



آزمون جامع ۱۶ مرداد ۱۴۰۵

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	پروانه ابدالی-کاظم اجلالی-عباس اشرفی-علی پسندیده-روح اله حسنی-افشین خاصه خان-مریم زارعی سامان سلامیان-کامیار علییون-حامد قاسمیان-سیدسپهر متولیان-علی ناری ایبانه-غلامرضا نیازی-جهانبخش نیکنام
هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	علی پسندیده-روح اله حسنی-افشین خاصه خان-محمد خندان-سوگند روشنی-ایمان ساریخانی-نرگس کارگر درنا کربلایی-مهرداد ملوندی-محمد ناری ایبانه
فیزیک	مهران اسماعیلی-علیرضا جباری-مهرداد خاجی-محمد رضا خادمی-رحمت اله خیراله زاده سماکوش آرمان رجب خیرفومنی-مصطفی کیانی-احمد مرادی پور-محمد کاظم منشادی-امیراحمد میرسعید-افشین مینو حسام نادری-محمد رضا نصیری-ابوالفضل نکومنشی نژاد
شیمی	مجید جلیل ناغونی-محمد رضا جمشیدی-امیر حاتمیان-ندا حسین پورمقدم-پیمان خواجوی مجد-یاسر راش احسان روستایی-مبینا سید حسینی-آترین صبا-محسن مجنونی-مجتبی محبوب-مهشید نیازی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه و آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	یاسر راش
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور زهره آقامحمدی	احسان پنجه شاهی امیرحسین توحیدی
ویراستاران رتبه برتر	آرین غلامی سینا صالحی	آرین غلامی	سینا صالحی	آترین صبا حسین فرهادزاده
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محبوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران مستندسازی	امیرمحمد علیپور-معصومه صنعت کار-مهسا محمدنیا-فرشته کمبرانی	سجاد بهارلویی امیرعباس محمدی مهدی صالحی	فاطمه الهی محسن دستجردی رزیتا حبیب اله	

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: علیرضا همایون خواه
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۳۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

ریاضیات

۱- گزینه «۲»

(عباس اشرفی)

جملات با اندیس مضرب ۳ عبارت‌اند از:

$$a_3, a_6, a_9, a_{12}, a_{15}, a_{18}, a_{21}$$

اگر قدر نسبت دنباله اولیه را d فرض کنیم، دنباله اخیر، دنباله‌ای ۷ جمله‌ای با قدر نسبت $3d$ و جمله اول a_3 است. می‌دانیم مجموع این هفت جمله، نصف مجموع همه جمله‌های دنباله اولیه است پس:

$$\frac{a_3 + a_6 + \dots + a_{21}}{a_1 + a_2 + \dots + a_{21}} = \frac{\frac{7}{2}[2a_3 + (7-1)(3d)]}{\frac{21}{2}[2a_1 + (21-1)d]} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2a_3 + 18d}{2a_1 + 20d} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a_3 + 9d}{a_1 + 10d} = \frac{3}{2} \xrightarrow{a_3 = a_1 + 2d}$$

$$\frac{(a_1 + 2d) + 9d}{a_1 + 10d} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + 11d}{a_1 + 10d} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a_1 + 22d = 3a_1 + 30d \Rightarrow \underbrace{a_1 + 8d}_a = 0$$

در نتیجه جمله نهم دنباله اولیه برابر صفر است.

(مسابان ۱- فبر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۴)

۲- گزینه «۱»

(علی تازیانی)

دو قسمت عبارت را ساده کرده و از هم کم می‌کنیم:

$$(\sqrt{5}-2)^{-1} = \frac{\sqrt{5}-8}{\sqrt{5}-2} = \frac{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2+4)}{\sqrt{5}-2} = 9+2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{3}\sqrt{3} \times 27^{1/2} = (3^3)^{1/2} \times (3^3)^{1/2} = 3^3 \times 3^3 = 3^2 = 9$$

$$9+2\sqrt{5}-9=2\sqrt{5}$$

در نتیجه حاصل عبارت برابر است با:

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های فیبری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۷)

۳- گزینه «۱»

(مادر قاسمیان)

$$-5 < \frac{4}{x^2 - 9x + 20} < 0$$

نامعادله موردنظر به صورت مقابل است.

$$\frac{4}{x^2 - 9x + 20} < 0 \Rightarrow x^2 - 9x + 20 < 0$$

$$(x-4)(x-5) < 0 \Rightarrow 4 < x < 5$$

سپس نامساوی سمت چپ را حل می‌کنیم:

$$-5 < \frac{4}{x^2 - 9x + 20} \Rightarrow 0 < \frac{4}{x^2 - 9x + 20} + 5$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{5x^2 - 45x + 104}{x^2 - 9x + 20} \xrightarrow{\Delta \text{ صورت}} x^2 - 9x + 20 > 0$$

$$\Rightarrow (x < 4) \cup (5 < x)$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله، تهی است و هیچ جواب صحیحی ندارد.

(ریاضی ۱- معارله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۴- گزینه «۱»

(روح اله حسینی)

راه حل اول: بنابر روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم داریم:

$$\begin{cases} \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{b}{a} = -\frac{5(m-1)}{25} = \frac{1-m}{5} \\ \sin \alpha \cos \alpha = \frac{c}{a} = -\frac{m}{25} \end{cases}$$

از طرفی:

$$1 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= \left(\frac{1-m}{5}\right)^2 - 2\left(-\frac{m}{25}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 - 2m + 1}{25} + \frac{2m}{25} = 1 \Rightarrow m^2 + 1 = 25$$

$$\Rightarrow m^2 = 24 \Rightarrow m = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

چون α در ربع دوم است، پس داریم:

$$-\frac{m}{25} = \sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow m > 0 \Rightarrow m = 2\sqrt{6}$$

بنابراین $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ ریشه‌های معادله زیر هستند:

$$25x^2 + 5(2\sqrt{6}-1)x - 2\sqrt{6} = 0 \Rightarrow (5x+2\sqrt{6})(5x-1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ یا } x = \frac{1}{5}$$

چون در ناحیه دوم $\sin \alpha > 0$ و $\cos \alpha < 0$ است، پس $\sin \alpha = \frac{1}{5}$

$$\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5} \text{ می‌باشد. بنابراین:}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{1}{5}\right)^2 = 1 - \frac{2}{25} = \frac{23}{25} = 0.92$$

$$25x^2 + 5mx - 5x - m = 0$$

راه حل دوم:

$$\Rightarrow 5x(5x-1) + m(5x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (5x-1)(5x+m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ x = -\frac{m}{5} \end{cases}$$

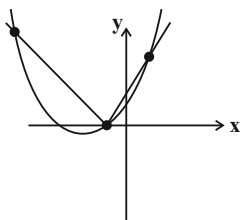
چون در ربع دوم $\sin \alpha > 0$ و $\cos \alpha < 0$ است، پس $\sin \alpha = \frac{1}{5}$

نتیجه داریم:

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{23}{25} = 0.92$$

(مسابان ۱- فبر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

+ مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲



$$\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) \Big|_{x=-\frac{b}{a}} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \Big|_{x=-\frac{b}{a}} = 0$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{b}{a} + \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

از آن جا که b و a دو عدد طبیعی نسبت به هم اول اند، بنابراین $a=2$ و $b=3$ است. برای به دست آوردن کوچک ترین ریشه، معادله را قبل از ریشه قدرمطلق بررسی می کنیم:

$$|2x+3| = x^2 + 3x + \frac{9}{4} \Rightarrow -2x-3 = x^2 + 3x + \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + \frac{21}{4} = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\frac{x < -\frac{3}{2}}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2} = -1.5$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه های ۹ تا ۱۶ و ۲۳ تا ۲۸)

(پروانه ابرالی)

گزینه «۴»

ابتدا ضابطه $f(x)$ را ساده تر می کنیم:

$$f(x) = ax^2 + 2x^2 - x + 2bx - b$$

$$f(x) = (a+2)x^2 + (2b-1)x - b$$

برای اینکه f یک تابع ثابت باشد، ضرایب x و x^2 باید صفر باشند:

$$\begin{cases} a+2=0 \Rightarrow a=-2 \\ 2b-1=0 \Rightarrow b=\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$$

حال برای این که g یک تابع همانی باشد، باید برابر $y=x$ باشد:

$$-\frac{k}{2}x = x \Rightarrow k = -2$$

در نهایت مقدار $\frac{ab}{k}$ برابر 0.5 می شود.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه ۱۱۰)

(سیدسپهر متولیان)

گزینه «۲»

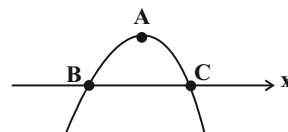
با توجه به این که $q(-1)=0$ بوده و ضرب $q(x)$ در x^3+1 باید هم درجه با $f(x)$ باشد، می توان گفت $q(x)$ ضربی از $x+1$ است. یعنی $q(x) = a(x+1)$. حال قضیه تقسیم را می نویسیم:

$$f(x) = (x^3+1)q(x) + r(x)$$

(کلاظم ابلالی)

گزینه «۲»

مطابق شکل زیر، ارتفاع مثلث برابر عرض A و قاعده آن برابر طول BC است. پس داریم:



$$x_A = -\frac{2a}{2(-1)} = a \Rightarrow y_A = -a^2 + 2a^2 + 1 = a^2 + 1$$

$$|x_B - x_C| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|-1|} = \sqrt{4a^2 + 4} = 2\sqrt{a^2 + 1}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(a^2 + 1) \times 2\sqrt{a^2 + 1} = (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1}$$

$$\Rightarrow (a^2 + 1)\sqrt{a^2 + 1} = 27 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 1} = 3$$

$$\Rightarrow a^2 + 1 = 9 \Rightarrow a = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow |a| = 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

(مسایان ۱- جبر و معادله؛ صفحه های ۷ تا ۱۶)

(کلاظم ابلالی)

گزینه «۳»

طرفین معادله را در $6x(x^2-1)$ ضرب می کنیم.

$$6(x^2-1) + 6x^3 = 11x(x^2-1)$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 6 + 6x^3 = 11x^3 - 11x$$

$$\Rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (5x^3 - 10x^2) + (4x^2 - 11x + 6) = 0$$

$$\Rightarrow 5x^2(x-2) + (x-2)(4x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(5x^2 + 4x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x = \frac{-2 \pm \sqrt{19}}{5} \end{cases}$$

بنابراین جواب منفی معادله برابر $\frac{-2-\sqrt{19}}{5}$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

(افشین خاصه ثارن)

گزینه «۳»

برای این که معادله حاصل از برخورد سهمی و قدرمطلق، به فرم صورت سؤال، سه ریشه حقیقی متمایز داشته باشد، باید رأس قدرمطلق در معادله سهمی صدق کند. (به شکل زیر دقت کنید.) بنابراین داریم:

حال g را در دامنه f بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2 \leq x < 3 \Rightarrow g(x) = a + 2b = 1 \\ 3 \leq x < 4 \Rightarrow g(x) = a + 3b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow ab = -10$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳)

+ توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۱۸۵

(معادله‌های لگاریتم)

۱۲- گزینه «۳»

ابتدا پایه‌های لگاریتم‌ها را یکسان می‌کنیم:

$$\log_{\frac{1}{25}} x = \log_{\frac{1}{5^2}} x = -\frac{1}{2} \log_5 x$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{5}} x = -\log_5 x$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{2} \log_5 x} + \sqrt{3 - \log_5 x} = 1 \xrightarrow{\log_5 x = t} \sqrt{1 - \frac{1}{2} t} + \sqrt{3 - t} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{1}{2} t} = 1 - \sqrt{3 - t}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - \frac{1}{2} t = 1 + 3 - t - 2\sqrt{3 - t}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3 - t} = 3 - \frac{1}{2} t \Rightarrow 4(3 - t) = 9 + \frac{1}{4} t^2 - 3t$$

$$\Rightarrow \frac{t^2}{4} + 4t - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_5 x = 2 \Rightarrow x = 5^2 \\ \log_5 x = -6 \Rightarrow \text{غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین معادله تنها یک جواب دارد.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۰ تا ۱۸۸)

(علی ناری ایبانه)

۱۳- گزینه «۱»

$$\begin{cases} \max(f) = 6 = |b| + a \\ \min(f) = -2 = -|b| + a \end{cases} \Rightarrow a = 2, |b| = 4$$

چون نمودار بعد از $x = 0$ نزولی است، پس $bc < 0$ می‌باشد. فرض می‌کنیم $c > 0$ و $b = -4$. پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = -4 \sin cx + 2$ می‌شود.

طبق نمودار $x = \frac{13\pi}{18}$ سومین برخورد نمودار با محور x هاست:

$$-4 \sin cx + 2 = 0 \Rightarrow \sin cx = \frac{1}{2} \Rightarrow cx = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \dots$$

$$\Rightarrow cx = \frac{13\pi}{6} \Rightarrow c \times \frac{13\pi}{18} = \frac{13\pi}{6} \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = -4 \sin 3x + 2 \Rightarrow f\left(\frac{7\pi}{9}\right) = -4 \sin \frac{7\pi}{3} + 2$$

$$= -4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2 = 2 + 2\sqrt{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

$$\Rightarrow ax^4 + (2a-1)x^3 + 2x + 3 = (x^3 + 1)(a(x+1)) + r(x)$$

$$= ax^4 + ax^3 + ax + a + r(x)$$

از طرفی می‌دانیم درجه $r(x)$ باید کمتر از $x^3 + 1$ باشد (یعنی $r(x)$ نهایت یک چندجمله‌ای درجه ۲ می‌باشد). پس ضریب x^3 در عبارت سمت راست برابر a است.

$$x^3: 2a-1 = a \Rightarrow a = 1$$

حال $r(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$x^4 + x^3 + 2x + 3 = x^4 + x^3 + x + 1 + r(x)$$

$$\Rightarrow r(x) = x + 2 \Rightarrow r(2) = 4$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(غلامرضا نیازی)

۱۰- گزینه «۴»

ابتدا ضابطه وارون f را به دست می‌آوریم:

$$y = b + \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = y - b \Rightarrow x = \log_{\frac{1}{2}}(y-b)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-b)$$

سپس عبارت زیر رادیکال را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\log_{\frac{1}{5}}(x-b) = 0 \Rightarrow x-b=1 \Rightarrow x=b+1$$

	x	b	$1+b$	0	$+$
$\log_{\frac{1}{5}}(x-b)$	-	-	-	+	+
x	ت.ن	+	+	-	-
$\log_{\frac{1}{5}}(x-b)$	ت.ن	-	ت.ن	+	-

با توجه به اینکه دامنه g برابر $(-3, 0]$ است، باید $1+b$ برابر -3 باشد.

$$1+b = -3 \Rightarrow b = -4$$

بنابراین:

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰)

+ توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۱۸۵

(کامران ابلالی)

۱۱- گزینه «۳»

ابتدا دامنه f را به دست می‌آوریم:

$$\frac{4-[x]}{[x]-1} > 0 \Rightarrow 1 < [x] < 4 \xrightarrow{[x] \in \mathbb{Z}} [x] = 2 \text{ یا } [x] = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x < 3 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow f(x) = \log_2^2 = 1 \\ 3 \leq x < 4 \Rightarrow [x] = 3 \Rightarrow f(x) = \log_2^3 = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1 & ; 2 \leq x < 3 \\ -1 & ; 3 \leq x < 4 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{|2f(x) - af^{-1}(x)|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-\frac{2}{a})x + 2}{|2((-\frac{2}{a})x + a) - a((-\frac{2}{a})x + 2)|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-\frac{2}{a})x + 2}{|(-ax + 2a) + (2x - 2a)|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(-\frac{2}{a})x + 2}{|(2-a)x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{2}{a}}{|2-a|} \times \frac{x}{|x|} = \frac{2}{a|a-2|}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a|a-2|} = 2 \Rightarrow a|a-2| = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a > 2 : a^2 - 2a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 + \sqrt{2} \\ 0 < a < 2 : a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

بنابراین اختلاف مقادیر به دست آمده برای a ، برابر $\sqrt{2}$ است.

