



پدید آورندگان آزمون ۱۳ شهریور سال یازدهم ریاضی

طراحان

نام درس	نام طراحان
ریاضی (۱) و حسابان (۱)	محمد پوراحمدی - امیر وفائی - مهدی ملارمضانی - رحیم مشتاق نظم - علی آزاد - نیما خانعلی پور - محمد حمیدی - امیر محمودیان - حمید علیزاده - سارا شریفی - عاطفه خان محمدی - مسعود برملا - علی سرآبادانی - مجید فدایی - بهرام حلاج - مجتبی نادری - جواد زنگنه قاسم آبادی - امیر هوشنگ خمسه - احسان غنی زاده
هندسه (۱) و (۲)	حمیدرضا دهقان - علی ونکی فراهانی - زهرا عسگری - امیر محمد کریمی - اسماعیل میرزایی - رحیم مشتاق نظم - سارا خسروی - محمد پوراحمدی - میثم بهرامی جویا - میلاد منصوری - محبوبه بهادری - سینا محمدپور - مهرداد ملوندی - سجاد عابد
فیزیک (۱) و (۲)	عطااله شادآباد - مهدی شریفی - کامران ابراهیمی - میلاد سلامتی - آراس محمدی - زهره آقامحمدی - مهدی باغستانی - مسعود قره خانی - اشکان ولی زاده - احسان ایرانی - ویدا حیدری حجاران - سینا صالحی - بهناز اکبرپور - معصومه افضلی - بابک اسلامی
شیمی (۱) و (۲)	مرتضی شیبانی - علی رفیعی - حسن رحمتی کونده - مسعود جعفری - هادی عبادی - محمد رضا پورجاوید - علی جعفری - امیرعلی بیات - هادی مهدی زاده - میثم کوثری لنگری - امیرحسین طیبی - محسن مجنونی - مهدی عسگری - منصور سلیمانی ملکان - یاسر راش - علیرضا بیانی - محمد هادی شریفی - قادر باخاری - ایمان حسین نژاد

گزینشگران، مسئولین درس و ویراستاران

نام درس	گزینشگر و مسئول درس	گروه ویراستاری	مسئول درس مستندسازی
ریاضی (۱) و حسابان (۱)	مهدی ملارمضانی	محمدحسین اسحق - سپهر متولیان - مهدی بحر کاظمی - بابک اسلامی گروه مستندسازی: معصومه صنعت کار - امیر محمد علیپور	سمیه اسکندری
هندسه (۱) و (۲)	امیر محمد کریمی	محمدحسین اسحق - شانلی سمیع نژاد - مهدی بحر کاظمی - بابک اسلامی گروه مستندسازی: معصومه صنعت کار - مهسا محمدنیا - فرشته کیمبرانی	سجاد سلیمی
فیزیک (۱) و (۲)	سینا صالحی	حسین بصیر تر کمپور - بابک اسلامی گروه مستندسازی: سجاد بهارلوئی - مهدی صالحی	ابراهیم نوری
شیمی (۱) و (۲)	ایمان حسین نژاد	ماهان شمس - امیرحسین توحیدی - سیدعلی موسوی فرد گروه مستندسازی: محسن دستجردی - رزیتا حبیب نجاج	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	بابک اسلامی
مسئول دفترچه	-----
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر گروه: محیا اصغری / مسئول دفترچه: سمیه اسکندری
حروف نگاری و صفحه آرایی	فاطمه علی یاری
نظارت چاپ	حمید محمدی

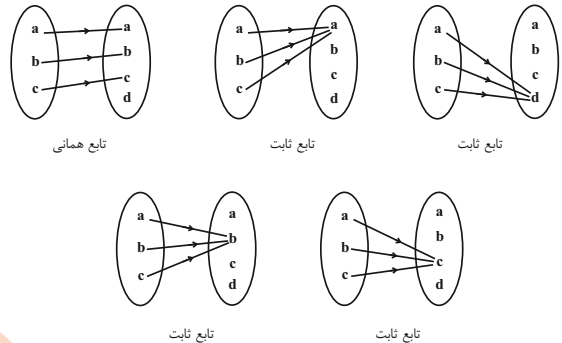
بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

ریاضی (۱) - نگاه به گذشته

۱- گزینه «۴»

(مهم پورا همی)

از مجموعه m عضو A به مجموعه n عضو B می توان n^m تابع نوشت پس $4^3 = 64$ تابع در این سؤال وجود دارد که یک تابع همانی و چهار تابع ثابت در بین آنها موجود است.



تعداد توابع مورد نظر: $64 - 5 = 59$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۲- گزینه «۱»

(امیر وفانی)

$$\{2\} \in R_f \Rightarrow \{2\} \in D_f$$

$$(2m, y) = (2, 2)$$

چون تابع همانی است، داریم:

دقت شود بقیه زوج مرتبها نمی توانند مؤلفه اول برابر با ۲ داشته باشند.

$$\begin{cases} 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \{(4, x), (2, 2), (4, z)\}$$

$$\Rightarrow f = \{(4, 4), (2, 2)\}$$

$$2 + 4 = 6$$

مجموع مقادیر اعضای برد:

(ریاضی ۱- تابع - صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۳- گزینه «۲»

(معوی ملارمسانی)

در تابع f داریم:

$$x < -4 \Rightarrow f(x) = -(x+1) + (x+4) = 3$$

$$-4 \leq x \leq -1 \Rightarrow f(x) = -(x+1) - (x+4) = -2x - 5$$

$$x > -1 \Rightarrow f(x) = (x+1) - (x+4) = -3$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۴- گزینه «۳»

(رفیع مشتاق نظم)

چون f تابع ثابت است، برد تابع مجموعه یک عضو $\{5\}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} a = 5 \\ b - 2 = 5 \Rightarrow b = 7 \\ 2a + b - c = 5 \Rightarrow 10 + 7 - c = 5 \Rightarrow c = 12 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۵- گزینه «۳»

(علی آزار)

ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ می باشد، بنابراین:

$$(a - b + 4)x^2 + (b - 2)x + 2c - 4 = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b + 4 = 0 \\ b - 2 = 1 \Rightarrow b = 3 \\ 2c - 4 = 0 \Rightarrow c = 2 \end{cases} \Rightarrow a = -1$$

با بررسی گزینه ها خواهیم داشت:

گزینه «۱»:

$$(a + 3)f(x) + cx = (-1 + 3)(x) + (2)(x) = 2x + 2x = 4x$$

گزینه «۲»:

$$(b - 1)f(x) - ax = (3 - 1)(x) - (-1)(x) = 2x + x = 3x$$

گزینه «۳»:

$$(c - 5)f(x) + bx = (2 - 5)(x) + (3)(x) = -3x + 3x = 0$$

گزینه «۴»:

$$(a + b)f(x) + cx = (-1 + 3)(x) + 2(x) = 2x + 2x = 4x$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۶- گزینه «۲»

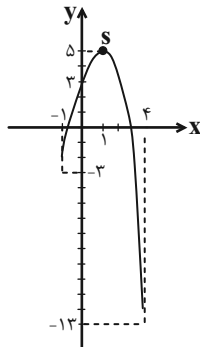
(نیما قانع پور)

$$x_s = \frac{-4}{2(-2)} = 1 \Rightarrow y_s = -2(1)^2 + 4(1) + 3 = 5$$

$$x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = f(x_1) = -2(-1)^2 + 4(-1) + 3 = -3$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow f(x_2) = -2(4)^2 + 4(4) + 3 = -13$$

برد شامل اعداد صحیح نامثبت ۱۳- تا صفر است که ۱۴ عدد می شود.



(ریاضی ۱- تابع - صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۷- گزینه «۱»

(معمّر ممیری)

از روی نمودار معادله این تابع را می‌نویسیم:

برای x های بزرگتر از صفر، یک سهمی با رأس $(1, 1)$ و عرض از مبدأ ۲

داریم، برای عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ خواهیم داشت:

$$c = 2$$

$$-\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a \quad (1)$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{-(b^2 - 4a(2))}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{-b^2 + 8a}{4a} = 1$$

$$\Rightarrow b^2 = 4a \xrightarrow{(1)} (-2a)^2 = 4a$$

$$\Rightarrow 4a^2 = 4a \Rightarrow 4a(a - 1) = 0 \xrightarrow{a > 0} a = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} b = -2 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 2$$

برای x های کوچکتر یا مساوی صفر، یک خط گذرا از دو نقطه $(-\frac{1}{2}, 0)$ و

$(0, 1)$ داریم:

$$m = \frac{1 - 0}{0 - (-\frac{1}{2})} = 2$$

$$\Rightarrow \text{معادله: } y = 2x + 1$$

$$f(3) = 3^2 - 2 \times 3 + 2 = 5, f(4) = 4^2 - 2 \times 4 + 2 = 10$$

$$f(-1) = -2 + 1 = -1, f(-3/5) = -9/25 + 1 = -6/25$$

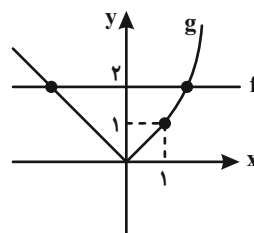
$$\frac{f(3) - f(4)}{-f(-1) + f(-3/5)} = \frac{5 - 10}{-(-1) - (-6/25)} = \frac{-5}{-1 + 6/25} = \frac{-5}{-19/25} = \frac{125}{19}$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۸- گزینه «۳»

(معمّر ممیری)

با رسم تابع f و g داریم:



تابع f و g در دو نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۹- گزینه «۱»

(امیر محمودیان)

اگر نمودار تابع $f(x)$ را دو واحد به سمت راست و سه واحد به سمت سمت پایین منتقل کنیم، نمودار $f(x-2) - 3$ حاصل می‌شود و اگر نمودار $g(x)$ را یک واحد به سمت راست و دو واحد به سمت بالا منتقل کنیم، $g(x-1) + 2$ حاصل می‌شود:

$$y_1 = f(x-2) - 3 = (x-2)^2 - 2a(x-2) + a - 2$$

$$y_2 = g(x-1) + 2 = -a(x-1) + 1$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 2ax + 4a + a - 2 = -ax + a + 1$$

$$\Rightarrow x^2 + x(-a-4) + (4a+1) = 0$$

معادله باید ریشه مضاعف داشته باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (a+4)^2 - 4(4a+1) = 0 \Rightarrow a^2 + 8a + 16 - 16a - 4 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 12 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=6 \end{cases}$$

حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای a ، برابر ۱۲ است.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱۰- گزینه «۲»

(معمّر ملارمسانی)

نمودار $y = |x|$ ، دو واحد به چپ رفته و سپس نسبت به محور x ها قرینه شده و سپس یک واحد بالا رفته است.

$$y = -|x+2| + 1$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱۱- گزینه «۳»

(همیر علیزاده)

ابتدا تعداد کل اعداد سه رقمی (با ارقام متمایز) را نوشته و سپس اعدادی که عدد شش در آنها وجود ندارد را می‌نویسیم. تفاضل دو عدد به دست آمده برابر است با تعداد اعداد سه رقمی که شامل ۶ باشند.

$$6 = 4 \times 4 \times 3 = 48$$

$$6 = 5 \times 5 \times 4 = 100$$

$$6 = 100 - 48 = 52$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۲- گزینه «۴»

(سارا شریفی)

برای نوشتن کلمه، پنج جایگاه برای قرار دادن حروف در نظر می‌گیریم:

$$\frac{L}{1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3} = 360$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۳- گزینه «۱»

(عاطفه فان‌معمری)

حالت‌های مختلف مسئله را در نظر می‌گیریم، سپس هر کدام را جداگانه با استفاده از اصل ضرب محاسبه می‌کنیم و در نهایت با استفاده از اصل جمع، تعداد کل حالات را به دست می‌آوریم:

$$1) A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A: 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 12$$

$$2) A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A: 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2 = 24$$

۱۷- گزینه «۴»

(میدر فدرایی)

$$\frac{n!}{3!} = \frac{(n-2)!}{2!} \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{6} = \frac{(n-2)!}{2!}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow n(n-1) = 3 \Rightarrow n^2 - n - 3 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ غ. ق. ق.}$$

در تعریف فاکتوریل فقط اعداد طبیعی می‌توانند قرار گیرند. پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۸- گزینه «۳»

(معدری ملارمفانی)

هر یک از افراد، ۳ انتخاب دارند، بنابراین:

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3}_{7 \text{ نفر}} = 3^7$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۹- گزینه «۲»

(معدری ملارمفانی)

کتاب ریاضی و شیمی را یک بسته در نظر بگیریم:

۵ کتاب دیگر و ریاضی و شیمی

$$\Rightarrow 6! \times 2! = 1440$$

تعداد حالت‌های مطلوب:

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۲۰- گزینه «۴»

(بهرام علاج)

باید تعداد اعدادی که کوچک‌تر از ۳۱۴۰۵ هستند را بیابیم:

حالت اول: رقم اول کوچک‌تر از ۳ باشد:

$$1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$\{1\}$$

حالت دوم: رقم اول برابر ۳ و رقم دوم صفر باشد:

$$1 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\{3\} \quad \{0\}$$

حالت سوم: رقم اول برابر ۳ و رقم دوم، ۱ باشد:

$$1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 1 = 2$$

$$\{3\} \quad \{1\} \quad \{0\}$$

در نتیجه تعداد اعداد کوچک‌تر از ۳۲، ۳۱۴۰۵ تا خواهد بود. بنابراین عدد ۳۳، ۳۱۴۰۵ آمین عدد است.

