دفترچه پاسخ

آزمون جامع ۲۲ خرداد ۱۴۰۵

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	ریاضی‌پایه و حسابان ۲	محمدمصطفی ابراهیمی-شاهین پروازی-علی پسندیده-روح‌اله حسنی-بابک سادات-علی سلامت-سامان سلامیان علی‌اصغر شریفی-حمید علیزاده-سیدسپهر متولیان-حامد معنوی-علی مقدم‌نیا-میلاد منصوری-سروش موئینی غلامرضا نیازی-فرهاد وفایی-شهرام ولایی
	هندسه و آمارو ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-عباس الهی-علی پسندیده-روح‌اله حسنی-افشین خاصه‌خان-محمد خندان محمد شاه‌محمدی-علیرضا شریف‌خطیبی-عزیزاله علی‌اصغری-مهرداد ملوندی-محمد ناری‌ابیانه
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل‌ارجمندی-میثم دشتیان محمدعلی راست‌پیمان-سعید طاهری‌بروجنی-محمدجواد غلامی-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی سیدعلی میرنوری-میلاد نقوی-مصطفی واثقی
	شیمی	جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-مسعود جعفری-حمید ذبحی-فرزاد رضایی-روزبه رضوانی-ندا سیفی‌زاده آترین صبا-امیرحسین طیبی-رسول عابدینی‌زواره-میلاد عزیزی-محمد عظیمیان‌زواره-علیرضا کیانی‌دوست مجتبی محجوب-حسین ناصری‌ثانی-فرزاد نجفی‌کرمی-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی‌پایه وحسابان ۲	هندسه و آمارو ریاضیات‌گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	مجتبی محجوب
گروه ویراستاری	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	امیرحسین ابومحبوب مهرداد ملوندی	حسین بصیر ترکمبور زهره آقامحمدی	احسان پنجه‌شاهی امیرحسین توحیدی
ویراستاران رتبه برتر	آرین غلامی سینا صالحی	آرین غلامی	سینا صالحی	آترین صبا
مسئول درس	سیدسپهر متولیان	محمد خندان	حسام نادری	مجتبی محجوب
مستندسازی	سمیه اسکندری	سجاد سلیمی	ابراهیم نوری	علیرضا نجفی
ویراستاران مستندسازی	سجاد سلیمی-معصومه صنعت‌کار-مهسا محمدنیا-پارسا باتقوا فرشته کمبرانی		امیرعباس محمدی سجاد بهارلویی مهدی صالحی	فاطمه الهی رزیتا حبیب‌اله دانیال نجیب‌زاده

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: علیرضا همایون‌خواه
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۳»** *(سامان سلامیان)*

طبق جدول زیر، جملهٔ عمومی دنباله به صورت مقابل است: $a_n = ۳^{n-۱} + ۱$

$a_۱$	$a_۲$	$a_۳$	$a_۴$	$a_۵$		a_n
۲	۴	۱۰	۲۸	۸۲	...	$۳^{n-۱}+۱$
$۳^۰+۱$	$۳^۱+۱$	$۳^۲+۱$	$۳^۳+۱$	$۳^۴+۱$		

$$a_{۵۰} - a_{۴۹} = (۳^{۴۹}+۱) - (۳^{۴۸}+۱)$$

$$= ۳^{۴۹} - ۳^{۴۸} = (۳-۱)\times ۳^{۴۸} = ۲\times ۳^{۴۸}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(میلاد منصوری)*

هر عبارت را به صورت جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{۲۷}-\sqrt{۸}}{۵+\sqrt{۶}} = \frac{\sqrt{۲۷}-\sqrt{۸}}{(\sqrt{۳})^۲+(\sqrt{۲})^۲+\sqrt{۳}\times\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}$$

$$= \frac{(\sqrt{۲۷}-\sqrt{۸})\times(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})}{\sqrt{۲۷}-\sqrt{۸}} = \sqrt{۳}-\sqrt{۲}$$

$$(\sqrt[۴]{۹}-۱)^{-۱} = (\sqrt{۳}-۱)^{-۱} = \frac{۱}{\sqrt{۳}-۱}\times\frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{\sqrt{۳}+۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲(\sqrt[۴]{۹}-۱)^{-۱} = \sqrt{۳}+۱$$

بنابراین عبارت داده شده به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\sqrt{۲۷}-\sqrt{۸}}{۵+\sqrt{۶}} - ۲(\sqrt[۴]{۹}-۱)^{-۱} = \sqrt{۳}-\sqrt{۲}-\sqrt{۳}-۱ = -\sqrt{۲}-۱$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۷)

۳- **گزینهٔ «۲»** *(روح‌اله حسنی)*

برای این‌که نمودار تابع سهمی فقط از نواحی اول و دوم نگذرد، باید $f(x) \le ۰$ باشد، یعنی $\Delta \le ۰$ و ضریب $x^۲$ منفی باشد.

پس داریم:

۱) $\Delta \le ۰ \Rightarrow (m-۲)^۲ - ۴(-\frac{m}{۴})(۳-\frac{۱۰}{m}) \le ۰$

$$\Rightarrow m^۲ - ۴m + ۴ + ۳m - ۱۰ \le ۰$$

$$\Rightarrow m^۲ - m - ۶ \le ۰ \Rightarrow -۲ \le m \le ۳$$

۲) $-\frac{m}{۴} < ۰ \Rightarrow m > ۰$

در نتیجه $۰ < m \le ۳$ می‌باشد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴- **گزینهٔ «۱»** *(علی مقدم‌نیا)*

اگر زمان لازم برای تخلیهٔ تانکر توسط شیر سوم را t درنظر بگیریم، زمان مورد نیاز برای تخلیهٔ تانکر توسط شیر دوم، $\frac{۵}{۴}t$ می‌باشد و بر طبق اطلاعات مسئله داریم:

$$\frac{۱}{۲۰} + \frac{۱}{\frac{۵}{۴}t} + \frac{۱}{t} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۹}{۵t} = \frac{۹}{۲۰} \Rightarrow t = ۴$$

بنابراین در مدت ۴ ساعت کل حجم تانکر توسط شیر سوم تخلیه می‌شود.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۵- **گزینهٔ «۴»** *(حمید علیزاده)*

اولاً قطرهای لوزی بر هم عمودند، بنابراین:

$$y = (۶k+۲)x + ۱۰ \Rightarrow m = ۶k+۲$$

$$(۳k+۳)y = -x - ۲۸ \Rightarrow y = \frac{-۱}{۳k+۳}x - \frac{۲۸}{۳k+۳}$$

$$\Rightarrow m' = \frac{-۱}{۳k+۳}$$

شرط عمود بودن: $m = -\frac{۱}{m'}$

$$\Rightarrow ۶k+۲ = ۳k+۳ \Rightarrow ۳k = ۱ \Rightarrow k = \frac{۱}{۳}$$

حال نقطهٔ تلاقی دو قطر را می‌یابیم:

$$\begin{cases} y = ۴x + ۱۰ \\ y = -\frac{۱}{۴}x - ۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴x + ۱۰ = -\frac{۱}{۴}x - ۷ \Rightarrow \frac{۱۷}{۴}x = -۱۷ \Rightarrow x = -۴$$

حال عرض نقطه را به دست می‌آوریم:

$$y = ۴(-۴) + ۱۰ = -۶$$

نقطهٔ تلاقی دو قطر: $M(-۴, -۶)$

تلاشی در مسیر موفقیت

در لوزی، محل تلاقی دو قطر، همان مرکز تقارن لوزی است، پس نقطهٔ $(-۶,-۴)$ مرکز تقارن لوزی است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۶- **گزینهٔ «۱»** (غلامرضا نیازی)

مطابق شکل داریم:

$$\text{شیب خط} = -\frac{۱}{۲} \xrightarrow{(۰,۲)\in f} f: y-۲ = -\frac{۱}{۲}(x-۰)$$

$$\xrightarrow{\times(-۲)} -۲y+۴ = x \Rightarrow f^{-۱}: y = -۲x+۴$$

$$y = ۳f^{-۱}(x-۱)+۲ = ۳(-۲(x-۱)+۴)+۲ = -۶x+۲۰$$

$$\xrightarrow{x=۰} y = ۲۰ \quad \text{(عرض از مبدا)}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۷- **گزینهٔ «۳»** (علی سلامت)

مساحت سطح‌های محدود به نمودار توابع f و g با محور xها را به ترتیب S_f و S_g می‌نامیم. داریم: $S_f = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۷+۳}{۲}\times ۳ = ۱۵$

برای رسم نمودار تابع g (بدون در نظر گرفتن انتقال سه واحد به راست)، طول نقاط تابع f را بر ۵ تقسیم و عرض نقاط را در ۲ ضرب می‌کنیم. یعنی طول قاعده‌های ذوزنقه $\frac{۱}{۵}$ و ارتفاع آن ۲ برابر می‌شود. می‌توانیم بگوییم:

$$S_g = ۲\times\frac{۱}{۵}S_f = \frac{۲}{۵}S_f = \frac{۲}{۵}\times ۱۵ = ۶$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۲)

۸- **گزینهٔ «۱»** (شاهین پروازی)

با توجه به تعریف تابع وارون می‌دانیم که اگر $x = f^{-۱}(۱۲۴)$ آنگاه $f(x) = ۱۲۴$. بنابراین:

$$(۳^x)^۳ + ۳\times(۳^x)^۲ + ۳\times(۳^x) = ۱۲۴ \Rightarrow (۳^x+۱)^۳ = ۱۲۵$$

$$\Rightarrow ۳^x+۱ = ۵ \Rightarrow ۳^x = ۴ \Rightarrow x = \log_۳^۴$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۹- **گزینهٔ «۱»** (سروش موئینی)

$$۱+\cot^۲ x = \frac{۱}{\sin^۲ x} \Rightarrow \sqrt{۱+\cot^۲ x} = \frac{۱}{|\sin x|} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \frac{۱}{\sin x}$$

$$\sqrt{۱-\sin^۲ x} = \sqrt{\cos^۲ x} = |\cos x| \xrightarrow{\text{ربع دوم}} -\cos x$$

پس جواب برابر می‌شود با: $\frac{۱-\cos x}{\sin x} = \frac{۱}{\sin x} - \cot x$

(ریاضی ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** (سروش موئینی)

عبارت داده شده را به صورت $\cot^۲ ۱۵^\circ - \tan^۲ ۱۵^\circ$ نیز می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \cot\alpha+\tan\alpha = \frac{۲}{\sin ۲\alpha} & (۱) \\ \cot\alpha-\tan\alpha = ۲\cot ۲\alpha = ۲\frac{\cos ۲\alpha}{\sin ۲\alpha} & (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)\times(۲)} \cot^۲\alpha - \tan^۲\alpha = \frac{۴\cos ۲\alpha}{\sin^۲ ۲\alpha}$$

$$\xrightarrow{\alpha=۱۵^\circ\Rightarrow ۲\alpha=۳۰^\circ} \frac{۴(\frac{\sqrt{۳}}{۲})}{(\frac{۱}{۲})^۲} = ۸\sqrt{۳}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** (سیدسپهر متولیان)

ابتدا ضابطهٔ تابع داده شده را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = b + a\sin(\frac{\pi}{۴}-x)\cos(\frac{\pi}{۲}-(\frac{\pi}{۴}+x))$$

$$\Rightarrow f(x) = b + a\sin(\frac{\pi}{۴}-x)\cos(\frac{\pi}{۴}-x)$$

$$\Rightarrow f(x) = b + \frac{a}{۲}\sin(\frac{\pi}{۲}-۲x) = b + \frac{a}{۲}\cos(۲x)$$

حال مقادیر روی نمودار را با ضابطهٔ به دست آمده تطبیق می‌دهیم.

$$\begin{cases} y_{max} = b+|\frac{a}{۲}| = ۳ \\ y_{min} = b-|\frac{a}{۲}| = -۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = ۱ \\ |\frac{a}{۲}| = ۲ \Rightarrow |a| = ۴ \end{cases}$$

قلم‌چی | بنیاد علمی آموزشی | آموزش‌بوک | تلاش و مسیر موفقیت

با توجه به این‌که تابع در سمت راست مبدأ صعودی است، a منفی بوده و برابر ۴- است.

$$f(x)=1-2\cos(2x)\Rightarrow f(\frac{17\pi}{6})=1-2\cos(\frac{17\pi}{3})=0$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** (سیدسپهر متولیان)

ابتدا معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\sin x\sin 2x+\frac{1}{1+\tan^2 x}=1\Rightarrow 2\sin^2 x\cos x+\cos^2 x=1$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x\cos x-(1-\cos^2 x)=0\Rightarrow \sin^2 x(2\cos x-1)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=0\Rightarrow x=k\pi\\ \cos x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}\end{cases}$$

حال جواب‌های داخل بازهٔ $[\pi,3\pi]$ را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow\begin{cases}x=k\pi\Rightarrow x=\pi,2\pi,3\pi\\ x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{5\pi}{3},\frac{7\pi}{3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow S=\pi+2\pi+3\pi+(\frac{5\pi}{3}+\frac{7\pi}{3})=10\pi$$

توجه: در ساده کردن عبارت سوال از روابط زیر استفاده کرده‌ایم:

$$\sin 2x=2\sin x\cos x\quad,\quad \frac{1}{1+\tan^2 x}=\cos^2 x$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** (حامد معنوی)

اولاً نقطهٔ $(-4,0)$ متعلق به f بوده، پس عدد ثابت صورت کسر برابر ۴- است:

$$c=-4$$

ثانیاً در نقطه به طول ۱-، حفره‌ای با مقدار حدی ۱۲- داریم، یعنی $x=-1$ ریشهٔ مشترک صورت و مخرج کسر است. بنابراین عبارت صورت به ازای $x=-1$ صفر است:

$$-2(-1)^3+a(-1)^2+b(-1)+c=0\Rightarrow a-b=2$$

همچنین حد تابع در $x=-1$ برابر ۱۲- است:

$$\lim_{x\to -1}\frac{-2x^3+ax^2+(a-2)x-4}{x+1}$$

$$=\lim_{x\to -1}(-2x^2+(a+2)x-4)=-a-8$$

$$\Rightarrow -a-8=-12\Rightarrow a=4\Rightarrow b=2$$

در نهایت داریم:

$$a+2b+c=4$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۱۴- **گزینهٔ «۲»** (شهرام ولایی)

$$x\to 1^+\Rightarrow [x]=1$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{1-\sin\frac{\pi}{2}x}{\cos^2\frac{\pi}{2}x}=\frac{0}{0}$$ مبهم

از رابطهٔ $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$، داریم:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{1-\sin\frac{\pi}{2}x}{\cos^2\frac{\pi}{2}x}=\lim_{x\to 1^+}\frac{1-\sin\frac{\pi}{2}x}{1-\sin^2\frac{\pi}{2}x}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{1-\sin\frac{\pi}{2}x}{(1-\sin\frac{\pi}{2}x)(1+\sin\frac{\pi}{2}x)}=\frac{1}{2}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** (فرهاد وفایی)

$$\lim_{x\to 0^+}f(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2-2x}{x^2+x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x(x-2)}{x(x+1)}=-2$$

$$\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2+2x}{x^2-x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{x(x+2)}{x(x-1)}=-2$$

و چون شرط پیوستگی در نقطهٔ $x=0$، آن است که

$$\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^+}f(x)=f(0)$$، پس $a=f(0)=-2$.

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۸)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(بابک سادات)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) حد شاخهٔ سمت چپ در $x=۲$، $+\infty$ است.

۲) زمانی که $x \to +\infty$، منحنی به خط $y=۱$ نزدیک می‌شود.

