3 = m \times 4 / 2 \times (100 - 20) \Rightarrow m = 6017 \text{ g}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰ و ۷۴ تا ۷۷)

۷۷- گزینه «۴»

(معمربسن معمربازدهم‌مقدم)

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



مقدار مول HCl مصرف شده در این بازه زمانی برابر است با:

$$? \text{ mol HCl} = 2 \text{ L } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22.4 \text{ L } H_2} \times \frac{6 \text{ mol HCl}}{3 \text{ mol } H_2} = 2 / 5 \text{ mol HCl}$$

$$[\text{HCl}] = \frac{2 / 5}{2} = \frac{5}{4} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال می‌توان نوشت:

$$\bar{R}_{\text{HCl}} = -\frac{\Delta[\text{HCl}]}{\Delta t} = \frac{5}{4 \times 60} = 1 / 0.4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰، ۹۲ و ۹۳)

۷۸- گزینه «۳»

(سید رحیم هاشمی‌دهکردی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

$$\bar{R}(\text{K}_2\text{O}) = \frac{2}{5} \bar{R}(\text{O}_2) \text{ رابطه درست این دو ماده به صورت}$$

است.

گزینه «۲»: KNO_3 واکنش‌دهنده بوده و با گذشت زمان مول آن کاهش

می‌یابد. در رابطه باید علامت منفی قرار گیرد.

گزینه «۴»: نباید در کسر سمت چپ علامت منفی قرار گیرد زیرا سرعت

واکنش عددی مثبت است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۷۹- گزینه «۴»

(منصور سلیمانی‌ملکان)

مجموع شمار الکترون‌های پیوندی در این مولکول برابر ۸۲ است. مجموع

شمار الکترون‌های ناپیوندی نیز برابر ۴ می‌باشد که نسبت این دو عدد برابر با

۵ / ۲۰ می‌شود.

شکل درست گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: ترکیب (پ) در دارچین وجود دارد.

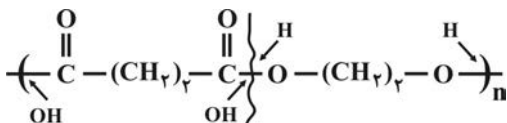
گزینه «۲»: تمامی ترکیبات به جز ترکیب (ب) آروماتیک هستند.

گزینه «۳»: ساختار (آ) متعلق به خانواده اترها است.

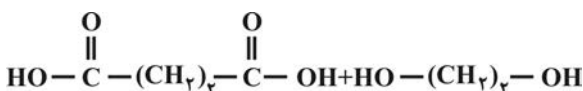
(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۸۰- گزینه «۱»

(مسعود طبرسا)



اسید و الکل سازنده:



اسید سازنده:

$$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_4 = 118 \text{ g.mol}^{-1}$$

الکل سازنده:

$$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2 = 62 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 118 + 62 = 180 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۱ و ۱۱۴ تا ۱۱۶)

شیمی ۱

۸۱- گزینه «۲»

(مسن لشکری)

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «ب»: با تزریق گلوکز نشان‌دار فقط تشخیص توده سرطانی امکان‌پذیر است.

عبارت «ت»: یکی از ایزوتوپ‌های اورانیوم (^{235}U)، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگانه عناصر؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۸۲- گزینه «۱»

(ممبر رضا پورباویر)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: در بین پرتوهای الکترومغناطیسی، پرتوهای گاما دارای کوتاه‌ترین طول موج هستند.

گزینه «۳»: نور زرد نسبت به نور قرمز، طول موج کوتاه‌تری دارد و با عبور از منشور انحراف بیشتری از خود نشان می‌دهد.

گزینه «۴»: نور خورشید با عبور از قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره پيوسته‌ای از رنگ‌ها را به وجود می‌آورد.

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگانه عناصر؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۸۳- گزینه «۴»

(ممبر مسن ممبر زاده مقرم)

تنها عنصر دوره چهارم که شمار الکترون‌های زیرلایه d با شمار الکترون‌های لایه چهارم برابر است، تیتانیم با آرایش الکترونی فشرده زیر است:



بررسی گزینه‌ها:

(۱) تیتانیم در گروه ۴ جای دارد:

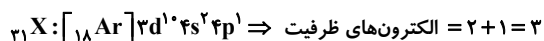
$4 = 2 + 2$ شمار الکترون‌های زیرلایه s آخر و زیرلایه d قبل = شماره گروه

(۲)



(۳) تیتانیم در دسته d جای داشته و شمار الکترون‌های ظرفیت آن برابر با ۴ است. ($2 + 2 = 4$)

(۴) شمار الکترون‌های ظرفیت $31X$ برابر است با:



پس، شمار الکترون‌های ظرفیت تیتانیم از عنصر $31X$ بیشتر است.