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

$$3) A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A : 2 \times 2 \times 1 \times 2 \times 3 = 24$$

$$\text{تعداد کل حالات} = 12 + 24 + 24 = 60$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۴- گزینه «۴»

(مسعود برملا)

برای هر هدیه، ۳ حالت وجود دارد. پس برای تقسیم ۵ هدیه بین سه نفر، ۳۵ حالت وجود دارد.

$$X = \text{تعداد حالت‌هایی که به نفر سوم هدیه نرسد}$$

$$25 = \text{تعداد حالت‌هایی که ۵ هدیه بین دو نفر تقسیم شود}$$

تعداد حالت‌هایی که حداقل یک هدیه به نفر سوم برسد:

$$35 - 25 = 243 - 32 = 211$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱۵- گزینه «۱»

(علی آزار)

$$P(5, 3) - P(4, r) = \frac{5!}{(5-3)!} - \frac{4!}{(4-r)!} = 56$$

$$\Rightarrow \frac{120}{2!} - \frac{24}{(4-r)!} = 56 \Rightarrow \frac{24}{(4-r)!} = 4 \Rightarrow (4-r)! = 6 = 3!$$

$$\Rightarrow 4-r=3 \Rightarrow r=1 \Rightarrow \frac{(2r+3)!}{(r+3)!} = \frac{5!}{4!} = 5$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۱۶- گزینه «۲»

(علی سرآبادانی)

$$\left(\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right) = 3 \times 4 \times 5 = 60$$

$$\left(\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right) = 3 \times 5 = 15$$

$$\left(\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right) = 3 \times 4 = 12$$

$$\left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right) = 6 \times 3 = 18$$

$$\left(\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 5 \\ 1 \end{matrix} \right) = 6 \times 5 = 30$$

$$\left(\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right) = 10 \times 3 = 30$$

$$\left(\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right) = 10 \times 4 = 40$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل حالات} = 205$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن- صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۲۴- گزینه «۱»

(زهره عسکری)

$$i = \text{نقاط درونی}, b = \text{نقاط مرزی} \Rightarrow b - i = 1 \Rightarrow b = i + 1$$

$$\frac{i+1}{2} - 1 + i = 10 \Rightarrow i + 1 - 2 + 2i = 20 \Rightarrow 3i - 1 = 20 \Rightarrow 3i = 21$$

$$\Rightarrow i = 7, b = 8$$

$$b + i = 7 + 8 = 15$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها- صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

۲۵- گزینه «۳»

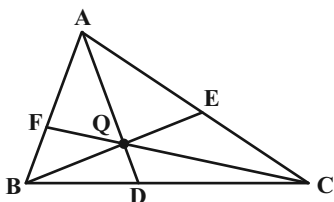
(عمیدرضا دهقان)

اگر دو نقطه از خطی، درون یک صفحه باشد، آن خط واقع بر صفحه است.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی- صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۲۶- گزینه «۴»

(امیرمهر کریمی)



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{BD}{CD}, \frac{S_{\triangle BQD}}{S_{\triangle CQD}} = \frac{BD}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BQD}}{S_{\triangle ACD} - S_{\triangle CQD}} = \frac{S_{\triangle ABQ}}{S_{\triangle ACQ}}$$

$$\text{به طور مشابه } \frac{AF}{FB} = \frac{S_{\triangle ACQ}}{S_{\triangle BQC}} \text{ و } \frac{CE}{AE} = \frac{S_{\triangle BQC}}{S_{\triangle ABQ}}$$

$$\frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{CD} \times \frac{CE}{AE} = \frac{S_{\triangle ACQ}}{S_{\triangle BQC}} \times \frac{S_{\triangle ABQ}}{S_{\triangle ACQ}} \times \frac{S_{\triangle BQC}}{S_{\triangle ABQ}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{AF}{FB} \times \frac{BD}{CD} \times \frac{CE}{AE} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{CE}{AE} = 1 \Rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{4}{3}$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها- صفحه های ۶۵ و ۶۶)

هندسه (۱) - نگاه به گذشته

۲۱- گزینه «۴»

(عمیدرضا دهقان)

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 6/5 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 7/5 = \frac{b}{2} + i$$

$$\Rightarrow b + 2i = 15 \Rightarrow b = 15 - 2i$$

چون هفت ضلعی شبکه ای داریم، پس حداقل نقاط مرزی آن هفت می باشد.

در نتیجه:

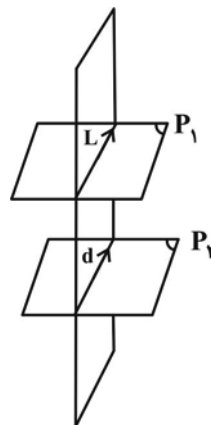
$$b \geq 7 \Rightarrow 15 - 2i \geq 7 \Rightarrow 2i \leq 8 \Rightarrow i \leq 4 \Rightarrow \max(i) = 4$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها- صفحه های ۶۹ و ۷۰)

۲۲- گزینه «۳»

(عمیدرضا دهقان)

اگر صفحه ای یکی از دو صفحه موازی را قطع کند حتماً دیگری را نیز قطع می کند. در این حالت فصل مشترک های صفحات متقاطع با هم موازی هستند.



(هنر سه ۱- تبسم فضایی- صفحه های ۷۸ تا ۸۳)

۲۳- گزینه «۱»

(علی وکلی فراهانی)

می دانیم در فضا، از سه نقطه غیر واقع بر یک خط، فقط یک صفحه عبور می کند.

اما در این سوال گفته شده است که سه نقطه A, B و C بر روی یک خط واقع شده اند، بنابراین بی شمار صفحه مانند P وجود دارد که شامل هر سه نقطه A, B و C باشد.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی- صفحه های ۷۸ تا ۸۱)

$$i = 1 \xrightarrow{(I)} -\left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 4 \Rightarrow S = \frac{b}{2} + i - 1 = 2 \\ b = 0 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

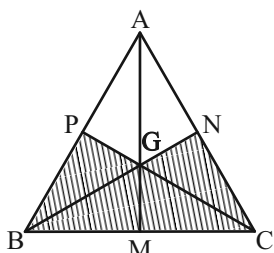
$$i = 0 \xrightarrow{(I)} -\left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 = 0 \Rightarrow b = 2 \text{ غیر قابل قبول}$$

(هنر سه -۱- پنر ضلعی ها - صفحه های ۶۹ و ۷۱)

۲۹- گزینه «۲»

(زهره عسگری)

چون $\frac{AP}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$ است، پس CP و BN میانه هستند.



اگر میانه های این مثلث را رسم کنیم و محل تلاقی آن ها نقطه G باشد، این خطوط مثلث را به ۶ قسمت هم مساحت تقسیم می کنند؛ پس مساحت

هر قسمت ۵ و $\frac{3}{6}$ PBCNG شامل چهار قسمت آن می باشد.

$$S_{PBCNG} = 5 \times \frac{3}{6} = 2.5$$

(هنر سه -۱- پنر ضلعی ها - صفحه های ۶۷ و ۶۸)

۳۰- گزینه «۳»

(اسماعیل میرزایی)

تعداد نقاط مرزی و درونی چند ضلعی MNPDC به ترتیب برابر $b = 5$ و $i = 8$ و تعداد نقاط مرزی و درونی چند ضلعی ABCD به ترتیب برابر $b' = 4$ و $i' = 2$ است. بنابراین داریم:

$$S_{MNPDC} = \frac{5}{2} + 8 - 1 = \frac{19}{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{4}{2} + 2 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow S_{\text{رنگی}} = \frac{19}{2} - 3 = \frac{13}{2}$$

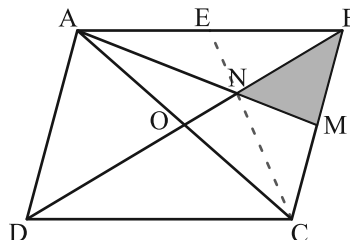
$$\Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{\text{رنگی}}} = \frac{3}{\frac{13}{2}} = \frac{6}{13}$$

(هنر سه -۱- پنر ضلعی ها - صفحه های ۶۹ و ۷۱)

(اسماعیل میرزایی)

۲۷- گزینه «۲»

در مثلث ABC میانه CE را رسم می کنیم تا مثلث ABC به ۶ مثلث هم مساحت تبدیل شود. (میانه ها: AM, CE, BO)



$$S_{\triangle BMN} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_{\triangle BMN} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

(هنر سه -۱- پنر ضلعی ها - صفحه ۶۷)

۲۸- گزینه «۱»

(علی ونکی فراهانی)

فرض کنید تعداد نقاط درونی را با i و تعداد نقاط مرزی را با b نمایش می دهیم. طبق اطلاعات مسئله داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \sqrt{bi}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{b}{2} + i - 1\right)^2 = (\sqrt{bi})^2 \xrightarrow{b \geq 0, i \geq 0}$$

$$\frac{b^2}{4} + i^2 + 1 - b - 2i + bi = bi$$

$$\Rightarrow i^2 - 2i = \frac{-b^2}{4} + b - 1 = -\left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 \quad (I)$$

حال از آن جایی که همواره $-\left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 \leq 0$ بنابراین می توان گفت:

$$i^2 - 2i \leq 0 \Rightarrow i(i - 2) \leq 0 \Rightarrow i = 0, i = 1, i = 2$$

حال به ازای مقادیر مختلف i، مساحت چندضلعی را محاسبه می کنیم. توجه کنید که در رابطه محاسبه مساحت چندضلعی شبکه ای می دانیم که $b \geq 3$.

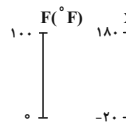
$$i = 2 \xrightarrow{(I)} -\left(\frac{b}{2} - 1\right)^2 = 0 \Rightarrow b = 2 \text{ غیر قابل قبول}$$

فیزیک (۱) - نگاه به گذشته

۳۱- گزینه «۲»

(عطاله شادآباد)

رابطه مقیاس دمایی X را برحسب درجه فارنهایت به دست می آوریم:



$$\frac{F_2 - F_1}{F_2 - F_1} = \frac{X_2 - X_1}{X_2 - X_1} \quad \begin{matrix} F_1 = 100^\circ\text{F} \\ F_2 = 0^\circ\text{F} \end{matrix} \quad \begin{matrix} X_1 = -20 \\ X_2 = 180 \end{matrix}$$

$$\frac{100 - 0}{0 - F} = \frac{180 - (-20)}{-20 - X} \Rightarrow 2F = X + 20 \Rightarrow X = 2F - 20$$

$$\Delta X = 2\Delta F \xrightarrow{\Delta X = 90} 90 = 2\Delta F \Rightarrow \Delta F = 45^\circ\text{F}$$

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta T \xrightarrow{\Delta F = 45^\circ\text{F}}$$

$$\Delta T = \frac{5}{9} \times 45 = 25\text{K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه های ۸۴ و ۸۵)

۳۲- گزینه «۴»

(معمری شریفی)

$$\Delta A = A_1 \alpha \Delta T \quad \text{انبساط سطحی}$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta T \quad \text{انبساط حجمی}$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta V} = \frac{A_1 \alpha \Delta T}{V_1 \beta \Delta T} \xrightarrow{\Delta V = -0.012 V_1} \frac{\Delta A}{-0.012 V_1} = \frac{2 A_1}{3 V_1}$$

$$\Rightarrow \Delta A = -0.008 A_1$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = -0.8\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه های ۸۷ و ۹۴)

۳۳- گزینه «۱»

(کامران ابراهیمی)