۳) $$\lim_{x\to ۰}\frac{f(۲x+۴)}{|f(x)-۲|-۱}=\frac{۳}{۱^{-}-۱}=\frac{۳}{۰^{-}}=-\infty$$

۴) زمانی که $x \to -\infty$، داریم $\frac{۱}{x}\to ۰^{-}$ و در نتیجه $\lim_{x\to ۰^{-}} f(x)=۳$.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی، حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۶۹)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(علی اصغر شریفی)*

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=f'(۲)$$

$$f(x)=\frac{\sqrt{۲x}}{x^{۲}+۱}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{\left(\frac{۲}{۲\sqrt{۲x}}\right)\left(x^{۲}+۱\right)-(۲x)\left(\sqrt{۲x}\right)}{\left(x^{۲}+۱\right)^{۲}}$$

$$\Rightarrow f'(۲)=\frac{\left(\frac{۱}{۲}\right)(۵)-(۴)(۲)}{۲۵}=\frac{\frac{-۱۱}{۲}}{۲۵}=\frac{-۱۱}{۵۰}=\frac{-۲۲}{۱۰۰}=-۰/۲۲$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۹۶)

۱۸- **گزینهٔ «۳»** *(علی پسندیده)*

ابتدا معادلهٔ خط مماس را نوشته و سپس عرض از مبدأ آن را به دست می‌آوریم:

$$A(۲,\alpha)\in f(x)\Rightarrow f(۲)=\frac{۲(۲)+۲}{۲}=۳$$

$$f'(x)=\frac{۲\sqrt{۲x}-\frac{۲}{۲\sqrt{۲x}}(۲x+۲)}{۲x}$$

$$\Rightarrow f'(۲)=\frac{۲(۲)-\frac{۱}{۲}(۴+۲)}{۴}=\frac{۱}{۴}$$

معادلهٔ خط مماس: $y-۳=\frac{۱}{۴}(x-۲)$

$$\xrightarrow{\text{عرض از مبدأ: } x=۰} y-۳=-۰/۵\Rightarrow y=۲/۵$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۹۷)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$f(x)=۲x\sqrt{x}-x^{۲}\Rightarrow f'(x)=۲\sqrt{x}+\frac{۲x}{۲\sqrt{x}}-۲x=۰$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{x}+\sqrt{x}=۲x\Rightarrow ۳\sqrt{x}=۲x\xrightarrow{\text{توان ۲}}۹x=۴x^{۲}$$

$$\Rightarrow ۴x^{۲}-۹x=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\notin[۱,۴]\\ x=\frac{۹}{۴}\quad\checkmark\end{cases}$$

ماکزیمم مطلق تابع را در فاصلهٔ $[۱,۴]$ می‌خواهیم. مقدار تابع را در نقاط بحرانی‌اش پیدا می‌کنیم:

$$f(۱)=۲-۱=۱$$

$$f(۴)=۱۶-۱۶=۰$$

$$f(\frac{۹}{۴})=۲(\frac{۹}{۴})(\frac{۳}{۲})-(\frac{۹}{۴})^{۲}=\frac{۱۰۸-۸۱}{۱۶}=\frac{۲۷}{۱۶}$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

نقطهٔ $A(۱,۱)$ ماکزیمم نسبی تابع $f(x)=\frac{ax}{bx^{۲}+۱}$ است، پس در ضابطهٔ تابع صدق می‌کند:

$$f(۱)=۱\Rightarrow\frac{a}{b+۱}=۱\Rightarrow a=b+۱\qquad(۱)$$

همچنین مشتق در این نقطه برابر صفر است:

$$f'(x)=\frac{a(bx^{۲}+۱)-۲bx(ax)}{(bx^{۲}+۱)^{۲}}\xrightarrow{\text{صورت}=۰}abx^{۲}+a-۲abx^{۲}=۰$$

$$\Rightarrow a-abx^{۲}=۰\Rightarrow a(۱-bx^{۲})=۰\xrightarrow[a\neq ۰]{x=۱}۱-b=۰$$

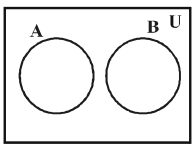
$$\Rightarrow b=۱\xrightarrow{(۱)}a=۲\Rightarrow ۲a-b=۳$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۲۶ و ۱۳۷ تا ۱۴۴)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(علی پسندیده)*

از آن‌جا که $A \subseteq B'$، نتیجه می‌شود $B \subseteq A'$ و $A \cap B = \varnothing$، یعنی دو مجموعهٔ A و B جدا از هم هستند. با توجه به نمودار ون، حاصل عبارت برابر است با:



$$\underbrace{([B' - \underbrace{(B \cap A')}_{B}]}_{B'} \cap (B' \cup A')) \cup \underbrace{(A \cap B)}_{\varnothing}$$

$$= B' \cap (B' \cup A') \overset{\text{جذب}}{=\!=} B'$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۳۰)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

گزارهٔ دوشرطی $(\sim q \Leftrightarrow p)$ به صورت زیر می‌شود:

$$(\sim q \Leftrightarrow p) \equiv (\sim q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$$

$$\equiv (\sim(\sim q) \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \quad (*)$$

به دلیل وجود ترکیب فصلی $(p \vee q)$ در عبارت بالا، گزارهٔ مورد نظر سوال به صورت زیر می‌شود:

$$\underbrace{(\sim q \Leftrightarrow p)}_{(*)} \wedge (p \vee q) \equiv \underbrace{(p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)}_{(*)}$$

حال نشان می‌دهیم $(\sim q \Leftrightarrow p)$ هم‌ارز منطقی گزارهٔ $\sim (p \Leftrightarrow q)$ است:

$$(\sim q \Leftrightarrow p) \equiv (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

$$\xrightarrow{\text{توزیع‌پذیری}} \equiv [(p \vee q) \wedge \sim p] \vee [(p \vee q) \wedge \sim q]$$

$$\equiv [\underbrace{(p \wedge \sim p)}_{F} \vee (q \wedge \sim p)] \vee [(p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_{F}]$$

$$\equiv (q \wedge \sim p) \vee (p \wedge \sim q) \equiv \sim (p \vee \sim q) \vee \sim (q \vee \sim p)$$

$$\xrightarrow{\text{دمورگان}} \equiv \sim [\underbrace{(p \vee \sim q)}_{q \Rightarrow p} \wedge \underbrace{(q \vee \sim p)}_{p \Rightarrow q}] \equiv \sim (p \Leftrightarrow q)$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۱)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

میانگین نمونه: $\bar{x} = \frac{5+7+4+8}{4} = 6$

اگر $\bar{x}$ و n به‌ترتیب میانگین و اندازهٔ نمونه و σ انحراف معیار جامعه باشد، آنگاه میانگین جامعه با اطمینان بیش از ۹۵ درصد در بازهٔ $[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}]$ قرار دارد، بنابراین حداقل مقدار برآورد شده برای میانگین جامعه براساس این نمونه برابر است با:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = 6 - \frac{2 \times 0/5}{\sqrt{4}} = 6 - 0/5 = 5/5$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۲۴- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌طبیی)*

فرض کنید پیشامدهای A و B به‌ترتیب به‌صورت «بازیکن اول بلندتر از بازیکن دوم باشد.» و «بازیکن دوم کوتاه‌قدترین بازیکن تیم باشد.» تعریف شوند. در این‌صورت داریم:

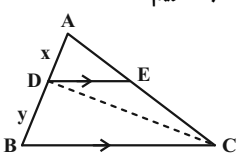
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

تذکر: $P(A) = \frac{1}{2}$ است، چون بین دو بازیکن اول و دوم، احتمال بلندقدتر بودن یک بازیکن برابر دیگری است. همچنین پیشامد B، زیرمجموعهٔ پیشامد A است، بنابراین $A \cap B = B$ است.

(آمار و احتمال- احتمال؛ مشابه مثال صفحهٔ ۵۱)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(مهرداد ملوندی)*

راه‌حل اول: طول پاره‌خط‌های AD و DB را به ترتیب x و y و همچنین مساحت مثلث ABC را برابر S در نظر می‌گیریم. چون $DE \parallel BC$، پس طبق قضیهٔ اساسی تشابه داریم:



$$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = (\frac{x}{x+y})^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{\frac{4}{S}} = \frac{x}{x+y} \qquad (1)$$

از طرفی دو مثلث BDC و ABC در ارتفاع خارج شده از رأس C مشترک‌اند، پس:

$$\frac{S_{BDC}}{S_{ABC}} = \frac{y}{x+y} \Rightarrow \frac{15}{S} = \frac{y}{x+y} \qquad (2)$$

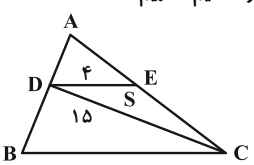
$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x+y} = \frac{2}{\sqrt{S}} + \frac{15}{S} = 1$$

$$\xrightarrow{\times S} S - 2\sqrt{S} - 15 = 0 \Rightarrow (\sqrt{S} - 5)(\sqrt{S} + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{S} = 5 \Rightarrow S_{ABC} = S = 25 \\ \sqrt{S} = -3 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{DEC} = S_{ABC} - S_{ADE} - S_{BDC} = 25 - 4 - 15 = 6$$

راه‌حل دوم: مساحت مثلث DEC را S درنظر گرفته و مساحت دو مثلث دیگر را نیز در شکل نوشته‌ایم. داریم:



ارتفاع مشترک: $\frac{S_{ADE}}{S_{DEC}} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{4}{S} = \frac{AE}{EC}$ (۱)

ارتفاع مشترک: $\frac{S_{ADC}}{S_{BDC}} = \frac{AD}{DB} \Rightarrow \frac{4+S}{15} = \frac{AD}{DB}$ (۲)

چون $DE \parallel BC$ طبق قضیهٔ تالس، تساوی‌های (۱) و (۲) با هم برابر است:

$$\frac{۴}{S}=\frac{۴+S}{۱۵} \Rightarrow \underbrace{S^۲+۴S-۶۰}_{(S+۱۰)(S-۶)}=۰ \xrightarrow{S>۰} S=۶$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۷)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(روح‌اله حسنی)*

فرض سوال را طبق رابطهٔ تعداد اضلاع و قطرهای یک n ضلعی می‌نویسیم:

$$\frac{۲n(۲n-۳)}{۲}=۲(n+۱+\frac{(n+۱)(n-۲)}{۲})$$

$$\Rightarrow n^۲-۴n=۰ \Rightarrow \begin{cases} n=۰ \text{ غ ق ق} \\ n=۴ \end{cases} \Rightarrow ۲n=۸$$

مجموع زوایای داخلی یک m ضلعی برابر $(m-۲)\times ۱۸۰^\circ$ است، پس:

مجموع زوایای داخلی هشت‌ضلعی $=(۸-۲)\times ۱۸۰^\circ=۱۰۸۰^\circ$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۵۵)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(اسحاق اسفندیار)*

برای اینکه نمای راست به شکل مذکور باشد، کافی است ۳ مکعب کوچک بالاترین ردیف، تمام ۶ مکعب کوچک ردیف دوم از بالا و ۳ مکعب کوچک میانی در نمای راست که در ردیف سوم از بالا قرار دارند را به طور کامل برداریم.

بنابراین حداقل تعداد مکعب‌های برداشته شده، برابر $۱۲=۳+۶+۳$ است.

برای برداشتن بیشترین تعداد مکعب فقط باید پنج مکعب باقی بگذاریم، پس حداکثر تعداد مکعب برداشته شده برابر است با: $۳۰-۵=۲۵$

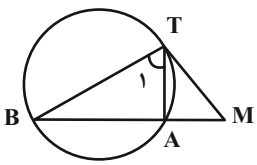
(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

طبق روابط طولی در این دایره داریم:

$$MT^۲=MA\times MB \Rightarrow ۶^۲=۴\times MB$$

$$\Rightarrow MB=۹ \Rightarrow AB=۹-۴=۵$$



مطابق شکل $\hat{T}_۱$ زاویهٔ محاطی روبه‌رو به کمان AB است، پس داریم:

$$\hat{T}_۱=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}=\frac{۱۲۰^\circ}{۲}=۶۰^\circ$$

این دایره، دایرهٔ محیطی مثلث ABT است، پس اگر R شعاع این دایره باشد، طبق قضیهٔ سینوس‌ها داریم:

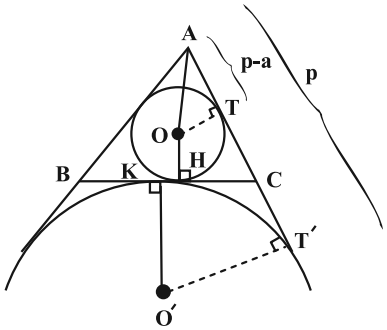
$$\frac{AB}{\sin \hat{T}_۱}=۲R \Rightarrow \frac{۵}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=۲R \Rightarrow R=\frac{۵}{\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}}=\frac{۵\sqrt{۳}}{۳}$$

توجه: در حالتی که $\overset{\frown}{ATB}=۶۰^\circ$ باشد نیز همین جواب به دست می‌آید.

(هندسه ۲- دایره + روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۶۰ تا ۶۳)

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*

مطابق شکل TT' مماس مشترک خارجی و KH مماس مشترک داخلی این دو دایره است. اگر p نصف محیط مثلث ABC باشد، آن‌گاه داریم:



$$TT'=AT'-AT=p-(p-a)=a=۸$$

$$KH=CK-CH=(p-b)-(p-c)=c-b=۵-۴=۱$$

$$\Rightarrow \frac{TT'}{KH}=۸$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

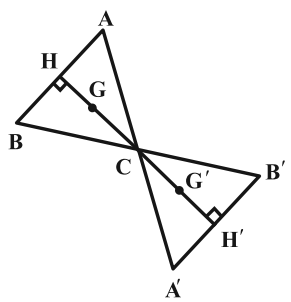
۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(محمد ناری‌ابیانه)*

تجانس غیرهمانی و طولپا، تجانس با نسبت $k=-۱$ است که همان دوران با زاویهٔ ۱۸۰ درجه است. مطابق شکل داریم:

$$CG=\frac{۲}{۳}CH=\frac{۲}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۲\sqrt{۳}=۲$$

با توجه به طولپا بودن این تبدیل می‌توان نوشت:

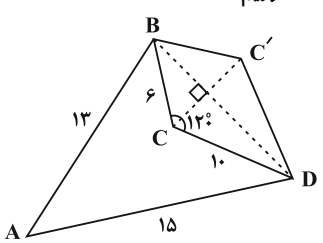
$$CG'=CG=۲ \Rightarrow GG'=CG+CG'=۲+۲=۴$$



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(عباس الهی)*

برای انجام این کار کافی است بازتاب نقطهٔ C را نسبت به خط گذرنده از نقاط B و D به دست آوریم.



با توجه به قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث BCD، طول ضلع BD را به دست می‌آوریم:

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC\times CD\times\cos 120^\circ$$
$$= 6^2 + 10^2 - 2\times 6\times 10\times(-\frac{1}{2}) = 196 \Rightarrow BD = 14$$

مساحت زمین جدید برابر مجموع مساحت دو مثلث ABD و $BC'D$ است. بنابراین طبق قضیهٔ هرون و رابطهٔ سینوسی مساحت داریم:

$$\begin{cases} p_{ABD} = \frac{AB+BD+AD}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21 \\ \Rightarrow S_{ABD} = \sqrt{21\times(21-13)\times(21-14)\times(21-15)} = 84 \\ S_{BC'D} = S_{BCD} = \frac{1}{2}BC\times CD\times\sin 120^\circ \\ = \frac{1}{2}\times 6\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{ABC'D} = S_{ABD} + S_{BC'D} = 84 + 15\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲

+ روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمد خندان)*

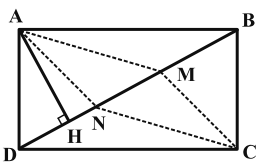
اگر یک نقطه از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، آن نقطه روی نیمساز زاویه قرار دارد، پس نقاط N و M روی نیمساز زوایای A و C واقع هستند.

طبق قضیهٔ نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث ABD داریم:

$$AN \Rightarrow \frac{DN}{NB} = \frac{AD}{AB} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{DN}{DB} = \frac{2}{5}$$

نیمساز است.