(مسئله ۲- فرهای نامتناهی، هر در بی نهایت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

(کامیار علینون)

۱۷- گزینه «۱»

خط $x = a - 1$ مجانب قائم تابع f می‌باشد.

از طرف دیگر می‌دانیم اگر α و β ریشه‌های $x^2 - ax - 1 = 0$ باشند،

خطوط $x = \alpha$ و $x = \beta$ خطوط مماس قائم بر منحنی خواهند بود.

حال با توجه به این که فاصله خط $x = a - 1$ از $x = \alpha$ و $x = \beta$ برابر

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = a - 1 \rightarrow \frac{a}{2} = a - 1 \Rightarrow a = 2$$

است، بنابراین:

$$|\frac{\sqrt{a^2 + 1}}{2}| = |\frac{\sqrt{5}}{2}| = 1$$

پس خواهیم داشت:

(مسئله ۲- فرهای نامتناهی، هر در بی نهایت: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

+ مشتق: صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹

(علی ناری ایبانه)

۱۸- گزینه «۴»

تنها نقطه گوشه‌ای تابع f همان ریشه ساده داخل قدرمطلق، یعنی $x = 1$ ،

است. حال با توجه به فرض، مقدار a را تعیین می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{a|x-1|}{x+1}$$

$$x \geq 1 : f(x) = \frac{a(x-1)}{x+1} \Rightarrow f'_+(1) = \frac{2a}{(1+1)^2} \rightarrow f'_+(1) = \frac{a}{2}$$

(افشین فاضل‌نژاد)

۱۴- گزینه «۲»

طرفین تساوی را در $-\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم:

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \sin x + \frac{1}{3} \cos x = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow -\sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin x + \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos x = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases} \xrightarrow{[-\pi, 2\pi]} x \in \{-\pi, \frac{\pi}{3}, \pi\}$$

$$\Rightarrow S = -\pi + \frac{\pi}{3} + \pi = \frac{\pi}{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(غلامرضا نیازی)

۱۵- گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\tan x} - \sqrt[3]{\sin 2x}}{|\cot x - 1|} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\tan x} - \sqrt[3]{\sin 2x}}{1 - \cot x}$$

$$\times \left(\frac{\sqrt[3]{\tan^2 x} + \sqrt[3]{\tan x \cdot \sin 2x} + \sqrt[3]{\sin^2 2x}}{\sqrt[3]{\tan^2 x} + \sqrt[3]{\tan x \cdot \sin 2x} + \sqrt[3]{\sin^2 2x}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - \sin 2x}{(1 - \cot x)(1 + 1 + 1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - 2 \sin x \cos x}{2(1 - \frac{\cos x}{\sin x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x(1 - 2 \cos^2 x)}{\cos x \cdot 2(\frac{\sin x - \cos x}{\sin x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}{2(\sin x - \cos x) \cdot \cos x} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{2})}{2(\frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

+ هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۴

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

(مریم زارعی)

۱۶- گزینه «۲»

با توجه به نمودار داریم:

$$f(x) = (-\frac{2}{3})x + a \Rightarrow f^{-1}(x) = (-\frac{3}{2})x + 2$$

حال حد خواسته شده را محاسبه می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f^{\frac{1}{2}}(2x) - f^{\frac{1}{2}}(1)}{16x^{\frac{1}{2}} - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f(2x) - f(1)}{2x - 1}$$

$$\times \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f^{\frac{1}{2}}(2x) + f(2x) \times f(1) + f^{\frac{1}{2}}(1)}{(2x+1)(4x^{\frac{1}{2}}+1)}$$

$$= f'(1) \times \frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه های ۷۲ تا ۸۳)

(سامان سلامیان)

۲۰- گزینه «۳»

ابتدا با محاسبه f' و f'' نقاط اکسترمم و عطف تابع f را پیدا می کنیم:

$$f(x) = -x^4 + 2x^3 + 1$$

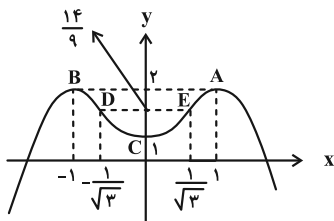
$$f'(x) = -4x^3 + 6x^2 = -4x(x^2 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow C(0,1) : \min \\ x=1 \Rightarrow A(1,2) : \max \\ x=-1 \Rightarrow B(-1,2) : \max \end{cases}$$

$$f''(x) = -12x^2 + 6 = 0 \Rightarrow 4 = 12x^2$$

$$\Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} E(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{14}{9}) \\ D(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{14}{9}) \end{cases}$$

برای درک بهتر، نمودار این تابع را رسم می کنیم:



شکل موردنظر یک دوزنقه است، پس مساحت آن به صورت زیر به دست می آید:

$$S = \text{ارتفاع} \times \text{مجموع طول دو قاعده} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + 2 \right) \times \left(2 - \frac{14}{9} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$S = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right) \left(\frac{18-14}{9} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} \right) \left(\frac{4}{9} \right) = (\sqrt{3}+1) \frac{\sqrt{3}}{3} \left(\frac{4}{9} \right) = \frac{12+4\sqrt{3}}{27}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق: صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

$$x < 1 : f(x) = \frac{-a(x-1)}{x+1}$$

$$\Rightarrow f'_-(1) = -\frac{2a}{(x+1)^2} \rightarrow f'_-(1) = -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = \pm 2 \xrightarrow{a>0} a = 2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h^{\frac{1}{2}}) - f(1+2h^{\frac{1}{2}})}{h^{\frac{1}{2}}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h^{\frac{1}{2}}) - f(1)}{h^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h^{\frac{1}{2}}) - f(1)}{h^{\frac{1}{2}}} = -f'_-(1) - 2f'_+(1)$$

$$= -\left(-\frac{a}{2}\right) - 2\frac{a}{2} = -\frac{a}{2} \xrightarrow{a=2} -1$$

تذکر: برای محاسبه حد می توان از قاعده هوییتال هم استفاده کرد:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2hf'(1-h^{\frac{1}{2}}) - 4hf'(1+2h^{\frac{1}{2}})}{2h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (-f'(1-h^{\frac{1}{2}}) - 2f'(1+2h^{\frac{1}{2}})) = -f'_-(1) - 2f'_+(1)$$

(حسابان ۲- مشتق: صفحه های ۷۲ تا ۸۹)

(علی پسندیده)

۱۹- گزینه «۴»

اگر منحنی های دو تابع f و g در $x=a$ بر هم مماس باشند، داریم:

$$\begin{cases} f(a) = g(a) \\ f'(a) = g'(a) \end{cases}$$

$$y = 2x - 1 \Rightarrow y(1) = 1 \xrightarrow{x=1} y = 3f(3x-2) + x - 3$$

$$1 = 3f(1) + 1 - 3 \Rightarrow 1 = 3f(1) - 2 \Rightarrow f(1) = 1$$

حالا باید مشتق های دو تابع در $x=1$ برابر باشد:

$$1) y = 3f(3x-2) + x - 3$$

$$\Rightarrow y' = 9f'(3x-2) + 1 \xrightarrow{x=1} y' = 9f'(1) + 1$$

$$2) y = 2x - 1 \Rightarrow y' = 2$$

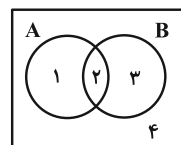
$$\Rightarrow 9f'(1) + 1 = 2 \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{9}$$

۲۱- گزینه «۱»

(مهردار ملونری)

اگر $C' = D$ باشد، آنگاه $C = D'$ است، بنابراین با توجه به فرض داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) = (A' \cap B')' = A \cup B$$



با توجه به نمودار ون، سمت چپ تساوی، مجموعه $\{1, 3\}$ و سمت راست تساوی، مجموعه $\{1, 2, 3\}$ است، بنابراین $\{2\}$ نباید وجود داشته باشد، یعنی این دو مجموعه از همدیگر مجزا هستند و $A \cap B = \emptyset$ است.

می‌دانیم $B' - A' = A - B$ ، پس:

$$B' - A' = A - B = A - (A \cap B) = A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۹)

۲۲- گزینه «۴»

(در تکرار بلایی)

روش اول: ابتدا مقدار $P(t)$ را به دست می‌آوریم:

$$P(t) = 1 - P(B) = 1 - \frac{22}{27} = \frac{5}{27}$$

سپس مقدار $P(\{w, k\})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$P(\{w, k\}) = P(A) - P(t) = \frac{7}{18} - \frac{5}{27} = \frac{42 - 20}{108} = \frac{22}{108} = \frac{11}{54}$$

بنابراین برای $P(C)$ داریم:

$$P(C) = 1 - P(\{w, k\}) = 1 - \frac{11}{54} = \frac{43}{54}$$

روش دوم: بعد از محاسبه $P(t)$ ، می‌توانیم $P(\{x, y, z\})$ و سپس $P(C)$ را به دست آوریم.

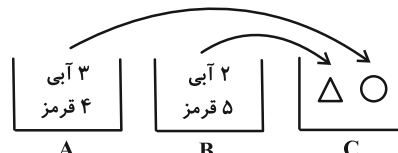
$$P(\{x, y, z\}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$$

$$P(C) = P(\{x, y, z\}) + P(t) = \frac{11}{18} + \frac{5}{27} = \frac{66 + 20}{108} = \frac{86}{108} = \frac{43}{54}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۳۴ تا ۴۷)

۲۳- گزینه «۳»

(سوکدر روشنی)



طبق فرمول احتمال کل، احتمال مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \times \frac{5}{7} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{7} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{8 + 10 + 9}{14} = \frac{27}{42} = \frac{9}{14}$$

توجه: درست است که از هر کدام از طرف‌های A و B ، یک مهره کم شده است ولی از آنجا که از رنگ مهره برداشته شده، اطلاعی نداریم، لذا در هنگام برداشتن مهره جدید از این دو ظرف، این‌طور عمل می‌کنیم که هیچ اتفاقی نیفتاده است.

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۲۴- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

طبق تعریف واریانس:

$$\sigma^2 = \frac{3^2 + 4^2 + 5^2 + 7^2 + 9^2}{5} = \frac{180}{5} = 36 \Rightarrow \sigma = 6$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0.2 = \frac{6}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = 30$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۲۵- گزینه «۳»

(نرگس کرکر)

می‌دانیم میانگین اعداد صحیح ۱ تا N برابر است با $\frac{N+1}{2}$ ؛ از طرفی میانگین شش عدد داده شده برابر است با:

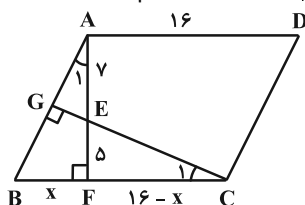
$$\frac{3 + 4 + 5 + 7 + 11 + 12}{6} = 7 \Rightarrow \frac{N+1}{2} = 7 \Rightarrow N = 13$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۲۶- گزینه «۳»

(در تکرار بلایی)

طول BF را x در نظر می‌گیریم، بنابراین مطابق شکل $CF = 16 - x$ ، دو زاویه $\hat{A}_1$ و $\hat{C}_1$ به ترتیب در دو مثلث AFB و CGB ، متمم زاویه B هستند، پس $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$ و در نتیجه داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{AFB} = \hat{EFC} \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز)} \triangle ABF \sim \triangle CEF$$

$$\xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{EF}{BF} = \frac{FC}{AF} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{16-x}{12}$$

$$\Rightarrow 16x - x^2 = 60 \Rightarrow x^2 - 16x + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 10 \end{cases} \text{ غ ق ق } (BF > FC)$$

بنابراین $CF = 16 - 6 = 10$ و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} CE = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \\ S_{CEF} = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25 \end{cases}$$

$$2p = 2(AD + BC) = 2(2r + 9) \Rightarrow p = 2r + 9 \quad (*)$$

$$r = \frac{S}{p} \xrightarrow{(*)} r = \frac{45}{2r + 9} \Rightarrow 2r^2 + 9r - 45 = 0 \quad \text{داریم:}$$

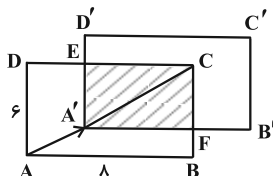
$$\Rightarrow (r - 3)(2r + 15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 3 & \text{قق} \\ r = -15/2 & \text{غقق} \end{cases}$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

(روح‌اله حسینی)

گزینه ۲-۲۹

طول قطر مستطیل ABCD برابر است با: $AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$



ناحیه محصور بین مستطیل ABCD و تصویرش، مستطیل A'FCE است که با مستطیل اصلی متشابه است. اگر نسبت تشابه را k در نظر بگیریم،

$$k^2 = \frac{S(ABCD)}{S(A'FCE)} = \frac{6 \times 8}{12} = 4 \Rightarrow k = 2 \quad \text{داریم:}$$

بنابراین $\frac{AC}{A'C} = k = 2$ و در نتیجه $A'C = 5$.

بنابراین طول بردار انتقال برابر $|AA'| = |AC - A'C| = 5$ است.

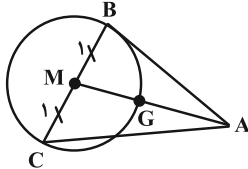
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(مهم‌ترین)

گزینه ۴-۳۰

مطابق فرض مسئله اگر از A به وسط BC وصل کنیم، مرکز ثقل مثلث (محل هم‌رسی میانه‌ها) محل تقاطع میانه AM و دایره است. BC قطر دایره و MG شعاع دایره است، پس $MG = 1$. میانه‌ها در نقطه هم‌رسی آن‌ها همدیگر را با نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین:

$$AG = 2GM = 2 \Rightarrow AM = AG + GM = 3$$



طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} = 2(3)^2 + \frac{2^2}{2} = 18 + 2 = 20$$

(هندسه ۱- هندسه؛ صفحه ۶۷)

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه ۶۷)

(درنا کربلایی)

گزینه ۱-۳۱

ابتدا توجه کنید که مثلث BDE و EGF متشابه‌اند. زیرا:

$$\left\{ \begin{aligned} (BE \parallel GE, AB \parallel GE) &\Rightarrow \hat{B} = \hat{E}_1 \\ (FE \parallel GF, DE \parallel GF) &\Rightarrow \hat{F} = \hat{E}_2 \end{aligned} \right.$$

از طرفی دو مثلث AEG و CEF متشابه‌اند، زیرا داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{A}_2 = \hat{C}_2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(نز)} \triangle AEG \sim \triangle CEF$$

بنابراین نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر مربع نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{AEG}}{S_{CEF}} = \left(\frac{AE}{CE}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{AEG}}{25} = \left(\frac{7}{\sqrt{125}}\right)^2 = \frac{49}{125}$$

$$\Rightarrow S_{AEG} = 9/8$$

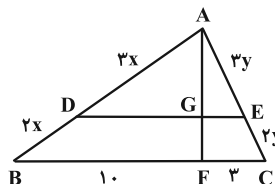
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛

صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰ و ۴۵ تا ۴۷)

گزینه ۲-۲۷

(مهم‌ترین)

از دوزنقه بودن DGFB می‌فهمیم $DE \parallel BC$ است. اگر $BD = 2x$ باشد، آنگاه $AB = 5x$ و در نتیجه $AD = 3x$ است. از قضیه تالس نتیجه می‌شود $AE = 3y$ و $EC = 2y$.



با توجه به قضیه اساسی تشابه، $\triangle ADG \sim \triangle ABF$ و $\triangle AGE \sim \triangle AFC$ داریم:

$$\frac{S_{AGE}}{S_{AFC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{AGE} = \frac{9}{25} S_{AFC} \quad (1)$$

$$\frac{S_{ADG}}{S_{ABF}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow S_{DGFB} = \frac{16}{25} S_{ABF} \quad (2)$$

همچنین دو مثلث ABF و AFC در ارتفاع خارج شده از رأس A

$$\frac{S_{ABF}}{S_{AFC}} = \frac{BF}{FC} = \frac{10}{3} \quad (3) \quad \text{مشترکند و داریم:}$$

از روابط (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$\frac{S_{DGFB}}{S_{AGE}} = \frac{\frac{16}{25} S_{ABF}}{\frac{9}{25} S_{AFC}} = \frac{16}{9} \times \frac{10}{3} = \frac{160}{27}$$

(هندسه ۱- هندسه؛ مشابه تمرین ۷ صفحه ۷۳)

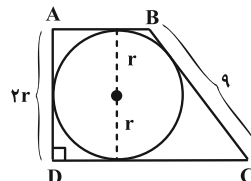
(مهم‌ترین)

گزینه ۱-۲۸

در چهارضلعی محیطی، شعاع دایره محاطی از رابطه $r = \frac{S}{p}$ به دست

می‌آید. از طرفی در چهارضلعی محیطی، مجموع طول اضلاع مقابل با هم برابر

است، در نتیجه محیط دوزنقه مذکور برابر می‌شود با:



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{F}(-1+3, -3) = (2, -3) \\ \text{خط هادی: } x = -1-3 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

بنابراین نقطه M همان کانون سهمی است. در نتیجه دایره‌ای به مرکز (۲، -۳) و شعاع ۵ رسم می‌کنیم.