شرط آنکه با افزایش دمای مجموعه و انبساط ظرف و مایع، مایع از ظرف بیرون نریزد، آن است که مایع $V_2 \geq V_2$ ظرف باشد. پس می توان نوشت:

$$V_1 (1 + \beta \Delta T) \geq V_1 (1 + \alpha \Delta T) \quad \text{ظرف}$$

$$\xrightarrow{V_1 \text{ ظرف} = 400 \text{ cm}^3, \beta \text{ مایع} = 0.01 \text{ K}^{-1}} \quad V_1 \text{ مایع} = 300 \text{ cm}^3, \Delta T = 50 \text{ K}$$

$$400(1 + 150 \alpha \text{ ظرف}) \geq 300(1 + 0.01 \times 50)$$

$$\Rightarrow 1 + 150 \alpha \text{ ظرف} \geq \frac{9}{8} \Rightarrow \alpha \text{ ظرف} \geq \frac{1}{1200}$$

$$\Rightarrow \min \alpha \text{ ظرف} = 2 \times \frac{1}{1200} = \frac{1}{600} \text{ K}^{-1}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه های ۸۷ و ۹۴)

۳۴- گزینه «۳»

(میلاد سلامتی)

ظرفیت گرمایی جسم تنها به جرم آن و گرمای ویژه وابسته است:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{9}{10} = \frac{m_1 - 2}{m_1} \Rightarrow m_1 = 20 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۹۶ و ۹۹)

۳۵- گزینه «۱»

(آراس معمری)

$$Q_{\text{فلز}} = Q_{\text{Cu}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرمن}}$$

$$\Rightarrow Q' = (mc\Delta\theta)_{\text{Cu}} + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (C\Delta\theta)_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow Q' = (18 \times 400 \times 60) + (4 \times 4200 \times 60) + (6000 \times 60)$$

$$\Rightarrow Q' = 1800 \text{ kJ}$$

این $\frac{3}{4}$ گرمای داده شده توسط گرمن است؛ پس کل

گرمای تولید شده توسط گرمن با یک تناسب ساده، 2400 kJ به دست می آید، حال داریم:

$$P = \frac{Q}{t} \quad \begin{matrix} Q = 2400 \text{ kJ} \\ t = 120 \text{ s} \end{matrix} \Rightarrow P = \frac{2400}{120} = 20 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه های ۹۶ و ۱۰۲)

۳۶- گزینه «۳»

(زهرا آقامعمری)

چون هم در ابتدا و هم در انتها مخلوط آب و یخ در حال تعادل داریم، پس دمای اولیه و دمای نهایی صفر درجه سلسیوس است. در نتیجه آب تبادل گرمایی ندارد و تبادل گرمایی فقط بین یخ و فلز است و باعث ذوب شدن یخ می شود:

$$Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow mL_F + m'c' \Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow mL_F + m'c' (\theta_e - \theta_1) = 0$$

$$\xrightarrow{m' = 100 \text{ g}, \theta_e = 0^\circ\text{C}, \theta_1 = 20^\circ\text{C}} \quad \begin{matrix} L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \\ c' = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \end{matrix}$$

$$m \times 336000 + 100 \times 840 (0 - 20) = 0$$

$$\Rightarrow m = 50 \text{ g}$$

جرم یخ ذوب شده 50 g است. چون 80% درصد از یخ ذوب شده است، پس:

$$0.8 m_{\text{یخ}} = 50 \text{ g} \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 62.5 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه های ۹۶ و ۱۰۶)

۳۷- گزینه «۴»

(معمری باغستانی)

چون حداقل جرم آب خواسته شده است، کافی است یخ 1°C به یخ 0°C و آب 1°C کاملاً به یخ 0°C تبدیل شود:

$$(c_{\text{آب}} = c, L_F = 80^\circ\text{C}, c_{\text{یخ}} = \frac{c}{2})$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m \times \frac{c}{2} \times 10 + m'c \times (0 - 10) - m' \times 80 = 0$$

$$\Delta mc = 90 m'c \Rightarrow \frac{m'}{m} = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه های ۹۶ و ۱۰۶)

$$P_M = P_N$$

$$P_r = h_{Hg} + P_o = 38 + 76 = 114 \text{ cmHg}$$

در آزمایش بویل، دمای گاز ثابت است؛ پس می‌توان نوشت:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_1 = P_2} 76 \times V = 114 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} V$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

فیزیک (۱) - سوالات کتاب آبی

۴۱- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

دماسنج‌های گازی، مقاومت پلاتینی و تفسنج (پیرومتر) از دماسنج‌های معیار هستند. دماسنج ترموکوپل در ابتدا دماسنج معیار تلقی می‌شد، اما به دلیل دقت کمتر آن در مقایسه با سایر دماسنج‌ها، از دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شد.

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۴۲- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

تغییر قطر در واقع نوعی تغییر طول به حساب می‌آید. بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta D}{D_1} \times 100 = \alpha \Delta T \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر قطر} = 2 \times 10^{-5} \times 50 \times 100 = 0.1\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴۳- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

نسبت تغییر طول دو میله را می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_A \alpha_A \Delta \theta_A}{L_B \alpha_B \Delta \theta_B} \xrightarrow{\Delta L_A = \Delta L_B, \alpha_A = 3 \alpha_B} \frac{\Delta \theta_A = 400^\circ \text{C}, \Delta \theta_B = 600^\circ \text{C}}$$

$$1 = \frac{L_A}{L_B} \times 3 \times \frac{400}{600} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴۴- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

برای محاسبه اینکه چند درصد از انرژی مکانیکی اولیه پیچ صرف گرم کردن خودش شده است، داریم:

$$\text{درصد انرژی مفید} = \frac{Q}{E} \times 100 = \frac{Q}{U + K} \times 100$$

$$\text{درصد انرژی مفید} = \frac{mc\Delta\theta}{mgh + \frac{1}{2}mv^2} \times 100 = \frac{c\Delta\theta}{gh + \frac{1}{2}v^2} \times 100$$

$$c = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}, \Delta\theta = 45^\circ \text{C}$$

$$\xrightarrow{g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, h = 9 \text{ km} = 9000 \text{ m}, v = 600 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

(کامران ابراهیمی)

۳۸- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در رساناهای فلزی سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است.

ب) درست؛ روش همرفت فقط در مایعات و گازها انجام می‌گیرد.

پ) نادرست؛ در طول روز ساحل در اثر تابش نور خورشید گرم‌تر از دریا بوده و هوای نزدیک زمین دمای بالایی دارد، پس چگالی آن کمتر بوده و هوای گرم بالا می‌رود و هوای سرد از طرف دریا به سمت ساحل به صورت نسیم می‌وزد.

ت) نادرست؛ سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتر و سطوح تیره، ناصاف و مات تابش گرمایی بیشتری دارند.

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۸)

۳۹- گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا با توجه به قانون گازهای آرمانی، مقدار مول گاز را پیدا می‌کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{3 / 2 \times 10^5 \times 24 \times 10^{-3}}{8 \times 320}$$

$$\Rightarrow n = \frac{320 \times 24}{8 \times 320} = 3 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n_{N_2} + n_{O_2} = 3 \quad (1)$$

از طرفی، با توجه به جرم مولی گازها می‌توان نوشت:

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = nM \Rightarrow m_{N_2} = 28n_{N_2}, m_{O_2} = 32n_{O_2}$$

همچنین داریم:

$$m_{N_2} + m_{O_2} = 90 \text{ g} \Rightarrow 28n_{N_2} + 32n_{O_2} = 90 \quad (2)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

$$n_{N_2} = 1 / \Delta \text{mol}, n_{O_2} = 1 / \Delta \text{mol}$$

بنابراین:

$$\text{درصد مولی اکسیژن} = \frac{1/5}{3} \times 100 = 5\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

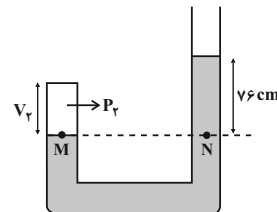
۴۰- گزینه «۲»

(زهرا آقاممیری)

فشار حاصل از ستون مایع را به cmHg تبدیل می‌کنیم:

$$\rho_1 h_1 = h_{Hg} \rho_{Hg} \Rightarrow h_{Hg} = \frac{6 / 8 \times 76}{13 / 6} = 38 \text{ cmHg}$$

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:



$$\frac{Q'}{Q} = \frac{2268 \times 10^3}{4200 \times 40} \rightarrow \frac{Q = Pt}{P \times 10} = \frac{2268 \times 10^3}{4200 \times 40}$$

$$\Rightarrow \frac{t' - 10}{10} = 13/5 \Rightarrow t' = 13/5 \times 10 + 10 = 145 \text{ min}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۴۸- گزینه «۳»

(کتاب آبی)

در همرفت واداشته، شاره به کمک یک تلمبه (طبیعی یا مصنوعی) به حرکت واداشته می‌شود تا با این حرکت، انتقال گرما صورت پذیرد. با این توضیحات، گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش جریان خون نمونه‌ای از انتقال گرما به روش همرفت واداشته است.

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۴۹- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

با داشتن V_1, P_1, θ_1 و θ_2 و با استفاده از قانون گازهای آرمانی، حجم اولیه گاز را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، باید دما را به کلوین تبدیل کنیم و یکای کمیت‌های هم جنس در دو طرف رابطه یکسان باشد.

$$T_1 = \theta_1 + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$P_1 = 1.0^5 \text{ Pa}, V_1 = 8 \text{ L}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 = 47 + 273 = 320 \text{ K}$$

$$P_2 = 2 \times 1.0^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = nR = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1.0^5 \times V_1}{300} = \frac{2 \times 1.0^5 \times 8}{320} \Rightarrow V_1 = 16 \text{ L}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۵۰- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

می‌دانیم تعداد مول‌های گاز بعد از بازکردن شیر رابط، برابر با مجموع تعداد مول‌های گاز دو مخزن است. بنابراین با استفاده از قانون گازهای آرمانی، می‌توان نوشت:

$$n = n_1 + n_2 \xrightarrow[n = \frac{PV}{RT}]{\text{ثابت}} \frac{PV}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

اکنون با جایگذاری مقادیر معلوم در این رابطه، فشار گاز را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، حجم گاز بعد از بازکردن شیر رابط برابر با مجموع حجم دو مخزن است.

$$\frac{V = 3 + 2 = 5 \text{ L}, V_1 = 3 \text{ L}, V_2 = 2 \text{ L}}{P_1 = 2 \text{ atm}, P_2 = 1 \text{ atm}, T_1 = T_2 = T}$$

$$P \times 5 = 2 \times 3 + 1 \times 2 \Rightarrow 5P = 6 + 2 \Rightarrow P = \frac{8}{5} \text{ atm}$$

$$\Rightarrow P = 1.6 \text{ atm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

$$\text{درصد انرژی مفید} = \frac{900 \times 45}{10 \times 9000 + \frac{1}{2} \times 600^2} \times 100$$

$$\text{درصد انرژی مفید} = \frac{40500}{90000 + 180000} \times 100 = 15\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۴۵- گزینه «۴»

(کتاب آبی)

از روی نمودار می‌توان دریافت که جسم 300°C گرمی با دمای اولیه 30°C به مدت ۲۰ دقیقه با آهنگ ثابت 3 W گرما از دست داده و بدون تغییر حالت به دمای 5°C رسیده است. بنابراین داریم:

$$Q = -Pt \xrightarrow{P=3 \text{ W}, t=20 \text{ min}=1200 \text{ s}} Q = -3 \times 1200 = -3600 \text{ J}$$

$$Q = mc(\theta_2 - \theta_1) \xrightarrow{Q=-3600 \text{ J}, m=0.3 \text{ kg}, \theta_1=30^\circ \text{C}, \theta_2=5^\circ \text{C}} -3600 = 0.3 \times c \times (5 - 30) \Rightarrow c = 480 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۴۶- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

دو کره دارای چگالی یکسان هستند، بنابراین جرم کره A (دارای حفره توخالی) کمتر از جرم کره B (توپر) می‌باشد. از طرف دیگر، با توجه به یکسان بودن جنس دو کره A و B (هر دو مس)، ظرفیت گرمایی ویژه و ضریب انبساط طولی دو کره با هم برابرند. بنابراین داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow{m_A < m_B, c_A = c_B, \Delta\theta_A = \Delta\theta_B} Q_A < Q_B$$

$$\Delta R = \alpha R_1 \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta R_A}{\Delta R_B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{R_{1A}}{R_{1B}} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow{R_{1A} = R_{1B}, \alpha_A = \alpha_B, \Delta\theta_A = \Delta\theta_B} \Delta R_A = \Delta R_B$$

(فیزیک ۱- دما و گرما- صفحه‌های ۸۷ تا ۹۹)

۴۷- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

ابتدا زمان لازم را برای آنکه دمای آب از 60°C به 100°C برسد، به‌دست می‌آوریم. با توجه به ثابت بودن گرما، $Q = P.t = mc\Delta\theta$ ، چون m ، c و P ثابت‌اند، تغییرات دما و زمان با هم رابطه مستقیم دارند. بنابراین، با توجه به اینکه تغییر دمای 20°C ($100^\circ \text{C} - 80^\circ \text{C}$) آب، ۵ دقیقه طول کشیده است، تغییر دمای بعدی ($100^\circ \text{C} - 10^\circ \text{C} = 90^\circ \text{C}$) نیز ۵ دقیقه طول خواهد کشید. اکنون، باید مدت زمان لازم برای تغییر حالت آب از مایع به بخار را محاسبه کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = m \times 4200 \times 40$$

$$Q' = mL_V = m \times 2268 \times 10^3$$

شیمی (۱) - نگاه به گذشته

۵۱- گزینه «۴»

(مر تفسی شیبانی)

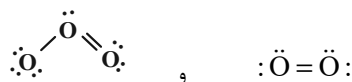
سنگ‌های متخلخل در زیرزمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، جای مناسبی برای گاز کربن دی‌اکسید هستند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۵۲- گزینه «۲»

بررسی برخی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: گاز اوزون (O_3) نقطه جوش بیشتری نسبت به گاز اکسیژن (O_2) دارد.