به طور مشابه $\frac{BM}{BD} = \frac{2}{5}$ به‌دست می‌آید و در نتیجه داریم:



$$\frac{MN}{BD} = 1 - (\frac{DN}{BD} + \frac{BM}{BD}) = \frac{1}{5}$$

دو مثلث AMN و ABD در ارتفاع AH مشترکند، لذا داریم:

$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABD}} = \frac{MN}{BD} = \frac{1}{5} \Rightarrow S_{AMN} = \frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times 2\times 3 = \frac{3}{5}$$

دو مثلث MCN و AMN همنهشت و لذا هم‌مساحت‌اند و در نتیجه داریم:

$$S_{AMCN} = S_{AMN} + S_{MCN} = 2S_{AMN} = 2\times\frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1/2$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۳۳- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$\vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} = (-1,1,3)$$

$$\begin{cases} \text{تصویر قائم } \vec{u} \text{ بر محور z ها} : \vec{u}_1 = (0,0,3) \Rightarrow |\vec{u}_1| = 3 \\ \text{تصویر قائم } \vec{u} \text{ بر محور y ها} : \vec{u}_2 = (0,1,0) \Rightarrow |\vec{u}_2| = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{u}_1|}{|\vec{u}_2|} = 3$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمد خندان)*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan 7/5^\circ \\ \tan 7/5^\circ & 0 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow I + A = \begin{bmatrix} 1 & -\tan 7/5^\circ \\ \tan 7/5^\circ & 1 \end{bmatrix}$$
$$I - A = \begin{bmatrix} 1 & \tan 7/5^\circ \\ -\tan 7/5^\circ & 1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow (I-A)^{-1} = \frac{1}{1+\tan^2 7/5^\circ}\begin{bmatrix} 1 & -\tan 7/5^\circ \\ \tan 7/5^\circ & 1 \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow (I-A)^{-1}(I+A)$$
$$= \frac{1}{1+\tan^2 7/5^\circ}\begin{bmatrix} 1 & -\tan 7/5^\circ \\ \tan 7/5^\circ & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -\tan 7/5^\circ \\ \tan 7/5^\circ & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \frac{1}{1+\tan^2 7/5^\circ}\begin{bmatrix} \dots & -2\tan 7/5^\circ \\ \dots & 1-\tan^2 7/5^\circ \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \dots & \frac{-2\tan 7/5^\circ}{1+\tan^2 7/5^\circ} \\ \dots & \frac{1-\tan^2 7/5^\circ}{1+\tan^2 7/5^\circ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & -\sin 15^\circ \\ \dots & \cos 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های واقع بر ستون دوم} = \cos 15^\circ - \sin 15^\circ = a$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 - \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \xrightarrow{a>0} a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

توجه: در حل این سوال، از روابط مثلثاتی زیر کمک گرفتیم:

$$\begin{cases} \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta} = \sin 2\theta \ , \ \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} = \cos 2\theta \\ (\cos\theta - \sin\theta)^2 = 1 - \sin 2\theta \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق تعریف دو ماتریس A و B داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} \ , \ B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = (-2)(-8) - (-3)(-4) = 16 - 12 = 4$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -5 \\ -2 & -1 & -3 \\ -4 & -1 & -5 \end{bmatrix}$$

چون سطرهای اول و سوم یکسان هستند، پس دترمینان BA برابر صفر است.

$$\Rightarrow |AB| - |BA| = 4 - 0 = 4$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۲۷ تا ۳۱)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(عزیزاله علی‌اصغری)*

تمامی قطرهای یک دایره از مرکز آن عبور می‌کنند، پس داریم:

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره} : O'(2,-1)$$

این دایره از مبدأ مختصات عبور می‌کند، بنابراین داریم:

$$\text{شعاع دایره} : R = OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{معادلهٔ دایره} : (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

حال محل تقاطع خط $x=1$ را با این دایره به دست می‌آوریم:

$$(1-2)^2 + (y+1)^2 = 5 \Rightarrow (y+1)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1 \\ y_2 = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{طول وتر} : |y_1 - y_2| = 4$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمد خندان)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم هر عدد بر ۹، برابر باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر عدد ۹ است. چون باقی‌ماندهٔ مجموع ارقام این عدد بر ۹ برابر ۲ است، پس باقی‌ماندهٔ تقسیم خود این عدد بر ۹ برابر ۲ است، یعنی:

$$5^{1405} + a \overset{9}{\equiv} 2 \quad (*)$$

$$5^3 \overset{9}{\equiv} -1 \xrightarrow{\text{توان } 468} (5^3)^{468} \overset{9}{\equiv} 1 \Rightarrow 5^{1404} \overset{9}{\equiv} 1$$

$$\Rightarrow 5^{1405} \overset{9}{\equiv} 5 \xrightarrow{(*)} 5^{1405} + a \overset{9}{\equiv} 5 + a \overset{9}{\equiv} 2$$

$$\Rightarrow a \overset{9}{\equiv} -3 \Rightarrow a = 9k - 3 \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

بزرگ‌ترین مقدار دو رقمی برای a، به ازای $k=11$ به دست می‌آید که برابر $a=96$ است. برای محاسبهٔ رقم یکان عدد a^a داریم:

$$96^{96} \overset{10}{\equiv} 6^{96} \overset{10}{\equiv} 6$$

تذکر: رقم یکان عدد 6^n همواره برابر ۶ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

راه‌حل اول: تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این که ۴ خودکار متفاوت را بین ۶ نفر توزیع کنیم با شرط این‌که به هر فرد حداکثر یک خودکار برسد، معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های یک به یک از مجموعه‌ای ۴ عضوی به مجموعه‌ای ۶ عضوی. خودکار اول را به هر یک از ۶ نفر می‌توان اختصاص داد و برای خودکارهای بعدی، هر بار یک نفر از تعداد انتخاب‌ها کم می‌شود، پس تعداد روش‌های انجام این کار برابر است با: $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

حال چون می‌خواهیم به یک فرد خاص حتماً خودکار برسد، تعداد حالت‌هایی که این فرد وجود ندارد را از کل کم می‌کنیم: $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$

در نتیجه جواب نهایی برابر است با: $360 - 120 = 240$

راه‌حل دوم: ابتدا یکی از ۴ خودکار متفاوت را به فرد خاص می‌دهیم که به $\binom{4}{1} = 4$ حالت این کار صورت می‌گیرد. حال باید ۳ خودکار دیگر را بین ۵ نفر باقی‌مانده تقسیم کنیم که تعداد حالات آن نیز برابر می‌شود با:

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

در نتیجه تعداد حالات نهایی توزیع برابر است با: $\binom{4}{1} \times 60 = 240$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه مثال صفحهٔ ۷۸)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد شاه‌محمدی)*

اعداد طبیعی دو رقمی را به صورت زیر افراز می‌کنیم:

$$\{10,60\},\{11,59\},\{12,58\},\ldots,\{33,37\},\{34,36\},\{35\}$$

$$,\{61,62,63,\ldots,99\}$$

بدیهی است اگر اعداد مجموعهٔ $\{61,62,63,\ldots,99\}$ را انتخاب کنیم، مجموع هیچ دو عدد دو رقمی برابر ۷۰ نمی‌شود.

مجموعه اعداد $\{35\},\{34,36\},\ldots,\{11,59\},\{10,60\}$، ۲۶ مجموعه هستند. اگر از هر کدام از این مجموعه‌ها یک عدد انتخاب کنیم، هنوز شرط مسئله برآورده نمی‌شود. اما اگر در بدترین حالت $66 = 1 + 26 + 39$ عدد انتخاب کنیم، مطمئن خواهیم بود که جمع دو عدد ۷۰ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ مشابه تمرین ۱۳ صفحهٔ ۸۴)

۴۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمد خندان)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) اگر در مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال یک رأس درجهٔ ۱ انتخاب شود، نباید رأس مجاور آن انتخاب بشود، پس در مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال نباید رئوس f و g با هم انتخاب شوند.

۲) اولاً برای احاطه‌کردن دو رأس g و h باید رأس f انتخاب شود، ثانیاً هیچ رأسی هر دو رأس d و j را همزمان احاطه نمی‌کند، پس حداقل باید سه رأس انتخاب شوند و مجموعهٔ B که کمترین تعداد عضو را دارد، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است.

۳) در این مجموعه، رأس i توسط هیچ رأسی در این مجموعه احاطه نمی‌شود، پس اصلاً احاطه‌گر نیست.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

فیزیک

۴۱- گزینهٔ «۴» *(میلاد نقوی)*

عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست‌اند.

پ) الزاماً دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال) از ابزارهای مدرج بیشتر نیست.

ت) در نمادگذاری علمی، هر عدد را به‌صورت حاصل ضرب عددی بین یک و ده در توان صحیحی از ۱۰ می‌نویسیم.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۵، ۷ و ۱۲ تا ۱۵)

۴۲- گزینهٔ «۲» *(مصطفی کیانی)*

ابتدا بار الکتریکی هر یک از گوی‌ها را بعد از تماس با هم به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \xrightarrow[q_2 = -6nC]{q_1 = 4nC} q'_1 = q'_2 = \frac{4-6}{2}$$

$$\Rightarrow q'_1 = q'_2 = -1nC$$

اکنون با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\xrightarrow[r' = 25cm]{r = 20cm} \frac{F'}{F} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{20}{25}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{2}{75}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۴۳- گزینهٔ «۴» *(بابک اسلامی)*

ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند. با توجه به این‌که عدد اتمی بیانگر تعداد پروتون‌های داخل هسته است، بنابراین اختلاف تعداد پروتون‌های داخل هسته برای ایزوتوپ‌های یک عنصر برابر با صفر است. از طرفی طبق رابطهٔ $A = Z + N$ و با توجه به ثابت بودن عدد اتمی برای دو ایزوتوپ یک عنصر، اختلاف تعداد نوترون‌های دو هستهٔ ایزوتوپ برابر با اختلاف عدد جرمی آن‌ها است. در نتیجه اختلاف تعداد نوترون‌های این دو ایزوتوپ برابر است با:

$$N' - N = A' - A = 87 - 85 = 2$$

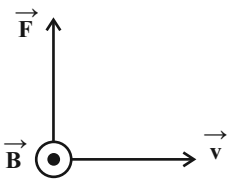
(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۳۹)

۴۴- گزینهٔ «۱» *(مصطفی کیانی)*

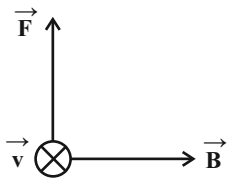
چون بار الکترون منفی است، پس از تعیین جهت نیروی وارد بر آن با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت نیرو را وارون می‌کنیم، یا می‌توان از دست چپ با همان ویژگی‌هایی که برای دست راست به کار می‌بریم، استفاده نمود.

۱) درست، چون الکترون در راستای خط‌های میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، $\theta = 0$ است، در نتیجه بنا به رابطهٔ $F = |q|vB\sin\theta$ ، نیرویی به آن وارد نمی‌شود، لذا به حرکت مستقیم خود ادامه می‌دهد.

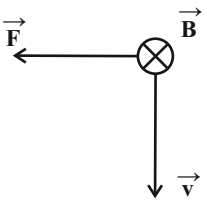
۲) نادرست، با توجه به قاعدهٔ دست راست، باید جهت انحراف به‌طرف بالا باشد.



۳) نادرست، باید جهت انحراف به طرف بالا باشد.



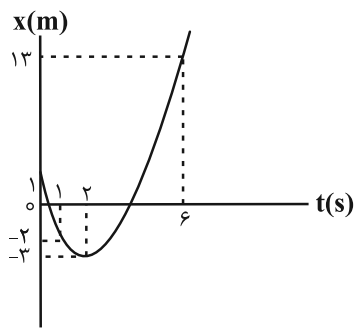
۴) نادرست، باید جهت انحراف به طرف چپ باشد.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۴۵- گزینهٔ «۱» *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

نمودار مکان – زمان حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



برای محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

$$\ell = |-3-(-2)| + |13-(-3)| = 17m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=۳/۴\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\Delta x=۱۳-(-۲)=۱۵m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=۳\frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$s_{av}-v_{av}=۳/۴-۳=۰/۴\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰ و ۱۷)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

در $۳T$ ثانیهٔ اول، جابه‌جایی A بیشتر از B و در نتیجه سرعت اولیهٔ A بیشتر از B است (نادرستی الف). در T ثانیهٔ آخر حرکت، جابه‌جایی B بیشتر از A و در نتیجه سرعت آن نیز بیشتر است (درستی ب). از طرفی داریم $v=at+v_۰$، چون در $t=۶T$، $v_A<v_B$ و $v_{۰A}>v_{۰B}$ است، پس شتاب A کمتر از شتاب B می‌باشد (نادرستی ت و درستی پ).

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۷- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

شتاب در هر بازهٔ زمانی ثابت است، بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۰=۰s$ تا $t_۱=۸s$ داریم:

$$v_۱=a_۱t_۱+v_۰\Rightarrow v_۱=(-۱)\times۸+۰\Rightarrow v_۱=-۸\frac{m}{s}$$

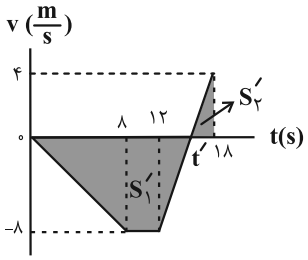
در بازهٔ زمانی $t_۱=۸s$ تا $t_۲=۱۲s$ سرعت متحرک ثابت است و بنابراین:

$$v_۲=v_۱=-۸\frac{m}{s}$$

در بازهٔ زمانی $t_۲=۱۲s$ تا $t_۳=۱۸s$ داریم:

$$v_۳=a_۳t_۳+v_۲\Rightarrow v_۳=۲\times۶+(-۸)\Rightarrow v_۳=۴\frac{m}{s}$$

درنتیجه نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:



با توجه به نمودار مشخص است که متحرک در بازهٔ ۱۲ ثانیه تا ۱۸ ثانیه یک‌بار در لحظهٔ t' تغییر جهت می‌دهد:

$$v'=a_۳(t'-۱۲)+v_۲\xrightarrow{v'=۰}۰=۲(t'-۱۲)-۸\Rightarrow t'=۱۶s$$

می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است و حاصل جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها مسافت را می‌دهد. بنابراین داریم:

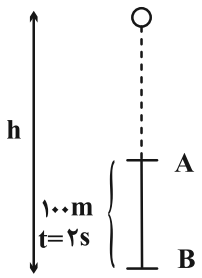
$$\ell=S'_۱+S'_۲=\frac{۱۶+(۱۲-۸)}{۲}\times۸+\frac{۴\times(۱۸-۱۶)}{۲}=۸۰+۴=۸۴m$$

$$|\vec{d}|=|-S'_۱+S'_۲|=|-۸۰+۴|=۷۶m\Rightarrow\frac{\ell}{|\vec{d}|}=\frac{۸۴}{۷۶}=\frac{۲۱}{۱۹}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(فسرو ارغوانی‌فرد)*

اگر کل طول مسیر برابر با h و کل زمان سقوط برابر با t باشد، با فرض جهت مثبت محور به سمت پایین، داریم:



$$y=\frac{۱}{۲}gt^۲\Rightarrow\begin{cases}h=\frac{۱}{۲}gt^۲\\h-۱۰۰=\frac{۱}{۲}g(t-۲)^۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}gt^۲-۱۰۰=\frac{۱}{۲}g(t-۲)^۲\Rightarrow۵t^۲-۱۰۰=۵t^۲-۲۰t+۲۰$$

$$\Rightarrow t=۶s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(غلامرضا محبی)*

چون جسم در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است. اگر برایند چند نیرو صفر باشد و یکی از آن‌ها حذف شود، اندازهٔ نیروی خالص باقی‌مانده برابر با اندازهٔ همان نیروی حذف شده است. بنابراین داریم:

$$F_{net}=ma=m\frac{|\Delta v|}{\Delta t}\xrightarrow[m=۵kg,\Delta t=۳s]{F_{net}=۱۵N}۵\times\frac{|\Delta v|}{۳}=۱۵$$

$$\Rightarrow|\Delta v|=۹\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

نردبان بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۵۰- **گزینهٔ «۳»** (مصطفی واثقی)