خط $d: 4x + 3y = 0$ با این دایره متقاطع است. اگر H پای عمود رسم شده از M (مرکز دایره) بر خط d باشد، بیشترین فاصله دایره تا خط d برابر $AH = MH + R$ است.

$$MH = \frac{|4(-1) + 3(-3)|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{1}{5} = 0.2 \Rightarrow AH = 0.2 + 5 = 5.2$$

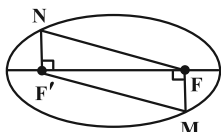
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۰ تا ۵۸)

(علی پسندیده)

گزینه ۳۴

داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{MFNF'} &= MF \times FF' = \frac{b^2}{a} \times 2c \\ e &= \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2b^2 \times \frac{3}{5} = 60 \Rightarrow b^2 = 50$$



$$\frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Rightarrow \begin{cases} c = 3k \\ a = 5k \end{cases}$$

$$25k^2 = 50 + 9k^2 \quad \text{حال با توجه به رابطه } a^2 = b^2 + c^2 \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{50}{16} \Rightarrow k = \frac{5\sqrt{2}}{4} \Rightarrow a = 5k = \frac{25\sqrt{2}}{4}$$

محیط متوازی‌الاضلاع برابر می‌شود با:

$$(NF + NF') + (MF + MF') = 2a + 2a = 4a = 4\left(\frac{25\sqrt{2}}{4}\right) = 25\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(ایمان ساریفانی)

گزینه ۳۵

زاویه بین بردار $\vec{a}$ و بردار $\vec{j}$ ، 45° درجه است، پس:

$$\cos 45^\circ = \frac{\vec{a} \cdot \vec{j}}{|\vec{a}| |\vec{j}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{0+1+0}{\sqrt{1+1+\alpha^2} \times 1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2+\alpha^2}$$

$$\Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{b} = (1, 0, 3) \\ \vec{c} = (1, 2, 0) \end{cases} \Rightarrow \vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = (-6, 3, 2)$$

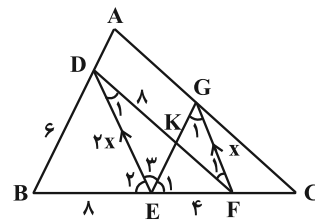
مساحت مثلث مورد نظر برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{b} \times \vec{c}| = \frac{1}{2} \sqrt{(-6)^2 + 3^2 + 2^2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{49} = 3.5$$

(هنر سه ۳- بردارها: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

$$\xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle BDE \sim \triangle EGF \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{EF}{BE} = \frac{GF}{DE}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{GF}{DE} \Rightarrow GF = x, DE = 2x$$

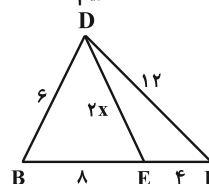


$$\left. \begin{aligned} (EG \parallel DE, \text{مورب}) &\Rightarrow \hat{E}_2 = \hat{G}_1 \\ (DF \parallel DE, \text{مورب}) &\Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{F}_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle DKE \sim \triangle KGF \Rightarrow \frac{GF}{DE} = \frac{KF}{DK} \Rightarrow \frac{x}{2x} = \frac{KF}{8}$$

$$\Rightarrow KF = 4 \Rightarrow DF = 12$$

طبق قضیه استوارت در مثلث BDF داریم:



$$DB^2 \times EF + DF^2 \times BE = DE^2 \times BF + BE \times EF \times BF$$

$$\Rightarrow 6^2 \times 4 + 12^2 \times 8 = (2x)^2 \times 12 + 8 \times 4 \times 12 \Rightarrow x = \sqrt{19}$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۷)

(روح اله مستی)

گزینه ۳۲

فرض کنیم $|A| = x$ ، بنابراین:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & x & -x-1 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به ستون اول}}$$

$$x = |A| = 1 \times \begin{vmatrix} x & -x-1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} - 0 \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ x & -x-1 \end{vmatrix}$$

$$= (4x - 2x - 2) + 3(x + 1 - 2x) = 2x - 2 - 2x + 3 = -x + 1$$

$$\Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow |A| = x = \frac{1}{2}$$

$$|\frac{1}{2}A| = \frac{1}{2^3} |A| = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

پس:

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(ایمان ساریفانی)

گزینه ۴

طبق تعریف سهمی هر دایره‌ای که مرکز آن روی سهمی باشد و بر خط هادی آن سهمی نیز مماس باشد از کانون سهمی می‌گذرد. معادله سهمی را به صورت متعارف می‌نویسیم:

$$y^2 + 6y - 12x = 3 \Rightarrow (y+3)^2 = 12(x+1) \Rightarrow \begin{cases} A(-1, -3) \\ a = 3 \end{cases}$$

۳۶- گزینه «۲»

(روح اله حسینی)

با سه رقم غیر صفر a, b, c می توان ۶ عدد سه رقمی با ارقام متمایز نوشت:

$$\begin{aligned} A &= abc + acb + bac + bca + cab + cba \\ \Rightarrow A &= (100a + 10b + c) \\ &+ (100a + 10c + b) + \dots + (100c + 10b + a) \\ &= 222a + 222b + 222c = 222(a + b + c) = 2 \times 3 \times 37(a + b + c) \end{aligned}$$

عدد A دارای دو شمارنده اول بزرگتر از ۲۰ است که یکی از آن ها ۳۷ است. شمارنده اول دیگر باید شمارنده $a + b + c$ باشد چون حداکثر مقدار $a + b + c$ برابر ۲۷ است پس باید $a + b + c = 23$ باشد.

$$abc \equiv a + b + c = 23 \equiv 5$$

بنابراین:

پس باقی مانده تقسیم abc بر ۹ برابر ۵ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه های ۱۸ تا ۲۳)

۳۷- گزینه «۱»

(درت کر بلائی)

دو عدد $a^2 + a + 1$ و $8a + 5$ دارای رقم یکسان یکسان هستند، بنابراین به پیمانه ۱۰ هم نهشت هستند:

$$\begin{aligned} a^2 + a + 1 &\equiv 8a + 5 \Rightarrow a^2 - 7a - 4 \equiv 0 \\ \Rightarrow (a^2 - 7a - 4) + 10 &\equiv 0 \Rightarrow a^2 - 7a + 6 \equiv 0 \\ \Rightarrow (a-1)(a-6) &\equiv 0 \Rightarrow \begin{cases} a-1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 1 \\ a-6 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 6 \end{cases} \end{aligned}$$

دقت کنید که این معادله می تواند جواب هایی به فرم

$$\begin{cases} a \equiv 1 \\ a \equiv 5 \\ a \equiv 6 \end{cases}$$

داشته باشد که در واقع به ترتیب همان $a \equiv 1$ و $a \equiv 6$ هستند. حال به ازای هر کدام از مقادیر به دست آمده، رقم یکسان عدد $a^2 - 3a$ را محاسبه می کنیم.

$$\begin{aligned} a \equiv 1 &\Rightarrow a^2 - 3a \equiv 1 - 3 \equiv -2 \equiv 8 \\ a \equiv 6 &\Rightarrow a^2 - 3a \equiv 36 - 18 \equiv 18 \equiv 8 \end{aligned}$$

بنابراین رقم یکسان عدد $a^2 - 3a$ همواره برابر ۸ است.

توجه: دو عدد $(a-1)$ و $(a-6)$ ، پنج واحد اختلاف دارند، پس یا هر دو مضرب ۵ هستند یا هیچ کدام عامل ۵ ندارند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۲۹)

۳۸- گزینه «۲»

(روح اله حسینی)

با توجه به این که $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbb{N}$ داریم:

$$\begin{aligned} (1) \quad x_1 + x_2 &= 2, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 22 \\ (2) \quad x_1 + x_2 &= 3, \quad x_3 + x_4 + x_5 = 3 \end{aligned}$$

(۱) در این حالت معادله $x_1 + x_2 = 2$ دارای $\binom{2-1}{2-1} = 1$ جواب طبیعی

و معادله $x_3 + x_4 + x_5 = 22$ دارای $\frac{21 \times 20}{2} = 210$ جواب طبیعی وجود دارد. پس در این حالت $1 \times 210 = 210$ جواب طبیعی وجود دارد.

(۲) در این حالت معادله $x_1 + x_2 = 3$ دارای $\binom{3-1}{2-1} = 2$ جواب طبیعی

و معادله $x_3 + x_4 + x_5 = 3$ دارای $\binom{3-1}{3-1} = 1$ جواب طبیعی است.

پس در این حالت $2 \times 1 = 2$ جواب طبیعی وجود دارد. بنابراین تعداد کل جواب های طبیعی این معادله برابر است با:

$$210 + 2 = 212$$

(علی پسندیره)

۳۹- گزینه «۳»

سه مجموعه A, B و C را به صورت زیر تعریف می کنیم.

$A = \{\text{دو حرف E کنار هم باشند}\}$

$B = \{\text{دو حرف F کنار هم باشند}\}$

$C = \{\text{دو حرف M کنار هم باشند}\}$

حال تعداد حالاتی که (۱) دو E کنار هم، (۲) دو E کنار هم با دو F کنار هم، (۳) دو E کنار هم با دو M کنار هم و در نهایت (۴) دو E کنار هم با دو M کنار هم با دو F کنار هم را محاسبه می کنیم.

$$\textcircled{EE} \textcircled{FF} \textcircled{MM} N \Rightarrow |A| = \frac{6!}{2! \times 2!} = 180$$

$$\textcircled{EE} \textcircled{FF} \textcircled{MM} N \Rightarrow |A \cap B| = \frac{5!}{2!} = 60$$

$$\textcircled{EE} \textcircled{MM} \textcircled{FF} N \Rightarrow |A \cap C| = \frac{5!}{2!} = 60$$

$$\textcircled{EE} \textcircled{MM} \textcircled{FF} N \Rightarrow |A \cap B \cap C| = 4! = 24$$

خواسته مسئله برابر است با:

$$\begin{aligned} |A \cap B' \cap C'| &= |A \cap (B \cup C)'| = |A - (B \cup C)| \\ &= |A| - |A \cap (B \cup C)| = |A| - |(A \cap B) \cup (A \cap C)| \\ &= |A| - (|A \cap B| + |A \cap C| - |A \cap B \cap C|) \\ &= 180 - 60 - 60 + 24 = 84 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه های ۵۶ تا ۵۹)

۴۰- گزینه «۲»

(ایمان ساریفانی)

در حالتی که گراف ناهمبند G از مرتبه ۱۳، از دو بخش ۱ رأسی و ۱۲

رأسی تشکیل شده باشد، حداکثر $\binom{12}{2} = 66$ یال دارد. در این صورت باید

۵ یال از آن حذف کنیم تا به $q = 61$ برسیم؛ چون در گراف کامل K_{12} تمام رؤوس از درجه ۱۱ هستند، می بایست ۵ یال را به صورت دویه دو غیرمجاور حذف کنیم تا با این شیوه بتوانیم ۱۰ رأس را به درجه ۱۰ تبدیل کنیم که حداکثر تعداد رؤوس مورد نظر است. هیچ حالت دیگری برای این گراف ناهمبند وجود ندارد؛ زیرا به عنوان مثال، اگر گراف ناهمبند از دو بخش ۲ رأسی و ۱۱ رأسی تشکیل شده باشد، آنگاه حداکثر تعداد یال های آن

$$\text{برابر } 56 = \binom{11}{2} + \binom{2}{2} \text{ خواهد شد که کمتر از ۶۱ است.}$$

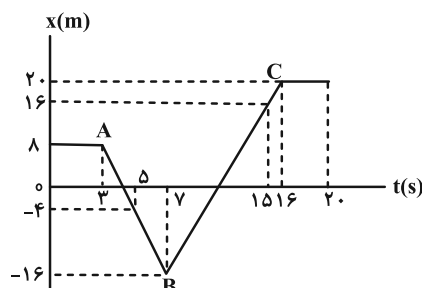
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۲ تا ۳۹)

فیزیک

۴۱- گزینه «۳»

(مهران اسماعیلی)

ابتدا باید مکان متحرک را در لحظات $t_1 = 5s$ و $t_2 = 15s$ به دست آوریم. برای این منظور لازم است معادله پاره خط AB و BC را بنویسیم.



$$m_{AB} = \frac{-16-8}{5-0} = -6 \Rightarrow x = -6t + 26$$

$$m_{BC} = \frac{20-(-16)}{15-5} = 4 \Rightarrow x = 4t - 44$$

$$x = -6t + 26 \xrightarrow{5s} x_1 = -6(5) + 26 = -4m$$

$$x = 4t - 44 \xrightarrow{15s} x_2 = 4(15) - 44 = 16m$$

حال می توان مسافت طی شده توسط متحرک را در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 15s$ محاسبه کرد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{44}{15-5} = 4.4 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۲ و ۹)

۴۲- گزینه «۱»

(رحمت اله فیراله زاده سماکوش)

گام اول: به کمک معادله سرعت متوسط در ثانیه اول حرکت، سرعت اولیه را به دست می آوریم. دقت کنید که در لحظه $t = 1s$ سرعت صفر است:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow \frac{20-15}{1} = \frac{0 + v_0}{2} \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

گام دوم: به کمک معادله سرعت - زمان در ثانیه اول حرکت شتاب متحرک را محاسبه می کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a(1) + 10 \Rightarrow a = -10 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم: با توجه به این که تا لحظه t جابه جایی $-15m$ است، به کمک معادله سرعت - جابه جایی، سرعت را در آن لحظه به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 100 = 2(-10)(-15) \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = \pm 20 \frac{m}{s}$$

از آن جایی که شیب خط مماس در لحظه رسیدن به مبدأ مکان منفی است،

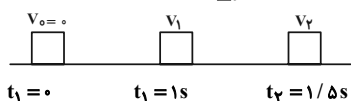
$$\Rightarrow v = -20 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۵ و ۲۱)

۴۳- گزینه «۴»

(آرمان رجب فیرخومنی)

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط برابر $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ است و می توان تغییرات سرعت را در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 1/5s$ به دست آورد و در نهایت با استفاده از رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ شتاب متحرک را محاسبه کرد:



$$v_{av}(0-1/5) - v_{av}(0-1) = 3/5 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v_1/5 + v_0}{2} - \frac{v_1 + v_0}{2} = 3/5$$

$$\frac{v_0=0}{2} \rightarrow \frac{v_1/5 - v_1}{2} = 3/5 \Rightarrow v_1/5 - v_1 = 6/5$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1/5 - v_1}{1/5 - 1} \Rightarrow a = \frac{v}{1} = 14 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۱۵ و ۲۱)

۴۴- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن جسم فرض می کنیم و داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \xrightarrow{y_0=0, g=10 \frac{m}{s^2}} \xrightarrow{t=1/5s} y = -\frac{1}{2} \times 10 \times (1/5)^2 + 0 = -11/25m$$

جابه جایی گلوله در این مدت $\Delta y = y - y_0 = -11/25m$ و مسافت طی شده توسط آن $11/25m$ است. سرعت گلوله پس از $1/5$ ثانیه برابر است با:

$$v = -gt = -10 \times 1/5 = -15 \frac{m}{s}$$

بنابراین تندی گلوله به $15 \frac{m}{s}$ می رسد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه های ۲۱ و ۲۴)

(مشابه مثال ۱ - ۱۵ صفحه ۲۲)

۴۵- گزینه «۴»

(رحمت اله فیراله زاده سماکوش)

همه عبارت ها درست هستند و در ادامه به بررسی آن ها می پردازیم:

عبارت های «الف» و «ب»: نیروی مقاومت شاره وارد بر یک جسم، به ابعاد و تندی جسم وابسته است، هر چه تندی جسم بیشتر باشد، نیروی مقاومت شاره بیشتر است.