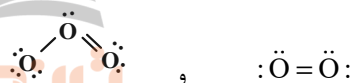


گزینه «۲»:

$NO_2 + O_2 \rightarrow NO + O_3$ تولید O_3 در تروپوسفر

$3O_2 \rightleftharpoons 2O_3$ تولید O_3 در استراتوسفر

گزینه «۳»: در هر دو مولکول نسبت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر ۵/۰ است.



تعداد الکترون‌های پیوندی $\frac{6}{12} = 0.5$ ، $\frac{4}{8} = 0.5$
تعداد الکترون‌های ناپیوندی

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۵۳- گزینه «۳»

(حسن رحمتی کوکثره)

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): اوزون، گازی با مولکول‌های سه اتمی در لایه‌های بالایی هواکره (استراتوسفر) است که مانند پوششی کره زمین را احاطه کرده، هر چند که مقدار آن در هواکره ناچیز است.

عبارت (ب): از آنجایی که دمای جوش O_2 و O_3 به ترتیب $-183^\circ C$ و $-112^\circ C$ است، پس در دمای $-12^\circ C$ ، O_2 به صورت گازی شکل و O_3 به صورت مایع می‌باشد.

عبارت (پ): از آنجا که اوزون از اکسیژن واکنش‌پذیرتر است، این ماده، آلاینده‌ای سمی و خطرناک به شمار می‌آید، به طوری که وجود آن در هوایی که تنفس می‌کنیم، سبب سوزش چشمان و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.

عبارت (ت): گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) به رنگ قهوه‌ای است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۵۴- گزینه «۲»

(مسعود یعقوبی)

در شرایط یکسان از لحاظ دما و فشار، حجم یکسان از گازها، شمار مولکول یکسان دارند ولی لزوماً تعداد اتم یکسانی ندارند؛ زیرا شمار اتم‌های مولکول‌های گازی می‌توانند با هم متفاوت باشند. بررسی گزینه‌های نادرست: گزینه «۱»: برای توصیف یک نمونه گاز باید افزون بر مقدار گاز، دما و فشار آن نیز مشخص باشد.

گزینه «۳»: در دما و فشار ثابت، حجم مقدار مول یکسانی از گازها با یکدیگر برابر است؛ از آن جا که گازهای CO_2 و C_3H_8 جرم مولی برابری دارند، پس یک گرم از هر کدام از آن‌ها برابر $\frac{1}{44}$ مول

است و حجم برابری با هم دارند.

گزینه «۴»: گازها حجم و شکل معینی ندارند و وقتی وارد یک ظرف می‌شوند، همه فضای آن را اشغال می‌کنند و به شکل ظرف در می‌آیند.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۵۵- گزینه «۱»

(هادی عبادی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): طبق صورت سوال و قانون آووگادرو، می‌دانیم که در دما و فشار یکسان، ۱ مول از گازهای مختلف، حجم برابری دارند، پس حجم ۱ مول از گاز نمونه (۳) با حجم ۱ مول از گاز نمونه (۲) برابر است.

عبارت (ب): مطابق قانون گازها، در دما و فشار ثابت، با افزایش شمار مول‌های گازی (n)، حجم گاز (V) نیز افزایش می‌یابد.

عبارت (پ):

$44g = 44g.mol^{-1} \times 1 \times 10^{-3} \text{ ذره} = 10^{-3} \text{ ذره}$ جرم گاز نمونه ۳

$32g = 32g.mol^{-1} \times 1 \times 10^{-3} \text{ ذره} = 10^{-3} \text{ ذره}$ جرم گاز نمونه ۴

$8g = 4g.mol^{-1} \times 2 \times 10^{-3} \text{ ذره} = 2 \times 10^{-3} \text{ ذره}$ جرم گاز نمونه ۵

$$\frac{m_4}{m_3} = \frac{32}{44} \times 100 \approx 72.7\% , \quad \frac{m_4}{m_5} = \frac{32}{8} = 4$$

عبارت (ت): گاز نمونه ۳، دارای ۱ مول مولکول ۳ اتمی است، یعنی ۳ مول اتم دارد (اتم $3 = 1 \times 3 \times 10^{-3}$)، گاز نمونه ۱ هم مولکول ۲ اتمی دارد که می‌شود ۱ مول اتم ($1 \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3}$) پس نسبت خواسته شده می‌شود $3 = \frac{3}{1}$. از طرفی شمار مولکول‌های گاز نمونه (۴)، ۱ مول مولکول است، پس شمار اتم‌های گاز نمونه (۳)، ۳ برابر شمار مولکول‌های گاز نمونه (۴) است.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۵۶- گزینه «۱»

(معمده رضا پورپاویز)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) تعداد مولکول‌های موجود در $۱۴/۲$ گرم P_4O_{10} برابر است با:

$$۱۴/۲ \text{ g } P_4O_{10} \times \frac{۱ \text{ mol } P_4O_{10}}{۲۸۴ \text{ g } P_4O_{10}} \times \frac{۶ \times ۱۰^{۲۳}}{۱ \text{ mol } P_4O_{10}} = ۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۲} P_4O_{10}$$

(۲) مقدار اکسیژن مورد نیاز برای سوختن ۲۷ گرم گلوکز با توجه به واکنش انجام شده به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O$$

$$۲۷ \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{۱ \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{۱۸۰ \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{۶ \text{ mol } O_2}{۱ \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = \frac{۲۷ \text{ g } O_2}{۱ \text{ mol } O_2} = ۲۸/۸ \text{ g } O_2$$

(۳) چگالی گاز SO_3 در شرایط STP به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} = \frac{۸۰ \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{۲۲/۴ \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = ۳/۶ \text{ g.L}^{-۱}$$

(۴) با توجه به نسبت مستقیم حجم گاز با دمای آن برحسب کلون می‌توان گفت:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{۱۰۷/۸ + ۲۷۳}{۶۷ + ۲۷۳} = ۱/۱۲$$

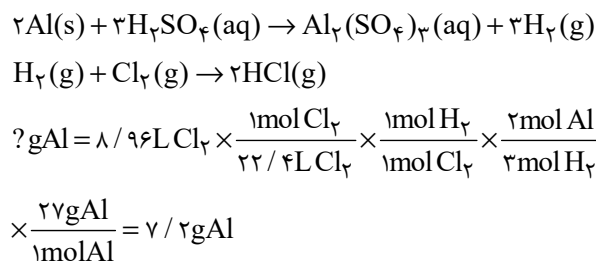
$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta V}{V_1} \times ۱۰۰ = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times ۱۰۰$$

$$\frac{۱/۱۲ V_1 - V_1}{V_1} \times ۱۰۰ = ۱۲\%$$

(شیمی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹، ۵۵ تا ۵۸ و ۷۶ تا ۸۰)

۵۷- گزینه «۳»

(کنکور ریاضی ۱۴۰۳)



(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی- صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۵۸- گزینه «۱»

(علی بعفری)

ابتدا فرض می‌کنیم که در واکنش (I)، حجم گاز اکسیژن تولیدی $۱/۵$ برابر واکنش (II) باشد، پس بهتر است همین ابتدا ضریب استوکیومتری گاز اکسیژن (ماده مشترک بین دو واکنش) را در دو واکنش متناسب کنیم، به این منظور واکنش دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم.



حالا به کمک دو واکنش می‌توان به این نتیجه رسید که چون نسبت حجم گاز تولیدشده در دو واکنش برابر با $۱/۵$ است، پس اگر در واکنش اول ۳ مول گاز، معادل $(۳ \times ۲۲/۴ \text{ L})$ اکسیژن تولید شود، ۲ مول پتاسیم کلرات مصرف شده و در واکنش دوم اگر ۲ مول گاز، معادل $(۲ \times ۲۲/۴ \text{ L})$ اکسیژن تولید شود، ۴ مول پتاسیم نیترات مصرف شده است و حالا کافی است مول مصرفی هر کدام را با استفاده از جرم مولی به جرم تبدیل کنیم و نسبت خواسته شده را به دست آوریم:

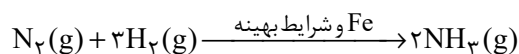
$$\frac{\text{جرم } KClO_3}{\text{جرم } KNO_3} = \frac{۲}{۴} \times \frac{۱۲۲/۵}{۱۰۱} = ۰/۶$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی- صفحه‌های ۷۶ تا ۸۰)

۵۹- گزینه «۴»

(امیرعلی بیات)

با توجه به معادله زیر می‌توان نوشت:

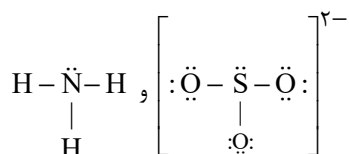


گزینه «۱»: فلز آهن با آرایش $[Ar] 3d^6 4s^2$ دارای لایه ظرفیت هشت الکترونی است، ولی واکنش‌پذیری آن برخلاف گازهای نجیب ناچیز نیست.

گزینه «۲»: برای پرکردن تایر خودروها بهتر است از مخلوط $(۹۵\%) N_2$ و $(۵\%) O_2$ استفاده شود.

گزینه «۳»: مطابق متن کتاب درسی درست است.

گزینه «۴»: ساختار لوویس NH_3 و SO_3^{2-} به صورت زیر است.



(شیمی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸، ۸۱ و ۸۹ تا ۹۲)

۶۰- گزینه «۲»

(هاری مهری زاده)

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم، آب همه سطح آن را تا ارتفاع ۲ کیلومتری می پوشاند نه دو متری.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۶۱- گزینه «۳»

(کنکور تهرینی ۱۴۰۳)

موارد «الف» و «ت» نادرست هستند:

مورد الف) کره زمین، سامانه‌ای بزرگ متشکل از چهار بخش هواکره، آب کره، سنگ کره و زیست کره است.

مورد ت) جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۶۲- گزینه «۴»

(میثم کوثری لنگری)

بررسی گزینه‌های نادرست:

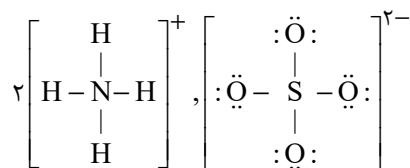
گزینه «۱»: فرمول شیمیایی باریم فسفات $Ba_3(PO_4)_2$ است و نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن $\frac{3}{2}$ است و فرمول شیمیایی اسکاندیم کربنات

$Sc_2(CO_3)_3$ است و نسبت کاتیون به آنیون در آن $\frac{2}{3}$ است.

گزینه «۲»: آمونیوم نترات فرمول شیمیایی NH_4NO_3 دارد و در آن تعداد اتم‌های H و O برابر نیست.

گزینه «۳»: فرمول شیمیایی آمونیوم سولفات $(NH_4)_2SO_4$ است.

ساختار لوویس یون‌های حاصل به صورت زیر است:



پیوند اشتراکی $2 \times 4 + 4 = 12$ = تعداد پیوند اشتراکی

جفت $12 = (2 \times 0) + 12$ = جفت الکترون ناپیوندی

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۶۳- گزینه «۴»

(امیر علی بیات)

رابطه میان دو کمیت درصد جرمی و ppm به صورت زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} \%w / w = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \\ ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \end{array} \right\} \Rightarrow ppm = \%w / w \times 10^4$$

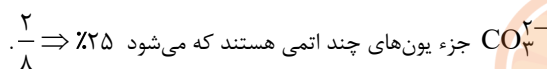
پس اگر درصد جرمی سدیم کلرید در سرم فیزیولوژی ۹/۰٪ باشد،

ppm آن برابر با ۹۰۰۰ خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: ۷۵ درصد از سطح زمین را آب پوشانده، نه حجم آن!