مساحت زیر نمودار F-t بیانگر اندازهٔ تغییرات تکانه است. لذا داریم:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\times 12\times 10^{3}\times 4\times 10^{-3} \Rightarrow \Delta p = 24\,N.s$$

$$\Rightarrow mv-(-mv)=24 \Rightarrow 2mv=24$$

$$\Rightarrow 2\times 0/5\times v=24 \Rightarrow v=24\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** (فسرو ارغوانی‌فرد)

از رابطهٔ اندازهٔ شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین و مقایسهٔ آن با اندازهٔ شتاب گرانشی در سطح زمین داریم:

$$W_{\circ} = mg = 60\times 10 = 600\,N$$

$$W_h = 300\,N$$

$$W = mg = mG\frac{M_e}{r^{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{W_{\circ}}{W_h}=\left(\frac{R_e+h}{R_e}\right)^{2} \Rightarrow \frac{600}{300}=\left(\frac{R_e+h}{R_e}\right)^{2} \Rightarrow \sqrt{2}=\frac{R_e+h}{R_e}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}R_e = R_e+h \Rightarrow h=(\sqrt{2}-1)R_e$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۲- **گزینهٔ «۴»** (زهره آقامحمدی)

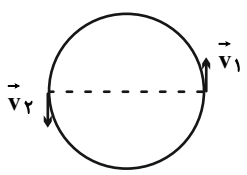
در حرکت دایره‌ای یکنواخت، اندازهٔ شتاب مرکزگرا برابر است با:

$$a_c=\frac{v^{2}}{r} \Rightarrow 0/8\pi^{2}=\frac{v^{2}}{5} \Rightarrow v^{2}=4\pi^{2} \Rightarrow v=2\pi\left(\frac{m}{s}\right)$$

از طرفی دورهٔ حرکت برابر است با:

$$T=\frac{2\pi r}{v} \xrightarrow{v=2\pi\ m/s} T=\frac{2\pi\times 5}{2\pi}=5s \Rightarrow \frac{T}{2}=2/5s$$

بنابراین شتاب متوسط متحرک در نصف دوره برابر است با:



$$a_{av}=\frac{|\vec{v}_2-\vec{v}_1|}{\Delta t}=\frac{2v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av}=\frac{2\times 2\pi}{2/5}=1/6\pi\left(\frac{m}{s^{2}}\right)$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۵۳- **گزینهٔ «۱»** (سعید طاهری‌بروجنی)

چون طول پاره خط 0/3m است، پس دامنهٔ نوسان‌ها برابر با 0/15m خواهد بود. بنابراین نوسانگر در هر نوسان کامل 0/6m را طی می‌کند. در نتیجه تعداد نوسانات در ۱۰ دقیقه برابر است با:

تعداد نوسان کامل: $\frac{240}{0/6}=400$

بنابراین دورهٔ تناوب نوسانگر برابر است با: $T=\frac{10\times 60}{400}=\frac{3}{2}s$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \omega=\frac{4}{3}\pi\ \frac{rad}{s}$$

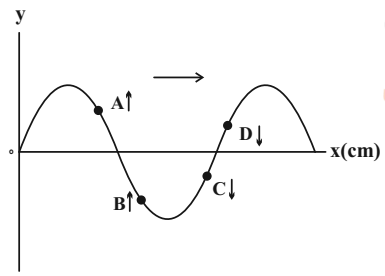
تندی نوسانگر در لحظهٔ عبور از مرکز نوسان بیشینه مقدار خود را دارد:

$$v_{max}=A\omega=0/15\times\frac{4}{3}\pi=0/2\pi\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۵۴- **گزینهٔ «۱»** (مسعود قره‌خانی)

با توجه به آن که هر ذره از موج در لحظهٔ بعدی، رفتار ذرهٔ ما قبل خود را تکرار خواهد کرد، داریم:



(فلش‌ها جهت حرکت نقاط را نشان می‌دهند.)

کمترین انرژی جنبشی مربوط به نقاط قله و دره است. با توجه به شکل ابتدا نقطهٔ A به قله می‌رسد و سپس نقطهٔ C به دره می‌رسد. پس از آن نقطهٔ D به دره می‌رسد و در آخر نقطهٔ B به قله می‌رسد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۵۵- **گزینهٔ «۴»** (مجتبی خلیل‌ارجمندی)

با توجه به نمودار صورت سؤال، $r_1=4m$ ، $r_2=8m$ ، $I_1=I+18$ و $I_2=I$ است، پس داریم:

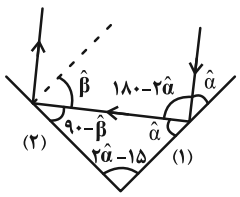
$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{A_2}{A_1}\times\frac{f_2}{f_1}\times\frac{r_1}{r_2}\right)^{2} \xrightarrow[f_1=f_2]{A_1=A_2} \frac{I}{I+18}=\left(\frac{4}{8}\right)^{2} \Rightarrow \frac{I}{I+18}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow I+18=4I \Rightarrow I=6\frac{mW}{m^2}=6\times10^{-6}\frac{kW}{m^2}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۵۶- **گزینهٔ «۳»** (مسعود قره‌خانی)

با استفاده از قانون بازتاب عمومی (برابری زاویهٔ تابش با بازتابش) و رسم شکل و در نظر گرفتن این نکته که مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با 180° است، داریم:



$$2\hat{\alpha}-15^\circ+\hat{\alpha}+90^\circ-\hat{\beta}=180^\circ \Rightarrow 3\hat{\alpha}-\hat{\beta}=105^\circ \quad (I)$$

از طرفی طبق فرض صورت سؤال داریم:

$$180^\circ-2\hat{\alpha}=3\hat{\beta} \Rightarrow 3\hat{\beta}+2\hat{\alpha}=180^\circ \quad (II)$$

با حل هم‌زمان معادلات (I) و (II) داریم: $\hat{\alpha}=45^\circ\ ,\ \hat{\beta}=30^\circ$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۵۷- **گزینهٔ «۴»** (مسعود قره‌خانی)

طول‌موج، چهار برابر فاصلهٔ شکم تا گرهٔ مجاورش است. بنابراین:

$$\frac{\lambda_n}{4}=6 \Rightarrow \lambda_n=24cm$$

$$L=n\frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow 84=n\times\frac{24}{2} \Rightarrow n=7$$

$$\xrightarrow{\text{تعداد شکم=۷ و تعداد گره=۸}} 7+8=15$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** (خسرو ارغوانی‌فرد)

توان از رابطهٔ $P=\frac{nhf}{t}$ به‌دست می‌آید. با توجه به بازده داده شده، ابتدا توان مفید چشمه را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده}=\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \Rightarrow P_{\text{مفید}}=\frac{0/01}{100}\times400=4\times10^{-2}W$$

$$P=\frac{nhf}{t}\xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} n=\frac{Pt\lambda}{hc}$$

$$n=\frac{4\times10^{-2}\times60\times(1320\times10^{-10})}{6/6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}=16\times10^{17}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** (مسعود قره‌خانی)

می‌دانیم فقط گذارهای رشتهٔ بالمر $(n'=2)$ شامل نور مرئی است، پس از تمام گذارهای ممکن، تنها گذار $n=4$ به $n'=2$ و گذار $n=3$ به $n'=2$ در محدودهٔ نور مرئی قرار دارند.

$$4\to2 \Rightarrow \lambda=\frac{hc}{E_U-E_L}=\frac{1240}{-0/85-(-3/4)}\simeq486nm \checkmark$$

$$3\to2 \Rightarrow \lambda=\frac{hc}{E_U-E_L}=\frac{1240}{-1/51-(-3/4)}\simeq656nm \checkmark$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۹)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** (محمدعلی راست‌پیمان)

برای تعیین مدت زمان واپاشی از رابطهٔ $N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$ استفاده می‌کنیم که در آن $n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ است:

$$N_0-N=3750$$

$$\Rightarrow 4000-N=3750 \Rightarrow N=250 \text{ تعداد هسته‌های باقی‌مانده}$$

$$N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow 250=4000\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{16} \Rightarrow n=4$$

$$\Rightarrow n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 4=\frac{t}{8} \Rightarrow t=32 \text{ روز}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۱- **گزینهٔ «۳»** (سعید طاهری‌بروجنی)

با توجه به رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma=\frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B}=\frac{Q_A}{Q_B}\times\frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{1}{2}=2\times\frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B}=4$$

$$\xrightarrow{A=4\pi r^2}\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2=4 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B}=2$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۶۲- **گزینهٔ «۲»** (محمدجواد غلامی)

ظرفیت خازن در حالت اول برابر است با:

$$C_1 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d_1} \xrightarrow[\kappa=1,\ d_1=2\times10^{-3}m]{A=2cm^2=2\times10^{-4}m^2} C = 1\times9\times10^{-12}\times\frac{2\times10^{-4}}{2\times10^{-3}} = 9\times10^{-13}F = 9\times10^{-1}pF$$

در حالت دوم فاصلهٔ بین صفحات خازن $1mm$ کاهش می‌یابد. بنابراین ظرفیت خازن برابر است با:

$$\Rightarrow d_2 = 2-1 = 1mm$$

$$C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow[\kappa=\text{ثابت}]{A=\text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{9\times10^{-1}} = \frac{2}{1} \Rightarrow C_2 = 18\times10^{-1}pF$$

در نتیجه افزایش ظرفیت خازن برابر است با:

$$\Delta C = C_2 - C_1 = 18\times10^{-1} - 9\times10^{-1} = 9\times10^{-1}pF = 0/9pF$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** (بابک اسلامی)

چون مقاومت ترکیبی نوار چهارم را ندارد، بنابراین تلرانس آن ۲۰ درصد است. برای خواندن حلقه‌های رنگی، مقاومت را طوری در دست می‌گیریم که نوار چهارم و یا محل آن در سمت راست قرار گیرد. داریم:

$$R = \overline{ab}\times10^n = 25\times10^3\Omega = 25k\Omega$$

$$\text{تلرانس} = 0/2\times25 = 5k\Omega \Rightarrow 20k\Omega \le R \le 30k\Omega$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۶۴- **گزینهٔ «۴»** (خسرو ارغوانی‌فرد)

از رابطهٔ $I = \frac{ne}{t}$ استفاده می‌کنیم:

$$I = 4mA = 4\times10^{-3}A$$

$$I = \frac{ne}{t} \Rightarrow 4\times10^{-3} = \frac{n\times1/6\times10^{-19}}{2\times60} \Rightarrow n = 3\times10^{18}$$ الکترون

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

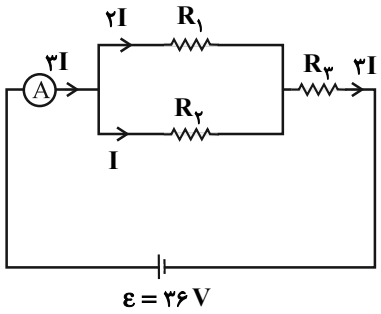
۶۵- **گزینهٔ «۴»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

با توجه به این‌که مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند، اگر فرض کنیم جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر با I باشد، در این‌صورت جریان عبوری از مقاومت R_1، برابر با $2I$ و جریان عبوری از مقاومت R_3 برابر با $3I$ می‌شود. داریم:

$$P_3 = 6P_2 \Rightarrow R_3(3I)^2 = 6R_2(I)^2$$

$$\Rightarrow 9R_3 = 6\times12 \Rightarrow R_3 = 8\Omega$$

اکنون مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم. داریم:



$$R_{1,2} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{6\times12}{6+12} = 4\Omega$$

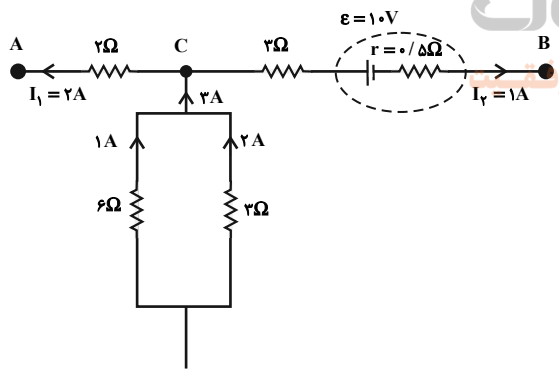
$$R_{eq} = R_{1,2} + R_3 = 4+8 = 12\Omega$$

در نهایت، عدد آمپرسنج (یعنی همان جریان اصلی مدار) برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{36}{12+0} = 3A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۶- **گزینهٔ «۱»** (زهره آقامحمدی)



با توجه به اینکه جریان عبوری از مقاومت 3Ω برابر با $2A$ است، از مقاومت 6Ω موازی با آن جریان $1A$ عبور می‌کند و در گره C، جریان $3A$ وارد شده و جریان شاخهٔ BC برابر با $1A$ است، پس جریان در شاخه AC از C به سمت A می‌باشد و اندازهٔ آن برابر با $2A$ است.

با شروع از نقطهٔ A و حرکت به سمت به نقطهٔ B داریم:

$$V_A + 2I_1 - 3I_2 - \varepsilon - 0/5I_2 = V_B$$

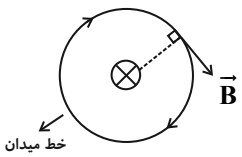
$$\Rightarrow V_A + 4 - 3 - 10 - 0/5 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - 9/5 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 9/5V$$

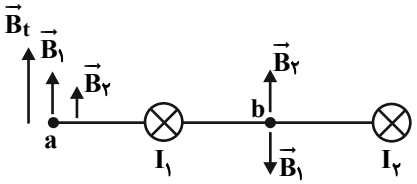
(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به قاعدهٔ دست راست، اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت دیگر جهت خط‌های میدان مغناطیسی در اطراف سیم را نشان می‌دهد. چون بردار میدان در هر نقطه مماس بر خط میدان در آن نقطه است پس بردار میدان بر خط واصل بین نقطهٔ مورد نظر و سیم عمود است.



با توجه به توضیح بالا، میدان حاصل از جریان دو سیم را در نقاط a و b رسم می‌کنیم.

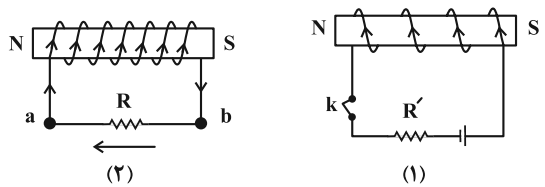


در نقطهٔ b چون میدان‌ها هم اندازه و خلاف جهت هستند، $B_t = 0$ است و در نقطهٔ a، $\vec{B}_t$ به‌طرف بالا خواهد بود.

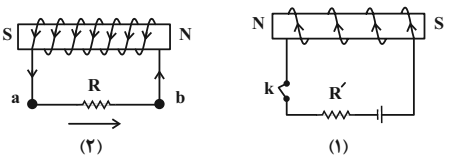
(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(سیدعلی میرنوری)*

وقتی کلید k باز می‌شود، جریان در سیملوله کاهش می‌یابد و میدان مغناطیسی ناشی از آن نیز کاهش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی در مقاومت R از b به a خواهد شد.



وقتی کلید k بسته می‌شود، جریان در سیملوله افزایش می‌یابد و میدان مغناطیسی ناشی از آن نیز افزایش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز و قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی در مقاومت R از a به b خواهد شد.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

با استفاده از رابطهٔ $\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ و با توجه به این که $\Delta\Phi = B\cos\theta\Delta A$ است، به صورت زیر آهنگ تغییر سطح حلقه $\left(\frac{\Delta A}{\Delta t}\right)$ را می‌یابیم.

