

آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله پنجم

پایه یازدهم

۱۴۰۴/مهر/۲۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	یازدهم
حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ (درس ۱ و ۲) صفحه ۱ تا ۱۴
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ (درس ۱) صفحه ۱ تا ۱۷
آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ (درس ۱ تا ابتدای سورها) صفحه ۱ تا ۱۸
فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ (تا ابتدای انرژی پتانسیل الکتریکی) صفحه ۱ تا ۲۱
شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۳۰ دقیقه	فصل ۱ (تا ابتدای خیلی سبز) با عنصرهای دسته (d) صفحه ۱ تا ۱۴
مجموع	۸۰ سوال			۱۲۰ دقیقه	—

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا	مستول درس - گزینشگر
حسابان	طراح: محسن علی نجاری کارشناس علمی: سجاد دلوطاب	محسن علی نجاری
هندسه	طراح: امیرحسین ایوبصوب کارشناس علمی: سید عباس حسینی	امیرحسین ایوبصوب
آمار و احتمال	طراحان: مسعود شیمی - عطا صادقی - سروش موئینی کارشناس علمی: مریم نظری	مسعود شیمی
فیزیک	طراحان: یاشار آقوتی - نوید شاهی کارشناس علمی: علیرضا عبدالقایی	نوید شاهی - یاشار آقوتی
شیمی	طراحان: معصومه سعیدی - یاسر عبدالقایی - وحید قاریان کارشناس علمی: مرتضی نصیرزاده	یاسر عبدالقایی - معصومه سعیدی

سرپرست محتوای آزمون: فاطمه آقاچایور

این آزمون دمرهضقی دارد

استفادهازماشین حسابمجازنیست

دفترچسوالاتآزمونهایخیلیسبزازهمهطرفراعداسوالهارسانپاسخگویی، نوعچیدشگریبه هلدنوعصفحه دارایی، فودتسوالاتسایرکلماتواعداد جای خالی محل انجام محاسبات و... ادرشبه ترین حالت به دفترچه سوالات کدکور سراسری طراحی می شود.



حسابان یازدهم

۱- اگر مجموع ۱۹ جمله اول یک دنباله حسابی ۱۵۲ باشد، مجموع جملات هشتم تا دوازدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

۲- تعداد جملات یک دنباله هندسی متناهی، عددی زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۷ برابر مجموع جملات ردیف زوج باشد، نسبت جمله دهم به جمله هشتم کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{36}$ (۴) $\frac{1}{49}$

۳- مجموع اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۹ کدام است؟

- (۱) ۴۸۶ (۲) ۵۸۵ (۳) ۶۸۲ (۴) ۷۸۳

۴- طول ضلع مربعی یک متر است. این مربع کاملاً رنگ شده است. برای پاک کردن رنگ مربع، ابتدا نیمی از مساحت مربع را پاک می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت رنگ‌شده باقی‌مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت رنگ‌شده باقی‌مانده را پاک می‌کنیم. پس از دست کم چند مرحله، حداقل $99/9$ درصد سطح مربع پاک شده است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۵- در یک دنباله حسابی، مجموع هفت جمله اول برابر ۵۶ و جمله چهارم، ۴ برابر جمله اول است. اگر بین جملات اول و ششم این دنباله، دو واسطه هندسی درج کنیم، حاصل ضرب این دو واسطه کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۰ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۶- در یک دنباله هندسی، جمله اول برابر ۱ و قدرنسبت آن برابر ۳ است. اگر مجموع ۶ جمله متوالی این دنباله (با جمله اولیه نامشخص)، ۳۲۷۶ باشد، جمله اولیه چندمین جمله دنباله است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷- اگر مجموع ۸ جمله اول یک دنباله هندسی $\frac{13}{4}$ مجموع ۴ جمله اول آن باشد، جمله هفتم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{8}{27}$ (۴) $\frac{27}{8}$

۸- در تساوی $(1+a)(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8)(1+a^{16}) = 1+a+a^2+...+a^n$ مقدار n کدام است؟ ($a \neq 0, 1$)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲

۹- تعداد صفرهای تابع $f(x) = (x^2 - 1)^2 + 2x^2 - 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۱۰- به ازای چند مقدار m ، معادله $x^4 - (m-2)x^2 - m^2 + 9 = 0$ دارای ۳ ریشه متمایز است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\sqrt{-\alpha}}{2\beta} + \frac{\sqrt{-\beta}}{2\alpha}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{5}$ (۲) $-2\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۲- اعداد α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2x - m = 0$ هستند. اگر $\alpha^2 = 2(3 + \beta)$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۲ (۳) -۵ (۴) ۲

۱۳- با توجه به معادله $x^2 + 2x - 1 = |x - 2|$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) معادله جواب ندارد. (۲) معادله دو جواب منفی دارد.