عبارت «پ»: تندی حدی زمانی رخ می دهد که نیروی مقاومت شاره و وزن جسم هم اندازه شوند و در نتیجه نیروهای وارد بر جسم متوازن می شوند. عبارت «ت»: هر چه جرم جسم بیشتر باشد، نیروی وزن آن بیشتر است و در نتیجه نیروی مقاومت هوایی هم که باید به جسم وارد شود تا جسم به تندی حدی برسد، بیشتر است. چون ابعاد دو جسم یکسان است، هر کدام که مقاومت هوای وارد بر آن بیشتر است، تندی بیشتری دارد. بنابراین گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره ای: صفحه های ۳۶ و ۳۷)

$$|\vec{a}| = 2\sqrt{2} \frac{m}{s^2}, \vec{a} = (-2\sqrt{2} \frac{m}{s^2}) \hat{j}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴۹- گزینه «۲» (ابوالفضل نکومشی نژاد)

با توجه به رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر بر حسب دوره می‌توان نوشت:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} E = \frac{1}{2} m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 A^2 \Rightarrow T^2 = \frac{2\pi^2 m A^2}{E}$$

با توجه به نمودارهای داده شده برای دو نوسانگر A و B داریم:

$$E_A = 18mJ, A_A = 2cm$$

$$E_B = 8mJ, A_B = 3cm$$

با توجه به رابطه بالا داریم:

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A \times E_B}{m_B \times E_A} \times \frac{A_A}{A_B}} \xrightarrow{m_A = 3m_B} \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{3 \times \frac{8}{18} \times \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3}$$

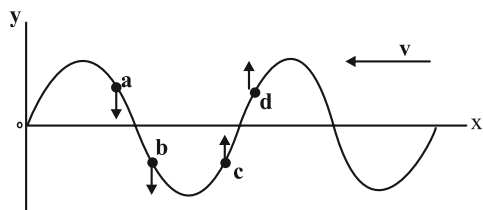
$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

(علیرضا جباری)

۵۰- گزینه «۳»

با توجه به اینکه جهت انتشار موج، در خلاف جهت محور x است، جهت نوسان هر یک از ذرات را مشخص می‌کنیم:



ذره c در جهت محور y حرکت می‌کند و چون به مرکز نوسان خود (y=0) نزدیک می‌شود، حرکت آن از نوع تندشونده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

(رسمت اله خیراله زاده سماکوش)

۵۱- گزینه «۱»

چون چشمه صوت ساکن است، طول موج تغییر نمی‌کند اما به علت دور شدن ناظر (شنونده) از چشمه صوت به دلیل آن که با جبهه موج کمتری مواجه می‌شود، بسامدی که می‌شنود کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

(امیر مرادی پور)

۴۶- گزینه «۲»

به وزنه، دو نیروی وزن رو به پایین و نیروی کشسانی فنر رو به بالا وارد می‌شود.

$$F_c = kx \xrightarrow{k=240 \frac{N}{m}, x=8cm=8 \times 10^{-2}m} F_c = 240 \times 8 \times 10^{-2} = 19.2N$$

$$\Rightarrow \vec{F}_c = 19.2 \hat{j} (N)$$

$$W = mg = 10m \Rightarrow \vec{W} = -10m \hat{j} (N)$$

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_c + \vec{W} = m\vec{a} \xrightarrow{\vec{a} = (-2 \frac{m}{s^2}) \hat{j}}$$

$$19.2 \hat{j} - 10m \hat{j} = -2m \hat{j} \Rightarrow 19.2 \hat{j} = 8m \hat{j}$$

$$\Rightarrow m = \frac{19.2}{8} = 2.4kg = 2400g$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۵)

(ابوالفضل نکومشی نژاد)

۴۷- گزینه «۲»

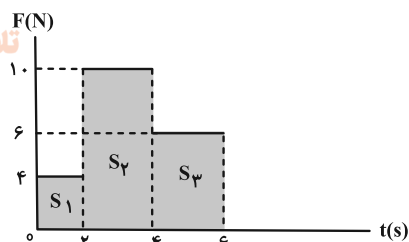
مساحت سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر تغییر تکانه است، یعنی:

مساحت زیر نمودار F-t در بازه (۰ تا ۶s) برابر با

$$p(6) - p(0) = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow 36 - p(0) = \frac{S_1}{2} + (2 \times 4) + \frac{S_3}{2}$$

$$36 - p(0) = 40$$

$$\Rightarrow p_0 = -2 \frac{kg \cdot m}{s} \Rightarrow \vec{p}_0 = -2 \left(\frac{kg \cdot m}{s} \right) \hat{i}$$



(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

(مهرادر فاضلی)

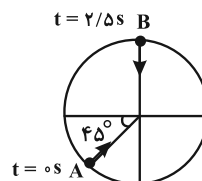
۴۸- گزینه «۳»

در ابتدا a_x و a_y هر دو مثبت‌اند و بردار $\vec{a}$ با محور افقی زاویه 45°

می‌سازد در مدت $2/5$ ثانیه، متحرک $N = \frac{2/5}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{5}$ دور (یعنی ۵ دور 45°)

را طی می‌کند یعنی $2/5s$ بعد ذره به نقطه B می‌رسد. شتاب در این لحظه

در جهت منفی محور y است و چون اندازه شتاب ذره ثابت است، داریم:



(فهرست ۲- الکترواسته ساکن: صفحه های ۵ تا ۱۰)

۵۹- گزینه «۲»

(علیرضا بیاری)

به کمک رابطه $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2}$ و برابر بودن چگالی سطحی بار دو کره A و B، رابطه بین بار الکتریکی دو کره A و B را به دست می آوریم:

$$\sigma_A = \frac{Q_A}{4\pi r_A^2}, \quad \sigma_B = \frac{Q_B}{4\pi (2r_A)^2} = \frac{Q_B}{16\pi r_A^2}$$

$$\sigma_A = \sigma_B \Rightarrow \frac{Q_A}{4\pi r_A^2} = \frac{Q_B}{16\pi r_A^2} \Rightarrow Q_B = 4Q_A$$

سپس بار الکتریکی دو کره A و B را در حالت جدید به دست می آوریم:

$$Q'_B = Q_B - 0.2Q_B = 0.8Q_B$$

$$\frac{Q_B = 4Q_A}{Q'_B = 0.8Q_B} \Rightarrow Q'_B = 0.8(4Q_A) = 3.2Q_A$$

$$Q'_A = Q_A + 0.2Q_B = Q_A + 0.2(4Q_A) = 1.8Q_A$$

در مرحله بعد نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی کره B به کره A را

$$\frac{\sigma'_B}{\sigma'_A} = \frac{\frac{Q'_B}{4\pi r_B^2}}{\frac{Q'_A}{4\pi r_A^2}} = \frac{Q'_B}{Q'_A} \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$$

محاسبه می کنیم:

$$= \frac{3.2}{1.8} \times \left(\frac{r_A}{2r_A}\right)^2 = \frac{3.2}{1.8} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{9}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه های ۲۹ و ۳۰)

۶۰- گزینه «۴»

(رممت اله فیراه زاده سماکوش)

ابتدا تغییر ظرفیت خازن را از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ به دلیل تغییر مساحت

صفحه ها محاسبه می کنیم:

$$A_2 = A_1 - \frac{20}{100} A_1 \Rightarrow A_2 = 0.8 A_1 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\kappa_2 = \kappa_1, d_2 = d_1} \frac{C_2}{C_1} = \frac{4}{5}$$

چون خازن را از باتری جدا کرده ایم و سپس ساختمان آن را تغییر داده ایم،

بار روی خازن ثابت مانده است. حال از رابطه $Q = CV$ تغییر ولتاژ را

محاسبه می کنیم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{Q_1 = Q_2} 1 = \frac{4}{5} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{4}$$

حال تغییرات ولتاژ را به صورت درصدی محاسبه می کنیم:

$$\text{تغییرات ولتاژ بر حسب درصد} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100$$

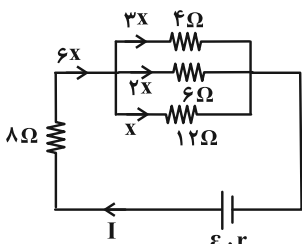
$$= \frac{\frac{5}{4} V_1 - V_1}{V_1} \times 100 = 25\%$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن: صفحه های ۳۲ تا ۳۷)

۶۱- گزینه «۴»

(مهمرضا نصیری)

جریان خروجی از باتری پس از عبور از مقاومت ۸ اهمی با رسیدن به سه مقاومت موازی، تقسیم می شود که با نسبت های X، ۲X و ۳X خواهد بود، زیرا در مقاومت های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت ها تقسیم می شود. پس جریان کل مدار، مجموع جریان در آن سه شاخه یعنی ۶X خواهد بود.



توان مصرفی مقاومت از رابطه $P = RI^2$ محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} P_A &= R_A I_A^2 = 8 \times (6X)^2 \\ P_F &= R_F I_F^2 = 4 \times (2X)^2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{P_A}{P_F} = \frac{8 \times (6X)^2}{4 \times (2X)^2} = 8$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۶۷ تا ۷۷)

۶۲- گزینه «۱»

(رممت اله فیراه زاده سماکوش)

با کمی دقت متوجه می شویم که مقاومت ها به صورت موازی به دو سر باتری

وصل شده اند. پس شکل را به صورت زیر می توان ساده کرد و چون هر سه

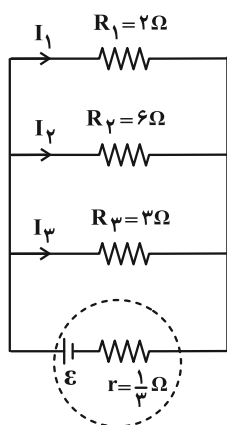
مقاومت موازی هستند، اختلاف پتانسیل های برابری دارند:

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I_2 = \frac{18}{R_2} = 6A$$

$$I_2 = \frac{18}{R_2} = 3A$$

$$I_1 = \frac{18}{R_1} = 9A$$



با توجه به قاعده انشعاب، جریان اصلی مدار و گذرنده از باتری را به دست

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 9 + 3 + 6 = 18A \quad \text{می آوریم:}$$

با توجه به این که باتری و مقاومت R_1 نیز موازی هستند، ولتاژ دو سر باتری

نیز ۱۸V است و داریم:

$$V = \epsilon - Ir \Rightarrow 18 = \epsilon - 18 \times \frac{1}{3} \Rightarrow \epsilon = 18 + 6 = 24V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه های ۷۰ تا ۷۷)

۶۳- گزینه «۱»

(معمدها فارمی)

می‌دانیم آمپرساعت یک باتری همان q و مقدار بار الکتریکی آن است.

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I_{av} \Delta t \Rightarrow 11Ah = (220 \times 10^{-3} A) \times \Delta t$$

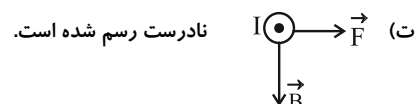
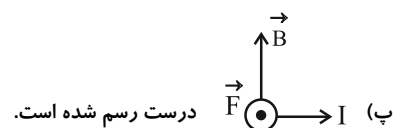
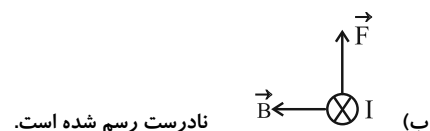
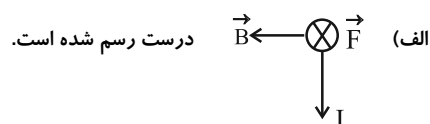
$$\Rightarrow \Delta t = 50h = 50 \times 60 = 3000 \text{ min}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۶۴- گزینه «۲»

(افشین مینو)

با استفاده از قاعده دست راست، بردارهای هر شکل را مورد بررسی قرار می‌دهیم. جهت خط‌های میدان از قطب N به S است.



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۶۵- گزینه «۴»

(معمدها نصیری)

با توجه به این که میدان مغناطیسی درون سیملوله تقریباً یکنواخت و موازی محور سیملوله است و پرتاب ذره باردار نیز در همان راستای محور سیملوله و موازی آن است، یعنی زاویه بین حرکت ذره باردار و میدان مغناطیسی صفر یا 180° درجه است و طبق رابطه $F = qvB \sin \theta$ چون $\sin \theta = 0$ است، پس، از طرف میدان مغناطیسی به ذره باردار نیرویی وارد نمی‌شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۹ تا ۱۰۱)

۶۶- گزینه «۲»

(امیرامیر میرسعید)

$$t_1 = \frac{1}{400} \text{ s} \Rightarrow \Phi_1 = 0.01 \cos(100\pi \times \frac{1}{400})$$

$$= 0.01 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{0.01\sqrt{2}}{2} \text{ Wb}$$

$$t_2 = \frac{1}{100} \text{ s} \Rightarrow \Phi_2 = 0.01 \cos(100\pi \times \frac{1}{100})$$

$$= 0.01 \cos \pi = -0.01 \text{ Wb}$$

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -6 \times \frac{-0.01 - \frac{0.01\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{100} - \frac{1}{400}} = \frac{3 \times 0.01 \times (2 + \sqrt{2})}{\frac{3}{400}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{av} = 4(2 + \sqrt{2}) = 4(2 + 1/4) = 13/6 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

(معمدها کاتم منشاری)

۶۷- گزینه «۲»

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} LI_{\max}^2$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times L \times 5^2 \Rightarrow L = 3/2 \times 10^{-4} \text{ H}$$

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{\ell} \Rightarrow 3/2 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{10 \times 10^{-4} \times N^2}{2/4 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow N^2 = 6400 \Rightarrow N = 80$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۹، ۱۲۱ و ۱۲۴)

(افشین مینو)

۶۸- گزینه «۱»

m_2 : جرم مایع درون ظرف

m_1 : جرم ظرف

$$m_1 + m_2 = 6850 \text{ g}$$

$$\Rightarrow m_1 + \rho_2 V_2 = 6850 \Rightarrow m_1 + 1/0.3 \times 5000 = 6850$$

$$\Rightarrow m_1 = 1700 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

(معمدها فارمی)

۶۹- گزینه «۲»

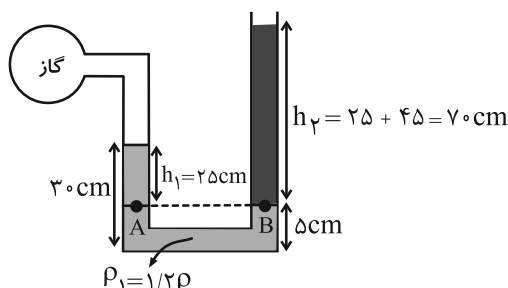
به کمک رابطه $P = \frac{F_{\perp}}{A}$ ، مقدار جرم موجود هوا در سطح آزاد دریا را

$$\text{به دست می‌آوریم: } \frac{F_{\perp} = mg}{20 \times 10^{-4}} = \frac{m \times 10}{20 \times 10^{-4}} \Rightarrow m = 20 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

(امیرامیرامیر پور)

۷۰- گزینه «۲»



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_{\text{atm}} = \rho_2 g h_2 + P_{\text{atm}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{atm}} - P_{\text{atm}} = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

(ابوالفضل نگوشتی نژاد)

۷۴- گزینه «۲»

ابتدا حجم گاز در حالت دوم را حساب می‌کنیم (برای سازگاری یکاها، در رابطه زیر تغییر حجم گاز را به L تبدیل کردیم):

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow 600 \times 10^{-3} = V_2 - 3 \Rightarrow V_2 = 3/6 L$$

حال کافی است از قانون گازهای کامل استفاده کنیم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{3}{300} = \frac{3/6}{T_2} \Rightarrow T_2 = 360 K$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 360 - 300 = 60 K$$