دقت کنید، چون سطح حلقه بر خط‌های میدان مغناطیسی عمود است، زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه و خط‌های میدان برابر با صفر است. $(\theta = 0)$

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\theta=0]{\Delta\Phi=B\cos\theta\Delta A} |\varepsilon_{av}| = |-NB\cos(0)\frac{\Delta A}{\Delta t}|$$

$$\xrightarrow[B=0/5T]{\varepsilon_{av}=0/005V,\ N=1} 0/005 = 1\times 0/5\times 1\times\left|\frac{\Delta A}{\Delta t}\right| \Rightarrow \frac{\Delta A}{\Delta t} = 10^{-2}\frac{m^2}{s}$$

$$\xrightarrow{1m^2=10^4cm^2} \frac{\Delta A}{\Delta t} = 10^{-2}\times 10^4\frac{cm^2}{s} = 100\frac{cm^2}{s}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۷۰- **گزینهٔ «۲»** *(سیدعلی میرنوری)*

بدیهی است با توجه به این‌که حجم جیوهٔ جابه‌جا شده در هر دو طرف لوله یکسان است (جیوه تراکم ناپذیر است)، اگر سطح جیوه، در شاخهٔ سمت راست $4cm$ بالا رود، در شاخهٔ سمت چپ $1cm$ پایین می‌آید، زیرا:

حجم جیوهٔ جابه‌جا شده در دو طرف: $V_1 = V_2 \Rightarrow A_1h_1 = A_2h_2$

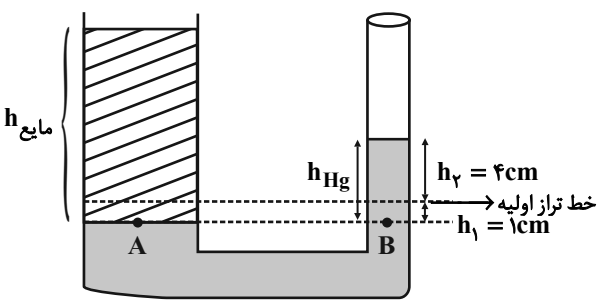
$$\Rightarrow 10h_1 = 2/5\times 4 \Rightarrow h_1 = 1cm$$

$$h_{Hg} = h_1 + h_2 = 5cm$$

با توجه به اصل هم‌فشاری در دو نقطهٔ هم‌تراز A و B داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_x h_{\text{مایع}} = \rho_{Hg}h_{Hg}$$

$$\Rightarrow 6/8\times h_{\text{مایع}} = 13/6\times 5 \Rightarrow h_{\text{مایع}} = 10cm$$



و در نهایت برای تعیین حجم مایع اضافه شده داریم:

$$V_{\text{مایع}} = A_1h_{\text{مایع}} = 10\times 10 \Rightarrow V_2 = 100cm^3$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۱- **گزینهٔ «۲»** (میثم رشتیان)

در هر ظرف طبق رابطهٔ $P=\frac{mg}{A}$ و با توجه به یکسان بودن جرم مایع‌ها می‌توان نتیجه گرفت فشار حاصل از هر دو مایعی که در یک ظرف ریخته می‌شوند، با هم برابر است. از طرفی می‌دانیم دربارهٔ جیوه، عدد ارتفاع (برحسب cm) با عدد فشار (برحسب cmHg) برابر است. پس در ظرف اول فشار ناشی از جیوه معادل $10cmHg$ بوده و فشار ناشی از مایع A نیز برابر با $10cmHg$ خواهد بود. پس می‌توان نوشت:

$$P_{کل}=P_{\circ}+P_{جیوه}+P_A \Rightarrow 94=P_{\circ}+10+10$$

$$\Rightarrow P_{\circ}=74cmHg$$

در حالت دوم نیز به دلیل برابر بودن جرم دو مایع، فشار آن‌ها نیز برابر می‌شود. پس اکنون که فشار ناشی از جیوه $20cmHg$ است، فشار ناشی از مایع B نیز برابر با $20cmHg$ خواهد شد. در نتیجه:

$$P_{کل}=P_{\circ}+P_{جیوه}+P_B \Rightarrow P_{کل}=74+20+20=114cmHg$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۷۲- **گزینهٔ «۴»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: درست است، زیرا با توجه به قانون پایستگی انرژی و در نظر گرفتن سطح BC به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$E_A=E_B \Rightarrow U_A=K_B$$

$$\Rightarrow mgh_A=\frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B=\sqrt{2gh_A}$$

$$\Rightarrow v_B=\sqrt{2\times10\times10}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

گزینهٔ «۲»: درست است، زیرا با توجه به رابطهٔ کار و انرژی تلف شده داریم:

$$W_{f_k}=E_C-E_A \Rightarrow -f_k d=-mgh_A$$

$$\xrightarrow{f_k=\mu_k mg} \mu_k mgd=mgh_A$$

$$\Rightarrow 0/5\times d=10 \Rightarrow d=\overline{BC}=20m$$

گزینهٔ «۳»: نادرست است. زیرا کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg}=+mgh=+2\times10\times10=+200J$$

بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» درست‌اند.

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۷۳)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** (محمدعلی راست‌پیمان)

ابتدا کلوین را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$T=\theta+273$$

$$\Rightarrow 313=\theta+273 \Rightarrow \theta=40^{\circ}C$$

حال درجهٔ سلسیوس را به درجهٔ فارنهایت تبدیل می‌کنیم:

$$F=1/8\theta+32 \Rightarrow F=1/8\times40+32=104^{\circ}F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۷۴- **گزینهٔ «۴»** (مصطفی کیانی)

ابتدا مقدار گرمایی که برای تبخیر $100g$ آب با دمای $100^{\circ}C$ لازم است را می‌یابیم:

$$Q'=mL_V \xrightarrow[L_V=2250kJ/kg]{m=100g=0/1kg} Q'=0/1\times2250=225kJ$$

می‌بینیم از $465kJ$ گرمای داده شده به آب $40^{\circ}C$، مقدار $225kJ$ آن صرف تبخیر آب می‌شود، بنابراین مقدار $Q''=465-225=240kJ$ آن دمای آب را از $40^{\circ}C$ به $100^{\circ}C$ می‌رساند. برای محاسبهٔ مقدار گرمایی که دمای آب را از $0^{\circ}C$ به $100^{\circ}C$ می‌رساند، می‌توان نوشت:

$$Q=mc\Delta\theta \xrightarrow{mc=ثابت} \frac{Q}{Q''}=\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta''}$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta''=100-40=60^{\circ}C]{\Delta\theta=100-0=100^{\circ}C} \frac{Q}{240}=\frac{100}{60} \Rightarrow Q=400kJ$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۱)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** (سیدعلی میرنوری)

برای یافتن تغییرات انرژی درونی گاز در انبساط از حالت i تا حالت f کافی است که تغییرات انرژی درونی هر مرحله را یافته و آن‌ها را با هم جمع جبری کنیم. برای این منظور باید دقت کنیم که در فرایند انبساط، کار انجام شده روی گاز منفی است. حال برای هر مرحله داریم:

مرحلهٔ (۱): انبساط هم‌دما

$$\xrightarrow{T_1=ثابت} \Delta T_1=0 \Rightarrow \Delta U_1=0$$

مرحلهٔ (۲): انبساط بی‌دررو

$$\xrightarrow{Q_2=0} \Delta U_2=W_2 \xrightarrow{W_2=-60J} \Delta U_2=-60J$$

مرحلهٔ (۳): انبساط هم‌دما

$$\xrightarrow{T_3=ثابت} \Delta T_3=0 \Rightarrow \Delta U_3=0$$

بنابراین:

$$\Delta U_t=\Delta U_1+\Delta U_2+\Delta U_3 \Rightarrow \Delta U_t=-60J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

ترنج بوک
تلاش در مسیر موفقیت

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین طیبی)*

اختلاف تعداد الکترون و نوترون برابر ۲ است؛ اما چون این ذره یک آنیون می‌باشد نمی‌توان با قاطعیت گفت تعداد نوترون از الکترون بیشتر است یا بالعکس بنابراین یکبار با $n-e=2$ و یکبار با $e-n=2$، عدد اتمی را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \begin{cases} n-e=2 \\ e=p+2 \end{cases} \Rightarrow n-(p+2)=2 \Rightarrow n-p=4 \\ A=32 \longrightarrow n+p=32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=18 \\ p=14 \end{cases} \Rightarrow {}_{14}Si$$

$$\begin{cases} \begin{cases} e-n=2 \\ e=p+2 \end{cases} \Rightarrow (p+2)-n=2 \Rightarrow n-p=0 \\ A=32 \longrightarrow n+p=32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=16 \\ p=16 \end{cases} \Rightarrow {}_{16}S$$

می‌دانیم که سیلیسیم یون تک اتمی پایدار ندارد در نتیجه عنصر مورد نظر گوگرد است. تعداد ذرات زیراتمی باردار (الکترون و پروتون) در این یون برابر است با: $e+p=18+16=34$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵ و ۱۵)

۷۷- **گزینهٔ «۲»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی موارد:

عبارت «آ»: طول موج نور نیلی رنگ در مقایسه با نور نارنجی رنگ و نور سبز رنگ کوتاه‌تر است، پس انرژی آن بیشتر است.

عبارت «ب»: طول موج پرتوهای فروسرخ از پرتوهای گاما بلندتر و از ریزموج‌ها کوتاه‌تر است.

عبارت «پ»: به هنگام عبور از منشور، نور آبی بیشتر از نور زرد منحرف می‌شود. (هرچه انرژی بیشتر، میزان انحراف بیشتر)

عبارت «ت»: در بین پرتوهای الکترومغناطیسی، پرتو گاما بیشترین انرژی و موج های رادیویی بیشترین طول موج را دارند.

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(مسعود جعفری)*

در میان عناصر دورهٔ چهارم، زیرلایهٔ 1s اولین و زیرلایهٔ 4s یا 4p بیرونی‌ترین زیرلایه است. با توجه به این‌که زیرلایهٔ 1s در همهٔ این عناصر ۲ الکترون دارد، باید به دنبال عناصری بگردیم که در زیرلایهٔ 4s یا 4p خود یک الکترون داشته باشند. در تناوب چهارم، ${}_{19}K$، ${}_{24}Cr$ و ${}_{29}Cu$ در زیرلایهٔ 4s خود یک الکترون و ${}_{31}Ga$ در زیرلایهٔ 4p خود یک الکترون دارد.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) شمار الکترون‌های ظرفیتی در K، Cr، Cu و Ga به ترتیب برابر ۱، ۶، ۱۱ و ۳ است. در هیچ‌کدام از این عناصر ۵ الکترون ظرفیتی وجود ندارد.

۲) هیچکدام از این چهار عنصر نافلز نیستند.

۳) هیچ‌کدام از این عناصر با تشکیل کاتیونی با بار +۳، به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

۴) الکترون‌هایی با $n=2$ و $l=1$، الکترون‌های زیرلایهٔ 2p هستند. در همهٔ این عناصر زیرلایهٔ 2p، ۶ الکترون دارد، پس باید به دنبال عنصری باشیم که ۳ الکترون با $n=4$ داشته باشد. در آرایش الکترونی ${}_{31}Ga$، ۳ الکترون با $n=4$ وجود دارد: ${}_{31}Ga:[Ar]3d^{10}\underline{4s^2}\,\underline{4p^1}$

(شیمی ۱- کیهان، زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

از هلیم برای پرکردن بالن‌های هواشناسی و کپسول غواصی استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: هلیم در دمای $-269^\circ C$ به مایع تبدیل می‌شود، پس در هوای مایع که دمای $-200^\circ C$ دارد، هلیم وجود ندارد.

گزینهٔ «۳»: اولین گازی که از هوای مایع خارج می‌شود، نیتروژن است.

گزینهٔ «۴»: مقدار ناچیزی از هلیم در هوا و مقدار بیشتر آن در لایه‌های زیرین پوستهٔ زمین وجود دارد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی محبوب)*

ابتدا واکنش را نوشته و سپس آن را موازنه می‌کنیم:

$$Al(s)+6HNO_3(aq) \rightarrow Al(NO_3)_3(aq)+3NO_2(g)+3H_2O(g)$$

ضریب گاز قهوه‌ای رنگ یعنی NO_2، ۳ برابر ضریب فراوردهٔ یونی یعنی $Al(NO_3)_3$ است.

کاهش جرم مواد موجود در ظرف به دلیل خروج مولکول‌های گازی می‌باشد که هر دو قطبی هستند و در این جا سوال در واقع مجموع جرم این دو گاز یعنی فراورده‌های قطبی را داده و اختلاف جرم آن‌ها را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

اختلاف جرم مولی گازها: $46-18=28\,g.mol^{-1}$

مجموع جرم مولی گازها: $46+18=64\,g.mol^{-1}$

$$\text{اختلاف جرم گازها} = ۱/۶\,g \text{ گاز} \times \frac{\text{۲ mol مجموع گاز}}{\text{۶۴ g مجموع گاز}} \Rightarrow ?\,g$$

$$\times \frac{\text{۶ mol گاز}}{\text{۶ mol گاز}} \times \frac{\text{۲۸ g اختلاف گاز}}{\text{۲ mol اختلاف گاز}} = ۰/۷\,g$$

روش دوم: با یک تناسب ساده به شکل زیر می‌توانیم اختلاف جرم خواسته شده را به دست آوریم:

$$\begin{array}{c|c} ۲۸ & x \\ \hline ۶۴ & ۱/۶ \end{array} \Rightarrow x = \frac{۱/۶ \times ۲۸}{۶۴} = ۰/۷\,g$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵، ۷۹ و ۸۰

+ آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(نرا سیفی‌زاده)*

رنگ شعلهٔ سوختن کامل متان همانند شعلهٔ سوختن گوگرد آبی رنگ است.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

۱) چگالی گاز کربن مونوکسید از هوا کمتر است.

۳) H_2O یکی از فراورده‌های حاصل از سوختن زغال‌سنگ است که در آن اتم‌های H، از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

۴) در واکنش سوختن بخشی از انرژی شیمیایی یک مادهٔ سوختنی به صورت گرما و نور آزاد می‌شود، نه تمام آن!