- (۳) معادله دو جواب مثبت دارد. (۴) معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

۱۴- در معادله درجه دوم $3x^2 + 7x + m = 0$ ، یک ریشه از ۳ برابر ریشه دیگر یک واحد کم‌تر است. مقدار m کدام است؟

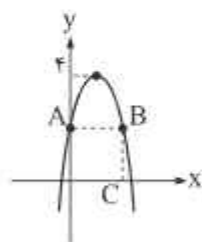
- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵- α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 4x + 2 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های

$\alpha^2\beta^2$ و $\alpha^2\beta^2$ برابر باشند، مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۶- در سهمی زیر، اگر چهارضلعی OABC مربعی به مساحت ۴ باشد، حاصل جمع صفرهای سهمی کدام است؟



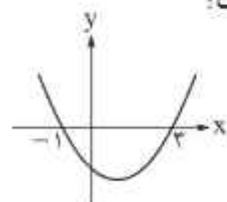
(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

۱۷- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر است. اگر $f(\frac{a}{b}) = -2$ باشد، $f(\frac{b}{a})$ کدام است؟



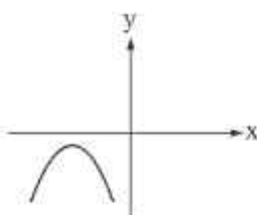
(۲) $\frac{24}{5}$

(۴) $\frac{54}{5}$

(۱) $\frac{8}{5}$

(۳) $\frac{40}{5}$

۱۸- شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. کدام گزینه درست است؟



(۱) $c < 0$ ، $b < 0$ ، $a > 0$

(۲) $c > 0$ ، $b > 0$ ، $a < 0$

(۳) $c < 0$ ، $b > 0$ ، $a < 0$

(۴) $c < 0$ ، $b < 0$ ، $a < 0$

۱۹- فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 5x = 0$ باشند. در این صورت $x_1 - x_2^2$ و $x_1^2 - x_2$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟

(۲) $x^2 - 16x + 36 = 0$

(۱) $x^2 - 12x + 36 = 0$

(۴) $x^2 + 16x + 36 = 0$

(۳) $x^2 + 12x + 36 = 0$

۲۰- اگر یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^2 + mx^2 - 2x - 2$ برابر ۲- باشد، مجموع صفرهای تابع f کدام است؟

(۴) $-\frac{5}{2}$

(۳) -۲

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۱) $-\frac{1}{2}$



هندسه یازدهم

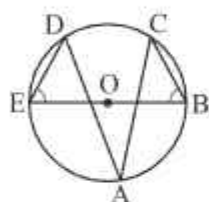
۲۱- در یک دایره وتر AB برابر شعاع دایره است. اگر خط d در نقطه A بر دایره مماس باشد، آن گاه زاویه بین خط d و وتر AB چند درجه است؟

- ۳۰ (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۷۵ (۴)

۲۲- مساحت قطاع متناظر با زاویه α در دایره $C(O, R)$ برابر با مساحت قطاع متناظر با زاویه β در دایره $C'(O', R')$ است. اگر $\beta = 2\alpha$ باشد، آن گاه طول کمان متناظر با زاویه α در دایره C چند برابر طول کمان متناظر با زاویه β در دایره C' است؟

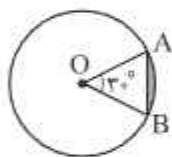
- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

۲۳- در شکل زیر، O مرکز دایره و $\hat{A} = 28^\circ$ است. مجموع اندازه های دو زاویه $\hat{CBE}$ و $\hat{DEB}$ چند درجه است؟



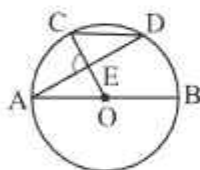
- ۱۱۲ (۱)
۱۱۶ (۲)
۱۱۸ (۳)
۱۲۴ (۴)