تغییر دمای گاز برابر است با:

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

(مهران اسماعیلی)

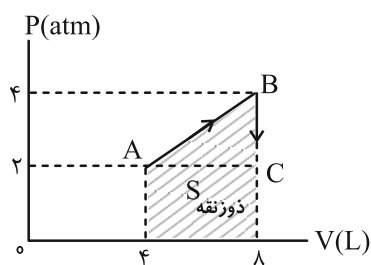
۷۵- گزینه «۴»

در هر دو مسیر AC و ABC چون گاز منبسط شده است، کار محیط روی دستگاه (گاز) منفی است. با توجه به این که تغییر انرژی درونی به مسیر وابسته نیست، داریم:

$$\Delta U_{AC} = \Delta U_{ABC}$$

از طرفی بنابه قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC}$$



همچنین سطح زیر نمودار $P-V$ بیانگر کار انجام شده است:

$$W_{ABC} = -S_{\text{دوزنقه}} = -\left(\frac{2 \times 10^5 + 4 \times 10^5}{2} \times (8 - 4) \times 10^{-3}\right)$$

$$= -1200 J$$

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} \xrightarrow{\Delta U_{AC} = \Delta U_{ABC} = 3600 J, W_{ABC} = -1200 J}$$

$$3600 = Q_{ABC} + (-1200) \Rightarrow Q_{ABC} = 4800 J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۹)

$$\frac{\rho_1 = 1/2 \rho, \rho_2 = \rho, h_1 = 25 \text{ cm}}{h_2 = 70 \text{ cm}, P_{\text{atm}} - P_1 = P_2 = 18000 \text{ Pa}}$$

$$18000 = \rho \times 10 \times \frac{7}{10} - 1/2 \rho \times 10 \times \frac{25}{100} \Rightarrow 18000 = 7\rho - 3\rho$$

$$\Rightarrow 18000 = 4\rho \Rightarrow \rho = \frac{18000}{4} = 4500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 4/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

(رحمت‌اله شیراله زاده سماکوش)

۷۱- گزینه «۴»

چون بخشی از انرژی صرف غلبه بر مقاومت هوا شده و تلف می‌شود، از $80 J$ انرژی که از انرژی پتانسیل کاسته شده است، کمتر از $80 J$ به انرژی جنبشی افزوده می‌گردد. بنابراین گزینه (۴) درست است.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(مهران اسماعیلی)

۷۲- گزینه «۳»

$$h_1 - h_2 = 25 m$$

$$U_2 = U_1 - 0/2 U_1 = 0/8 U_1 \xrightarrow{U=mgh} mgh_2 = 0/8 mgh_1$$

$$\Rightarrow h_2 = 0/8 h_1$$

$$\begin{cases} h_1 - h_2 = 25 \\ h_2 = 0/8 h_1 \end{cases} \Rightarrow h_1 - 0/8 h_1 = 25$$

$$\Rightarrow 0/2 h_1 = 25 \Rightarrow h_1 = 125 m$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

(محمدرضا نصیری)

۷۳- گزینه «۳»

در مرحله اول باید دمای آب به صفر درجه سلسیوس برسد:

$$Q_1 = m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta = 2 \times 4/2 \times (0 - 10) = -84 kJ$$

در مرحله دوم باید تمام آب منجمد شود:

$$Q_2 = -m L_F = -2 \times 336 = -672 kJ$$

در مرحله سوم باید دمای یخ کاهش یابد:

$$Q_3 = m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta \theta = 2 \times 2/1 \times (5 - 0) = -21 kJ$$

$$Q_{\text{کل}} = -84 - 672 - 21 = -777 kJ$$

پس در کل:

مقدار $777 kJ$ گرما باید از آب گرفته شود.

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

شیمی

۷۶- گزینه «۲»

(ممبر رضا جمشیری)

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون به پروتون آن‌ها برابر یا بیشتر از ۱/۵ باشد، ناپایدارند و با گذشت زمان متلاشی می‌شوند.

ت) برخی دانشمندان بر این باور هستند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است.

(شیمی ۱- کیهان زاگه الفبای هستی: صفحه‌های ۴ تا ۹)

۷۷- گزینه «۱»

(افسان روستایی)

$$\begin{aligned} p + n &= 65 \\ n - p &= 5 \end{aligned} \Rightarrow 2n = 70 \Rightarrow n = 35, p = 30$$

بررسی گزینه‌ها:

$$z = p = 30 \Rightarrow 30 - 24 = 6$$

۱) نادرست،

۲) درست، این عنصر در دوره ۴ و گروه ۱۲ قرار دارد.

۳) درست، این یون ۲۸ الکترون دارد که از عدد اتمی ۲۶ Fe بیشتر است.

۴) درست، با توجه به آرایش الکترونی یون X^{2+} و اتم X ، یون مورد نظر دارای ۳ لایه و اتم مورد نظر دارای ۴ لایه اشغال شده است.



(شیمی ۱- کیهان زاگه الفبای هستی: صفحه‌های ۵، ۱۰ تا ۱۳ و ۳۰ تا ۳۹)

۷۸- گزینه «۳»

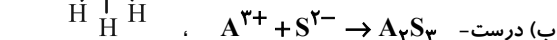
(امیر هاتمیان)

عبارت‌های الف و پ نادرست هستند.

با توجه به فرمول BCl_3 و $AlCl_3$ می‌توان فهمید ظرفیت هر ۲ عنصر A و B برابر سه می‌باشد چون هر دو عنصر در دوره ۳ قرار دارند و عدد اتمی A کوچک‌تر است پس می‌توان نتیجه گرفت: A عنصر فلزی از گروه ۱۳ (Al) و B عنصر نافلزی از گروه ۱۵ (P) می‌باشد.

بررسی همه عبارت‌ها:

الف) نادرست- عنصر A ۱۳ با از دست دادن سه الکترون به آرایش گاز نجیب Ne و B ۱۵ با اشتراک گذاشتن سه الکترون به آرایش هشت تایی می‌رسد.



پ) نادرست- فسفرتری کلرید آلومینیوم کلرید

ت) درست- $15 - 13 = 2$ اختلاف عدد اتمی

(شیمی ۱- کیهان زاگه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۴۱)

+ رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸

۷۹- گزینه «۴»

(ندرا حسین پورمقدم)

کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رها کردن در هواکره در میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند دفن کرد.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: برای تبدیل کردن دی‌اکسید به مواد معدنی می‌توان آن را با کلسیم اکسید واکنش داد و به ماده معدنی کلسیم کربنات تبدیل کرد.

گزینه «۲»: سوخت سبز سوختی است که در ساختار خود علاوه بر کربن و هیدروژن، اکسیژن نیز دارد.

گزینه «۳»: پلاستیک‌های سبز پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی ساخته می‌شوند و در مدت نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند و به طبیعت باز می‌گردند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۸۰- گزینه «۱»

(مفسر مینونی)

۱) با توجه به اینکه حجم گاز (V) با تعداد مول (n) و دمای گاز (T) رابطه مستقیم و با فشار گاز رابطه عکس دارد، داریم:

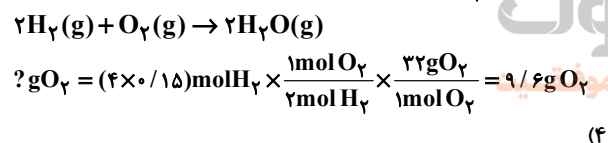
$$\begin{aligned} \frac{V_2}{V_1} &= \frac{T_2}{T_1} \times \frac{n_2}{n_1} \times \frac{P_1}{P_2} \quad P_1 = P_2 \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2 n_2}{T_1 n_1} \\ &= \frac{(6 \times 0 / 15) \times 409 / 5}{(4 \times 0 / 15) \times 273} = 2 / 25 \end{aligned}$$

۲) با توجه به شکل مولکول‌ها، گاز (۱)، هیدروژن، گاز (۲)، هیدروژن فلئورید و گاز (۳) اوزون است.

$$\left. \begin{aligned} \text{جرم گاز } (H_2) &= (4 \times 0 / 15) \text{mol} \times \frac{2 \text{g}}{1 \text{mol}} = 1 / 2 \text{g} \\ \text{جرم گاز } (HF) &= (6 \times 0 / 15) \text{mol} \times \frac{20 \text{g}}{1 \text{mol}} = 18 \text{g} \\ \text{جرم گاز } (O_3) &= (4 \times 0 / 15) \text{mol} \times \frac{48 \text{g}}{1 \text{mol}} = 28 / 8 \text{g} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{(2) + (3)}{(1)} \rightarrow \frac{18 + 28 / 8}{1 / 2} = 39$$

۳) واکنش گاز H_2 و اکسیژن به قرار زیر است:



$$\begin{aligned} \text{اتم } O &= (4 \times 0 / 15) \text{mol} O_3 \times \frac{3 \text{mol atom O}}{1 \text{mol} O_3} \\ &\times \frac{6 / 02 \times 10^{23} \text{atom O}}{1 \text{mol atom O}} = 1 / 0836 \times 10^{24} \text{atom O} \end{aligned}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۸۱- گزینه «۳»

(مبتنی محبوب)

موارد پ و ت درست می‌باشند.

بررسی موارد:

الف) با افزودن مقداری حلال به محلول با غلظت معین، غلظت محلول کاهش می‌یابد ولی مقدار حل شونده تغییر نمی‌کند.

ب) از ppm نه تنها برای بیان غلظت محلول‌های آبی بسیار رقیق، بلکه برای محلول‌های بسیار رقیق دیگر مانند مقدار آلاینده‌ها در هوا نیز استفاده کرد.

پ) دستگاه اندازه‌گیری قند خون گلوکومتر نام دارد. این دستگاه میلی‌گرم گلوکز را در دسی‌لیتر خون نشان می‌دهد.

ت) جداسازی حل شونده از محلول به شکل بلورهای جامد را تبلور می‌نامند که در جداسازی و استخراج سدیم کلرید از آب دریا کاربرد دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۵، ۹۷ و ۹۹)

$$S = -0 / 4(55) + 37 = 15g$$

$$13\% = \frac{\text{جرم نمونه}}{\text{جرم کل}} \times 100 \Rightarrow \left(\frac{15}{100+15} \right) \times 100 = 13\%$$

ت) با کاهش دما مقدار انحلال پذیری نمک مورد نظر در آب افزایش پیدا می کند پس طی این فرایند کاهش دما هیچ نمکی در محلول رسوب نمی کند و مقدار بیشتری نمک در آب می تواند حل شود.

$$S_1 = -0 / 4(50) + 37 = 17g$$

$$S_2 = -0 / 4(35) + 37 = 23g$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه های ۱۰۲ و ۱۰۳)

(مبیر جلیل ناغونی)

۸۴- گزینه «۲»

شبه فلزات جدول تناوبی متعلق به دسته p عناصر جدول هستند. در این دسته از عناصر تنها عناصر گروه چهاردهم و سیزدهم جدول همگی به حالت جامد یافت می شوند. بنابراین A می تواند سیلیسیم (Si) یا ژرمانیم در گروه چهاردهم باشد.

بررسی همه گزینه ها:

۱) کربن در گروه چهاردهم تنها با اشتراک گذاری الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب می رسد. همچنین ژرمانیم به عنوان دیگر شبه فلز گروه چهاردهم نیز با به اشتراک گذاری الکترون به آرایش گاز نجیب می رسد.

۲) عناصر ماقبل و هم دوره هر دو عنصر سیلیسیم و ژرمانیم همگی فلز هستند.

۳) تنها نافلز مایع جدول، عنصر برم است که هیچ یک از شبه فلزات ذکر شده با برم هم گروه نیستند. از میان شبه فلزات ذکر شده تنها ژرمانیم با برم هم دوره است و این مورد درباره شبه فلز دیگر صدق نمی کند.

۴) نخستین نافلز جامد گروه شانزدهم جدول، گوگرد است. در این حالت A همان سیلیسیم است و چهار الکترون در لایه ظرفیت خود دارد.

(شیمی ۲- قدر هرایای زمینی را بدانیم؛ صفحه های ۶ تا ۱۱)

(یاسر راش)

۸۵- گزینه «۲»

برای بررسی گزینه ها باید میزان فعالیت شیمیایی فلزها را در نظر گرفت. فعالیت فلزها نشان می دهد که هر فلز تا چه اندازه تمایل دارد الکترون از دست بدهد و به کاتیون تبدیل شود. هرچه فلز فعال تر باشد، ترکیب های یونی پایدارتری تشکیل می دهد و نگهداری از آن نیز دشوارتر می شود. در میان فلزهای داده شده، ترتیب فعالیت به طور کلی به صورت سدیم < آهن < مس < نقره است و با توجه به این ترتیب می توان درستی هر گزینه را بررسی کرد.

بررسی همه گزینه ها:

گزینه «۱»: واکنش پذیری فلز نقره در میان این فلزها کمتر است و از همه کمتر تمایل دارد الکترون از دست بدهد و به کاتیون تبدیل شود.

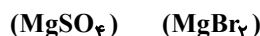
گزینه «۲»: سدیم فلزی بسیار فعال است و به راحتی الکترون از دست می دهد و یون سدیم (Na^+) تشکیل می دهد. به همین دلیل ترکیب های یونی سدیم معمولاً پایدار هستند و در طبیعت نیز سدیم به صورت ترکیب یافت می شود.

(مبیر جلیل ناغونی)

۸۲- گزینه «۲»

با توجه به اینکه درصد جرمی هر دو نمک در محلول برابر است، بنابراین جرم حل شده آنها با یکدیگر برابر است. با فرض اینکه مول حل شده منیزیم سولفات و منیزیم برمید به ترتیب n_1 و n_2 باشد، داریم:

$$n_1 \times 120 = n_2 \times 184 \Rightarrow \text{جرم منیزیم برمید} = \text{جرم منیزیم سولفات}$$



$$\Rightarrow n_1 = \frac{23}{15} n_2$$

با استفاده از جرم یون سولفات، مول حل شده $MgSO_4$ را محاسبه می کنیم.

$$\frac{220}{86} \times \frac{1 \text{ mol } SO_4^{2-}}{96 \text{ g } SO_4^{2-}} \times \frac{1 \text{ mol } MgSO_4}{1 \text{ mol } SO_4^{2-}} = 2 / 3 \text{ mol } MgSO_4$$

با توجه به این که مقدار $MgSO_4$ حل شده در محلول ۲/۳ مول است، مقدار n_2 برابر ۱/۵ مول خواهد بود. در ادامه مقدار منیزیم حاصل از انحلال دو نمک را حساب می کنیم.

$$\frac{2}{3} \text{ mol } MgSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{1 \text{ mol } MgSO_4} = \frac{2}{3} \text{ mol } Mg^{2+}$$

$$\frac{1}{5} \text{ mol } MgBr_2 \times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{1 \text{ mol } MgBr_2} = \frac{1}{5} \text{ mol } Mg^{2+}$$

در نهایت غلظت مولی یون منیزیم برابر است با: (حجم محلول برابر ۵۰۰ میلی لیتر که از حاصل تقسیم جرم محلول برچگالی آن به دست می آید).

$$\frac{Mg^{2+}}{\text{حجم محلول}} = \frac{(2/3 + 1/5) \text{ mol } Mg^{2+}}{0.5 \text{ L}} = \frac{17}{15} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زنگی؛ صفحه های ۹۸ تا ۱۰۰)

(مبینا سیرفسینی)

۸۳- گزینه «۱»

عبارت های ب و پ صحیح می باشند.

از روی معادله انحلال پذیری نمک مربوطه متوجه می شویم که با افزایش دما مقدار انحلال پذیری نمک در ۱۰۰ گرم آب کاهش می یابد زیرا شیب معادله منفی است.

بررسی همه موارد:

الف) انحلال پذیری نمک مربوط در دمای ۶۷ درجه برابر است با:

$$S = -0 / 4(67) + 37 = 10 / 2g$$

در ۱۰۰ گرم آب مقدار ۱۰/۲ گرم نمک حل می شود در نتیجه وقتی مقدار آب بیشتر شود مقدار نمک حل شده نیز بیشتر می شود و در ۲۰۰ گرم آب ۲۰/۴ گرم نمک حل می شود.