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین طیبی)*

می‌دانیم که از واکنش محلول کلسیم کلرید و سدیم فسفات مطابق واکنش زیر رسوب سفید رنگ کلسیم فسفات تشکیل می‌شود.

$$۳CaCl_2(aq) + ۲Na_3PO_4(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + ۶NaCl(aq)$$

$$\text{محلول } ۰/۴\,L \Rightarrow ?\,g\,Ca_3(PO_4)_2$$

$$\times \frac{۰/۳\,mol\,CaCl_2}{\text{محلول } ۱\,L} \times \frac{۱\,mol\,Ca_3(PO_4)_2}{۳\,mol\,CaCl_2}$$

$$\times \frac{۳۱۰\,g\,Ca_3(PO_4)_2}{۱\,mol\,Ca_3(PO_4)_2} = ۱۲/۴\,g\,Ca_3(PO_4)_2$$

محلول $CaCl_2$ اولیه ۰/۳ مولار بوده در نتیجه غلظت یون Cl^- در آن ۰/۶ مولار است.

$$M_1 \times V_1 = M_2 \times V_2 \Rightarrow ۰/۶ \times ۰/۴ = M_2 \times (۰/۴ + ۰/۱)$$

$$\Rightarrow M_2 = \text{غلظت یون کلرید در محلول جدید} = ۰/۴۸\ mol.L^{-1}$$

(شیمی ۱- آب آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۰)

۸۳- **گزینهٔ «۳»** *(مجتبی محبوب)*

محلول سیرشدهٔ پتاسیم نیترات را از یک دمای $۲۰^\circ C$ با انحلال‌پذیری پایین‌تر به دمای $۴۰^\circ C$ با انحلال‌پذیری بالاتر برده‌ایم، پس محلول به حالت سیرنشده در می‌آید و به دو حالت می‌توان آن را دوباره به محلول سیر شده تبدیل کرد:

۱) اضافه کردن حل شونده

۲) تبخیر بخشی از حلال

$$\text{محلول اولیه در دمای } ۲۰^\circ C \rightarrow S_1 = \frac{۲۰\,g}{۱۰۰\,g\,H_2O}$$

$$\begin{array}{c|c} \text{۲۰ گرم حل‌شونده} & ? \\ \hline \text{۱۲۰ گرم محلول} & \text{۴۸ گرم محلول} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \text{حل‌شونده } ۸\,g \\ \text{حلال } ۴۰\,g \end{cases}$$

$$\text{محلول ثانویه در دمای } ۴۰^\circ C \rightarrow S_2 = \frac{۵۰\,g}{۱۰۰\,g\,H_2O}$$

$$\begin{array}{c|c} \text{۵۰ گرم حل‌شونده} & ? \\ \hline \text{۱۰۰ گرم حلال} & \text{حلال } ۴۰\,g \end{array} \Rightarrow \{ \text{حل‌شونده } ۲۰\,g$$

یعنی برای این که در دمای $۴۰^\circ C$ محلول به حالت سیرشده درآید؛ باید $۲۰\,g$ حل شونده داشته باشیم در صورتی که در حال حاضر $۸\,g$ حل‌شونده در محلول داریم در نتیجه باید $۱۲\,g$ حل شونده به محلول بیفزاییم.

$$\text{محلول ثانویه در دمای } ۴۰^\circ C \rightarrow S_2 = \frac{۵۰\,g}{۱۰۰\,g\,H_2O}$$

$$\begin{array}{c|c} \text{۵۰ گرم حل‌شونده} & \text{حل‌شونده } ۸\,g \\ \hline \text{۱۰۰ گرم حلال} & ? \end{array} \Rightarrow \text{حلال } ۱۶\,g$$

برای اینکه به حالت سیرشده برسیم باید جرم حلال را به ۱۶ گرم برسانیم. پس باید ۲۴ گرم از حلال را تبخیر کنیم.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

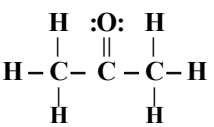
۸۴- **گزینهٔ «۴»** *(آترین صبا)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

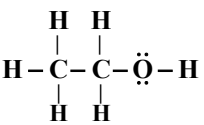
۱) جرم مولی استون (C_3H_6O) $(۵۸\,g.mol^{-1})$ از اتانول (C_2H_5OH) $(۴۶\,g.mol^{-1})$ بیشتر است.

۲) استون برخلاف اتانول در ساختار خود پیوند دوگانه دارد.

استون:



اتانول:



ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۳) استون به دلیل نداشتن پیوند اشتراکی H با یکی از اتم‌های F , O , N در ساختار خود توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارد.

۴) هر دوی این مولکول‌ها قطبی هستند و گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند و به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

۸۵- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

عناصر $_{14}X$ و $_{32}Y$ به ترتیب سیلیسیم و ژرمانیم می‌باشند.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) Si و Ge هر دو شبه‌فلزند و رسانایی الکتریکی کمی دارند و در گروه ۱۴ قرار دارند.

۲) اختلاف شمار الکترون‌های با $n=3$ (لایهٔ سوم) در این دو عنصر برابر ۱۴ است.

$$_{14}Si: 1s^2 2s^2 2p^6 \underline{3s^2 3p^2} \quad (4e^-)$$

$$_{32}Ge: 1s^2 2s^2 2p^6 \underline{3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2} \quad (18e^-)$$

۳) هر دو عنصر شبه‌فلزند و ظاهری درخشان دارند. اولین عنصر گروه ۱۴ عنصر کربن است که تیره می‌باشد.

۴) عنصر Si با به اشتراک‌گذاشتن ۴ الکترون به آرایش گاز نجیب می‌رسد. این عنصر برای رسیدن به آرایش گاز نجیب الکترون نمی‌گیرد و از دست نمی‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۷)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(جعفر پازوکی)*

$$?gCu = 2kgCu_2S \times \frac{1000g\ Cu_2S}{1kg\ Cu_2S} \times \frac{80}{100} \times \frac{1molCu_2S}{160gCu_2S}$$

$$\times \frac{2molCu}{1molCu_2S} \times \frac{64g\ Cu}{1molCu} \times \frac{75}{100} = 960gCu$$

$$?kg\ \text{گیاه} = 960gCu \times \frac{100g\ \text{خاکستر}}{10gCu} \times \frac{1000g\ \text{گیاه}}{160g\ \text{خاکستر}} \times \frac{1kg\ \text{گیاه}}{1000g\ \text{گیاه}}$$

$$= 60kg\ \text{گیاه}$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۷- **گزینهٔ «۲»** *(امین نوروزی)*

معادلهٔ کلی واکنش سیرشدن آلکین‌ها به‌صورت زیر است:

$$C_nH_{2n-2} + 2H_2 \rightarrow C_nH_{2n+2}$$

جرم مولی آلکین‌ها برابر $14n-2$ است که در آن n تعداد کربن است.

$$?g\ \text{آلکین} = 6/72L\ H_2 \times \frac{1mol\ H_2}{22/4L\ H_2} \times \frac{1mol\ \text{آلکین}}{2mol\ H_2}$$

$$\times \frac{(14n-2)g\ \text{آلکین}}{1mol\ \text{آلکین}} = 14/4g \Rightarrow n=7$$

$$C_7H_{14} + Cl_2 \xrightarrow{FeCl_3(s)} C_7H_{14}Cl_2$$

$$?gC_7H_{14}Cl_2 = 1/5\ molC_7H_{14} \times \frac{1molC_7H_{14}Cl_2}{1molC_7H_{14}}$$

$$\times \frac{169gC_7H_{14}Cl_2}{1molC_7H_{14}Cl_2} = 253/5gC_7H_{14}Cl_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(حمید زبی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) هرچه یک آلکان فرّارتر باشد، تمایل بیشتری برای تبدیل شدن به حالت گاز خواهد داشت.

۲) در آلکان‌ها هرچه جرم مولی افزایش می‌یابد، اختلاف نقطهٔ جوش دو آلکان متوالی کاهش می‌یابد. بنابراین تفاوت نقطهٔ جوش پروپان و بوتان بیشتر از تفاوت نقطهٔ جوش هگزان و هپتان است.

۳) در آلکان‌های شاخه‌دار اتم یا اتم‌های کربنی وجود دارند که به ۳ یا ۴ اتم کربن دیگر متصل هستند.

۴) تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها برابر $3n+1$ است.

$$3n+1=13 \Rightarrow 3n=12 \Rightarrow n=4 \Rightarrow \text{بوتان}$$

بوتان در دمای اتاق به حالت گاز است در حالی‌که پنتان به حالت مایع می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود جعفری)*

ابتدا باید گرمای واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$ را به‌دست آوریم:

$$\frac{550kJ}{560L\ gas} = \frac{\Delta H_{\text{واکنش}}}{5 \times 22/4L\ gas} \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = +110kJ$$

باید به کمک واکنش‌های داده شده، ΔH واکنش صورت سوال را به دست آوریم. واکنش (I) را در ۲ ضرب می‌کنیم، واکنش (II) را معکوس کرده و در ۲ ضرب می‌کنیم و واکنش (III) را معکوس می‌کنیم:

$$I) 2N_2(g) + 2O_2(g) \rightarrow 4NO(g) \quad \Delta H_1' = 2x$$
$$II) 4NO(g) + 2O_2(g) \rightarrow 4NO_2(g) \quad \Delta H_2' = -228kJ$$
$$III) 2N_2O_5(g) \rightarrow 2N_2(g) + 5O_2(g) \quad \Delta H_3' = -22kJ$$

$$2N_2O_5(g) \rightarrow O_2(g) + 4NO_2(g), \Delta H_{\text{کل}} = -250 + 2x = +110$$

$$\Rightarrow x = 180kJ$$

$$N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g), \Delta H = +180kJ$$

$$2NO(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO_2(g)$$

قلم‌چی بنیاد علمی آموزشی | تلاشی در مسیر موفقیت

$$?gNO_2 = 6/75kJ \times \frac{2molNO}{180kJ} \times \frac{2molNO_2}{2molNO} \times \frac{46gNO_2}{1molNO_2}$$

$$= 3/45gNO_2$$

(شیمی ۲- درپی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۹۰- **گزینهٔ «۱»** (محمد عظیمیان‌زواره)

با توجه به واکنش‌های ۱ و ۲ میانگین آنتالپی پیوندهای $(O-H)$ و $(C-H)$ به‌ترتیب برابر ۴۶۳ و ۴۱۵ کیلوژول بر مول می‌باشد.

$$H-\underset{H}{\overset{H}{\underset{|}{\overset{|}{C}}}}-H(g) + 2O=O(g) \rightarrow O=C=O_{(g)} + 2H-\underset{H}{O}(g)$$

$$\Delta H = \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی‌های پیوند}\\ \text{در مواد واکنش دهنده}\end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی‌های پیوند}\\ \text{در مواد فراورده}\end{matrix}\right]$$

$$\Delta H = [(4\times 415)+(2\times 495)] - [(2\times 799)+(4\times 463)]$$

$$\Rightarrow \Delta H = -800kJ$$

$$?kJ = 0/6molCH_4 \times \frac{800kJ}{1molCH_4} = 480kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۹۱- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پورجاوید)

افزودن آب به محلول نیتریک اسید باعث رقیق‌تر شدن محلول اسیدی شده و در نتیجه سرعت واکنش کاهش خواهد یافت. موارد ذکر شده در گزینه‌های دیگر باعث بیشتر شدن سرعت واکنش خواهد شد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** (روزبه رضوانی)

$$2KClO_3 \rightarrow 2KCl + 3O_2$$

$$?molKClO_3 = 1/5molKCl \times \frac{2molKClO_3}{2molKCl} = 1/5molKClO_3$$

$$\overline{R}_{KClO_3} = \frac{1/5mol}{50s} \times \frac{60s}{1min} = 1/8mol.min^{-1}$$

محاسبهٔ مدت زمان باقیمانده تا پایان واکنش به صورت زیر است:

$$?s = 7/35gKClO_3 \times \frac{1molKClO_3}{122/5gKClO_3}$$

$$\times \frac{1min}{1/8molKClO_3} \times \frac{60s}{1min} = 2s$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

۹۳- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) درست است.

۲) درست؛ ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد. زیرا این ترکیب دارای ۶ اتم اکسیژن بوده که هرکدام دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است.

۳) درست؛ در این ترکیب و اتیل بوتانوات گروه عاملی استری وجود دارد.

۴) نادرست؛ در این ترکیب ۴۱ پیوند یگانه و ۴ پیوند دوگانه وجود دارد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲ + پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۹۴- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین طیبی)

با افزایش تعداد اتم‌های کربن در زنجیره‌های کربنی در الکل‌ها و اسیدها بخش ناقطبی آن‌ها بزرگ‌تر شده و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد (نادرستی گزینهٔ «۲»)؛ همچنین طبق نمودار کتاب درسی با افزایش تعداد کربن‌ها انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش یافته و به انحلال‌پذیری آلکان‌ها در آب که نزدیک به صفر است نزدیک می‌شود. (درستی گزینهٔ «۴»)

همچنین با افزایش طول زنجیرکربنی، به دلیل افزایش جرم مولی، نقطهٔ جوش آن‌ها افزایش می‌یابد (درستی گزینهٔ «۱»)

با افزایش طول زنجیر کربنی، تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول افزایش و تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی که مربوط به اتم‌های اکسیژن موجود در گروه عاملی است ثابت می‌ماند، در نتیجه این نسبت به طور کلی افزایش می‌یابد. (درستی گزینهٔ «۳»)

(شیمی۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۹۵- **گزینهٔ «۴»** (محمد عظیمیان زواره)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) صابون حاصل از این واکنش یون K^+ دارد و یک صابون مایع می‌باشد.

۲) فرمول مولکولی این ترکیب و استر سه عاملی موجود در روغن زیتون به ترتیب $C_{57}H_{110}O_6$ و $C_{57}H_{104}O_6$ می‌باشد. بنابراین اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن در آن‌ها برابر ۶ است.

۳) از سوختن کامل هر مول از آن ۵۵ مول H_2O تولید می‌شود.

۴) این ترکیب برخلاف اتانول ناقطبی بوده و در آب حل نمی‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

۹۶- **گزینهٔ «۴»** (حسین ناصری‌ثانی)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) با توجه به این‌که ثابت یونش BOH از AOH بزرگ‌تر است، پس BOH باز قوی‌تری است.

۲) چون BOH باز قوی‌تری است، بنابراین در شرایط یکسان، در مقایسه با AOH بیشتر یونش‌یافته و درجهٔ یونش بزرگ‌تری دارد.

۳) از آنجا که در شرایط یکسان، BOH به میزان بیشتری یونش می‌یابد، در نتیجه در محلول آن غلظت OH^- بیشتر و غلظت H^+ کمتر بوده و pH محلول آن در مقایسه با محلول AOH بیشتر خواهد بود.

۴) BOH در مقایسه با AOH باز قوی‌تری است. بنابراین در شرایط یکسان به میزان بیشتری یونیده می‌شود و شمار ذرات یونش‌نیافته در محلول آن کمتر از محلول AOH خواهد بود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۹۷- **گزینهٔ «۱»** (محمدرضا پورجاوید)

غلظت یون هیدرونیوم در محلول HA برابر است با:

$$[H^+]_{HA} = 10^{-pH} = 10^{-2/7} = 10^{-3+0/3}$$
$$= 10^{0/3} \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

به این ترتیب می‌توان غلظت یون هیدرونیوم محلول NaOH را نیز به دست آورد:

$$\frac{[H^+]_{NaOH}}{[H^+]_{HA}} = 5 \times 10^{-6} \Rightarrow \frac{[H^+]_{NaOH}}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow [H^+]_{NaOH} = 10^{-8}\ mol.L^{-1}$$

غلظت یون OH^- در محلول بازی و همچنین غلظت محلول NaOH به صورت زیر قابل محاسبه هستند:

در محلول NaOH در دمای اتاق: $[H^+][OH^-] = 10^{-14}$

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-8}} = 10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

$$[OH^-] = [NaOH]\alpha \Rightarrow 10^{-6} = [NaOH] \times 0/2$$

$$\Rightarrow [NaOH] = 5 \times 10^{-6}\ mol.L^{-1}$$

جرم HBr ناخالص مورد نیاز برای خنثی کردن محلول اسیدی عبارت است از:

$$200\,mL\ NaOH \times \frac{1\,L\ NaOH}{1000\,mL\ NaOH} \times \frac{5 \times 10^{-6}\ mol\ NaOH}{1\,L\ NaOH}$$
$$\times \frac{1\,mol\ HBr}{1\,mol\ NaOH} \times \frac{81\,g\ HBr}{1\,mol\ HBr} \times \frac{1000\,mg\ HBr}{1\,g\ HBr}$$
$$\times \frac{100\,mg\ HBr_{\text{ناخالص}}}{90\,mg\ HBr_{\text{خالص}}} = 9 \times 10^{-2}\ mg\ HBr_{\text{ناخالص}}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۸، ۳۰ و ۳۱)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** (فرزاد رضایی)

عبارت‌های (الف) و (ب) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) اکسیژن با اغلب فلزها واکنش می‌دهد. مثلاً با برخی فلزها مانند طلا و پلاتین واکنش نمی‌دهد.

ب) اغلب فلزها در واکنش با نافلزها ضمن اکسایش به کاتیون تبدیل می‌شوند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۴۰)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** (حمید زبحی)

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: قدرت کاهندگی X از Z بیشتر است و واکنش ذکر شده به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود.

گزینهٔ «۲»: قدرت کاهندگی Y از Z کمتر است و ظرف Z با یون‌های Y^+ واکنش می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: در سلول گالوانی $W-Z$، نیم‌سلول W در نقش کاتد است در حالی که آنیون‌ها به سمت آند مهاجرت می‌کنند.