(شیمی ۱- کیهان؛ زاگانه عناصر؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۸۴- گزینه «۴»

(امیر مسین توفیری)

نام درست ترکیب‌ها:

(۱) N_2O_5 : دی نیترژن پنتاکسید

(۲) FeCl_3 : آهن (III) کلرید

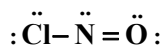
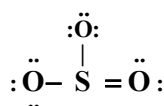
(۳) Na_2O : سدیم اکسید

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۸۵- گزینه «۱»

(ممبر مسن ممبر زاده مقرم)

ساختار لوویس چهار ترکیب به صورت زیر است:



از انحلال هر مول سدیم سولفات در آب یک مول یون سولفات پدید می آید:

$$? \text{mg Na}_2\text{SO}_4 = 38 / 4 \times 10^{-4} \text{g SO}_4^{2-}$$

$$\times \frac{1 \text{mol SO}_4^{2-}}{96 \text{g SO}_4^{2-}} \times \frac{1 \text{mol Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{mol SO}_4^{2-}} \times \frac{142 \text{g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{mol Na}_2\text{SO}_4} \times \frac{1000 \text{mg}}{1 \text{g}}$$

$$= 5 / 68 \text{mg Na}_2\text{SO}_4$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۴ و ۹۵)

(آروین شجاعی)

۸۹- گزینه «۲»

$$S_A = S_B \Rightarrow -0 / 30 + 70 = 1 / 40 + 36$$

$$\Rightarrow 1 / 70 = 34 \Rightarrow \theta = 20^\circ \text{C}$$

نمودار انحلال پذیری نمک A شیب منفی داشته و انحلال پذیری آن گرماده

است. بنابراین با کاهش دما نه تنها محلول رسوب نداده بلکه انحلال پذیری

آن بیشتر می شود. بنابراین مقدار رسوب برابر صفر است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

(سیرمحمدرضا میرقائم)

۹۰- گزینه «۴»

در فرایند تصفیه آب به روش های اسمز معکوس و استفاده از صافی کربن،

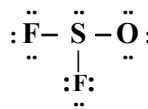
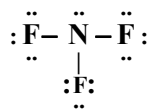
همه آلاینده ها به جز میکروب ها حذف می شوند که در نهایت برای از بین

بردن میکروب ها می بایست از فرایند کلر زنی استفاده کرد. در روش تقطیر

برخلاف روش های ذکر شده، علاوه بر میکروب ها، ترکیب های آلی فرار هم

حذف نمی شوند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۱۱۹)



(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۵۷ و ۵۸)

۸۶- گزینه «۲»

(آترین صبا)

بررسی گزینه های نادرست:

(۱) اگر هوا کره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین کاهش می یافت.

(۳) بخش عمده ای از پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می شود.

(۴) زمین گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می دهد.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۶۸ و ۶۹)

۸۷- گزینه «۲»

(مجتبی محبوب)



$$? \text{g HCl} = 14 / 2 \text{L Cl}_2 \times \frac{0 / 4 \text{g Cl}_2}{1 \text{L Cl}_2} \times \frac{1 \text{mol Cl}_2}{71 \text{g Cl}_2} \times \frac{4 \text{mol HCl}}{1 \text{mol Cl}_2} \times \frac{36 / 5 \text{g HCl}}{1 \text{mol HCl}}$$

$$= 11 / 68 \text{g HCl}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه های ۶۳ تا ۶۵، ۷۹ و ۸۰)

۸۸- گزینه «۳»

(مجتبی محبوب)

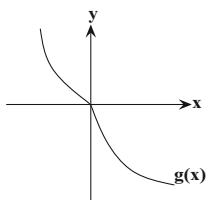
ابتدا مقدار یون سولفات حل شده در محلول را تعیین می کنیم. از آنجایی که

صورت سوال گفته جرم حل شونده در حد میلی گرم است پس جرم حلال و

محلول را به تقریب یکسان در نظر می گیریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 38 / 4 = \frac{x}{100} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 38 / 4 \times 10^{-4} \text{g SO}_4^{2-}$$



با توجه به نمودار $g(x)$ ، به ازای ورودی‌های کوچک‌تر یا مساوی صفر، مقدار تابع بزرگ‌تر یا مساوی صفر می‌شود.

$$\frac{g(f(x)) \geq 0}{f(x) \leq 0} \Rightarrow 3x + 5 \leq 0 \Rightarrow x \leq -\frac{5}{3}$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(سعید علیزاده)

گزینه «۲» ۹۴

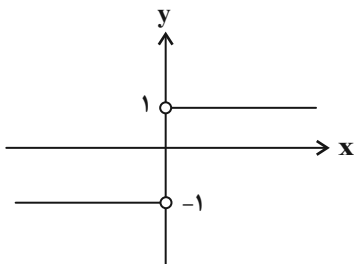
دامنه و برد توابع g و g^{-1} برابر با $\mathbb{R}$ است و داریم:

$$g(x) = x^3 - 1 \Rightarrow g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1}$$

دامنه تابع f نیز $\mathbb{R} - \{1\}$ است، پس دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ ، $\mathbb{R} - \{0\}$ است. داریم:

$$(f \circ g^{-1})(x) = \begin{cases} 1 & ; \sqrt[3]{x+1} > 1 \\ -1 & ; \sqrt[3]{x+1} < 1 \end{cases} = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

نمودار این تابع به صورت زیر است. واضح است که تابع روی دامنه $\mathbb{R} - \{0\}$ صعودی و یکنواست.



(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(سعید جعفری)

گزینه «۲» ۹۵

چون چند جمله‌ای مورد نظر بر $x+1$ و $x-2$ بخش پذیر است، لذا:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$p(x) = ax^3 - bx^2 + ax + 6$$

$$p(-1) = 0 \Rightarrow -a - b - a + 6 = 0 \quad (1)$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow p(2) = 0 \Rightarrow 8a - 4b + 2a + 6 = 0 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} -2a - b = -6 \\ 10a - 4b = -6 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 4 \Rightarrow a + b = 5$$

(حسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین ۶ صفحه ۲۲)

حسابان ۲

گزینه «۳» ۹۱

(علی اصغر شریفی)