گزینه «۲»: در میان هشت یون فراوان آب کره، دو یون SO_4^{2-} و



گزینه «۳»: $Ca_3(PO_4)_2$ در آب یک رسوب است و یک مول از آن در

۱۰۰ گرم آب قطعاً ۵ مول یون محلول تولید نمی‌کند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۷)

۶۴- گزینه «۴»

(کنکور تهرینی فارغ ۱۴۰۳- با تغییر)

جرم محلول ثابت می‌ماند ولی جرم حل شونده نصف می‌شود، پس درصد

جرمی نصف می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: الزاماً این جمله درست نیست. نکته مهم این است که همواره

حلال مول بیشتری از حل شونده دارد.

گزینه «۲»: از مخلوط کردن چند ماده جامد با یکدیگر با احتمال خوبی

مخلوط ناهمگن به دست می‌آید.

گزینه «۳»: استفاده از عبارت «به صورت مولکولی» برای مواد فلزی مانند

سدیم نادرست است. همچنین حدود نیمی از کاربردهای NaCl به تهیه

گاز کلر، فلز سدیم، سودسوزآور و گاز هیدروژن اختصاص دارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۳ تا ۹۸)

۶۵- گزینه «۱»

(میثم کوثری لنگری)

ابتدا مقدار Cl^- در m کیلوگرم محلول را به دست می آوریم:

$$\text{ppmCl}^- = 14/2$$

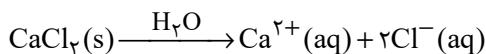
$$\text{ppmCl}^- = \frac{? \text{ mgCl}^-}{\text{kg محلول}} \quad 14/2 = \frac{? \text{ mgCl}^-}{m \text{ kg}}$$

$$\Rightarrow ? \text{ mgCl}^- = 14/2 m$$

$$? \text{ molCl}^- = 14/2 m \times 10^{-3} \text{ gCl}^- \times \frac{1 \text{ molCl}^-}{35.5 \text{ gCl}^-}$$

$$= 4 \times 10^{-4} m \text{ molCl}^-$$

از انحلال هر مول CaCl_2 در آب، ۲ مول Cl^- و یک مول Ca^{2+} حاصل می شود.



$$? \text{ molCa}^{2+} = \frac{1}{2} \text{ molCl}^-$$

$$? \text{ molCa}^{2+} = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-4} m = 2 \times 10^{-4} m \text{ mol}$$

$$? \text{ gCa}^{2+} = 2 \times 10^{-4} m \text{ molCa}^{2+} \times \frac{40 \text{ gCa}^{2+}}{1 \text{ molCa}^{2+}}$$

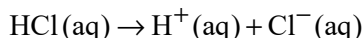
$$= 0.032 \text{ gCa}^{2+} \Rightarrow m = 40$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی- صفحه های ۹۴ تا ۹۷)

۶۶- گزینه «۳»

(کنکور ریاضی ۱۳۹۸)

از انحلال هیدروکلریک اسید، یون های زیر تولید می شود:



هر مول Cl^- هم ارز با یک مول HCl است.

$$10 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} \times \frac{109/5 \text{ gCl}^-}{106 \text{ g محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ molCl}^-}{35.5 \text{ gCl}^-} \times \frac{1 \text{ molHCl}}{1 \text{ molCl}^-} \times \frac{36/5 \text{ gHCl}}{1 \text{ molHCl}}$$

$$\times \frac{100 \text{ g محلول}}{36/5 \text{ gHCl}} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{1/2 \text{ g محلول}} \approx 2/57 \text{ mL محلول}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی- صفحه های ۹۴ تا ۹۷)

۶۷- گزینه «۱»

(مسعود یعفری)

ابتدا فرض می کنیم x مول AB_2 و y مول DE داریم، پس مجموع جرم نمک ها برابر است با:

$$x(24+71) + y(40+60) = 95x + 100y = 108/5 \quad (1)$$

از آن جا که درصد جرمی یون B^- ، $5/0$ درصد بیشتر از یون E^{2-} است،

پس می توان نوشت:

$$x \text{ molAB}_2 \times \frac{2 \text{ molB}^-}{1 \text{ molAB}_2} \times \frac{35.5 \text{ gB}^-}{1 \text{ molB}^-} = 71x \text{ gB}^-$$

$$y \text{ molDE} \times \frac{1 \text{ molE}^{2-}}{1 \text{ molDE}} \times \frac{60 \text{ gE}^{2-}}{1 \text{ molE}^{2-}} = 60y \text{ gE}^{2-}$$

$$\Rightarrow \frac{71x}{4900} \times 1000 - \frac{60y}{4900} \times 1000 = 0/5$$

$$\Rightarrow 71x - 60y = 24/5 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1) & \rightarrow \begin{cases} 95x + 100y = 108/5 \\ 71x - 60y = 24/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0/7 \\ y = 0/42 \end{cases} \\ (2) & \end{aligned}$$

حال درصد جرمی یون های D^{2+} و A^{2+} را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ gA}^{2+} = 0/7 \text{ molAB}_2 \times \frac{1 \text{ molA}^{2+}}{1 \text{ molAB}_2}$$

$$\times \frac{24 \text{ gA}^{2+}}{1 \text{ molA}^{2+}} = 16/8 \text{ gA}^{2+}$$

$$? \text{ gD}^{2+} = 0/42 \text{ molDE} \times \frac{1 \text{ molD}^{2+}}{1 \text{ molDE}}$$

$$\times \frac{40 \text{ gD}^{2+}}{1 \text{ molD}^{2+}} = 16/8 \text{ gD}^{2+}$$

از آنجا که جرم دو یون با هم برابر است، پس درصد جرمی آن ها نیز برابر خواهد بود.

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی- صفحه های ۹۴ تا ۹۷)

۶۸- گزینه «۳»

(امیرحسین طیبی)

پس از افزودن متانول، غلظت مولی محلول از ۰/۵ به ۰/۳ رسیده است؛ به این معنی که X گرم متانول افزوده شده، باعث افزایش غلظت به اندازه $0.25 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ شده است.

$$x \text{ g متانول} : 250 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}}$$

$$\times \frac{0.25 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{32 \text{ g CH}_3\text{OH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} = 2 \text{ g CH}_3\text{OH}$$

آب مقطر افزوده شده باعث کاهش غلظت مولی از طریق افزایش حجم محلول می‌شود.

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n = MV \xrightarrow{\text{رقیق کردن}} M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$\Rightarrow 0.3 \times 250 = 0.12 \times V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{0.3 \times 250}{0.12} = 625 \text{ mL}$$

$$\Rightarrow \text{آب افزوده شده} = 625 \text{ mL} - 250 \text{ mL} = 375 \text{ mL H}_2\text{O}$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{375}{2} = 187.5$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

۶۹- گزینه «۲»

(ممنون)

در ابتدا مولاریته Na_2SO_4 را با استفاده از غلظت ppm یون سدیم محاسبه می‌کنیم: (فرض می‌کنیم 100° گرم محلول Na_2SO_4 در اختیار داریم.)

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 6900 = \frac{\text{جرم Na}^+}{100 \text{ g محلول}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم Na}^+ = 0.69 \text{ g}$$

می‌دانیم در هر مول از Na_2SO_4 ، دو مول Na^+ وجود دارد. پس با محاسبات استوکیومتری جرم Na_2SO_4 را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g Na}_2\text{SO}_4 = 0.69 \text{ g Na}^+ \times \frac{1 \text{ mol Na}^+}{23 \text{ g Na}^+}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{2 \text{ mol Na}^+} \times \frac{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 2.13 \text{ g Na}_2\text{SO}_4$$

در نتیجه با توجه به فرض سؤال، جرم KOH برابر 2.13 g است.

حجم 100 g از محلول Na_2SO_4 با چگالی $1.12 \frac{\text{g}}{\text{mL}}$ برابر است با:

$$d = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 1.12 = \frac{100 \text{ g محلول}}{V} \Rightarrow V = \frac{100}{1.12} \text{ mL}$$

حال غلظت مولی محلول پتاسیم هیدروکسید KOH را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{حل‌شونده}}{\text{V محلول (L)}}$$

$$\text{KOH مولاریته} = \frac{\frac{2.13 \text{ g}}{56 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{\frac{100}{1.12} \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 0.426 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۷۰- گزینه «۲»

(مهوری عسکری)

فرمول شیمیایی لیتیم سولفات، به صورت Li_2SO_4 است. در نتیجه به ازای انحلال هر واحد فرمولی از آن در آب، ۳ یون در آب ایجاد می‌شود. ابتدا غلظت مولی محلول لیتیم سولفات را محاسبه می‌کنیم:

$$M = \frac{10 \times a \times d}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 30 \times \frac{1}{2}}{110} = \frac{15}{11} = 1.36 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

حال برای محاسبه غلظت مولی یون‌ها در محلول لیتیم سولفات، می‌توان نوشت:

$$\frac{1.36 \text{ mol Li}_2\text{SO}_4}{\text{L}} \times \frac{3 \text{ یون}}{1 \text{ mol Li}_2\text{SO}_4} = 4.08 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \text{ یون}$$

بنابراین غلظت مولی سدیم کلرید، به تقریب برابر $1/8$ مول بر لیتر $(5/93)$ است. حال با توجه به معادله واکنش مقدار AgCl تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$100 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{1/8 \text{ mol NaCl}}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol AgCl}}{1 \text{ mol NaCl}} = 0.125 \text{ mol AgCl}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی- صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

حسابان (۱) - نگاه به آینده

۷۱- گزینه «۴»

(مجتبی نادری)

چون دنباله t_n حسابی است، ضریب n^2 در مخرج باید صفر باشد.

$$k+1=0 \Rightarrow k=-1 \Rightarrow t_n = \frac{-2n-3}{3}$$

بنابراین داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$$

مجموع n جمله اول دنباله حسابی از رابطه $S_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$ به دست می آید.

$$n=20 \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(t_1 + t_{20})$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-2 \times 1 - 3}{3} = -\frac{5}{3} \\ t_{20} = \frac{-2 \times (20) - 3}{3} = -\frac{43}{3} \end{cases} \Rightarrow S_{20} = 10 \left(-\frac{5}{3} + \left(-\frac{43}{3} \right) \right)$$

$$\Rightarrow S_{20} = 10 \left(-\frac{48}{3} \right) = 10 \times (-16) \Rightarrow S_{20} = -160$$

(مسایان ۱- فیبر و معارله - صفحه های ۲ تا ۴)

۷۲- گزینه «۲»

(مسعود برملا)

فرم کلی سهمی به صورت $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ است. از روی نمودار

مشخص است که $\alpha = -3$ و $\beta = 1$ می باشد و نقطه $(-2, 0)$ روی

سهمی قرار دارد.

$$y = a(x + 3)(x - 1) \xrightarrow{(-2, 0)} -2 = a(3)(-1) \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}(x^2 + 2x - 3) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - 2$$

کمترین مقدار سهمی در واقع عرض رأس سهمی است.

$$x_s = \frac{-b}{2a}, y_s = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$$

$$x_s = \frac{-\frac{4}{3}}{2\left(\frac{2}{3}\right)} = -1 \Rightarrow y_s = \frac{2}{3}(-1)^2 + \frac{4}{3}(-1) - 2 = \frac{-8}{3}$$

(مسایان ۱- فیبر و معارله - صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

۷۳- گزینه «۴»

(فیور زنگنه قاسم آباری)

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{x+4} + 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$x+1 = x+4+2\sqrt{x+4}+1 \Rightarrow 2\sqrt{x+4} = -4$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+4} = -2 \Rightarrow \text{جواب ندارد.}$$

راه حل دوم: می دانیم $x+1 < x+4$ ، پس $\sqrt{x+1} < \sqrt{x+4}$ و در

نتیجه $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4}$ مقداری منفی است و نمی تواند برابر ۱ باشد.

(مسایان ۱- فیبر و معارله - مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۲)

۷۴- گزینه «۱»

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\frac{x}{x^2+x+1} - 1 = 1 - \frac{x^2}{x^4+x^2+1}$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2-1}{x^2+x+1} = \frac{x^4+1}{x^4+x^2+1} \quad (*)$$

سمت راست معادله (*) همیشه مثبت و سمت چپ آن همیشه منفی است.

بنابراین معادله جواب ندارد.