ب) ضریب دما در معادله انحلال پذیری نمک مورد نظر منفی است پس همانند لیتیم سولفات با افزایش دما انحلال پذیری یک نمونه از این نمک در آب کاهش می یابد.

پ) در دمای ۵۵° مقدار ۱۵ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب حل می شود که یک محلول سیر شده است که درصد جرمی آن به صورت زیر محاسبه می شود.

گزینه «۲»: کاهش تدریجی یا سریع رنگ برم نشان می‌دهد که در حال مصرف شدن است. این موضوع وقوع واکنش را قابل مشاهده می‌کند.
گزینه «۴»: بی‌رنگ شدن بخار برم نشان می‌دهد که برم با پیوندهای دوگانه موجود در مولکول چربی واکنش داده است. در این واکنش، پیوند دوگانه بین اتم‌های کربن شکسته شده و به پیوندهای یگانه تبدیل می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۸۸- گزینه «۳» (یاسر راش)

بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) بیشتر انفجارهای معادن زغال سنگ به دلیل تجمع گاز متان رخ می‌دهد. تراکم این گاز در فضاهای بسته معدن شرایط انفجار را فراهم می‌کند.
(۲) کربن دی‌اکسید یکی از مهم‌ترین گازهای گلخانه‌ای است و افزایش غلظت آن موجب گرم شدن زمین می‌شود. سوزاندن بیش از حد زغال سنگ سهم بزرگی در افزایش CO_2 جهانی دارد.
(۳) حتی با داشتن ذخایر فراوان، استفاده از زغال سنگ با انتشار آلاینده و CO_2 همراه است و نمی‌توان آن را جایگزینی پایدار دانست. ضرورت کاهش اثرات زیست‌محیطی همچنان پابرجاست.
(۴) کلسیم اکسید با SO_2 واکنش داده و این گاز آلاینده را که اثرات زیست‌محیطی مخربی دارد را به دام می‌اندازد. این واکنش یکی از روش‌های مؤثر برای حذف گوگرد بر اثر سوختن زغال سنگ است.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۳۶)

۸۹- گزینه «۲» (پیمان فواپوی‌میر)

اگر ارزش سوختن پروپان را a و ارزش سوختن اتانول را $6a$ فرض کنیم، داریم:

$$1\text{g C}_3\text{H}_8\text{OH} \times \frac{1\text{mol C}_3\text{H}_8\text{OH}}{46\text{g C}_3\text{H}_8\text{OH}} \times \frac{345\text{kJ}}{1\text{mol C}_3\text{H}_8\text{OH}} = 3.0\text{kJ}$$

ارزش سوختن اتانول

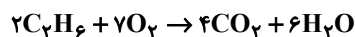
$$3.0 = 0.6a \Rightarrow a = 5.0\text{kJ}$$

$$2.0\text{kJ} \times \frac{1\text{g C}_3\text{H}_8}{5.0\text{kJ}} = 4\text{g C}_3\text{H}_8$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۹۰- گزینه «۴» (یاسر راش)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



برای به‌دست آوردن آنتالپی واکنش بالا مطابق با قانون هس، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

واکنش (I) را در ۳ ضرب می‌کنیم.

واکنش (II) را قرینه و در ۲ ضرب می‌کنیم.

واکنش (III) را قرینه و در ۴ ضرب می‌کنیم.

پس از اعمال تغییرات بالا، آنتالپی‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$2\Delta H(\text{اتان}) = 3(-572) - 2(-86) - 4(-394) = -312\text{kJ}$$

گرمای آزاد شده از مصرف ۲۷ گرم اتان را حساب می‌کنیم:

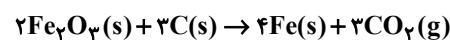
گزینه «۳»: نقره فلزی با واکنش‌پذیری کم است و در شرایط معمولی به راحتی با مواد محیط واکنش نمی‌دهد. در مقابل، سدیم بسیار واکنش‌پذیر است و برای جلوگیری از واکنش با هوا و آب باید در شرایط ویژه مانند زیر نفت نگهداری شود.

گزینه «۴»: آهن در مقایسه با برخی فلزهای داده شده مانند مس و نقره فعالیت شیمیایی بیشتری دارد و ترکیب‌های آن پایدارتر هستند. بنابراین استخراج فلز آهن از سنگ معدن آن، دشوارتر از استخراج فلزهای مس و نقره از خاک حاوی آن‌ها است، زیرا فلزهای نقره و مس به دلیل واکنش‌پذیری پایین، به صورت عنصری نیز در طبیعت یافت می‌شوند و نیاز به روش‌های پیچیده برای بیرون کشیدن آن‌ها از ترکیب حاوی آن‌ها نیست.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۸۶- گزینه «۲» (مجتبی محبوب)

ابتدا واکنش تولید آهن از آهن (III) اکسید را نوشته و موازنه می‌کنیم:



$$\frac{\text{مقدار ماده خالص}}{\text{مقدار ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{400} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 320\text{g Fe}_2\text{O}_3 \text{ خالص}$$

حال حجم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش در شرایط STP را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{LCO}_2 = 320\text{g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1\text{mol Fe}_2\text{O}_3}{160\text{g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{3\text{mol CO}_2}{2\text{mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{22.4\text{LCO}_2}{1\text{mol CO}_2} = 67.2\text{LCO}_2$$

در نهایت برای به‌دست آوردن مقدار کلسیم کربنات تولید شده از گاز کربن دی‌اکسید آزاد شده در واکنش اول، واکنش تولید کلسیم کربنات از کلسیم اکسید و گاز کربن دی‌اکسید را می‌نویسیم و جرم کلسیم کربنات را با استفاده از روابط استوکیومتری به‌دست می‌آوریم:



$$? \text{gCaCO}_3 = 67.2\text{LCO}_2 \times \frac{1\text{mol CO}_2}{22.4\text{LCO}_2} \times \frac{1\text{mol CaCO}_3}{1\text{mol CO}_2}$$

$$\times \frac{100\text{gCaCO}_3}{1\text{mol CaCO}_3} \times \frac{90\text{g عملی}}{100\text{g نظری}} = 270\text{gCaCO}_3$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰)

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۸۷- گزینه «۳» (یاسر راش)

تنها چربی‌های سیرنشده موجود در گوشت با برم واکنش می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در این آزمایش، بخار برم با پیوندهای دوگانه موجود در چربی‌های سیرنشده واکنش می‌دهد و رنگ برم را از بین می‌برد؛ بنابراین از تغییر یا ثابت ماندن رنگ برم می‌توان به وجود یا نبود پیوندهای دوگانه پی برد. به همین دلیل این آزمایش روشی ساده و قابل اعتماد برای تشخیص هیدروکربن‌های سیرنشده از سیرشده است.

(مفسر مینونی)

۹۲- گزینه «۱»

در ابتدا مقدار مول اسید در محلول را به دست می آوریم:

$$pH = 1/7 \rightarrow [H^+] = [HCl] = 10^{-pH} = 10^{-1/7}$$

$$= 10^{-2} \times 10^{0/3} = 0.02 \frac{mol}{L}$$

$$molHCl = 0.02 mol.L^{-1} \times 2/5 L = 0.04 mol$$

در مرحله بعد سرعت انحلال گاز HCl را محاسبه می کنیم:

$$R_{HCl} = \frac{0.04 mol}{30s \times \frac{1min}{60s}} = 0.08 mol.min^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۸۵ تا ۹۰)

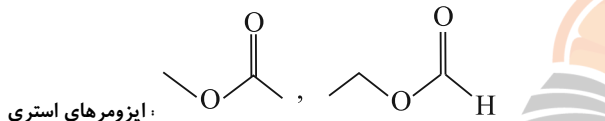
(شیمی ۳- مولکول ها در فرمت تندرستی: صفحه های ۲۴ تا ۲۸)

(مفسر مینونی)

۹۳- گزینه «۴»

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: ویتامین K برخلاف ویتامین D دارای یک حلقه بنزنی است.



گزینه «۳»: کربن گروه عاملی استری می تواند به H یا C متصل باشد.

گزینه «۴»: با توجه به کتاب درسی شیب تغییرات انحلال پذیری الکل های راست زنجیر یک عاملی با افزایش تعداد کربن به صفر میل می کند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان تا پذیر: صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

(نرا حسین پورمقدم)

۹۴- گزینه «۲»

عبارت های ب و پ نادرست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

ب) نادرست- در ساختار مولکول داده شده گروه کربوکسیل (-COOH)

وجود ندارد.

پ) نادرست-

$$\left. \begin{aligned} 14 \times 2 &= 28 \Rightarrow \text{جرم نیتروژن} \\ 16 \times 2 &= 32 \Rightarrow \text{جرم اکسیژن} \\ 12 \times 14 &= 168 \Rightarrow \text{جرم کربن ها} \end{aligned} \right\} \Rightarrow N + O \Rightarrow 28 + 32 = 60$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان تا پذیر: صفحه های ۱۱۸ تا ۱۱۸)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه های ۵۲ و ۵۳)

(آترین صبا)

۹۵- گزینه «۳»

طبق جدول کتاب درسی با افزودن آنزیم به پاک کننده های صابونی قدرت پاک کنندگی صابون افزایش می یابد و درصد لکه کمتری بر روی پارچه باقی می ماند.

بررسی نادرستی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: بخش کاتیونی یک صابون می تواند یون آمونیوم باشد که کاتیون یک عنصر فلزی نیست.

$$? kJ = 27g C_2H_6 \times \frac{1 mol C_2H_6}{30g C_2H_6} \times \frac{3120 kJ}{2 mol C_2H_6}$$

$$= 0.9 \times 1560 kJ$$

حالا می توان جرم آلومینیم را به دست آورد:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 0.9 \times 1560 kJ = m(kg) \times 0.9 \frac{kJ}{kg \cdot ^\circ C} \times 80^\circ C$$

$$\Rightarrow m = \frac{156}{8} = 19.5 kg Al$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۷ تا ۶۰ و ۷۴ و ۷۵)

۹۱- گزینه «۲»

می توان با استفاده از رابطه $\frac{4C + 2O + H}{2}$ تعداد جفت الکترون های پیوندی هر ترکیب را محاسبه کرده و مقایسه کنیم:

الف) نفتالن: $\frac{4 \times 10 + 1 \times 8}{2} = 24$, $C_{10}H_8$: $\frac{4 \times 8 + 1 \times 8}{2} = 20$, C_8H_8 : $\frac{4 \times 8 + 1 \times 8}{2} = 20$

$$\Rightarrow 24 - 20 = 4$$

ب) گلوکز: $C_6H_{12}O_6$: $\frac{4 \times 6 + 1 \times 12 + 2 \times 6}{2} = 24$

بنزوفیک اسید: $C_7H_6O_2$: $\frac{4 \times 7 + 1 \times 6 + 2 \times 2}{2} = 19 \Rightarrow 24 - 19 = 5$

پ) هگزان: C_6H_{14} : $\frac{4 \times 6 + 1 \times 14}{2} = 19$, پارازالین: C_8H_{10} : $\frac{4 \times 8 + 1 \times 10}{2} = 21$

$$\Rightarrow 21 - 19 = 2$$

ت) ۲-هپتانول: $C_7H_{14}O$: $\frac{4 \times 7 + 1 \times 14 + 2 \times 1}{2} = 22$

بنزالدهید: C_7H_6O : $\frac{4 \times 7 + 1 \times 6 + 2 \times 1}{2} = 18 \Rightarrow 22 - 18 = 4$

روش دوم: با توجه به رابطه گفته شده می توان نتیجه گرفت که هر اتم C

در ایجاد ۴ نیم پیوند (۲ پیوند) و هر اتم H در ایجاد ۱ نیم پیوند (۰.۵

پیوند) و هر اتم O در ایجاد ۲ نیم پیوند (۱ پیوند) دخیل هستند، پس داریم:

الف)

$$|(C_8H_8) - (C_{10}H_8)| = |8C + 8H - 10C - 8H| = |2 \times 2| = 4$$

ب) $|(C_6H_{12}O_6) - (C_7H_6O_2)|$

$$= |6C + 12H + 6O - 7C - 6H - 2O|$$

$$= |-1 \times 2 + 6 \times 0.5 + 4 \times 1| = 5$$

پ) $|(C_6H_{14}) - (C_8H_{10})| = |6C + 14H - 8C - 10H|$

$$= |-2 \times 2 + 4 \times 0.5| = 2$$

ت) $|(C_7H_{14}O) - (C_7H_6O)|$

$$= |7C + 14H + O - 7C - 6H - O| = |8 \times 0.5| = 4$$

(شیمی ۲- ترکیبی: صفحه های ۳۷، ۴۳، ۷۱، ۸۴، ۹۳ و ۱۰۶)

(شیمی ۳- شیمی راهی به سوی آینده ای روشن تر: صفحه ۱۱۷)

محاسبه مول کل اسید در نمونه ۵۰۰ میلی‌لیتری:

$$n_{HA} = M \times V = 0.05 \text{ mol.L}^{-1} \times 0.025 \text{ L} = 0.00125 \text{ mol}$$

محاسبه جرم NaOH مورد نیاز (با در نظر گرفتن درصد خلوص):

$$0.00125 \text{ mol HA} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{100 \text{ g NaOH}}{80 \text{ g NaOH}} = 0.0625 \text{ g NaOH}$$

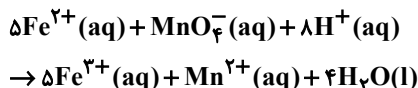
درصد یونش ۴٪ و جرم سدیم هیدروکسید مورد نیاز ۱/۲۵۵ است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۹، ۲۴، ۳۰ و ۳۱)

(مبیر جلیل ناغونی)

۹۸- گزینه «۴»

معادله موازنه شده واکنش به شکل زیر است.



بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست- مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها به ترتیب ۱۴ و ۱۰ است که در مجموع برابر ۲۴ خواهد شد.

گزینه «۲»: درست- کاتیون Fe^{2+} کاهش یافته و عدد اکسایش عنصر آهن در آن ۲+ است که به ۳+ در یون Fe^{3+} می‌رسد. همچنین آنیون MnO_4^{-} اکسند است و عدد اکسایش عنصر منگنز در آن ۷+ است که به ۲+ در کاتیون Mn^{2+} می‌رسد.

گزینه «۳»: مطابق با توضیحات گزینه ۲ درست است.

گزینه «۴»: نادرست- مطابق با معادله نمادی واکنش، شمار یون‌ها از ۱۴ واحد (۸ واحد یون H^{+} ، ۵ واحد یون Fe^{2+} و یک واحد یون MnO_4^{-})

به ۶ واحد (۵ واحد یون Fe^{3+} و یک واحد یون Mn^{2+}) می‌رسد، بنابراین از شمار یون‌های مخلوط واکنش کم می‌شود. pH مخلوط واکنش به دلیل کاهش غلظت و شمار یون H^{+} ، افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۴، ۵۲ و ۵۳)

(پیمان فواهی‌میر)

۹۹- گزینه «۱»

معادله واکنش‌های انجام شده در سلول‌های گالوانی به شرح زیر است:



جرم تیغه منیزیم (آند) در سلول گالوانی اول ۷/۲۵۰ گ کاهش یافته است پس می‌توان تعداد الکترون‌های مبادله شده در این سلول را محاسبه کرد.

$$7.25 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{2 \text{ mole}^{-}}{1 \text{ mol Mg}} = 0.6 \text{ mole}^{-}$$

پس ۰/۲ مول الکترون در سلول گالوانی دوم مبادله می‌شود.

$$0.2 \text{ mole}^{-} \times \frac{3 \text{ mol Cu}}{6 \text{ mole}^{-}} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 6.4 \text{ g Cu}$$

جرم کاتد در سلول گالوانی دوم در زمان t' برابر است با:

$$27.4 + 6.4 = 33.8 \text{ g}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۶)

گزینه «۲»: پاک‌کننده‌های غیر صابونی در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

گزینه «۴»: صابون گوگرددار برای از بین بردن جوش صورت و همچنین قارچ‌های پوستی استفاده می‌شود. به منظور افزایش خاصیت ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آن‌ها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

(مبیر جلیل ناغونی)

۹۶- گزینه «۴»

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست- به عنوان نمونه مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید (SO_3) و کربن دی‌اکسید (CO_2) از جمله اسیدهای آرنیوس به شمار می‌آیند که در ساختار خود فاقد اتم هیدروژن هستند.