قرینه نسبت به $y = x$ یعنی همان وارون کردن:

$$y = \sqrt{x-1}; y \geq 0 \Rightarrow y^2 = x-1 \Rightarrow y^2 + 1 = x$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$\Rightarrow y = x^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = x^2 + 4$$

$$\xrightarrow{\text{انبساط افقی با ضریب ۲}} y = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4; x \geq 0$$

$$y = 8 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + 4 = 8 \Rightarrow x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x = \pm 4 \xrightarrow{x \geq 0} x = 4$$

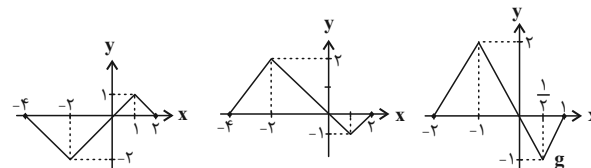
(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه «۳» ۹۲

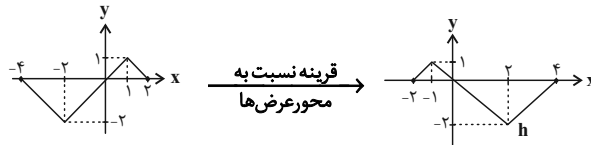
(کلاظم ایلالی)

نمودار تابع g به صورت زیر رسم می‌شود:

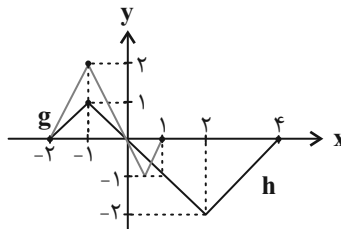
$$y = f(x) \xrightarrow[\text{محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = -f(x) \xrightarrow[\text{طول نقاط}]{\text{نصف کردن}} g(x) = -f(2x)$$



نمودار تابع h به صورت زیر رسم می‌شود:



بنابراین نمودار دو تابع سه نقطه مشترک دارند:



(حسابان ۲- تابع؛ مشابه تمرین ۲ صفحه ۱۲)

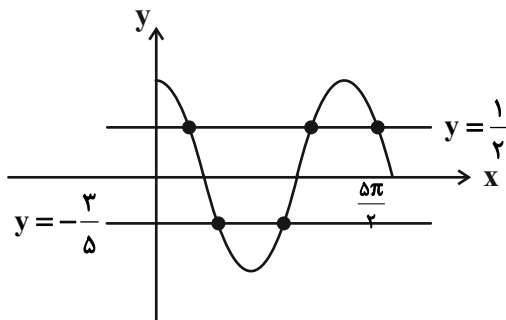
گزینه «۳» ۹۳

(حامد پوقاری)

از آنجا که $g(x)$ یک تابع اکیداً نزولی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد، نمودار آن می‌تواند به صورت شکل زیر باشد. برای یافتن دامنه

تابع $y = \sqrt{(g \circ f)(x)}$ داریم:

$$(g \circ f)(x) \geq 0 \Rightarrow g(f(x)) \geq 0$$



(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

(علیرضا نرافزاده)

گزینه «۱» ۹۹-

ابتدا معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$$

پس داریم:

$$(\sin x + \frac{3}{2})(\sin x - \frac{1}{2}) = 0 \xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} \sin x = \frac{1}{2}$$

دو بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ سینوس دو زاویه $x_1 = \frac{\pi}{6}$ و $x_2 = \frac{5\pi}{6}$ برابر $\frac{1}{2}$ است.

$$\Rightarrow \alpha = x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{3}$$

و در نهایت داریم:

$$\tan \alpha = \tan(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\tan(\frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3}$$

(حسابان ۲- مثلثات: مشابه تمرین ۱ صفحه ۴۴)

(علی سلامت)

گزینه «۴» ۱۰۰-

$$2\alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan(2\alpha + \beta) = \frac{\tan 2\alpha + \tan \beta}{1 - \tan 2\alpha \tan \beta} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{2} \tan \beta} = 1 \Rightarrow \tan \beta = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3}{4}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه ۳۲)

(یوانیش نیکنام)

گزینه «۲» ۹۶-

$$T = \frac{2\pi}{|b|}, f(0) = -1 \Rightarrow y_A = -1$$

$$y_{\max} = |a| - 1 = 2 \Rightarrow |a| = 3$$

$$y_{\min} = -|a| - 1 = -3 - 1 = -4 \Rightarrow y_C = -4$$

با توجه به عرض نقاط A و C، طول ارتفاع وارد بر ضلع AB در مثلث، برابر با ۳ می‌باشد و با توجه به شکل داریم:

$$AB = T + \frac{T}{2} = \frac{3T}{2} = \frac{3\pi}{|b|}$$

$$S_{ABC} = \frac{3 \times \frac{3\pi}{|b|}}{2} = \frac{9\pi}{2|b|} = \frac{9\pi}{4} \Rightarrow |b| = 2$$

از طرفی با توجه به نمودار، a و b هم‌علامت نیستند؛ پس داریم:

$$(a = -3, b = 2) \text{ یا } (a = 3, b = -2)$$

پس کم‌ترین مقدار a + b برابر با -۱ می‌باشد.