(مسایان ۱- فیبر و معارله - صفحه های ۱۷ تا ۱۹)

۷۵- گزینه «۳»

(امسان غنی زاده)

اگر $||3x|| = |x+2|$ ، آن گاه $|3x| = \pm(x+2)$ ، پس داریم:

$$1 - |3x| = x+2 \Rightarrow x + |3x| = -1 \quad (۱)$$

$$1 - |3x| = -x-2 \Rightarrow x - |3x| = -3 \quad (۲)$$

برای هر کدام دو حالت در نظر می گیریم:

$$(۱) \rightarrow \begin{cases} x > 0 \Rightarrow 4x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \text{ غ ق} \\ x < 0 \Rightarrow -2x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$(۲) \rightarrow \begin{cases} x > 0 \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ ق ق} \\ x < 0 \Rightarrow 4x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{4} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$x = -\frac{3}{4} + \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

(مسایان ۱- فیبر و معارله - مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)

$$\begin{aligned} OM = 2 &\Rightarrow \sqrt{(x-0)^2 + (3x-6-0)^2} = 2 \\ &\Rightarrow x^2 + 9x^2 + 36 - 36x = 4 \Rightarrow 10x^2 - 36x + 32 = 0 \\ &\Rightarrow 5x^2 - 18x + 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{18 \pm 2}{10} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1/5 \end{cases} \end{aligned}$$

(مسایان ۱- فیبر و معارله- مشابه تمرین ۱ صفحه ۳۵)

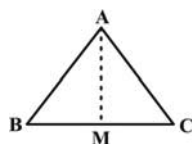
۷۹- گزینه «۲»

(پوار زنگنه قاسم آباری)

مختصات M وسط ضلع BC را به دست می آوریم:

$$M(3, -2)$$

فاصله A تا M همان میانه وارد بر ضلع BC است.

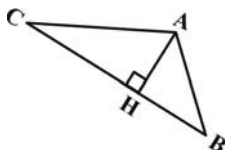


$$|AM| = \sqrt{3^2 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

(مسایان ۱- فیبر و معارله- صفحه های ۲۹ تا ۳۴)

۸۰- گزینه «۱»

(پوار زنگنه قاسم آباری)



$$m_{BC} = -3 \Rightarrow BC \text{ خط معادله } y = -3x - 1$$

$$|BC| = \sqrt{(5+4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$AH = BC \text{ تا } A \text{ فاصله} = \frac{|9+6+1|}{\sqrt{10}} = \frac{16}{\sqrt{10}}$$

$$\text{مساحت } ABC = \frac{BC \times AH}{2} = 24$$

(مسایان ۱- فیبر و معارله- صفحه های ۲۹ تا ۳۶)

۷۶- گزینه «۳»

(امسان غنی زاده)

$$f(x) > g(x) \Rightarrow -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 2x + |x|$$

ریشه داخل قدرمطلق $x = 0$ است، پس دو حالت در نظر می گیریم:

$$\begin{cases} (1) x \geq 0 \Rightarrow -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 3x \Rightarrow -2x^2 - x + 9 > 6x \\ \Rightarrow -2x^2 - 7x + 9 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in (-\frac{9}{2}, 1) \end{cases}$$

$$[0, +\infty) \cap (-\frac{9}{2}, 1) = [0, 1) \quad (1)$$

$$\begin{cases} (2) x < 0 \Rightarrow -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > x \Rightarrow -2x^2 - x + 9 > 2x \\ \Rightarrow -2x^2 - 3x + 9 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in (-3, \frac{3}{2}) \end{cases}$$

$$(-\infty, 0) \cap (-3, \frac{3}{2}) = (-3, 0) \quad (2)$$

$$\text{مجموعه جواب} \xrightarrow{(1) \cup (2)} x \in (-3, 1) \Rightarrow \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

(مسایان ۱- فیبر و معارله- صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

۷۷- گزینه «۲»

(پوار زنگنه قاسم آباری)

$$x|x| - kx = 0 \Rightarrow x(|x| - k) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ |x| = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm k \end{cases}$$

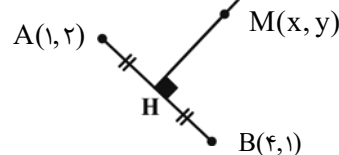
از آنجا که $k > 0$ ، پس معادله سه جواب دارد.

(مسایان ۱- فیبر و معارله- صفحه های ۲۳ تا ۲۸)

۷۸- گزینه «۱»

(همید علیزاده)

ابتدا معادله خط عمود منصف پاره خط AB را می نویسیم:



$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-2}{4-1} = -\frac{1}{3} \Rightarrow m_{\text{عمود}} = 3 \\ H(\frac{1+4}{2}, \frac{2+1}{2}) \Rightarrow H(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow y - \frac{3}{2} = 3(x - \frac{5}{2})$$

$$\Rightarrow y = 3x - 6 \Rightarrow M(x, 3x - 6), O(0, 0)$$

۸۴- گزینه «۲»

(میثم بهرامی یویا)

$$\widehat{CAD} = 28^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 2 \times 28^\circ = 56^\circ$$

و چون AC قطر است:

$$\widehat{AD} = 18^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{124^\circ}{2} = 62^\circ$$

$$AB = BD \Rightarrow \hat{A} = \hat{D} = \frac{18^\circ - 62^\circ}{2} = 59^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 59^\circ - 28^\circ = 31^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

۸۵- گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

$$\widehat{AB} = 36^\circ - (2x + 6x + 2^\circ) = 34^\circ - 8x$$

$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{34^\circ - 8x}{2} = 17^\circ - 4x \quad (\text{زاویه ظلی})$$

از طرفی زاویه $\hat{C}$ نیز برابر است با:

$$\hat{C} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AB}}{2} = \frac{2x - (34^\circ - 8x)}{2} = 5x - 17^\circ$$

چون $AB = AC$ است، پس $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$. یعنی:

$$17^\circ - 4x = 5x - 17^\circ \Rightarrow x = \frac{34^\circ}{9}$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۸۶- گزینه «۱»

(ممبوه بهادری)

فرض کنید $DM = 7CM$ باشد، در این صورت طبق روابط طولی برای دو وتر متقاطع درون دایره داریم:

$$AM \times BM = CM \times DM \Rightarrow 2CM \times BM = CM \times 7CM$$

$$\Rightarrow BM = \frac{7}{2}CM = \frac{7}{2} \times \frac{1}{2}AM = \frac{7}{4}AM$$

$$AB = 11 \Rightarrow AM + BM = 11 \Rightarrow AM + \frac{7}{4}AM = 11$$

$$\Rightarrow \frac{11}{4}AM = 11 \Rightarrow AM = 4 \Rightarrow BM = \frac{7}{4} \times 4 = 7$$

$$BM - AM = 7 - 4 = 3$$

(هنر سه ۲- دایره- مشابه تمرین ۱ صفحه ۲۳)

هندسه (۲) - نگاه به آینده

۸۱- گزینه «۲»

(ارمیت مشتاق نظم)

می‌دانیم رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه کمان } AB}{360^\circ}$$

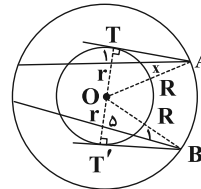
$$\text{پس: } \frac{6^\circ}{360^\circ} = \frac{4}{2\pi R} \quad \text{لذا: } 2\pi R = 24 \text{ و در نتیجه: } R = \frac{12}{\pi}$$

(هنر سه ۲- دایره- مشابه کار در کلاس صفحه ۱۲)

۸۲- گزینه «۱»

(سارا فسروی)

اگر از نقاط A و B مماس‌های AT و BT' را بر دایره کوچک‌تر رسم کنیم، آن‌گاه:



طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OAT داریم:

$$AT = \sqrt{R^2 - r^2}$$

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OBT' داریم:

$$BT' = \sqrt{R^2 - r^2}$$

پس $AT = BT'$ و طبق روابط طولی در دایره کوچک‌تر داریم:

$$\left. \begin{aligned} AT^2 &= x(x+1) \\ BT'^2 &= 1 \times (1+5) = 1 \times 6 = 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(x+1) = 6 \Rightarrow x = 2$$

معادله فوق یک جواب غیرقابل قبول $x = -3$ هم دارد.

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۸۳- گزینه «۴»

(مهم پور احمدی)

اندازه زاویه محاطی، نصف کمان روبه‌رو به آن است یعنی $\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$ پس

$$2x = \frac{y}{2}, \text{ در نتیجه: } y = 4x. \text{ با توجه به این که در هر دایره مجموع}$$

کمان‌ها برابر 360° است، داریم:

$$2x + y + 3x = 360^\circ \xrightarrow{y=4x} 5x + 4x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 9x = 360^\circ \Rightarrow \begin{cases} x = 40^\circ \\ y = 160^\circ \end{cases}$$

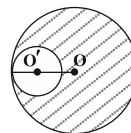
$$\Rightarrow y - x = 160^\circ - 40^\circ = 120^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۸۷- گزینه «۳»

(سینا ممبرپور)

اگر شعاع دایره بزرگ را برابر R و شعاع دایره کوچک را برابر r در نظر بگیریم، داریم:



(۱) $\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 32\pi$ مساحت ناحیه هاشور خورده از طرفی دو دایره مماس درون اند، بنابراین: (۲) $OO' = R - r = 4$ حال با توجه به روابط (۱) و (۲) نتیجه می گیریم:

$$\pi(R-r)(R+r) = 32\pi \Rightarrow 4(R+r) = 32 \Rightarrow R+r = 8$$

$$\begin{cases} R+r=8 \\ R-r=4 \end{cases} \Rightarrow R=6, r=2$$

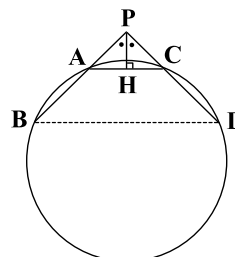
بنابراین:

(هنر سه ۲- دایره- مشابه تمرین ۷ صفحه ۲۳)

۸۸- گزینه «۴»

(سینا ممبرپور)

طبق روابط طولی در دایره داریم:



$$PA \cdot PB = PC \cdot PD \xrightarrow{PA=PC} PB = PD \Rightarrow AB = CD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

$$\Rightarrow AC \parallel BD \quad (*)$$

از طرفی با رسم ارتفاع PH در مثلث متساوی الساقین APC داریم:

$$\frac{AH}{PA} = \sin 60^\circ \Rightarrow AH = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow AC = 2AH = 3$$

در نتیجه بنابر رابطه (*) و قضیه تالس داریم:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{PC}{PD} \Rightarrow \frac{3}{BD} = \frac{1}{3} \Rightarrow BD = 9$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه های ۱۳ تا ۱۸)

۸۹- گزینه «۳»

(مهرداد ملونری)

نقطه M وسط مماس مشترک TT' قرار دارد، زیرا طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$\left. \begin{aligned} MT^2 &= MA \cdot MB = 2(2+5) = 14 \\ MT'^2 &= MA \cdot MB = 2(2+5) = 14 \end{aligned} \right\} \Rightarrow MT = MT' = \sqrt{14}$$

بنابراین طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $TT' = 2\sqrt{14}$ است و داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R-R')^2} \Rightarrow 2\sqrt{14} = \sqrt{9^2 - (R-R')^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 56 = 81 - (R-R')^2$$

$$\Rightarrow (R-R')^2 = 81 - 56 = 25 \Rightarrow |R-R'| = 5$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه های ۱۸ تا ۲۲)

۹۰- گزینه «۱»

(سیار عابد)

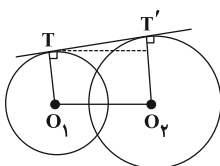
از آنجایی که تنها دو مماس مشترک قابل رسم است، پس باید:

$$O_1O_2 < r_1 + r_2$$

حال ابتدا طول مماس مشترک خارجی دو دایره را در حالتی که نسبت به هم مماس خارج اند، به دست می آوریم:

$$TT' = \sqrt{(O_1O_2)^2 - (r_1 - r_2)^2} \Rightarrow TT' = \sqrt{(10)^2 - 2^2} = \sqrt{96}$$

حال از آنجایی که دو دایره نسبت به هم متقاطع اند، لذا طول مماس مشترک آن ها نسبت به حالت قبلی کم تر خواهد شد.



$$TT' < 4\sqrt{6}$$

در نتیجه:

توجه کنید که در بین گزینه ها، تنها عدد $2\sqrt{23} = \sqrt{92}$ قابل قبول است.