گزینهٔ «۴»: قدرت اکسندگی کاتیون‌ها به صورت زیر است:

$$Y^+ > W^{2+} > Z^{2+} > X^{2+}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱۰۰- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین طیبی)

در نیم واکنش کاتدی فرایند خوردگی آهن گالوانیزه در محیط غیراسیدی یون هیدروکسید تولید می‌شود.

نیم‌واکنش کاتدی: $O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^-$

$$?\,mol\,e^- = 10/2\,g\,OH^- \times \frac{1\,mol\,OH^-}{17\,g\,OH^-} \times \frac{4\,mol\,e^-}{4\,mol\,OH^-} = 0/6\,mol\,e^-$$

در فرایند هال گاز CO_2 تولید می‌شود. می‌دانیم واکنش کلی فرایند هال به صورت $2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$ است. و عدد اکسایش اتم کربن از صفر به (+4) رسیده است و از آنجایی که ۳ مول اتم کربن داریم در نتیجه می‌توانیم بگوییم در این واکنش ۱۲ مول الکترون مبادله شده است.

$$?\,L\,CO_2 = 0/6\,mole^- \times \frac{3\,mol\,CO_2}{12\,mol\,e^-} \times \frac{22/4\,L\,CO_2}{1\,mol\,CO_2} = 3/36\,L\,CO_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۲)

۱۰۱- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در SiO_2، اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای محکم کووالانسی به هم متصل شده‌اند، در حالی که CO_2 شامل مولکول‌های مجزا است. بنابراین سیلیس سختی بیشتری دارد.

گزینهٔ «۲»: از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود و آنتالپی سوختن بیشتری دارد.

گزینهٔ «۳»: به علت فضای خالی بین لایه‌های موجود در گرافیت، این ماده چگالی کمتری نسبت به الماس دارد.

گزینهٔ «۴»: طبق کتاب درسی درست است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۱۰۲- **گزینهٔ «۲»** *(خرزاد نیفی‌گرمی)*

C عنصر $_{14}Si$ است.

A عنصر $_{21}Sc$ است. $A:[_{18}Ar]3d^1 4s^2$

E عنصر $_{22}Ti$ است. $E:[_{18}Ar]3d^2 4s^2$

B عنصر $_{6}C$ است. $B:[_{2}He]2s^2 2p^2$

D عنصر $_{17}Cl$ است. $D:[_{10}Ne]3s^2 3p^5$

گرافیت و الماس هر دو آلوتروپ‌های کربن هستند که به ترتیب چینش دوبعدی و سه‌بعدی دارند و گرافیت رسانایی الکتریکی دارد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) $_{14}Si$ با اکسیژن جامد کووالانسی تولید می‌کند.

۳) $_{21}Sc$ نخستین فلز واسطهٔ جدول دوره‌ای است.

۴) نقطهٔ ذوب تیتانیم بالاتر از فولاد است.

(شیمی ۳- شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵، ۸۳، ۸۷ و ۸۸)

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

هرچه انرژی فعال‌سازی واکنشی کمتر باشد، سرعت واکنش بیشتر و اگر $E_{a(برگشت)}$ از $E_{a(رفت)}$ بزرگ‌تر باشد، آن واکنش گرماده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد عزیزی)*

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

۱) افزایش دما سبب کاهش مقدار ثابت تعادل در واکنش‌های گرماده می‌شود. (فرایند هابر نیز یک واکنش گرماده است.)

۲) در یک سامانه با مواد در حالت گازی در حال تعادل در صورت برابر نبودن ضرایب مواد گازی در دو طرف واکنش، افزایش غلظت سبب جابه‌جایی تعادل می‌شود.

۳) غلظت مواد جامد (s) و مایع خالص (l) با تغییر حجم، تغییر نمی‌کند. به علاوه این‌که کاهش حجم سبب افزایش غلظت می‌شود.

۴) در تعادل‌هایی که فاقد مادهٔ گازی‌شکل هستند و نیز در تعادل‌هایی که شمار مول‌های مواد گازی‌شکل در دو طرف واکنش برابر است، افزایش یا کاهش فشار در دمای ثابت، اثری بر جابه‌جایی تعادل ندارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۱۰۵- **گزینهٔ «۲»** *(مجتبی محبوب)*

ابتدا واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$C_8H_{10} + 3O_2 \rightarrow C_8H_6O_4 + 2H_2O$$

$$?\,g\,C_8H_6O_4 = 53\,g\,C_8H_{10} \times \frac{80\,g\ خالص}{100\,g\ ناخالص} \times \frac{1\,mol\,C_8H_{10}}{106\,g\,C_8H_{10}} \times \frac{1\,mol\,C_8H_6O_4}{1\,mol\,C_8H_{10}} \times \frac{166\,g\,C_8H_6O_4}{1\,mol\,C_8H_6O_4} \times \frac{50\,g\ عملی}{100\,g\ نظری} = 33/2\,g\ ترفتالیک\ اسید$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفترچهٔ پاسخ فرهنگیان

(تعلیم و تربیت اسلامی و هوش و استعداد معلّمی)

۲۲ خرداد ماه ۱۴۰۵

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب- بین صبا و فلسطین- پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۶۴۶۳-۰۲۱

تعلیم و تربیت اسلامی

۲۵۱- گزینهٔ «۳» *(مرتضی ممسنی کبیر)*

اگر مهندسانی که مسئول استخراج مواد هستند را به معلمان تشبیه کنیم، کار معلم، خارج‌کردن دانش‌آموزان از انحراف‌هایی است که به آن گرفتار شده‌اند، می‌باشد.

(همهٔ رشته‌ها؛ مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلّمی، صفحهٔ ۲۰)

۲۵۲- گزینهٔ «۳» *(مرتضی ممسنی کبیر)*

اتصال معلم، استاد و مربی به خداوند متعال، نقش مهمی در انجام مسئولیت آن‌ها – که همانا ارشاد و هدایت مردم است – دارد؛ لذا از عالم دینی به «عالم ربّانی» تعبیر می‌شود؛ یعنی عالمی که سروکارش با پروردگار است، در راه خدا و برای خدا و با اسلوب و اخلاق خداپسندانه تعلیم می‌دهد، از خداوند متعال صفت ربوبیّت را می‌گیرد و به دیگران منتقل می‌کند.

(همهٔ رشته‌ها؛ مهارت معلمی، ارزش و امتیاز کار معلّمی، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲۵۳- گزینهٔ «۲» *(مرتضی ممسنی کبیر)*

اگر انسان بداند که استاد و مربی‌اش هیچ‌گونه تعصّب نابجا نسبت به خود یا طرف مقابل ندارد و فقط به دنبال حقیقت است، به‌جای آن‌که به فرد بنگرد، به استدلال او می‌نگرد تا احسن را انتخاب کند. این باور در انسان ایجاد آرامش می‌کند.

قرآن کریم می‌فرماید: «انّا أو إیّاکم لَعَلَی هدی أو فی ضلال مبین: ما و شما یا در مسیر هدایت هستیم یا انحراف [پس بیایید با گفتگو و منطق راه را پیدا کنیم].»

(همهٔ رشته‌ها؛ مهارت معلمی، صفات معلّم، صفحهٔ ۴۸)

۲۵۴- گزینهٔ «۳» *(مرتضی ممسنی‌کبیر)*

در اسلام فارغ‌التحصیل نداریم؛ زیرا خداوند متعال به پیامبرش (ص) می‌فرماید: «و قل ربّ زدنی علما: و بگو: پروردگارا! علم مرا زیاد کن.»

در حدیث می‌خوانیم: «اعلم النّاس من جمع علم النّاس الی علمه؛ داناترین مردم کسی است که علم مردم را به علم خودش اضافه می‌کند.»

(همهٔ رشته‌ها؛ مهارت معلمی، صفات معلّم، صفحه‌های ۳۷ و ۳۹)

۲۵۵- گزینهٔ «۴» *(کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳ انسانی اردیبهشت)*

در قرآن می‌خوانیم که «ادفع بالّتی هی احسن» یعنی به‌جای انتقام بدی‌ها، مردم را با عمل خوبی از خود دفع کنید. این کار برکاتی دارد؛ از جمله کینه و دشمنی بین شما و آن شخص را به دوستی گرمی تبدیل می‌کند. «فاذا الّذی بینک و بینه عداوه کانّه ولیّ حمیم»

(همهٔ رشته‌ها؛ مهارت معلمی، وظایف معلّم، صفحهٔ ۹۹)

۲۵۶- گزینهٔ «۱» *(یاسین ساعدی)*

در قرآن کریم سه نوع تواصی بیان شده است:

- «تواصوا بالحقّ» که در آیهٔ سوم از سورهٔ عصر آمده است. در مسیر حق بودن کافی نیست، بلکه لازم است دیگران را نیز به مسیر حق دعوت کنیم. جامعه زمانی اصلاح می‌شود که همهٔ مردم در امر به معروف و نهی از منکر مشارکت داشته باشند؛ هم پند دهند و هم پند بپذیرند.
- «تواصوا بالصّبر» که دوبار در قرآن کریم آمده است
- «تواصوا بالمرحمة» که در ادامهٔ آیهٔ ۱۷ سورهٔ بلد آمده است.

(همهٔ رشته‌ها؛ مهارت معلمی، وظایف معلّم، صفحهٔ ۱۰۰)

۲۵۷- گزینهٔ «۲» *(یاسین ساعدی)*

امیرالمؤمنین (ع) دربارهٔ چگونگی پیروی از ایشان می‌فرماید: «آگاه باش برای هر پیروی‌کننده‌ای، امام و پیشوایی است . . . با پرهیزکاری و کوشش [در راه خدا] و عفّت و درستکاری مرا یاری کنید.»

(سایر رشته‌ها؛ دین و زندگی ۱، آهنگ سفر، صفحهٔ ۱۰۴)

(رشتهٔ انسانی؛ دین و زندگی ۱، آهنگ سفر، صفحهٔ ۱۰۲)

۲۵۸- گزینهٔ «۲» *(یاسین ساعدی)*

«جهاد در راه خدا» در برنامهٔ تمام پیامبران الهی بوده است و دینداری، با دوستی خدا آغاز می‌شود و برائت و بیزاری از دشمنان خداوند را به‌دنبال می‌آورد.

(سایر رشته‌ها؛ دین و زندگی ۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۵)

(رشتهٔ انسانی؛ دین و زندگی ۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۲۱)

۲۵۹- گزینهٔ «۱» *(فردین سماقی)*

اگر می‌خواهیم محبت خداوند در دلمان خانه کند، باید محبت کسانی را که رنگ و نشانی از او دارند و خداوند محبت و دوستی آنان را به ما توصیه کرده، در دل جای دهیم. این امر با تولّی (دوستی با خدا و دوستان او) ارتباط مفهومی دارد.

(سایر رشته‌ها؛ دین و زندگی ۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۱۵)

(رشتهٔ انسانی؛ دین و زندگی ۱، دوستی با خدا، صفحهٔ ۱۲۱)

۲۶۰- گزینهٔ «۴» *(یاسین ساعدی)*

اگر عبارت «إهدنا الصّراط المستقیم» را صادقانه از خداوند بخواهیم، به راه‌های انحرافی دل نخواهیم بست.»

امام صادق (ع) می‌فرماید: «هرکس می‌خواهد بداند آیا نمازش پذیرفته شده یا نه، باید ببیند که نماز او را از گناه و زشتی باز داشته است یا نه. به هر مقدار که نمازش سبب دوری او از گناه و منکر شود، این نماز قبول شده است.»

(سایر رشته‌ها؛ دین و زندگی ۱، یاری از نماز و روزه، صفحهٔ ۱۲۵)

(رشتهٔ انسانی؛ دین و زندگی ۱، یاری از نماز و روزه، صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۳۱)

۲۶۱- گزینهٔ «۱» *(میثم هاشمی)*

گرچه عفاف، خصلت هر انسان با فضیلتی، اعم از زن و مرد است، اما وجود آن در زنان و دختران ارزش بیش‌تری دارد؛ زیرا خداوند زنان را بیش از مردان به نعمت زیبایی آراسته است.

تشریح سایر موارد:

برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود و مقبولیت، دچار تندروی می‌شوند؛ به‌گونه‌ای که در آراسته‌کردن خود، زیاده‌روی می‌کنند و به خودنمایی می‌رسند. قرآن کریم این حالت را «تبرّج» می‌نامد و آن را کاری جاهلانه می‌شمرد.

از نظر امام صادق (ع) دو رکعت نماز که با بوی خوش گزارده شود، بهتر از هفتاد رکعت نماز بدون بوی خوش است.

مقبولیت یکی از نیازهای انسان است که این نیاز در دورهٔ جوانی و نوجوانی نمود بیشتری دارد و سبب می‌شود که نوجوان و جوان بیشتر به خود بپردازد و توانایی‌ها و استعدادهای خود را کشف و شکوفا کند.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۱، فضیلت آراستگی، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۰)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۱، فضیلت آراستگی، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۶)

۲۶۲- گزینهٔ «۱» *(فردین سماقی)*

حجاب چگونگی پوشش زن را در هنگام حضور در اجتماع مشخص می‌کند، پوشش مناسب از نشانه‌های عفاف است، به‌گونه‌ای که از نوع پوشش هرکسی می‌توان میزان توجه وی به این ارزش (عفاف) را دریافت.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۱، زیبایی پوشیدگی، صفحه‌های ۱۴۷ و ۱۴۹)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۱، زیبایی پوشیدگی، صفحه‌های ۱۵۳ و ۱۵۵)

۲۶۳- گزینهٔ «۲» *(فردین سماقی)*

پوشش، لازمهٔ دینداری از دیدگاه ادیان الهی است. چگونگی و نوع پوشش تا حدود زیادی تابع آداب و رسوم ملت‌ها و اقوام است. بی‌حجابی زنان غرب، اشاره به بازگشت به سنت‌های مشرکانهٔ قبل از حضرت مسیح (ع) دارد. همچنین فایدهٔ حجاب در آیهٔ «ذلک أدنی أن یعرفن فلا یؤذین» ذکر شده است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۱، زیبایی پوشیدگی، صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۰)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۱، زیبایی پوشیدگی، صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۶)

۲۶۴- گزینهٔ «۲» *(یاسین ساعدی)*

پیشوایان ما با تکیه بر بندگی خداوند و پیوند با او (توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او) توانستند در سخت‌ترین شرایط عزتمندانه زندگی کنند و هیچ‌گاه تن به ذلت و خواری ندهند.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۲، عزّت نفس، صفحهٔ ۱۴۱)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۲، عزّت نفس، صفحهٔ ۲۰۰)

۲۶۵- گزینهٔ «۳» *(فردین سماقی)*

یکی از راه‌های تقویت عزّت‌نفس، شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک است. در صورت کسب این شناخت توسط انسان، انسان به زیبایی‌هایی دست می‌یابد که خودش نمی‌شناسد و خدا می‌داند.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۲، عزّت نفس، صفحهٔ ۱۴۰)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۲، عزّت نفس، صفحه‌های ۱۹۸ و ۱۹۹)

۲۶۶- گزینهٔ «۱» *(مرتضی مسنی‌کبیر)*

منظور از «عزیز بودن خداوند» آن است که هیچ‌کس نمی‌تواند در ارادهٔ خداوند نفوذ نماید و او را تسلیم خود کند. دستیابی انسان به بهشتی به وسعت همهٔ آسمان‌ها و زمین، در صورتی محقق می‌شود که انسان ارزش خود را بشناسد و آن را به بهای اندکی نفروشد. (شناخت ارزش خود و نفروختن خویش به بهای اندک)

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۲، عزّت نفس، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۴۰)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۲، عزّت نفس، صفحه‌های ۱۹۷ تا ۱۹۹)

۲۶۷- گزینهٔ «۲» *(یاسین ساعدی)*

مهم‌ترین برنامه‌ها در مورد تشکیل خانواده عبارت‌اند از:

۱) تقویت عفاف و پاکدامنی در خود از آغاز بلوغ

۲) مشخص‌کردن هدف‌های خود از تشکیل خانواده

۳) شناخت معیارها و شاخص‌های همسر مناسب

۴) شناخت ویژگی‌های روحی زن و مرد

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۲، پیوند مقدّس، صفحهٔ ۱۵۱)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۲، زمینه‌های پیوند، صفحهٔ ۲۱۳)

۲۶۸- گزینهٔ «۱» *(میثم هاشمی)*

پسر و دختر جوان با تشکیل خانواده، مسئولیت‌پذیری را تجربه می‌نمایند، مهر و عشق به همسر و فرزندان را در خود پرورش می‌دهند که این مورد مربوط به (رشد اخلاقی و معنوی) از اهداف ازدواج است.