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(یوانیش نیکنام)

گزینه «۴» ۹۷-

$$OB = \frac{3}{2}T = \frac{3\pi}{4}, T = \frac{\pi}{2} \text{ پس داریم: دوره تناوب تابع برابر است با } \frac{\pi}{2}$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \tan 2\alpha \times \frac{3\pi}{4} = \frac{3\sqrt{3}\pi}{8}$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \sqrt{3} \xrightarrow{0 < \alpha < \frac{\pi}{4}} 2\alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$f(\frac{1}{2}\alpha) = \tan \frac{1}{2}\alpha = \tan(\frac{1}{12}\pi)$$

$$= \tan(2\pi - \frac{\pi}{6}) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

(یوانیش نیکنام)

گزینه «۲» ۹۸-

$$\Delta(2\cos^2 \theta - 1) + 2(\frac{1 + \cos \theta}{2}) + 1 = 1 \cdot \cos^2 \theta + \cos \theta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (\Delta \cos \theta + 3)(2\cos \theta - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{2} \\ \cos \theta = -\frac{3}{\Delta} \end{cases}$$

نمودار تابع $y = \cos x$ و خطوط $y = \frac{1}{2}$ و $y = -\frac{3}{\Delta}$ را رسم

می‌کنیم. می‌بینیم که در بازه مذکور، تعداد نقاط تلاقی برابر ۵ است:

هندسه ۳

۱۰۱- گزینه «۱»

(امیرمسین ملازینل)

ماتریس A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی} = 1+2+1=4 \\ \text{مجموع درایه‌های بالای قطر فرعی} = 1+2+3=6 \end{cases} \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۱ صفحه ۲۰)

۱۰۲- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

واضح است که A ماتریسی ۱×۳ می‌باشد. بنابراین اگر

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \text{ در نظر گرفته شود، آنگاه داریم:}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 3 & 1 & -1 \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2x & 2y & 2z \\ x & y & z \\ 3x & 3y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 3 & 1 & -1 \\ d & e & f \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$$

حال:

$$a+b+c=2x+2y+3z=2x+5y=2(3)+5(1)=11$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۳- گزینه «۴»

(سراسری ریاضی - ۹۷)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$C^T = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{24} \\ 3 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ 6 & 2 & 1 & \frac{1}{4} \\ 24 & 8 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{24} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & & & \\ & 4 & & \\ & & 4 & \\ & & & 4 \end{bmatrix}$$

$$C^T = 16 = \text{مجموع درایه‌های قطر اصلی}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۴- گزینه «۲»

(سیدامیر ستوده)

$$I - \lambda A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{2} & -\frac{\lambda}{2} \\ -\frac{\lambda}{2} & \frac{\lambda}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\frac{\lambda}{2} & \frac{\lambda}{2} \\ \frac{\lambda}{2} & 1-\frac{\lambda}{2} \end{bmatrix}$$

شرط وارون‌پذیری $I - \lambda A$ این است که $|I - \lambda A| \neq 0$ باشد، پس داریم:

$$\left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)^2 - \frac{\lambda^2}{4} \neq 0 \Rightarrow 1 - \lambda \neq 0 \Rightarrow \lambda \neq 1$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱۰۵- گزینه «۲»

(سراسری ریاضی - ۹۵)

طبق تعریف ماتریس وارون داریم:

$$A(I - A) = I \Rightarrow A - A^2 = I \Rightarrow A^2 = A - I \quad (*)$$

طرفین تساوی ماتریسی به دست آمده را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$A^4 = (A - I)^2 \Rightarrow A^4 = A^2 - 2A + I$$

$$\xrightarrow{(*)} A^4 = A - I - 2A + I = -A$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱۰۶- گزینه «۴»

(سراسری ریاضی - ۹۲)

$$\text{بافرض } D = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

سؤال به صورت $BAC = D$ خواهد بود. برای یافتن ماتریس A، طرفین این

معادله را از راست در ماتریس C^{-1} و از چپ در ماتریس B^{-1} ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix} = \frac{m}{abc}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: برگرفته از سوال ۸ تمرین صفحه ۳۱)

(علی وزیر)

۱۰۹- گزینه «۳»

با محاسبه $|A|$ داریم:

$$|A| = \begin{vmatrix} |A|^2 & |A| \\ 3 & 4|A| \end{vmatrix} = 4|A|^3 - 3|A|$$

$$\Rightarrow 4|A|^3 = 4|A| \Rightarrow \begin{cases} |A|^2 = 1 \Rightarrow |A| = \pm 1 \\ |A| = 0 \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر مختلف $|A|$ برابر است با:

$$0 + 1 - 1 = 0$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۰)

(فسرو خلعت پری)

۱۱۰- گزینه «۴»

اگر دترمینان را بر حسب سطر اول آن بسط دهیم، داریم:

$$\begin{aligned} & -(x-a) \begin{vmatrix} a-x & x-c \\ b-x & 0 \end{vmatrix} + (x-b) \begin{vmatrix} a-x & 0 \\ b-x & c-x \end{vmatrix} \\ & = -(x-a)[0 - (x-c)(b-x)] + (x-b)[(a-x)(c-x) - 0] \\ & = -(x-a)(x-c)(x-b) + (x-b)(x-a)(x-c) = 0 \end{aligned}$$

بنابراین، حاصل دترمینان به ازای تمامی مقادیر حقیقی x ، برابر صفر است و

در نتیجه معادله بی‌شمار جواب دارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$$\Rightarrow (B^{-1}B)A(CC^{-1}) = B^{-1}DC^{-1}$$

$$\Rightarrow |A| = B^{-1}DC^{-1}$$

$$\frac{|A|}{|A|} = \frac{|A|}{|A|} \rightarrow A = B^{-1}DC^{-1}$$

$$C = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{5-6} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$$

از ضرب دو ماتریس ابتدایی، تنها درایه‌های مربوط به سطر اول حاصل ضرب

را محاسبه می‌کنیم. سپس ماتریس حاصل را در ماتریس سوم ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -21 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

(مهم‌رصد کار)