گزینه «۲»: نادرست- دی‌نیتروژن پنتاکسید (N_2O_5) از جمله اسیدهای آرنیوس است که در دما و فشار اتاق به حالت جامد دیده می‌شود. همچنین فورمیک اسید (HCOOH) از اسیدهای آرنیوس است که به حالت مایع در دمای اتاق وجود دارد. بنابراین اسیدهای آرنیوس، در دما و فشار اتاق به هر سه حالت فیزیکی جامد، مایع و گازی دیده می‌شوند.

گزینه «۳»: نادرست- این عبارت درباره اسیدهای ضعیف درست است. یونش اسیدهای ضعیف در آب، برگشت‌پذیر و تعادلی است و یونش اسیدهای قوی در آب به صورت یک طرفه و غیر تعادلی است.

گزینه «۴»: اسیدهای آرنیوس با حل شدن در آب باعث افزایش غلظت یون هیدرونیوم (H^{+}) و کاهش غلظت یون هیدروکسید (OH^{-}) می‌شوند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تندرستی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶، ۲۱ و ۲۲)

(مبیر نیاز)

۹۷- گزینه «۲»

قسمت اول: محاسبه درصد یونش (α)

ابتدا باید ببینیم در کل چقدر اسید HA وارد آب شده است. با استفاده از حجم مولی داده شده:

$$n_{HA} = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{حجم مولی}} = \frac{2 / 4 \text{ L}}{24 \text{ L.mol}^{-1}} = 0.083 \text{ mol}$$

حالا غلظت مولار اولیه اسید را در ۲ لیتر محلول حساب می‌کنیم:

$$C_{HA} = \frac{0.083 \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 0.0415 \text{ mol.L}^{-1}$$

محاسبه غلظت یون هیدرونیوم از روی pH:

$$[\text{H}^{+}] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2.7} = 10^{-3} \times 10^{0.3} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

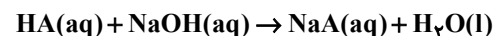
با توجه به فرض سؤال ($\log 2 = 0.3$) پس $2 = 10^{0.3}$ است.

مطابق مفهوم اسید ضعیف، درصد یونش برابر است با نسبت مقدار یونیده شده به غلظت کل ضرب در ۱۰۰:

$$\% \alpha = \frac{[\text{H}^{+}]}{C_{HA}} \times 100 = \frac{2 \times 10^{-3}}{0.0415} \times 100 = \frac{2 \times 10^{-3}}{4.15 \times 10^{-2}} \times 100 = 4.8\%$$

قسمت دوم: خنثی‌سازی محلول

معادله واکنش خنثی‌سازی:



۱۰۰- گزینه «۴»

(نرا حسین پورمقدم)

در اثر خراشیدگی بر سطح آهن گالوانیزه، هر دو فلز آهن و روی در مجاورت اکسیژن و رطوبت قرار می گیرند و برای اکسایش رقابت می کنند. در این رقابت فلز روی اکسید می شود و آهن محافظت می شود. آهن گالوانیزه در ساخت تانکر آب، کانال کولر و ... به کار می رود.

در اثر خراشیدگی بر سطح حلبی، هر دو فلز آهن و قلع در مجاورت اکسیژن و رطوبت قرار می گیرند و برای اکسایش رقابت می کنند. در این رقابت فلز آهن اکسید می شود و ورقه های حلبی برای ساخت قوطی های روغن نباتی و کنسرو استفاده می شوند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۱- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

ابتدا فرض می کنیم ۱۰۰ گرم از نمونه داریم پس ۶۳ گرم از نمونه آب است.

$$\frac{25}{2}g = \frac{4 \times 63}{100} = 25.2g$$

$$\frac{37}{8}g = \frac{63 - 25.2}{100} = 37.8g$$

$$\frac{12}{6}g = \frac{37.8 - 25.2}{100} = 12.6g$$

$$\frac{74}{8}g = \frac{100 - 25.2}{100} = 74.8g$$

$$\frac{37}{8}g \times \frac{100}{74} = 50\%$$

درصد آب در نمونه خشک ۵۰٪ است.

(شیمی ۳- شیمی بلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۶۸ و ۶۹)

۱۰۲- گزینه «۱»

(امسان روستایی)

بررسی همه گزینه ها:

۱) نادرست- هرچه بار یون بیشتر و شعاع آن کمتر، چگالی بار بیشتری دارد

$$Mg^{2+} > S^{2-} > Na^{+}$$

۲) درست- هرچه چگالی بار یون ها بیشتر باشد، نیروی جاذبه قوی تر و تفاوت دمای ذوب و جوش بیشتر است، پس:

$$MgO > NaCl$$

۳) درست- هرچه چگالی بار یون ها بیشتر، نیروی جاذبه قوی تر و دمای ذوب بیشتر است.

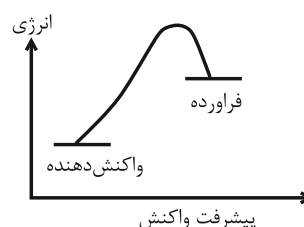
۴) درست- هرچه چگالی بار یون ها بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- شیمی بلوه ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه های ۷۸، ۸۰ تا ۸۳)

۱۰۳- گزینه «۲»

(امسان روستایی)

اگر در واکنشی، مجموع آنتالپی پیوند در واکنش دهنده ها بزرگتر از فراورده ها باشد پس واکنش گرماگیر خواهد بود که نمودار انرژی- پیشرفت واکنش آن به صورت زیر است:



بررسی گزینه های نادرست:

گزینه «۱»؛ نادرست، با تبدیل واکنش دهنده ها به فراورده ها در این واکنش گرما مصرف می شود.

گزینه «۳»؛ نادرست، انرژی فعال سازی واکنش برگشت کمتر بوده و واکنش برگشت با سرعت بیشتری انجام می شود.

گزینه «۴»؛ نادرست، فاصله سطح انرژی فراورده ها تا قله کمتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۹۶ تا ۹۸)

۱۰۴- گزینه «۱»

(مبیر جلیل ناغونی)

بررسی همه گزینه ها:

گزینه «۱»؛ درست- از آنجا که با افزایش دما، رنگ مخلوط تعادل تیره تر شده، واکنش در جهت تولید AB یعنی در جهت جابه جا می شود. بنابراین یک تعادل گرماگیر است. در تعادل های گرماگیر انرژی فعال سازی واکنش رفت از برگشت بیشتر است.

گزینه «۲»؛ نادرست- تغییرات حجم (تغییرات فشار) سامانه، در تعادل هایی که مجموع مول مواد گازی در دو سمت معادله واکنش برابر است، تأثیری بر جابه جایی تعادل ندارد، بنابراین مقدار مواد موجود در تعادل ثابت می ماند. از آنجا که مول مواد ثابت می ماند و حجم ظرف نصف شده، غلظت تعادلی همه مواد ۲ برابر می شود.

گزینه «۳»؛ نادرست- تنها با تغییر دما ثابت تعادل واکنش تغییر می کند.

گزینه «۴»؛ نادرست- با فرض مصرف y مول از هر یک از گازهای A_۲ و B_۲ داریم. مقدار مول A_۲ و B_۲ در تعادل به ترتیب به ۱-y و ۱-y می رسد.

$$K = \frac{[AB]^2}{[A][B]} \rightarrow 9 = \frac{(2y)^2}{(1-y)^2} \rightarrow 3 = \frac{2y}{1-y} \rightarrow y = 0.6 \text{ mol}$$

غلظت AB برابر است با:

$$AB \text{ غلظت} = \frac{(2 \times 0.6) \text{ mol AB}}{2L} = 0.6 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۱۰۵- گزینه «۳»

(پیمان فواوی مجری)

در تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش دو اتم کربن از ۳- به ۳+ می رسد. (بقیه کربن ها دچار تغییر در عدد اکسایش نمی شوند.) پس در مجموع ۱۲ واحد تغییر عدد اکسایش در اتم های کربن به وجود می آید.

در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول عدد اکسایش دو اتم کربن از ۲- به ۱- می رسد، پس در مجموع ۲ واحد تغییر عدد اکسایش در اتم های کربن به وجود می آید.

$$\frac{12}{2} = 6$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده ای روشن تر؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۸)



دفترچه پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد معلّمی)

۱۶ مرداد ماه ۱۴۰۵



گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳



تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

حیات انسان، در ایمان و عمل صالح است و خداوند متعال و انبیا (ع)، هم مردم را به همان دعوت کرده‌اند: «دعایم لما یحییکم». اطاعت از فرامین آنان، رمز رسیدن به زندگی پاک و طیب است. اگر استاد رسالت خود را رسالتی الهی، نبوی و علوی بداند و اتصال خود را با خدا و اولیای خدا مستحکم کند، واجد نفس مسیحیایی می‌شود. در این صورت، کار معلم، کار انبیا (ع) خواهد بود؛ و گرنه انتقال علم بدون تزکیه، مثل جداشدن سوزن از نخ است که به جای دوزندگی، سوراخ می‌کند و صدمه می‌زند.

(همه رشته‌ها: مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲۵۲- گزینه ۴

(مرتضی ممسنی کبیر)

خداوند آن‌جا که سخن از آفرینش انسان است، خود را «کریم» معرفی می‌کند: «یا ایها الإنسان ما غرک برک الکریم * الذی خلقک فسواک فعدلک»؛ «ای انسان! چه چیز تو را در برابر پروردگار بزرگوار مغرور کرد و فریب داد؟ همانکه تو را آفرید و [اندام تو را] استوار ساخت و متعادل کرد.» ولی آن‌جا که سخن از علم و فرهنگ است، صفت «اکرم» را به کار می‌برد و می‌فرماید: «أقرأ و ربک الاکرم: بخوان که پروردگار تو از همه گرامی‌تر است.»

در سورة الرحمن نیز ابتدا به تعلیم قرآن اشاره می‌کند، سپس آفرینش انسان: «الرحمن * علم القرآن * خلق الإنسان: خداوند قرآن را آموخت و انسان را آفرید.»

آری! باید قبل از ماشین، راه ساخته شود؛ اول راه هدایت (علم القرآن)، سپس آفرینش انسان. این تعبیر، بیانگر ارزش علم، معلم و تعلیم است و نشان می‌دهد که علم و فرهنگ، بالاترین ارزش را دارد.

(همه رشته‌ها: مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلمی، صفحه‌های ۲۸ و ۲۹)

۲۵۳- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

استادی موفق است که مخاطبین، او را عادل بدانند و ضوابط را فدای روابط و دوستی‌ها نکند. دقت در آیات قرآن کریم، این نکته را برای ما روشن می‌کند؛ خدای تعالی به حضرت لوط (ع) فرمود: «ألا امرأتک کانت من الغابرین: ما همسر تو را از قهر خود نجات نمی‌دهیم.»

کافران همیشه سعی کرده‌اند که پیروان مستضعف رسولان را انسان‌های بی‌مقدار معرفی کنند: «و ما نراک اتبعک أیا الذین هم اراذلنا: و ما تنها اشخاص پست و بی‌مقدار را می‌بینیم که از تو پیروی می‌کنند.»

(همه رشته‌ها: مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۲۵۴- گزینه ۳

(مرتضی ممسنی کبیر)

داشتن عزم در سه آیه از قرآن کریم، کلید موفقیت معرفی شده و در هر سه آیه، صبر، نشانه عزم دانسته شده است. خداوند متعال به پیامبرش (ص) می‌فرماید: «أیا خداوند تو را یتیم و فقیر نیافت و به تو ثروت و مأوا نداد؟ پس اکنون که طعم یتیمی و فقر را چشیده‌ای و دردآشنایی، یتیم و فقیر را از خود طرد نکن.»

(همه رشته‌ها: مهارت معلمی، صفات معلم، صفحه‌های ۶۲ و ۶۶)

۲۵۵- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

قرآن کریم پیامبر اکرم (ص) را بشیر و نذیر می‌خواند؛ و در عین حال، مکرراً به انداز و هشدار ایشان توجه خاص کرده و حتی فرموده است که او مسئولیتی جز هشدار و انداز ندارد: «ان أنت أذا نذیر»

در قرآن کریم آمده است: «یؤتی الحکمة من یشاء و من یؤت الحکمة فقد اوتی خیراً کثیراً و ما یذکر ألاً أولوالالباب: [خداوند] حکمت و بینش را به هر کس بخواهد [و شایسته ببیند] می‌دهد و به هر کس حکمت داده شود، همانا خیری فراوان به او داده شده است و جز خردمندان [از این نکته] متذکر نمی‌گردند.»

(همه رشته‌ها: مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۱۰)

۲۵۶- گزینه ۲

(مرتضی ممسنی کبیر)

در این آیه بیان شده است که دشمنان خود را بشناسید و هشیار باشید؛ چرا که آنان ذره‌ای در توطئه و فتنه علیه شما کوتاهی نمی‌کنند؛ و با شگردهای گوناگون درصدد ضربه‌زدن به شما هستند؛ شگردهایی همچون:

(الف) فساد: «لا یألونکم خیالاً»

(ب) فشار: «وذا ما عنتم»

(ج) نفاق: «ما تخفی صدورهم اکبر»

(همه رشته‌ها: مهارت معلمی، وظایف معلم، صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۲۵۷- گزینه ۴

(غردین سماقی)

لازمه قراردادن خداوند به عنوان هدف اصلی زندگی، برنامه‌ریزی است و هر کس خداوند را به عنوان هدف اصلی زندگی برگزیند، در دنیا، زندگی لذت‌بخش و مطمئن و در آخرت، رستگاری ابدی را به دست خواهد آورد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۸)

(رشته انسانی: دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۶)

۲۵۸- گزینه ۲

(سراسری خارج از کشور، کنکور انسانی، ۱۴۰۰)

پس از مرحله دوم که «عهد بستن با خداوند» است، نوبت به مراقبت از عهد و پیمان می‌رسد. در این مرحله، باقی‌ماندن در پیمان خود با خدا و وفای بر عهد، رضایت خدا را در پی دارد و شکستن پیمان، شرمندگی در مقابل او را به دنبال می‌آورد؛ عهدی که ابتدا بسته می‌شود، مانند نوزادی است که باید از او «مراقبت» شود تا با عهدشکنی، آسیب نبیند.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۱۰۱)

(رشته انسانی: دین و زندگی، آهنگ سفر، صفحه ۹۹)

۲۵۹- گزینه ۴

(غردین سماقی)

تشریح گزینه‌های نادرست:

(د) در عبارت «لا إله إلا الله» تبری (لا اله) مقدم بر تویی است (إلا الله).

(ه) حدیث «ما أحب الله من عساه» مرتبط با «پیروی از خداوند» به عنوان یکی از آثار محبت به خداست.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، دوستی با خدا، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(رشته انسانی: دین و زندگی، دوستی با خدا، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۱)



۲۶۰- گزینه ۲»

(مفسر بیاتی)

امام سجاد (ع) می‌فرماید: «بار الها! خوب می‌دانم هرکس لذت دوستی‌ات را چشیده باشد، غیر تو را اختیار نکند.»