توانمندی عاطفی بالای زنان برای آن است که زن با محبت مادری، فرزندان را رشد دهد.

ابتدایی‌ترین زمینهٔ ازدواج، نیاز جنسی زن و مرد به یکدیگر است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۲، پیوند مقدّس، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۳)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۲، زمینه‌های پیوند، صفحه‌های ۲۱۱، ۲۱۵ و ۲۱۶)

۲۶۹- گزینهٔ «۲» *(میثم هاشمی)*

قرآن کریم از دختران و پسران می‌خواهد که قبل از ازدواج حتماً عفاف پیشه کنند تا خداوند به بهترین صورت، زندگی آنان را سامان دهد.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۲، پیوند مقدّس، صفحهٔ ۱۵۱)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۲، زمینه‌های پیوند، صفحهٔ ۲۱۳)

۲۷۰- گزینهٔ «۳» *(فردین سماقی)*

گزاره‌های «طبق مقرّرات اسلامی، رضایت کامل دختر و پسر برای ازدواج ضروری است» و «برای موفق‌شدن در مسئولیت ازدواج باید بر شور و احساس جوانی تسلط کامل داشت» مرتبط با بحث «انتخاب همسر و مسئولیت آیندهٔ انسان» است.

گزاره‌های «از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، باایمان‌بودن است» و «هرقدر ایمان یک فرد قوی‌تر باشد، شایستگی او برای همسری بیشتر است»، مرتبط با بحث «معیارهای همسر شایسته» است.

گزارهٔ «تحقیق دربارهٔ همسر آینده را نباید با معاشرت‌هایی که منشأ آن تنها هوس‌های زودگذر است، اشتباه کرد»، مربوط به بحث «راه‌های شناخت همسر» است.

(سایر رشته‌ها: دین و زندگی ۲، پیوند مقدّس، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۵)

(رشتهٔ انسانی: دین و زندگی ۲، پیوند مقدّس، صفحه‌های ۲۲۳ تا ۲۲۵)

هوش و استعداد معلّمی

۲۷۱- گزینهٔ «۴» *(حامد کریمی)*

در متن می‌خوانیم:

در ابتدایی مفاهیم به صورتِ حلزونی و تدریجی ارائه می‌شوند، امّا در متوسّطه، هر درس به صورتِ مجزّا و با عمق و جزئیّاتِ بیشتری تدریس می‌شود. این به آن معنا نیست که حلزونی بودن، به کندی یا به تفکیک یا به تعمیق موضوعات مربوط باشد، بلکه بدان معناست که دانش‌آموز هر بار با همان موضوع، در سطحی عمیق‌تر و کامل‌تر روبه‌رو شود.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۷۲- گزینهٔ «۳» *(حامد کریمی)*

دقّت کنید ملموس‌تر بودن آموزش، در سال‌های دوران ابتدایی اهمّیت بیشتری دارد و تخصّصی‌تر شدن، در دورهٔ متوسّطه. دیگر عبارت‌ها درست هستند.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۷۳- گزینهٔ «۴» *(حامد کریمی)*

بررسی پرسش‌ها:

الف) متن از تفاوت‌های دوره‌های اوّل و دوم متوسّطه مطلبی نگفته است.

ب) متن از فواید یا زیان‌های تصویرسازی در کتاب‌های درسی دورهٔ متوسّطه، مطلبی نگفته است.

ج) در شروع دوران آموزش، ایجادِ محیطی امن اهمّیّت بیشتری دارد و تأکید بر نمره در دوران متوسّطه بیشتر است. این موضوع از متن برمی‌آید.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۷۴- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

متن از یک تئوری به نام «بازی پشیمانی» سخن می‌گوید و از تأثیر آن در تصمیم‌گیری‌ها. «بازی» در اینجا به معنای کار بیهوده و اتلاف وقت نیست. گزینه‌های «۳» و «۴» نیز موضوعاتی هستند که متن‌های دیگری طلب می‌کنند.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۷۵- گزینهٔ «۴» *(حمید اصفهانی)*

متن، تئوری «بازی پشیمانی» را توجیه‌کنندهٔ رفتارهایی در دنیای اقتصاد می‌داند که گاه با نگاه نخست، غیرمنطقی و ناسازگار به نظر می‌رسد، نظیر ریسک‌گریزی افراطی و یا خرید بیمه‌های غیرضروری.

(درک متن بلند، هوش کلامی)

۲۷۶- گزینهٔ «۱» *(کتاب استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

در انتهای متن صورت سؤال آمده است «تبادل مواد، تنها وظیفهٔ رگ‌ها نیست»، پس اگر متن بخواهد ادامه پیدا کند، عبارتی دربارهٔ دیگر وظایف رگ‌ها می‌آورد.

(تکمیل متن، هوش کلامی)

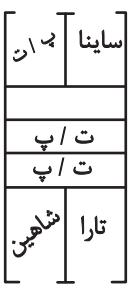
۲۷۷- گزینهٔ «۳» *(کتاب استعدادتحلیلی هوش کلامی)*

کشور امریکا با وجود این‌که بزرگترین تولیدکنندهٔ شیر است، در زمرهٔ کشورهای با بیشترین صادرات شیر و پنیر نیست، احتمالاً به این دلیل که شیر تولیدیِ امریکا، در همان کشور امریکا مصرف می‌شود، «جمعیت مصرف بالای کشور امریکا» دلیل اصلیِ این موضوع است. دقّت کنید سایر موارد درست نیست. دوریِ کشور امریکا از دیگر کشورهای جهان عامل صادرنشدنِ شیر نیست، چرا که اگر چنین بود، کشور امریکا این میزان شیر را تولید نمی‌کرد. علاوه براین، کشور امریکا از اروپا و آسیا دور است، از امریکای جنوبی و کانادا که دور نیست. همچنین صادرات بهداشتی محصولات لبنی ناممکن نیست، در همین متن به کشورهای صادرکنندهٔ محصولات لبنی اشاره شده است. اگر در صادرات محصولات لبنی صرفهٔ اقتصادی نبود، دیگر کشورها نیز آن را صادر نمی‌کردند.

(استدلال‌های متنی، هوش کلامی)

۲۷۸- گزینهٔ «۱» *(فرزاد شیرممدلی)*

ساینا و تارا عمودی و تارا کنار و موازی شاهین است. همچنین پراید و تیبا موازی نیستند. دیوار مشترک هم ندارند. بدون درنظر گرفتن چپ و راست یا شمال و جنوب می‌توان پارکینگ را به شکل زیر ترسیم کرد. «پ» پراید است و «ت» تیبا.



در این سؤال پراید در (۲) است، پس ساینا در (۱) است و تارا و شاهین در (۶) و (۷). اگر کوئیک در (۴) باشد، تیبا در (۵) است و دنا در (۳) است.

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

۲۷۹- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرممدلی)*

طبق پاسخ قبلی، اگر تیبا در (۷) باشد، ساینا در (۶) است و جایگاه‌های (۱) و (۲) از آن شاهین یا تارا است.

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

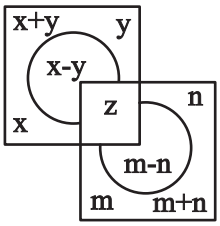
۲۸۰- گزینهٔ «۳» *(فرزاد شیرممدلی)*

طبق پاسخ قبلی، می‌توان فرض کرد تارا و شاهین در (۶) و (۷) و کوئیک در (۵) و همچنین ساینا در (۲) و دنا در (۳) است. جایگاه‌های (۱) و (۴) به پراید و تیبا رسیده است.

(استدلال و منطق، هوش منطقی ریاضی)

ترنج بوک
تلاشی در مسیر موفقیت

۲۸۱- گزینهٔ «۳» *(حمید کنبی)*



با معلوم بودن x, y در هر شکل الگوی صورت سؤال داریم:

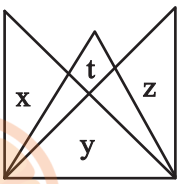
$$z=(x+y)\times(m+n)$$

و در شکل پایانی: $m=۱۰, m-n=۱\Rightarrow n=۹$

$$z=(۹+۸)\times(۹+۱۰)=۱۷\times۱۹=۳۲۳$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۲- گزینهٔ «۴» *(حمید کنبی)*



در هر شکل از الگوی صورت سؤال داریم:

$$x\times y+z=t$$

و در شکل پایانی:

$$۹\times?+۱۱=۱۰۱\Rightarrow ۹\times?=۹۰\Rightarrow ?=۱۰$$

(الگوهای عددی، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۳- گزینهٔ «۲» *(حمید کنبی)*

عبارت «الف» دو معادله است و سه مجهول. اختلاف دو مجهول نیز از آن حاصل نمی‌شود. از عبارت «ب» با فرض «سنّ فرزند اول: a» و «سنّ فرزند دوم: b» داریم:

$$\left.\begin{array}{l} a=۲b \\ a+۲۷=۱/۱(b+۲۷) \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow ۲b+۲۷=۱/۱b+۲۹/۷\Rightarrow ۰/۹b=۲/۷$$

$$\Rightarrow b=\frac{۲/۷}{۰/۹}=۳\Rightarrow b=۳\Rightarrow a=۶$$

و داریم: $a-b=۳$

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۴- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

عبارات «الف» و «ب» به تنهایی کارساز نیست. مهره‌های زرد، سبز و آبی را به‌ترتیب a، b، و c می‌نامیم. اگر کل مهره‌ها هم z باشد، داریم:

$$\begin{cases} \text{الف}: a=۲c, b=a+۱۰ \\ \text{ب}: a=\frac{۱}{۳}z, c=\frac{۱}{۳}b \end{cases}$$

از دو معادله با هم، داریم:

$$c=\frac{۱}{۳}b\Rightarrow b=۳c, a=۲c, b=a+۱۰$$

$$\Rightarrow ۳c=۲c+۱۰\Rightarrow c=۱۰$$

$$\Rightarrow a=۲۰, b=۳۰$$

پس ۳۰ مهره از ۶۰ مهره سبز است و در بدترین حالت اگر ۳۰ مهره از کیسه بیرون آوریم که هیچ‌کدام سبز نباشد، مهره‌های ۳۱ و ۳۲ قطعاً سبز خواهد بود.

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۵- گزینهٔ «۴» *(فاطمه راسخ)*

از معادلات به تنهایی نمی‌توان حاصل عبارت صورت سؤال را محاسبه کرد. از دادهٔ «ب» معلوم است که ▣=۱ است. با درنظر گرفتن این موضوع و فرض ○=😊 و □=🌐، عبارت «الف» به شکل زیر درمی‌آید:

$$۱+□\times□=□\times○-۱\Rightarrow □\times○-□\times□=۲$$

$$\Rightarrow □\times(○-□)=۲$$

که با توجه به طبیعی بودن عددها، مثلاً به ازای ○=۳ و □=۱ یا به ازای ○=۳ و □=۲ درست است.

عبارت صورت سؤال در حالت اول: $\frac{۳\times۳+۱}{۱\times۱}=۱۰$

و حالت دوم، $\frac{۲\times۳+۳}{۱\times۲}=\frac{۹}{۲}$ است یعنی حاصل عبارت صورت سؤال به‌طور دقیق معلوم نیست.

(کفایت داده، هوش منطقی ریاضی)

۲۸۶- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

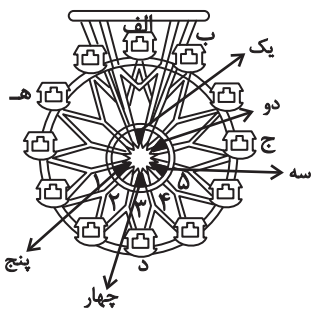
در شکل گزینهٔ «۳» قطر متفاوتی از مستطیل رسم شده است.

(قرینه‌یابی و دوران، هوش غیرکلامی)

۲۸۷- گزینهٔ «۳» *(فاطمه راسخ)*

در الگوی صورت سؤال سه طرح هست:

بخش‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ یک واحد، بخش‌های یک، دو، سه، چهار و پنج چهار واحد و بخش‌های الف، ب، ج، د، هـ هر مرحله یک واحد بیشتر از قبل جابه‌جا می‌شوند:

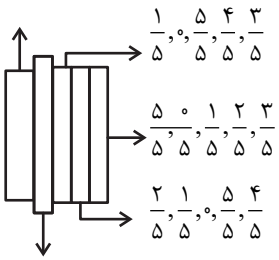


(الگوهای تصویری خطی، هوش غیرکلامی)

۲۸۸- گزینهٔ «۲» *(حمید اصفهانی)*

پنج طرح در الگوی صورت سؤال هست. میزان رنگی بودن‌ها از چپ به راست:

$\frac{۳}{۴},\frac{۴}{۴},\frac{۰}{۴},\frac{۱}{۴},\frac{۲}{۴}$



$\frac{۱}{۵},\frac{۵}{۵},\frac{۴}{۵},\frac{۳}{۵}$

$\frac{۵}{۵},\frac{۰}{۵},\frac{۱}{۵},\frac{۲}{۵},\frac{۳}{۵}$

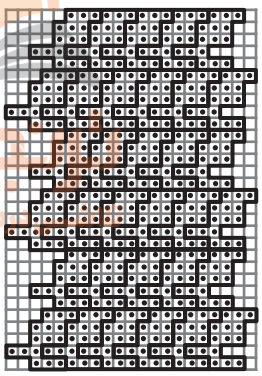
$\frac{۲}{۵},\frac{۱}{۵},\frac{۵}{۵},\frac{۴}{۵}$

$\frac{۲}{۲},\frac{۱}{۲},\frac{۰}{۲},\frac{۲}{۲},\frac{۱}{۲}$

(الگوهای تصویری خطی، هوش غیرکلامی)

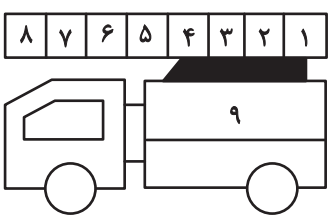
۲۸۹- گزینهٔ «۱» *(حمید اصفهانی)*

تکرار مدّنظر:



(الگوهای تصویری غیرخطّی، هوش غیرکلامی)

۲۹۰- گزینهٔ «۴» *(حمید کنجی)*



مستطیل‌هایی که در شکل، از مستطیل شکل شمارهٔ «۴» به چپ، با ذوزنقهٔ رنگی اشتراک دارند، ۵ تاست.

$(۴),(۴,۵),(۴,۵,۶),(۴,۵,۶,۷),(۴,۵,۶,۷,۸)$

حال اگر مستطیل‌های دیگری را که از مستطیل شمارهٔ «۳» به چپ با ذوزنقه اشتراک دارند بشماریم، می‌توانیم علاوه بر مستطیل شمارهٔ «۳»، کنار هر یک از مستطیل‌های بالا یک عدد ۳ بگذاریم، یعنی ۶ مستطیل:

$(۳),(۳,۴),(۳,۴,۵),(۳,۴,۵,۶),(۳,۴,۵,۶,۷),(۳,۴,۵,۶,۷,۸)$

به همین ترتیب مستطیل‌هایی که از ۲ به چپ هستند، ۷ تا و مستطیل‌هایی که از ۱ به چپ هستند ۸ تاست. مستطیل شمارهٔ «۹» هم هست که مجموعاً می‌شود:

$۵+۶+۷+۸+۱=۲۷$

(شمارش تصویری، هوش غیرکلامی)