۱۰۷- گزینه «۲»

برای این که دستگاه ذکر شده بی‌شمار جواب داشته باشد، باید دو خط ذکر

شده بر هم منطبق باشند که یعنی:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{2m+1}{-7m} = \frac{-m}{m+6} = \frac{1}{-m}$$

حالا با حل تساوی به دست آمده، مقادیر ممکن برای m را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2m+1}{-7m} = \frac{1}{-m} \xrightarrow{m \neq 0} \frac{2m+1}{-7m} = \frac{1}{-m} \Rightarrow m = 3$$

حالا $m = 3$ را در تساوی اولیه جای گذاری می‌کنیم:

$$\frac{2 \times 3 + 1}{-7 \times 3} = \frac{-3}{3+6} = \frac{1}{-3}$$

بنابراین فقط به ازای $m = 3$ این دستگاه بی‌شمار جواب دارد.

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: مشابه تمرین ۱۲ صفحه ۳۱)

(علیرضا شریف قطینی)

۱۰۸- گزینه «۲»

$$m = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a \times \frac{1}{a} & a \times 1 & a \times a \\ b \times \frac{1}{b} & b \times 1 & b \times b \\ c \times \frac{1}{c} & c \times 1 & c \times c \end{vmatrix} = abc \begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$$

ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینه «۴»

(مرتضی فقیه علوی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ابتدا قضیه شرطی را اثبات می‌کنیم:

$$a + \frac{1}{a} \geq 2 \xrightarrow{\text{توان دوم}} a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \geq 4 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$$

بنابراین طرف اول قضیه دو شرطی درست است ولی برای رد درستی عکس

این قضیه شرطی، می‌توان $a = -2$ را در نظر گرفت.

گزینه «۲»: خود قضیه شرطی واضح است. عکس آن می‌گوید که اگر

$a \neq -1$ ، آنگاه $a > 0$ است که $a = -2$ مثال نقضی برای آن است و این

گزینه رد می‌شود.

گزینه «۳»: مثال نقض برای رد کردن این گزاره شرطی $\alpha = \sqrt{2}$ و

$\beta = -\sqrt{2}$ است.

گزینه «۴»: اگر $k^2 > k^3$ باشد، می‌توانیم ثابت کنیم $k > 1$:

$$k^3 > k^2 \Leftrightarrow k^2 \times k > k^2 \times 1 \xrightarrow{\begin{matrix} +k^2 > 0 \\ \times k^2 > 0 \end{matrix}} k > 1$$

تمام مراحل اثبات بالا دوطرفه است (پس عکس قضیه نیز درست است)، بنابراین

گزاره ذکر شده در گزینه «۴» را می‌توان به صورت قضیه دوشروطی نوشت.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱۱۲- گزینه «۲»

(مقتار منصوری)

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b \Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3}{ab} \geq a + b$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} ab > 0 \\ +ab < 0 \end{matrix}} a^2 + b^2 \geq ab(a + b)$$

$$\Leftrightarrow (a + b)(a^2 - ab + b^2) \geq ab(a + b)$$

$$\xrightarrow{\begin{matrix} +(a+b) > 0 \\ \times(a+b) > 0 \end{matrix}} a^2 - ab + b^2 \geq ab$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۱۳- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحموب)

طبق خاصیت تعدی، گزینه «۴» صحیح است.

$$\left. \begin{matrix} bc | a \\ b | bc \end{matrix} \right\} \Rightarrow b | a \quad \left. \begin{matrix} bc | a \\ c | bc \end{matrix} \right\} \Rightarrow c | a$$

مثال نقض برای سایر گزینه‌ها به شرح زیر است:

$$(1) \quad c = 5, b = 3, a = 2$$

$$(2) \quad c = 5, b = 3, a = 8$$

$$(3) \quad c = 2, b = 2, a = 4$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد:

برگرفته از متن کتاب درسی صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱۱۴- گزینه «۳»

(رضا پورحسینی)

قضیه تقسیم و شرط آن را طبق فرض می‌نویسیم:

$$a = 23q + 7q \Rightarrow \text{شرط تقسیم} : 7q < 23 \Rightarrow q < \frac{23}{7} \Rightarrow q \leq 3$$

$$q_{\max} = 3 \Rightarrow a_{\max} = 3 \times (23) = 90 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۱۱۵- گزینه «۱»

(امیرحسین ملازینل)

طبق تعریف ب م م می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a | 2a & (\text{همواره درست}) \\ a | 27 \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a = 1, 3, 9, 27 \end{cases}$$

بنابراین ۴ مقدار طبیعی برای a ممکن است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مشابه نوایی فرداد ۱۴۰۴)

۱۱۶- گزینه «۴»

(هومن نورائی)

طبق فرض سوال داریم:

$$8a - 5 \equiv 1 - 4a \Rightarrow 12a \equiv 6 \Rightarrow a \equiv 6 \Rightarrow \begin{cases} a^2 \equiv 36 \\ 3a \equiv 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a \equiv 18 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 \equiv 20 \equiv 9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۷- گزینه «۴»

(مختار منصوری)

با توجه به این که $125 \equiv 1$ است، می‌توان نوشت:

$$5^{212} \equiv (5^3)^{70} \times 5^2 \equiv (125)^{70} \times 25 \equiv 1^{70} \times 25 \equiv 25$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۱۱۸- گزینه «۱»

(سیرمصطفی سیرمسنینی)