(هنر سه ۲- دایره- صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

فیزیک (۲) - نگاه به آینده

۹۱- گزینه «۳»

(اشکان ولی زاده)

$$q = \pm ne \xrightarrow{q > 0} q = +ne$$

$$q = 2\mu C \rightarrow 2 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = 12.5 \times 10^{12}$$

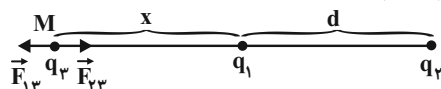
یعنی تعداد پروتون‌های جسم 12.5×10^{12} تا از تعداد الکترون‌های آن بیشتر است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۳ تا ۵)

۹۲- گزینه «۴»

(کامران ابراهیمی)

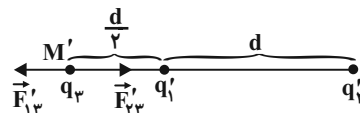
چون بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند، نقطه M خارج دو بار و نزدیک به باری است که اندازه آن کوچکتر باشد. اگر فاصله q_3 تا q_1 را برابر x در نظر بگیریم، داریم:



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(d+x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{3}{(d+x)^2} \Rightarrow d+x=2x \Rightarrow x=d$$

حال اگر بخواهیم فاصله نقطه M تا q_1 نصف شود، شکل زیر را خواهیم داشت: (دقت کنید طبق فرض سؤال در این حالت نیز دو بار ناهم‌نام‌اند).



$$F'_{13} = F'_{23} \Rightarrow k \frac{|q'_1||q_3|}{(\frac{d}{2})^2} = k \frac{|q'_2||q_3|}{(\frac{3d}{2})^2}$$

$$\Rightarrow |q'_2| = 9|q'_1| \Rightarrow q'_2 = -9q'_1 \quad (1)$$

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \Rightarrow q'_1 + q'_2 = -24\mu C \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} q'_1 = 3\mu C, q'_2 = -27\mu C$$

پس باید $-5\mu C$ بار از q_2 به q_1 منتقل شود.

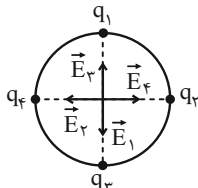
(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۹۳- گزینه «۳»

(امسان ایرانی)

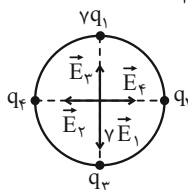
در حالتی که در شکل مشخص شده است، میدان الکتریکی در مرکز دایره صفر است، چون بارها مشابه می‌باشند و فاصله بارها از مرکز نیز یکسان

است. اندازه هر کدام از میدان‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:



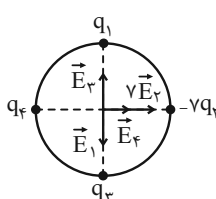
$$E = E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{k|q|}{d^2}$$

اگر بار q_1 هفت برابر شود، میدان برابری در مرکز دایره $6E$ می‌شود، چون $\vec{E}_3$ خلاف جهت با $\vec{E}_1$ است.



$$\vec{E}' = \vec{E}_1 + \vec{E}_3 \Rightarrow E' = 6 \times \frac{k|q|}{d^2}$$

اما اگر بار q_2 منفی هفت برابر شود، میدان برابری در مرکز دایره $8E$ می‌شود چون $\vec{E}_4$ هم جهت با $\vec{E}_2$ است.



$$\vec{E}'' = \vec{E}_2 + \vec{E}_4 \Rightarrow E'' = 8 \times \frac{k|q|}{d^2}$$

دو بردار $\vec{E}'$ و $\vec{E}''$ بر هم عمودند و اندازه برابری آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E_T = \sqrt{E'^2 + E''^2} = \sqrt{\left(6 \times \frac{k|q|}{d^2}\right)^2 + \left(8 \times \frac{k|q|}{d^2}\right)^2}$$

$$= 10 \times \frac{k|q|}{d^2} = \frac{40k|q|}{d^2}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۹۴- گزینه «۲»

(ویدا هیدری مهاران)

$E_D = E_B$ است؛ در نتیجه طبق رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ اندازه میدان حاصل از بارها را به دست می‌آوریم:

$$E_D = E_B = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6}}{1} = 9 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

از طرفی با حرکت بار منفی در جهت خط‌های یک میدان الکتریکی (خلاف جهت حرکت خود به خودی بار منفی)، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد. همچنین دقت کنید چون میدان الکتریکی یکنواخت است، در تمام حالات اندازه میدان الکتریکی ثابت است. بنابراین گزینه «۴» درست است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱۹، ۲۱ تا ۲۲)

۹۸- گزینه «۲»

(سینا صالحی)

$$A = \epsilon a^2 = \epsilon \times (0.1)^2 = 6 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

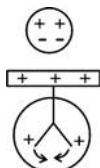
$$\Rightarrow \sigma = \frac{Q}{A} = \frac{12 \times 10^{-9}}{6 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- مشابه مسئله ۲۳ آخر فصل)

۹۹- گزینه «۳»

(معمومه افشلی)

با توجه به اینکه بار الکتریکی رسانا در سطح خارجی آن توزیع می‌شود، پس از تماس گوی با ظرف فلزی، تمام بار گوی به ظرف داده شده و گوی خنثی می‌شود. با نزدیک کردن گوی به یک الکتروسکوپ باردار، بار در گوی خنثی القا شده و بار روی ورقه‌های الکتروسکوپ کاهش می‌یابد و ورقه‌های الکتروسکوپ شروع به کمی بسته شدن می‌کنند.



(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱۰۰- گزینه «۱»

(بابک اسلامی)

با اتصال کره باردار به زمین، الکترون‌ها از زمین به کره منتقل می‌شوند تا بار آن را خنثی کنند. بنابراین بار اولیه کره مثبت است. با توجه به اینکه بار الکتریکی کمیتی کوانتیده است، طبق تعریف چگالی سطحی بار می‌توان نوشت:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{ne}{4\pi r^2} \Rightarrow \sigma = \frac{3 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19}}{4 \times 3 \times (\frac{5}{2})^2}$$

$$\Rightarrow \sigma = 16 \times 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} = 16 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

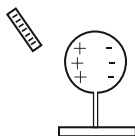
(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

فیزیک (۲) - سوالات کتاب اول

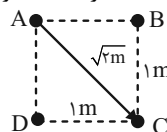
۱۰۱- گزینه «۱»

(کتاب اول)

در القای بار الکتریکی زمانی که میله با بار منفی را به کره نزدیک می‌کنیم، بارهای مثبت کره به سمت میله حرکت می‌کنند و ذره‌های با بار منفی از میله دور می‌شوند.



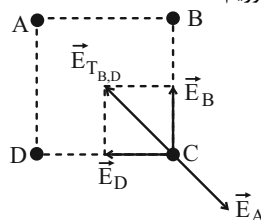
فاصله رأس A تا رأس C، $\sqrt{2}$ متر است. بنابراین:



$$\text{قطر مربع} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$E_A = \frac{9 \times 10^9 \times 4\sqrt{2} \times 10^{-6}}{(\sqrt{2})^2} = 18\sqrt{2} \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

حال میدان‌های حاصل از بارهای الکتریکی را رسم می‌کنیم و برابند حاصل از آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$E_{T,B,D} = \sqrt{E_B^2 + E_D^2} = 9\sqrt{2} \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_T = E_A - E_{T,B,D} = 18\sqrt{2} \times 10^3 - 9\sqrt{2} \times 10^3 = 9\sqrt{2} \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۹۵- گزینه «۱»

(سینا صالحی)

با توجه به اینکه میدان الکتریکی یکنواختی است:

$$E = 5 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$d = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Rightarrow |\Delta V| = V = Ed = 5 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-2} = 100 \text{ V}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- مشابه مسئله ۱۹ آخر فصل)

۹۶- گزینه «۴»

(سینا صالحی)

با استفاده از تعریف تغییرات پتانسیل الکتریکی:

$$\Delta V = V_f - V_i = -10 - (-40) = 30 \text{ V}$$

$$\Rightarrow \Delta U = q \Delta V = -40 \times 10^{-9} \times 30 = -12 \times 10^{-7} \text{ J}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- مسئله ۲۰ آخر فصل)

۹۷- گزینه «۴»

(بهناز اکبرپور)

هر یک از دو مسیر AB و BC را بررسی می‌کنیم:

مسیر A → B:

با حرکت در جهت عمود بر خطوط یک میدان الکتریکی یکنواخت، انرژی پتانسیل الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط عبوری و اندازه میدان الکتریکی تغییری نمی‌کنند و ثابت می‌مانند.

مسیر B → C:

با حرکت در جهت خطوط یک میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد و این موضوع ارتباطی به علامت بار متحرک ندارد.

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \quad q_1 = 8 \mu C = 8 \times 10^{-6} C$$

$$r_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 10^{-6}}{(0.1)^2} = 7.2 \times 10^6 \frac{N}{C} \quad \text{در جهت محور } x \rightarrow$$

$$\vec{E}_1 = +7.2 \times 10^6 \hat{i} \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} \quad q_2 = -2 \mu C = -2 \times 10^{-6} C$$

$$r_2 = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(5 \times 10^{-2})^2}$$

$$= 7.2 \times 10^6 \frac{N}{C} \quad \text{در جهت محور } x \rightarrow$$

$$\vec{E}_2 = +7.2 \times 10^6 \hat{i} \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$\vec{E}_O = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow \vec{E}_O = +7.2 \times 10^6 \hat{i} + 7.2 \times 10^6 \hat{i}$$

$$= 14.4 \times 10^6 \hat{i}$$

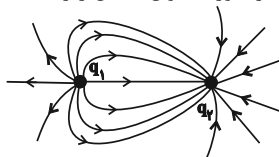
$$\Rightarrow \vec{E}_O = 1.44 \times 10^7 \hat{i} \left(\frac{N}{C} \right)$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

(کتاب اول)

۱۰۵- گزینه «۴»

طبق شکل داده شده در صورت سؤال (شکل زیر):



اولاً چون خطوط میدان از بار q_1 شروع و به بار q_2 ختم شده‌اند؛
 $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ است.

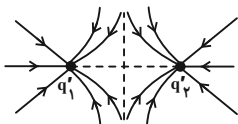
ثانیاً چون تراکم خطوط میدان در اطراف بار q_2 بیشتر از بار q_1 است،
پس اندازه آن بزرگتر از اندازه بار q_1 می‌باشد؛ یعنی $|q_2| > |q_1|$.

اگر دو بار را با یکدیگر تماس دهیم، طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

هر یک از آن‌ها برابر می‌شود با:

چون $|q_2| > |q_1|$ و بار q_2 منفی است، حاصل $\frac{q_1 + q_2}{2}$ منفی خواهد
بود. یعنی بعد از تماس، ۲ بار منفی هم‌اندازه داریم که خطوط میدان
الکتریکی در اطراف آن‌ها به صورت زیر خواهد بود:



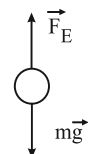
حال اگر کره را با سیمی به زمین وصل کنیم، الکترون‌ها از طریق سیم به
زمین می‌روند تا بیش‌ترین فاصله را از میله بگیرند. بنابراین در هر دو حالت
کره دارای بار مثبت می‌شود.

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۲ تا ۵)

(کتاب اول)

۱۰۲- گزینه «۱»

نیروهای وارد بر گلوله A را رسم می‌کنیم. (از آن جایی که بار دو کره همنام
است، یکدیگر را دفع می‌کنند.)



چون گلوله در حالت تعادل قرار دارد، می‌توان فهمید برآیند نیروهای وارد بر
آن صفر است، پس نیروی وزن و نیروی الکتریکی با هم برابر هستند:

$$mg = F_E \Rightarrow 40 \times 10^{-3} \times 10 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{r^2}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{9}{100} \Rightarrow r = 0.3 \text{ m} \Rightarrow r = 30 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

(کتاب اول)

۱۰۳- گزینه «۳»

اگر رابطه محاسبه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار را در فرم
مقایسه‌ای به کار ببریم، داریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad \text{ثابت } q, k \rightarrow \frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

$$\frac{E' = E - \frac{36}{100}E = \frac{64}{100}E}{E} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r}{r'} \right)^2 = \frac{64}{100}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{r}{r'} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow r' = \frac{5}{4}r$$

خواسته مسئله یعنی نسبت $\frac{\Delta r}{r}$ برابر است با:

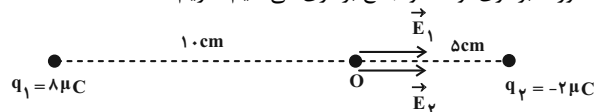
$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{r' - r}{r} = \frac{\frac{5}{4}r - r}{r} = \frac{\frac{1}{4}r}{r} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۲ - الکترواستاتیک ساکن - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

(کتاب اول)

۱۰۴- گزینه «۲»

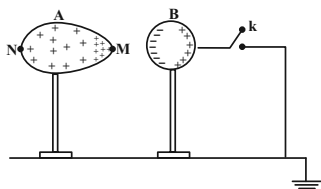
مطابق شکل زیر، جهت میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در
نقطه O را تعیین کرده و پس از محاسبه بزرگی هر یک، میدان‌ها را
به‌صورت برداری نوشته و جمع برداری می‌کنیم. داریم:



۱۰۸- گزینه «۳»

(کتاب اول)

نزدیک کردن جسم A (با بار مثبت) به کره B که بدون بار است، باعث ایجاد بارهای القایی مثبت و منفی در دو طرف کره B می شود.