۲۴- اگر طول کمان AB در شکل زیر برابر π باشد، آن گاه مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



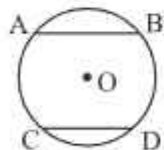
- $3(\pi - 2)$ (۱) $3(\pi - 3)$ (۲)
 $6(2 - \frac{\pi}{3})$ (۳) $6(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3})$ (۴)

۲۵- در شکل زیر $AB \parallel CD$ است. اگر $\hat{AEC} = 84^\circ$ باشد، آن گاه اندازه زاویه $\hat{BOC}$ چند درجه است؟ (O مرکز دایره است.)



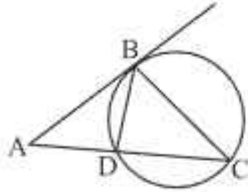
- ۱۱۲ (۱)
۱۱۶ (۲)
۱۲۰ (۳)
۱۲۴ (۴)

۲۶- در شکل زیر $AB = 12$ ، $CD = 8$ و فاصله مرکز دایره از وتر CD ، $\sqrt{2}$ برابر فاصله آن از وتر AB است. اندازه شعاع دایره کدام است؟



- $2\sqrt{10}$ (۱) $5\sqrt{2}$ (۲)
 $2\sqrt{14}$ (۳) ۸ (۴)

۲۷- در شکل زیر، AB در نقطه B بر دایره مماس است. اگر $AB = BC$ و $\widehat{CBD} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه C چند درجه است؟



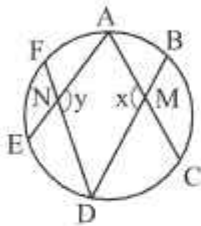
(۱) ۴۰

(۲) ۴۲

(۳) ۴۴

(۴) ۴۶

۲۸- در شکل زیر $\widehat{BC} = 90^\circ$ و $\widehat{EF} = 50^\circ$ است. حاصل $x + y$ چند درجه است؟



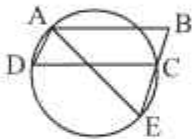
(۱) ۲۲۰

(۲) ۲۳۰

(۳) ۲۴۰

(۴) ۲۵۰

۲۹- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی الساقین کدام است؟



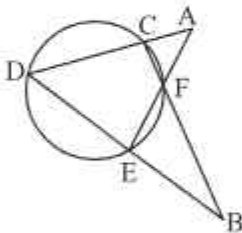
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۳۰- در شکل زیر $\hat{A} = 35^\circ$ و $\hat{B} = 25^\circ$ است. اگر $\widehat{EF} = 2\widehat{CF}$ باشد، اندازه کمان CF چند درجه است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۴۰

(۳) ۵۰

(۴) ۶۰



آمار و احتمال

۳۱- در جدول ارزش گذاری مربوط به چهار گزاره، در چند سطر دست کم یکی از گزاره ها ارزش نادرست دارد؟

۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۳۲- در ۸ سطر از جدول ارزش گذاری مربوط به تعدادی گزاره، دو گزاره p و q ارزش های متفاوتی دارند. در چند سطر از این جدول، دست کم سه گزاره ارزش درست دارند؟

۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۳۳- با کدام دامنه، مجموعه جواب گزاره $|2x+1| < 1$ تهی نیست؟

$\mathbb{N}$ (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $\mathbb{Z}$ (۳) $\mathbb{Q}'$ (۴)

۳۴- مجموعه جواب گزاره $\{1, 2, 3, 4\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ ، چند عضو دارد؟ ($X \subseteq \mathbb{N}$)

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۳۵- ارزش کدام گزاره به ارزش p بستگی دارد؟

$T \vee p$ (۱) $F \wedge p$ (۲) $\sim p \wedge p$ (۳) $\sim p \wedge T$ (۴)

۳۶- چند مورد از موارد زیر نادرست اند؟

الف) $p \leftrightarrow p \equiv T$

ب) $p \wedge (p \vee q) \equiv q$

پ) $p \Rightarrow q \equiv p \vee \sim q$

ت) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

۱) صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳۷- در چند حالت از ۴ حالت ارزش گزاره های p و q ، گزاره $(\sim q \Leftrightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$ درست است؟

۱) هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳۸- نقیض گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim q$ کدام است؟

p (۱) $\sim p$ (۲) q (۳) $\sim q$ (۴)