از آنجا که عدد ذکر شده مضرب ۹۹ است، نتیجه می‌شود که مضرب دو عدد ۹ و ۱۱ می‌باشد و می‌توان گفت:

$$1) \quad 4yx \equiv 1 \Rightarrow 4 + x + y + 0 + 1 \equiv 0 \Rightarrow 5 + x + y \equiv 0$$

$$\Rightarrow x + y \equiv 4 - \frac{0 \leq x+y \leq 18}{\Rightarrow x+y=4 \text{ یا } 13}$$

$$2) \quad 4yx \equiv 1 \Rightarrow (1+x+4) - (0+y) \equiv 0 \Rightarrow 5+x-y \equiv 0$$

$$\Rightarrow x-y \equiv 6 - \frac{-9 \leq x-y \leq 9}{\Rightarrow x-y=6 \text{ یا } -5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=13 \\ x-y=-5 \end{cases} \Rightarrow x=4, y=9 \Rightarrow x^2+y=25$$

از سه دستگاه معادلات ممکن دیگر برای این سؤال، مقادیر x و y ، اعدادی منفی و یا کسری خواهند بود که امکان پذیر نیست.

راه دوم:

$$4yx \equiv 1 \Rightarrow 10000 \times 4 + 1000 \times yx + 1 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 4 + yx + 1 \equiv 0 \Rightarrow yx \equiv -5 \equiv 94$$

$$\frac{0 \leq yx \leq 99}{\Rightarrow y=9, x=4}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱۱۹- گزینه «۳»

(پوار هاتمی)

طبق فرض داریم:

$$\text{گزینه «۴»}: 24x \equiv 42y \xrightarrow[+6]{(15,6)=3} 4x \equiv 7y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{گزینه «۲»}: 4x \equiv 2y \xrightarrow[+2]{(5,2)=1} 2x \equiv y \\ \text{گزینه «۱»}: 4x \equiv 12y \xrightarrow[+4]{(5,4)=1} x \equiv 3y \end{cases}$$

توجه: با انتخاب $x=7$ و $y=4$ نیز می‌توان نشان داد که گزینه «۳» نادرست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۲۰- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

شرط وجود جواب برای معادله $5x + 10y = n^3 - n$ در $\mathbb{Z}$ ، آن است

$$\text{که } 5 \mid n^3 - n = (5, 10). \text{ بنابراین داریم:}$$

$$n^3 - n \equiv 0 \Rightarrow n(n-1)(n+1) \equiv 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n \equiv 0 \Rightarrow n = 5k & (k \in \mathbb{Z}) \\ n-1 \equiv 0 \Rightarrow n \equiv 1 \Rightarrow n = 5k+1 & (k \in \mathbb{Z}) \\ n+1 \equiv 0 \Rightarrow n \equiv -1 \equiv 4 \Rightarrow n = 5k+4 & (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

با توجه به این که برای هر یک از فرم‌های $5k$ ، $5k+1$ و $5k+4$ ، ۲۰

مقدار در مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ وجود دارد، پس به ازای ۶۰ مقدار

مختلف برای n ، معادله مورد نظر در $\mathbb{Z}$ دارای جواب است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

فیزیک ۳

گزینه ۱- ۱۲۱

(مسام تدری)

با توجه به نمودار مکان - زمان متحرک، سرعت آن در لحظات ۵/۰ s و ۱/۵ s صفر شده و متحرک ۲ بار تغییر جهت داده است.

در ضمن، در بازه زمانی $t_1 = 0/5s$ تا $t_2 = 1/5s$ ، جابه جایی متحرک در خلاف جهت محور x است، بنابراین جهت بردار سرعت متوسط نیز در خلاف جهت محور x است.

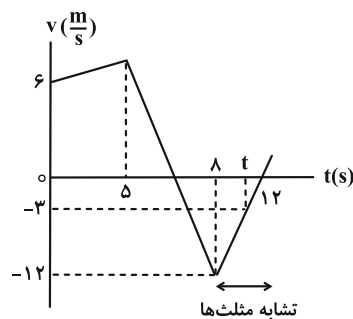
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲ تا ۱۰)

گزینه ۲- ۱۲۲

(مسام تدری)

سومین بار در لحظه ای بین ۸ s و ۱۲ s تندی متحرک نصف تندی اولیه

یعنی $\frac{m}{s}$ می شود. برای محاسبه این زمان، داریم:



$$\Rightarrow \frac{12}{3} = \frac{12-8}{12-t} \Rightarrow t = 11s$$

$$\xrightarrow{t=0} v_0 = 6 \frac{m}{s}, \quad \xrightarrow{t=11s} v_{11} = -3 \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{-3 - 6}{11 - 0} = \frac{-9}{11} \frac{m}{s^2} \Rightarrow |a_{av}| = \frac{9}{11} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه ۲- ۱۲۳

(مسین الهی)

چون حرکت با شتاب ثابت است، معادله مکان- زمان آن به صورت سهمی

$$\text{و } x = at^2 + bt + c \text{ است؛}$$

$$x(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$x(1) = -2 \Rightarrow a + b = -2$$

همچنین:

$$x(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$$

و:

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2, \quad b = -4$$

با حل دو رابطه:

$$x = 2t^2 - 4t$$

پس:

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

(مشابه تمرین ۱۹ پایان فصل (۱) صفحه ۲۸ کتاب درسی)

گزینه ۱- ۱۲۴

(مسعود قره قانی)

ابتدا شتاب حرکت متحرک را محاسبه می کنیم. داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 48 = \frac{1}{2}a \times 6^2 + 2 \times 6 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

جابه جایی طی ثانیه هفتم برابر است با:

$$\Delta x_{(0 \text{ تا } 7)} - \Delta x_{(0 \text{ تا } 6)} = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 7^2 + 2 \times 7 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 + 2 \times 6 \right) = 16m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه ۳- ۱۲۵

(مسین الهی)

گلوله با سرعت اولیه صفر و شتاب ثابت $g = 10 \frac{m}{s^2}$ سقوط می کند. با

$$\text{استفاده از رابطه حرکت سقوط آزاد داریم: } y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{با جایگذاری } g = 10 \frac{m}{s^2} \text{ و } t = 4s \text{ داریم: } h = \frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 = 80m$$

پس ارتفاع ساختمان ۸۰ متر است.