با اتصال کلید k و وصل شدن کره B به زمین، بار منفی از زمین به کره B کشیده شده و بارهای القایی مثبت کره B را خنثی می کند. یعنی بار نهایی کره B منفی می شود. [رد گزینه های «۱» و «۲»].
از آن جایی که در جسم A، تراکم بار در قسمت M (نوک تیز) بیشتر از قسمت N است، نزدیک کردن قسمت M به کره، نیروی بین دو جسم را بیش تر خواهد کرد. [رد گزینه «۴»].

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه های ۲۷ و ۳۲)

۱۰۹- گزینه «۲»

(کتاب اول)

میدان الکتریکی در داخل رسانای در حال تعادل الکتروستاتیکی همیشه صفر است. وقتی رسانا در میدان الکتریکی قرار می گیرد، بارها روی سطح خارجی پخش می شوند و در نزدیکی سطح باعث انحراف خطوط میدان الکتریکی می شوند و خطوط میدان عمود بر سطح رسانا می شوند. (به علت هم پتانسیل بودن نقاط روی رسانا)

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه های ۲۷ و ۲۹)

۱۱۰- گزینه «۲»

(کتاب اول)

اگر چگالی سطحی قطره جیوه اولیه را σ و شعاع آن را r بگیریم، داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi r^2} \quad (1)$$

در حالت ثانویه و قطره بزرگ (σ' , r') داریم:

$$\sigma' = \frac{q'}{A'} = \frac{64q}{4\pi r'^2} \quad (2)$$

از ثابت بودن حجم داریم:

$$64V = V' \Rightarrow 64 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r'^3 \Rightarrow 4r = r' \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2), (3)} \sigma' = \frac{64q}{4\pi \times (4r)^2} = 4 \left(\frac{q}{4\pi \times r^2} \right) \xrightarrow{(1)} \sigma' = 4\sigma$$

$$\sigma' = 4\sigma$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه های ۲۹ و ۳۰)

در شکل بالا، چون هر دو بار منفی اند، جهت خطوط میدان به سمت آن هاست. در ضمن به دلیل یکسان بودن اندازه بارها، شکل متقارن بوده و تراکم خطوط میدان در اطراف دو بار، یکسان است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه های ۱۷ و ۲۱)

۱۰۶- گزینه «۱»

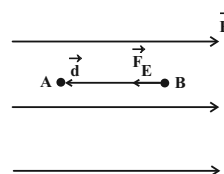
(کتاب اول)

ابتدا با استفاده از رابطه $|\Delta V| = Ed$ ، اندازه میدان الکتریکی یکنواخت را به دست می آوریم:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow E = \frac{|\Delta V|}{d} \xrightarrow{|\Delta V|=15V, d=25cm=25 \times 10^{-2}m}$$

$$E = \frac{15}{25 \times 10^{-2}} = \frac{1500}{25} = 60 \frac{V}{m} \text{ یا } \frac{N}{C}$$

طبق شکل زیر، چون بار ذره منفی است، نیروی وارد بر آن در خلاف جهت میدان است و در نتیجه زاویه بین نیروی $\vec{F}_E$ و جابه جایی $\vec{d}$ ، برابر با صفر می شود. طبق قضیه کار- انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E = \Delta K$$

$$\Rightarrow \Delta K = |q| Ed \cos \theta \xrightarrow{q=-1/4 \mu C=-1/4 \times 10^{-6}C, E=60 \frac{N}{C}, d=25cm=25 \times 10^{-2}m, \theta=180^\circ \Rightarrow \cos \theta=-1}$$

$$\Delta K = 1/4 \times 10^{-6} \times 60 \times 25 \times 10^{-2} \times 1 \Rightarrow \Delta K = +21 \times 10^{-6} J \Rightarrow \Delta K = +21 \mu J$$

توجه داشته باشید که چون در سؤال از نیروی وزن و نیروهای اتلافی صرف نظر شده است، تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی بوده و $W_t = W_E$ است.

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه های ۲۱ و ۲۷)

۱۰۷- گزینه «۴»

(کتاب اول)

می دانیم که هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش پیدا می کند. با استفاده از رابطه $|\Delta V| = Ed$ داریم:

$$|\Delta V| = Ed \xrightarrow{\Delta V < 0} \Delta V = -Ed \Rightarrow V_f - V_i = -Ed \xrightarrow{V_i=100V, E=700 \frac{N}{C}, d=25cm=25 \times 10^{-2}m} V_f - 100 = -700 \times 25 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow V_f - 100 = -1750 \Rightarrow V_f = -1650$$

(فیزیک ۲- الکتریسیته ساکن- صفحه های ۲۳ و ۲۷)

(معمدهای شریفی)

۱۱۵- گزینه «۳»

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:

$2\text{KMnO}_4(\text{s}) \rightarrow \text{K}_2\text{MnO}_4(\text{s}) + \text{MnO}_2(\text{s}) + \text{O}_2(\text{g})$
باید توجه داشته باشیم که ظرف واکنش سرباز است و اگر ماده‌ای گازی تولید شود، از ظرف خارج شده و باعث کاهش جرم مخلوط واکنش می‌شود، پس در این واکنش ۶/۴ گرم گاز O_2 تولید و از ظرف خارج شده است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$79\text{gKMnO}_4 \times \frac{P}{100} \times \frac{1\text{mol KMnO}_4}{158\text{gKMnO}_4} \times \frac{1\text{mol O}_2}{2\text{mol KMnO}_4} \times \frac{32\text{gO}_2}{1\text{mol O}_2} = 6/4\text{gO}_2 \Rightarrow P = \%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(هاری عباری)

۱۱۶- گزینه «۱»

در قدم اول معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:

$3\text{NaOH}(\text{aq}) + \text{FeCl}_3(\text{aq}) \rightarrow 3\text{NaCl}(\text{aq}) + \text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$
قدم دوم: اکنون برای محاسبه رسوب تشکیل شده می‌توان نوشت:
(رسوب همان $\text{Fe}(\text{OH})_3$ است)

$$\text{gFe}(\text{OH})_3 = 25.0\text{mLNaOH} \times \frac{1\text{L}}{1000\text{mL}} \times \frac{2\text{mol NaOH}}{1\text{L NaOH}} \times \frac{1\text{mol Fe}(\text{OH})_3}{3\text{mol NaOH}} \times \frac{107\text{g Fe}(\text{OH})_3}{1\text{mol Fe}(\text{OH})_3}$$

$$\times \frac{90}{100} \approx 16\text{g Fe}(\text{OH})_3$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(قادر باقاری)

۱۱۷- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: غلظت گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی آن‌ها، بیشتر است.
گزینه «۲»: آهنک مصرف و استخراج فلز با آهنک بازگشت فلز به طبیعت به شکل سنگ معدن یکسان نیست.
گزینه «۴»: بازیافت فلزها چند ویژگی دارد:
• ردپای CO_2 را کاهش می‌دهد.
• باعث کاهش سرعت گرمایش جهانی می‌شود.
• گونه‌های زیستی کمتری را از بین می‌برد.
• به توسعه پایدار کشور کمک می‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

(ایمان حسین‌نژاد)

۱۱۸- گزینه «۱»

مطابق متن کتاب درسی کلمات «کربن» و «غلیظ» جای خالی عبارت‌های داده شده را به درستی تکمیل می‌کنند.
(شیمی ۲- مشابه نمونه سؤال امتحانی- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(ایمان حسین‌نژاد)

۱۱۹- گزینه «۲»

امروزه نفت خام در دنیای کنونی دو نقش اساسی ایفا می‌کند. نقش نخست آن، منبع تأمین انرژی بوده و در نقش دوم، ماده اولیه برای تهیه بسیاری از مواد و کالاهایی است که در صنایع گوناگون از آن‌ها استفاده می‌شود.
(شیمی ۲- مشابه نمونه سؤال امتحانی- صفحه ۳۰)

(ایمان حسین‌نژاد)

۱۲۰- گزینه «۱»

هر دو عبارت داده شده، درست هستند.

(شیمی ۲- مشابه نمونه سؤال امتحانی- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

شیمی (۲) - نگاه به آینده

(منصور سلیمانی ملکان)

۱۱ Na سدیم ۲۲/۹۹	۱۲ Mg منیزیم ۲۴/۳۱	۱۳ Al آلومینیم ۲۶/۹۸	۱۴ Si سیلیسیم ۲۸/۰۹	۱۵ P فسفر ۳۰/۹۷	۱۶ S گوگرد ۳۲/۰۷	۱۷ Cl کلر ۳۵/۴۵	۱۸ Ar آرگون ۳۹/۹۵
---------------------------	-----------------------------	-------------------------------	------------------------------	--------------------------	---------------------------	--------------------------	----------------------------

پاسخ صحیح پرسش‌ها:

آ) این عناصر باید فلز و شبه‌فلز باشند، پس ۴ عنصر Al ، Mg ، Na و Si دارای سطحی درخشان هستند.
ب) از سیلیسیم تا کلر عناصری هستند که الکترون به اشتراک می‌گذارند. آرگون گاز بی‌اثر بوده و پایدار می‌باشد و میل به انجام واکنش ندارد.
پ) عناصر گروه دو، همگی فلز هستند و اغلب آن‌ها در واکنش با عناصر دیگر، الکترون از دست می‌دهند. (Be تمایل به از دست دادن الکترون ندارد).
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

(منصور سلیمانی ملکان)

۱۱۲- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به نمودار صفحه ۱۳ کتاب درسی در دوره سوم جدول دوره‌ای دو عنصری که تفاوت شعاع اتمی آن‌ها اندک است، نافلز هستند. لذا برای تشکیل پیوند با یکدیگر الکترون به اشتراک می‌گذارند.
گزینه «۲»: با توجه به نمودار صفحه ۱۳ کتاب درسی در دوره سوم تفاوت شعاع اتمی بین فلزات بیشتر از تفاوت شعاع اتمی بین نافلزات است.
گزینه «۴»: در یک دوره از جدول دوره‌ای، واکنش‌پذیری فلزات قلبایی از فلزات قلبایی خاکی بیشتر است.
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۳)

(یاسر راش)

۱۱۳- گزینه «۴»

بررسی عبارت‌ها:

آ) در شرایط یکسان، عنصر فلزی $\text{A}(\text{Na})$ ، فعالیت شیمیایی بیشتری از عنصر فلزی $\text{G}(\text{Cu})$ دارد.
ب) عنصر فلزی $\text{E}(\text{K})$ ، در مقایسه با عنصر فلزی $\text{A}(\text{Na})$ در واکنش با گاز کلر نور و گرمای بیشتری آزاد می‌کند.
پ) اغلب ترکیب‌های عناصر دسته d رنگی‌اند. عنصر فلزی $\text{F}(\text{Cr})$ نیز به دسته d تعلق دارد.
ت) هر چه شعاع اتمی کمتر باشد، میزان تمایل نافلز برای گرفتن الکترون بیشتر است. در نتیجه خصلت نافلزی آن افزایش یافته و با توجه به جدول صفحه ۱۴ کتاب درسی، به دلیل خصلت نافلزی زیاد فلوئور، حتی در دمای 20°C نیز با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ و ۲۰)

(علیرضا بیانی)

۱۱۴- گزینه «۲»

در لایه سوم کاتیون X^{3+} ، ۱۳ الکترون وجود دارد. یعنی:
 $\text{X}^{3+} : 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^5 \rightarrow \text{X} : [18\text{Ar}] 3d^6 4s^2$
عنصر موردنظر Fe ۲۶ می‌باشد.
بررسی گزینه‌ها:

۱) تعداد الکترون‌های لایه آخر Fe ، برابر ۲ بوده، در صورتی که در لایه آخر Kr ، ۸ الکترون وجود دارد.
۲) آهن بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون دارد.
۳)

$\text{FeCl}_3(\text{aq}) + 3\text{NaOH}(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s}) + 3\text{NaCl}(\text{aq})$
محلول بی‌رنگ رسوب قرمز قهوه‌ای محلول بی‌رنگ محلول زردرنگ
۴) واکنش‌پذیری فلزات قلبایی از همه عناصر فلزی هم دوره خود بیشتر است.
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم- صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)