۳۹- گزاره $r \Rightarrow (p \vee q)$ هم ارز منطقی کدام گزاره نیست؟

$\sim p \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ (۱) $\sim q \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ (۲)

$\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim r)$ (۳) $\sim q \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim p)$ (۴)

۴۰- اگر ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$ نادرست باشد، کدام یک از گزاره های زیر همواره ارزش درست دارد؟

$p \wedge q$ (۱) $p \wedge r$ (۲) $p \wedge (q \vee r)$ (۳) $p \Rightarrow (q \wedge r)$ (۴)

فیزیک یازدهم

۴۱- با استفاده از الکتروسکوپ، چه تعداد از موارد زیر را می‌توان تعیین کرد؟

«باردار بودن یا نبودن جسم - نوع بار جسم - رسانا یا نارسانا بودن جسم - اندازه بار جسم»

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۲- دو جسم خنثی و نارسانای A و C را به یکدیگر مالش می‌دهیم. اگر در حین مالش 5×10^{12} الکترون بین دو جسم مبادله شده باشد، با توجه به سری الکتریسیته مالشی شکل زیر، بار الکتریکی جسم C بعد از مالش به چند میکروکولن

می‌رسد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
A
B
C
انتهای منفی سری

(۱) 8×10^{-7}

(۲) -8×10^{-7}

(۳) ۸ / ۰

(۴) ۸ / -۰

۴۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 5 \mu\text{C}$ و $q_2 = -4 \mu\text{C}$ در فاصله ۶۰ سانتی‌متری از هم ثابت شده‌اند. به ترتیب از راست به چپ اندازه نیروی الکتریکی که دو بار به هم وارد می‌کنند، چند نیوتون و نوع این نیرو کدام است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

(۴) ۵ / ۰، رابشی

(۳) ۵ / ۰، رانشی

(۲) ۵، رابشی

(۱) ۵، رانشی

۴۴- در شکل زیر، میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2 \text{ nC}$ در نقطه M بر حسب نیوتون بر کولن

$$\text{کدام است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$



(۴) -8.0×10^{-1}

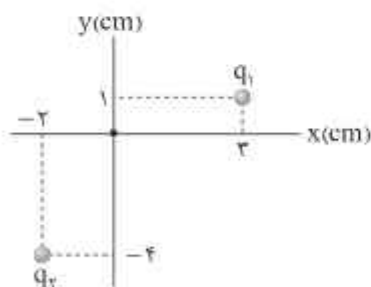
(۳) -8.0×10^{-1}

(۲) 8.0×10^{-1}

(۱) 8.0×10^{-1}

۴۵- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 5q_1$ بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی ۱ N وارد می‌کنند. q_1

$$\text{چند میکروکولن است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$



(۲) ۳

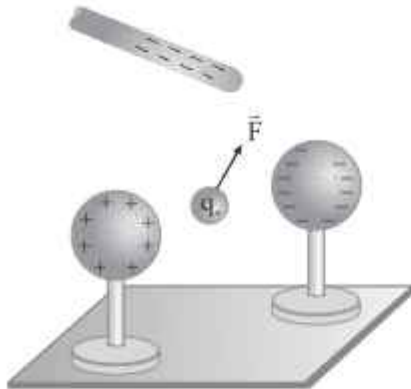
(۱) ۹

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{9}$

۴۶- در شکل زیر، بار آزمون q برابر 70 nC است و از سوی دو گوی و یک میله باردار، نیروی الکتریکی $\vec{F} = 21 \times 10^{-6} \vec{i} + 28 \times 10^{-6} \vec{j}$ ، بر حسب نیوتون بر آن وارد می‌شود. بزرگی میدان الکتریکی در محل بار آزمون در SI

کدام است؟



(۱) ۵۰

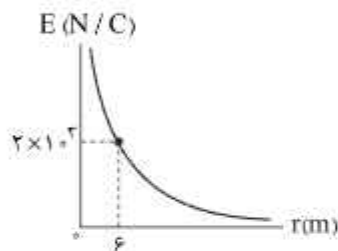
(۲) ۵۰۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۰۰۰

۴۷- نمودار تغییرات اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q بر حسب فاصله از آن به شکل زیر است.