برای محاسبه تندی در نیمه راه یعنی ارتفاع $(\frac{h}{2})$ از رابطه سرعت-

$$\text{جابه جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده می کنیم: } v^2 = 2g(\Delta y)$$

$$\Delta y = \frac{h}{2} = \frac{80}{2} = 40m \quad \text{و داریم:}$$

$$v^2 = 2 \times 10 \times 40 = 800 \Rightarrow v = \sqrt{800} = 20\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

پس تندی گلوله در نیمه راه $20\sqrt{2} \frac{m}{s}$ است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

(برگرفته از تمرین ۲۳ پایان فصل کتاب درسی)

گزینه ۱- ۱۲۶

(مسعود قره قانی)

ابتدا نیروی خالص را به دست می آوریم و سپس اندازه نیروی خالص و شتاب

جسم را می یابیم:

$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 1/2\vec{i} - 1/6\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{net}| = \sqrt{(1/2)^2 + (-1/6)^2} = 2N$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(0/3)^2 + (-0/4)^2} = 0/5 \frac{m}{s^2}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

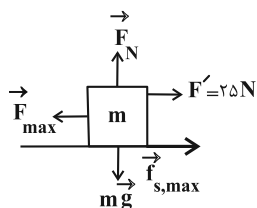
$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow m = \frac{F_{net}}{a} = \frac{2}{0/5} = 4kg$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای؛ صفحه های ۳۲ تا ۳۴)

$$F_N = mg = 7 \times 10 = 70 \text{ N}$$

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = 0.3 \times 70 \Rightarrow f_{s, \max} = 21 \text{ N}$$

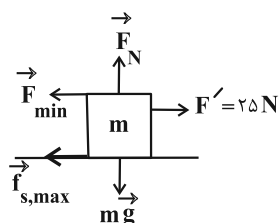
بیشینه نیروی $\vec{F}$ زمانی است که جسم در آستانه حرکت به سمت چپ باشد:



$$F_{\max} - F' - f_{s, \max} = 0$$

$$\Rightarrow F_{\max} - 25 - 21 = 0 \Rightarrow F_{\max} = 46 \text{ N}$$

کمینه نیروی $\vec{F}$ زمانی است که جسم در آستانه حرکت به سمت راست باشد.



$$F' - F_{\min} - f_{s, \max} = 0$$

$$\Rightarrow 25 - F_{\min} - 21 = 0 \Rightarrow F_{\min} = 4 \text{ N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴ و ۳۷ تا ۴۳)

۱۳۰- گزینه «۳» (عسین العی)

چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر

است. بنابراین نیروی فنر برابر با نیروی اصطکاک جنبشی است: $F_e = f_k$

و نیروی عمودی سطح نیز برابر با $mg + F_y$ می‌باشد:

$$F_N = mg + F_y = 4 \times 10 + 10 = 50 \text{ N}$$

همچنین نیروی اصطکاک جنبشی به صورت زیر است:

$$f_k = \mu_k F_N = 0.3 \times 50 = 15 \text{ N}$$

برای نیروی فنر نیز داریم:

$$F_e = kx \quad \Rightarrow \quad x = \frac{F_e}{k} = \frac{15}{10} = 1.5 \text{ cm}$$

بنابراین افزایش طول فنر برابر است با:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

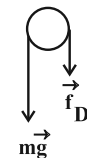
(برگرفته از آزمون نوابی فرداد ۱۴۰۴ رشته ریاضی)

(بهنام رستمی)

۱۲۷- گزینه «۲»

$$f_D + mg = ma_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{f_D + mg}{m}$$



در نقطه اوج سرعت صفر است، در نتیجه نیروی مقاومت هوا در آن لحظه نیز

صفر است و بنابراین اندازه شتاب در آن لحظه g است. $a_y = g$

$$mg - f_D = ma_y$$

$$\Rightarrow a_y = \frac{mg - f_D}{m}$$



$$a_1 > a_y > a_y$$

بنابراین:

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

(علیرضا کونه)

۱۲۸- گزینه «۴»

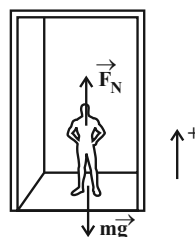
با استفاده از قانون دوم نیوتون و در نظر

گرفتن جهت مثبت به طرف بالا، می‌توان

نوشت:

حالت اول: حرکت به صورت تندشونده با

$$\text{شتاب } \frac{m}{s^2} \text{ به طرف بالا:}$$



$$F_{N_1} - mg = ma \Rightarrow F_{N_1} = m(g + a) \quad (1)$$

حالت دوم: حرکت به صورت کندشونده با شتاب $\frac{m}{s^2}$ به طرف بالا:

$$F_{N_2} - mg = ma' \xrightarrow{a' = -a} F_{N_2} = m(g - a) \quad (2)$$

بنابراین با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲)، داریم:

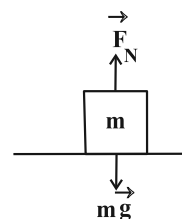
$$\frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{g + a}{g - a} = \frac{10 + 2}{10 - 2} \Rightarrow \frac{F_{N_1}}{F_{N_2}} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

(عبداله قم‌زاده)

۱۲۹- گزینه «۲»

ابتدا بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم:



شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۲»

(معمربرسن معمربزراده مقربم)

مولکولهای صابون دارای دو بخش آب دوست و آب گریز (چربی دوست) هستند که می توانند هم در آب و هم در چربی ها حل شوند و محلول همگن ایجاد کنند.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۶ تا ۸)

(برگرفته از متن کتاب)

۱۳۲- گزینه «۱»

(ممیر زبئی)

چسب جزو مواد کلونیدی است. کلونیدها مخلوط هایی ناهمگن هستند.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه ۷)

۱۳۳- گزینه «۴»

(ممیر عظیمیان زواره)

صابون همه لکه ها را به یک اندازه از بین نمی برد، زیرا نوع پارچه، دما، نوع آب و نیز نوع و مقدار صابون بر روی قدرت پاک کنندگی آن تأثیر دارد.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۸، ۹ و ۱۰)

۱۳۴- گزینه «۳»

(آترین صبا)

دی نیتروژن پنتاکسید همانند کربن دی اکسید یک اسید آرنیوس به شمار می رود و منجر به افزایش غلظت یون هیدرونیوم در آب می شود.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

(برگرفته از فور را بیازماید صفحه ۱۶)

۱۳۵- گزینه «۳»

(ممیر کوهستانیان)

$100 \times \frac{\text{غلظت یون هیدرونیوم}}{\text{غلظت مولی اولیه}} = \text{درصد یونش}$

$$\Rightarrow 15 = \frac{0.3 \times 10^{-3}}{[HCOOH]} \times 100 \Rightarrow [HCOOH] = \frac{0.3 \times 10^{-3}}{15} \times 100$$

$$\Rightarrow [HCOOH] = 0.002 \text{ mol/L}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۱۸ تا ۱۹)

۱۳۶- گزینه «۲»

(فاضل قهرمانی فرد)

با توجه به رسانایی الکتریکی دو محلول در شرایط یکسان می توان نتیجه گرفت که درجه یونش HX از HY بیشتر است.

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه «۱»: ممکن است اسید HX به طور کامل یونیده نشده باشد و نوعی اسید ضعیف باشد.

گزینه «۳»: ممکن است هر دو اسید ضعیف باشند ولی درجه یونش HX بزرگتر از HY باشد.

گزینه «۴»: چون درجه یونش دو اسید برابر نیست، پس غلظت آنیون های ایجاد شده نیز برابر نخواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۱۶ تا ۱۹)

۱۳۷- گزینه «۳»

(سایر شیر)

HA = استیک اسید

$$? \text{ mol HA} = 12 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{60 \text{ g HA}} = 0.2 \text{ mol HA}$$

$$M_{HA} = \frac{0.2 \text{ mol}}{0.25 \text{ L}} = 0.8 \text{ mol/L}$$

$$K_a = \frac{[A^-][H^+]}{[HA]} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{[H^+]}{0.8}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[H^+] = 4 \times 10^{-5} \text{ mol/L} \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[H^+] = 4 \times 10^{-5} \text{ mol/L} \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[H^+] = 4 \times 10^{-5} \text{ mol/L} \Rightarrow [H^+] = 4 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۱۸ تا ۲۳)

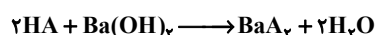
۱۳۸- گزینه «۱»

(مجتبی عبادی)

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3.7} = 10^{-4} \times 10^{0.3}$$

$$= 2 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[H^+] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol/L} \Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$



$$? \text{ mL HA} = 0.02 \text{ L Ba(OH)}_2 \times \frac{0.1 \text{ mol Ba(OH)}_2}{1 \text{ L Ba(OH)}_2}$$

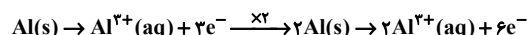
$$\times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} \times \frac{1 \text{ L HA}}{0.008 \text{ mol HA}} \times \frac{1000 \text{ mL HA}}{1 \text{ L HA}} = 500 \text{ mL HA}$$

(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۲۴ تا ۲۷)

۱۳۹- گزینه «۲»

(امیر قاسمی)

اگر در واکنش گونه های الکترون به دست آورد، کاهش یافته و نقش آن اکسنده است و اگر گونه های الکترون از دست بدهد، اکسایش می یابد و نقش آن کاهنده است.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۰، ۳۱ و ۳۲)

(برگرفته از با هم بیندیشیم صفحه ۳۰)

۱۴۰- گزینه «۲»

(امیر قاسمی)

عبارت «الف» نادرست و عبارت های «ب» و «پ» درست هستند.

الف و ب) بین فلز طلا و محلول $CuSO_4(aq)$ واکنشی رخ نمی دهد، بنابراین الکترونی هم رد و بدل نمی شود و رنگ آبی محلول تغییری نمی کند، ولی در واکنش هر مول $Zn(s)$ با $CuSO_4(aq)$ ، ۲ مول الکترون مبادله خواهد شد.

پ) قوی ترین کاهنده، ضعیف ترین اکسنده را به جا خواهد گذاشت:

پس $Zn^{2+}(aq)$ ضعیف ترین اکسنده است.

Zn : قوی ترین کاهنده در جدول صورت سؤال

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۳۲، ۳۳ و ۳۴)