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، دوستی با خدا، صفحه ۱۱۰)

(رشته انسانی: دین و زندگی، دوستی با خدا، صفحه ۱۱۶)

۲۶۱- گزینه ۳»

(فریدین سماقی)

عبارت «کُتِبَ علیکم الصَّیام» در آیه مبارکه «یا ایها الذین آمنوا کُتِبَ علیکم الصَّیام کما کُتِبَ عن الذین من قبلكم لعلکم تتقون» بیانگر وجوب (واجب بودن) روزه است و از لحاظ موضوعی فایده روزه یعنی تقوا با فایده دوم نماز (دوری از گناه) ارتباط دارد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۹)

(رشته انسانی: دین و زندگی، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۵)

۲۶۲- گزینه ۲»

(سراسری خارج از کشور: کنکور انسانی، ۱۴۰۰)

یکی از جلوه‌های عفاف، مربوط به آراستگی و مقبولیت است. برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود و مقبولیت، دچار تندروری می‌شوند؛ به گونه‌ای که در آراسته کردن خود، زیاده‌روی می‌کنند و به خودنمایی می‌رسند. قرآن کریم این حالت را «تبرج» می‌نامد و آن را کاری جاهلانه می‌شمرد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، فضیلت آراستگی، صفحه ۱۳۹)

(رشته انسانی: دین و زندگی، فضیلت آراستگی، صفحه ۱۴۵)

۲۶۳- گزینه ۲»

(سراسری انسانی، ۱۴۰۰)

چنین ادعایی با نگاه قرآن و پیشوایان، ناسازگار است. قرآن کریم عفت حضرت مریم (ع) را در معبدی که همگان، چه زن و چه مرد، به پرستش می‌آیند، می‌ستاید. توجه کنید که حضور زنان مسلمان در پشت جبهه‌ها، یک خبر تاریخی است، نه نمونه‌ای از مثال‌های قرآنی.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، زیبایی پوشیدگی، صفحه ۱۴۹)

(رشته انسانی: دین و زندگی، زیبایی پوشیدگی، صفحه ۱۵۵)

۲۶۴- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

تشریح عبارت‌های نادرست:

ب) حد و مرز توجه به تمایلات دانی را خدا (نه همه انسان‌ها) می‌داند و خداوند با احکام خود چگونگی بهره‌مندی از این تمایلات را مشخص کرده است.
ج) تمایلات دانی، لازمه زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌توان زندگی کرد یا زندگی سخت و مشکل می‌شود.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۱۴۲ و ۱۴۳)

(رشته انسانی: دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۲۰۱ و ۲۰۲)

۲۶۵- گزینه ۲»

(مرتضی ممسنی‌کبیر)

امیرالمؤمنین علی (ع) در وصف انسانی‌هایی که عزت خود را در بندگی خدا یافته‌اند، می‌فرماید: «خالق جهان در نظر آنان بزرگ است. از این جهت، غیر خدا در نظرشان کوچک است» و حدیث علوی: «آه لیس لانفسکم ثمن آلا الجنة فلا تبعوها آلا بها؛ همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست؛ پس

[خود را] به کمتر از آن نفروشید» که اشاره به «شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک» از راه‌های تقویت عزت دارد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، عزت نفس، صفحه ۱۴۰)

(رشته انسانی: دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۱۹۸ و ۱۹۹)

۲۶۶- گزینه ۳»

(یاسین ساعری)

پیشوایان ما با تکیه بر بندگی خداوند و پیوند با او توانستند در سخت‌ترین شرایط، عزت‌مندانه زندگی کنند و هیچ‌گاه تن به ذلت و خواری ندهند. نوجوانی و جوانی، بهترین زمان برای پاسخ منفی‌دادن به تمایلات گاه و بی‌گاه است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۱۴۱ و ۱۴۲)

(رشته انسانی: دین و زندگی، عزت نفس، صفحه‌های ۲۰۰ و ۲۰۱)

۲۶۷- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

آمادگی برای ازدواج نیازمند دو بلوغ است: یکی بلوغ جنسی و دیگری بلوغ عقلی و فکری که مدتی پس از بلوغ جنسی فرا می‌رسد.

از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، بالیمان‌بودن اوست.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۴ و ۱۵۵)

(رشته انسانی: دین و زندگی، پیوند مقرر، صفحه‌های ۲۲۴ و ۲۲۵)

۲۶۸- گزینه ۳»

(میثم هاشمی)

تشریح گزینه نادرست:

زن و مرد اگرچه در ویژگی‌های انسانی با هم مشترک هستند و خداوند برای هر دو، هدف واحدی معین کرده است، اما از جهت زن‌بودن و مردبودن یعنی از نظر خصوصیات جسمی با هم متفاوت‌اند. این تفاوت‌ها به گونه‌ای است که هر دو را به هم نیازمند کرده است؛ بدون این‌که یکی بر دیگری برتری داشته باشد، زیرا برتری هر کس نزد خداوند به تقواست.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، پیوند مقرر، صفحه ۱۵۰)

(رشته انسانی: دین و زندگی، زمینه‌های پیوند، صفحه ۲۱۱)

۲۶۹- گزینه ۴»

(یاسین ساعری)

تشریح گزینه نادرست:

این نیاز (نیاز جنسی) که احساس آن از دوران بلوغ آغاز می‌شود، اولین کشش و جاذبه را میان زن و مرد ایجاد می‌کند و آنان را به سوی تشکیل خانواده می‌کشاند.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، پیوند مقرر، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

(رشته انسانی: دین و زندگی، زمینه‌های پیوند، صفحه ۲۱۵)

۲۷۰- گزینه ۱»

(یاسین ساعری)

امام علی (ع) می‌فرماید: «حُبّ الشَّیءِ یعمی و یبصم؛ علاقه شدید به چیزی، آدم را کور و کر می‌کند» که این حدیث شریفه با عبارت صورت سوال در ارتباط است و بیانگر یک موضوع هستند.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی، پیوند مقرر، صفحه ۱۵۳)

(رشته انسانی: دین و زندگی، پیوند مقرر، صفحه ۲۲۳)

هوش و استعداد معلّی

۲۷۱- گزینه ۱

(مادر کریمی)

متن در بند دوم، بیان می‌کند که تغییر رویکرد در نظام‌های آموزشی و ایجاد محیط‌هایی با انگیزه‌سازی‌های درونی، فقط یک استراتژی آموزشی نیست، بلکه چیزی فراتر از استراتژی آموزشی، یعنی عاملی است برای تربیت و پرورش انسان‌هایی با قابلیت‌هایی والاتر.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

۲۷۲- گزینه ۱

(مادر کریمی)

صفت «فرساینده» معنا و مفهوم «تخریب‌گری» دارد. این صفت برای اهداف اجتماعی به کار رفته که در مقابل «پتانسیل‌های نهفته در ذات» قرار می‌گیرد. یعنی این اهداف اجتماعی، پاداش‌های بیرونی به همراه دارند که گاه مخربند، چنان که حتی ممکن است انگیزه‌های متعالی درونی را نیز از میان ببرند.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۷۳- گزینه ۲

(مادر کریمی)

الف) متن از روش‌هایی برای ایجاد فضایی حمایتی و همراه با همدلی سخن نگفته است.

ب) زمانی که کنش‌های انسان از چرخه واکنش به محرک‌های بیرونی رها می‌شوند و به سمت خودتعیین‌گری حرکت می‌کنند، «خودشکوفایی» پدیدار می‌شود.

ج) خیر، گذار از «انجام دادن» به «بودن»، باعث می‌شود که چالش‌ها دیگر نه تهدیدی برای عزت‌نفس، بلکه به شکل فرصت‌هایی برای تجربه عمیق شایستگی و گسترش قلمرو توانمندی‌ها دیده شوند.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۷۴- گزینه ۴

(ممد اصفهانی)

ایجاد گودال‌های اقیانوسی، تشکیل کوهستان‌ها، فعالیت‌های آتشفشانی و زمین‌لرزه‌ها، ناشی از حرکات صفحه‌ها، یعنی قطعات پوسته سخت بیرونی زمین است. همچنین ناتوانی کنونی انسان‌ها برای مقابله با بلایای طبیعی، صرفاً به دلیل ناتوانی در پیشبینی نیست و گاه سخت‌افزارهای لازم نیز به میزان کافی وجود ندارد. مطالعه دقیق حتی همه لرزش‌های صفحه‌های زمین در تاریخ خود نیز برای بازسازی تاریخچه زمین کافی نیست، دیگر مطالعات نیز لازم است.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۷۵- گزینه ۳

(ممد اصفهانی)

متن «اصلاح خطا» را امری نادرست نمی‌داند و چنین بیان نمی‌کند که این موضوع مانع شکل‌گیری خودارزیابی می‌شود یا توان برداشت درست را در او کاهش می‌دهد، بلکه هدف بازخورد را چیزی فراتر از یک اصلاح خطا می‌داند: این که خودارزیابی به درستی انجام شود.

(درک متن کوتاه، هوش کلامی)

۲۷۶- گزینه ۳

(کتاب استعدادتعلیلی هوش کلامی)

نمودار فرضی روبه‌رو، دختران و پسران شهرهای شمالی و غیرشمالی شرکت‌کننده در مسابقات را نشان داده و قسمت هاشورخورده، قهرمان‌ها را طبق متن صورت سؤال مشخص کرده است:

شرکت‌کننده‌های شهرهای شمالی

۳۰	۱۰
۲۰	۱۰

شرکت‌کننده‌های شهرهای غیرشمالی

واضح است که برخی قهرمان‌ها، دختر و از شهرهای شمالی بوده‌اند، همه پسرهای شرکت‌کننده از شهرهای شمالی قهرمان شده‌اند و هیچ دختر و پسری از شهرهای غیرشمالی در این مسابقات قهرمان نشده است.

(استدلال‌های متنی، هوش کلامی)

۲۷۷- گزینه ۳

(کتاب استعدادتعلیلی هوش کلامی)

تنها گزینه ۳ است که جنبه‌ای منفی از سینمای امروزی بیان می‌کند و می‌تواند دلیل ادعای صورت سؤال باشد.

(استدلال‌های متنی، هوش کلامی)

۲۷۸- گزینه ۲

(غریزاد شیرممدلی)

دو دسته و دو نوع ایستادن داریم:

سحر یا ویدا	ویدا یا سحر	و	حامد یا رامتین	آرش	حامد یا رامتین
-------------	-------------	---	----------------	-----	----------------

جایگاه: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

جایگاه: ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

معلوم است که رامتین و حامد هرگز در جایگاه دوم نخواهند بود.

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۷۹- گزینه ۱

(غریزاد شیرممدلی)

اگر عدد سحر ۷ باشد، عدد ویدا قطعاً ۳ است. چرا که اگر ۱ باشد کوچکترین است و اگر ۵ یا ۹ باشد، اختلاف آن ۷ بیشتر از دو نخواهد بود. حال سه عدد ۱، ۵ و ۹ برای سه پسر هست که عدد آرش باید از مجموع دو نفر دیگر بیشتر باشد، پس آرش ۹ است.

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)



۲۸۰- گزینه ۲»

(غرض از شیرممدار)

جایگاه رامتین و حامد کاملاً جابه‌جایی پذیر است. عدد سحر هم لزوماً بزرگترین نیست. ممکن است ویدا ۹ باشد. تنها حالت‌های ممکن (دقت کنید ۳ وسط نیست):

سحر یا ویدا	رامتین یا حامد	آرش	رامتین یا حامد
۵ ۹	۱	۷	۳

(استرال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۱- گزینه ۴»

(همیر کنی)

سن کنونی اصغر را x ، سن کنونی امیر را y و سن کنونی اکبر را z می‌نامیم. اگر آن بازه زمانی $\bigcirc$ باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} x + \bigcirc &= 4x \Rightarrow \bigcirc = 3x \\ y + \bigcirc &= 3y \Rightarrow \bigcirc = 2y \\ z + \bigcirc &= 2z \Rightarrow \bigcirc = z \end{aligned} \right\} \Rightarrow z = 2y = 3x$$

معلوم است که z عددی مضرب ۶ است، چرا که هم مضرب ۲ است و هم مضرب ۳. عدد ۳۲ مضرب ۶ نیست.

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینه ۲»

(همیر کنی)

اگر تعداد پیروزی‌ها x و تعداد کل بازی‌ها y باشد، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{75}{100} \Rightarrow 100x = 75y \\ \frac{x+2}{y+8} &= \frac{73}{100} \Rightarrow 100x + 200 = 73y + 584 \\ \Rightarrow 75y - 73y &= 384 \Rightarrow y = 192 \Rightarrow x = 144 \end{aligned}$$

این یعنی فرد در $200 = 192 + 8$ بازی، $144 + 2 = 146$ پیروزی داشته است، یعنی $54 = 146 - 200$ بازی بدون پیروزی.

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۳- گزینه ۳»

(همیر کنی)

هشت کارگر اولیه کار روز نخست را به‌درستی انجام داده و از آغاز روز دوم می‌بایست کار را در پنج روز شش ساعته کاری، یعنی $5 \times 6 = 30$ ساعت

تمام می‌کردند. با حضور دو کارگر یکسان دیگر، تعداد کارگرها $\frac{10}{8}$ و در

نتیجه زمان کار باید $\frac{8}{10}$ شود، یعنی $\frac{8}{10} \times 30 = 24$ ساعت، که دقیقاً

اتفاق افتاده و بازده کار تغییری نداشته است: $3 \times 8 = 24$

(معادله‌نویسی، نسبت و تناسب، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۴- گزینه ۳»

(فاطمه، اسخ)

عبارت‌های «الف» و «ب» به تنهایی ما را به پاسخ نمی‌رسانند. با هر دو داده داریم:

$$\left. \begin{aligned} x^2 - y^2 &= 40 \Rightarrow (x-y) \times (x+y) = 40 \\ (x+y) &= 10 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow (x-y) \times 10 = 40 \Rightarrow x-y = 4$$

حال داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} x+y &= 10 \\ x-y &= 4 \end{aligned} \right. \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7, y = 3$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{49 + 9}{21} = \frac{58}{21}$$

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۵- گزینه ۲»

(فاطمه، اسخ)

در هر شکل صورت سؤال با توجه به بزرگترین شمارنده مشترک اعداد داریم:

$$10 = 5 \times 2, 8 = 4 \times 2, 4 = 2 \times 2 \rightarrow 2 + 4 + 5 = 11$$

$$9 = 3 \times 3, 18 = 6 \times 3, 3 = 1 \times 3 \rightarrow 1 + 6 + 3 = 10$$

$$24 = 2 \times 12, 36 = 3 \times 12, 48 = 4 \times 12 \rightarrow 4 + 3 + 2 = 9$$

و داریم:

$$42 = 6 \times 7, 7 = 1 \times 7, ? = x \times 7$$

$$x + 1 + 6 = 8 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow ? = 1 \times 7 = 7$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۶- گزینه ۳»

(فاطمه، اسخ)

جهت «هلال»های مرکزی در دیگر گزینه‌ها، به شکلی است که نه با دوران، بلکه با تقارن شکل صورت سؤال حاصل می‌شود.

(قرینه‌یابی و دوران، هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینه «۲»

(فاطمه، پاسخ)

جابه‌جایی طرح‌های رنگی الگوی صورت سؤال، از محل شروع:

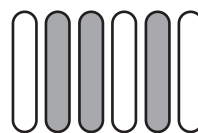


(الگوهای تصویری فطی، هوش غیرکلامی)

۲۸۸- گزینه «۲»

(غریزاد شیرممدولی)

با قرارگیری شکل گزینه «۲» به جای علامت سؤال، شکل تکرارهایی از طرح زیر خواهد بود:

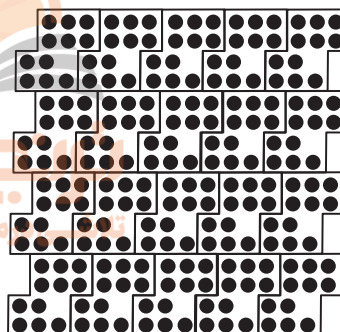


(الگوهای تصویری فطی، هوش غیرکلامی)

۲۸۹- گزینه «۳»

(همیر اصفهانی)

تکرارهای مدنظر:

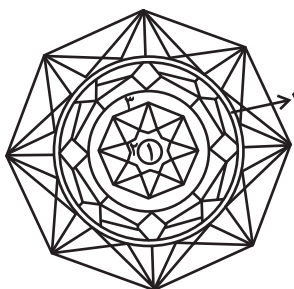


(الگوهای تصویری غیرفطی، هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینه «۴»

(همیر کنی)

در شکل صورت سؤال، از هر ناحیه سفید، عددی دقیقاً مضرب چهار هست، به جز چهار ناحیه شماره شده زیر. پس مجموع نواحی سفید، $4k + 4$ است که k عددی طبیعی است. در واقع، این عدد $4(k+1)$ مضرب چهار است.



(شمارش تصویری، هوش غیرکلامی)