اندازه q چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۴۸- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر اندازه هر یک از بارهای q_1 و q_2 را نصف کنیم، فاصله بین این دو بار را چند درصد تغییر دهیم تا بزرگی نیروی الکتریکی بین آن‌ها ثابت بماند؟

(۲) ۲۵

(۱) ۱۲/۵

(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

۴۹- دو ذره باردار با بارهای الکتریکی یکسان در فاصله r بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. چند درصد از بار یکی از ذرات را به دیگری منتقل کنیم تا این دو ذره در فاصله $\frac{1}{4}r$ بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی $15F$ وارد کنند؟

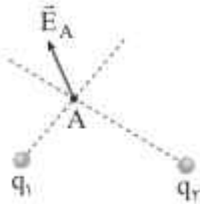
(۲) ۲۵

(۱) ۳۶

(۴) ۶۴

(۳) ۵۰

۵۰- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 ، در فاصله ثابتی از یکدیگر قرار دارند. اگر بردار میدان الکتریکی خالص در نقطه A، برابر $\vec{E}_A$ باشد، کدام مورد دربارهٔ اندازه و علامت بارهای q_1 و q_2 درست است؟



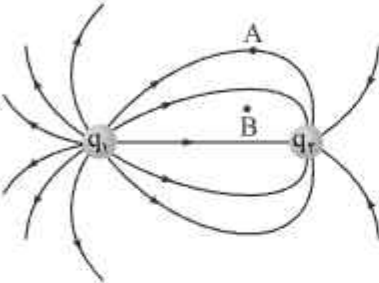
(۱) $q_1 < q_2$ ، $q_1 < q_2$ ، $|q_1| > |q_2|$

(۲) $q_1 > q_2$ ، $q_1 > q_2$ ، $|q_1| > |q_2|$

(۳) $q_1 > q_2$ ، $q_1 > q_2$ ، $|q_1| < |q_2|$

(۴) $q_1 < q_2$ ، $q_1 < q_2$ ، $|q_1| < |q_2|$

۵۱- شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 را در اطراف آن‌ها نشان می‌دهد. دربارهٔ این شکل، چه تعداد از موارد زیر درست است؟



(الف) اندازهٔ بار q_1 بزرگ‌تر از اندازهٔ بار q_2 است.

(ب) جهت میدان الکتریکی خالص در نقطه A به صورت $\rightarrow$ است.

(پ) میدان الکتریکی خالص در نقطه B برابر صفر است.

(ت) بار q_2 ، منفی است.

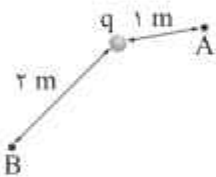
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۲- در شکل زیر، اگر اختلاف بزرگی میدان‌های الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در نقاط A و B برابر



10^8 N/C باشد، $|q|$ برابر چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

(۲) ۸

(۱) ۴

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

۵۳- روی سطح بادکنکی به جرم 20 g بار الکتریکی 500 nC ایجاد می‌کنیم و آن را در یک میدان الکتریکی یکنواخت قائم قرار می‌دهیم. اگر بادکنک معلق و ساکن بماند، میدان الکتریکی، چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟ $(g = 10 \text{ N/kg})$ و نیروی شناوری وارد بر بادکنک ناچیز است.

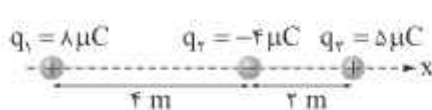
(۴) 4×10^4 ، بالا

(۳) 4×10^4 ، پایین

(۲) 4×10^5 ، بالا

(۱) 4×10^5 ، پایین

۵۴- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای، بر روی محور x در مکان خود ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص



وارد بر بار q_2 بر حسب میلی‌نیوتون کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

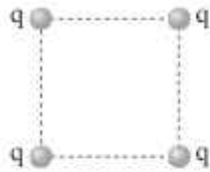
(۲) $36 \vec{i}$

(۱) $27 \vec{i}$

(۴) $-36 \vec{i}$

(۳) $-27 \vec{i}$

۵۵- در رأس‌های مربع شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارها چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار مجاور هم است؟



$$1 + \sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} + \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$1 + 2\sqrt{2} \quad (4)$$

۵۶- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 8 \mu\text{C}$ و $q_2 = -2 \mu\text{C}$ در فاصله 60 cm از هم قرار دارند. روی خط واصل این دو بار، در نقطه M ، بردار میدان الکتریکی حاصل از هر یک از این بارها، با هم برابر است. اگر در نقطه M بار الکتریکی نقطه‌ای $q_3 = 60 \mu\text{C}$ را قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن چند نیوتون خواهد بود؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

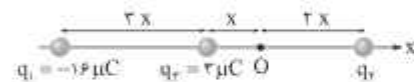
$$27 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

$$54 \quad (4)$$

$$36 \quad (3)$$

۵۷- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه O ، برابر صفر باشد، بار q_2 چند میکروکولن است؟



$$8 \quad (2)$$

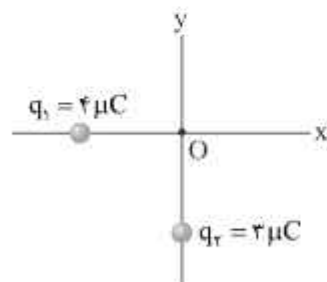
$$4 \quad (1)$$

$$-8 \quad (4)$$

$$-4 \quad (3)$$

۵۸- در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله 8 cm از نقطه O (مبدأ مختصات) ثابت شده‌اند. بار الکتریکی $q_3 = 20 \mu\text{C}$ را در فاصله چند سانتی‌متری از نقطه O قرار دهیم تا میدان الکتریکی خالص در نقطه O برابر

صفر شود؟



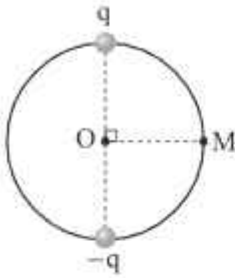
$$4\sqrt{2} \quad (1)$$

$$8 \quad (2)$$

$$8\sqrt{2} \quad (3)$$

$$16 \quad (4)$$

۵۹- شکل زیر آرایشی از دوقطبی الکتریکی، روی محیط یک دایره را نشان می‌دهد. بزرگی میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره (نقطه O) چند برابر بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه M است؟



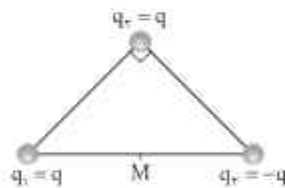
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

۶۰- در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین قرار دارند. با دو برابر شدن مقدار بار q_1 ، اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه M (وسط وتر مثلث) چند برابر می‌شود؟



$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

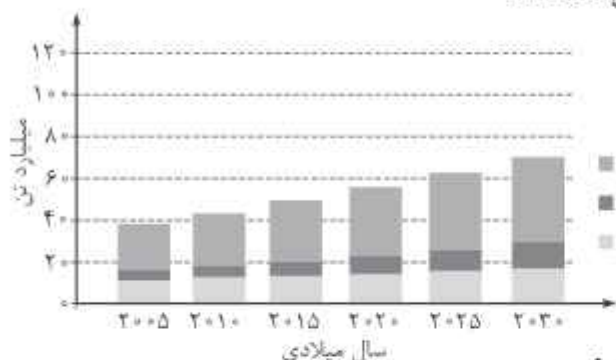
$$\sqrt{10} \quad (4)$$



شیمی یازدهم

۶۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواد نیمه‌رسانا ساخته می‌شوند.
- (۲) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، سبب تغییر و گاهی بهبود خواص آن‌ها می‌شود.
- (۳) برخلاف مواد مصنوعی، مواد طبیعی از کره زمین به دست می‌آیند.
- (۴) منابع شیمیایی گوناگون در جهان، به طور یکسان توزیع نشده‌اند.



۶۲- با توجه به نمودار مقابل که برآورد میزان تولید و مصرف نسبی برخی مواد را در جهان نشان می‌دهد، A، B و C به ترتیب (از راست به چپ) کدام مواد هستند؟

- (۱) فلزها - مواد معدنی - سوخت‌های فسیلی
- (۲) مواد معدنی - فلزها - سوخت‌های فسیلی
- (۳) سوخت‌های فسیلی - فلزها - مواد معدنی
- (۴) سوخت‌های فسیلی - مواد معدنی - فلزها

۶۳- کدام گزینه در مورد جدول دوره‌ای عناصر نادرست است؟

- (۱) عناصرها در جدول دوره‌ای براساس شمار ذرات زیراتمی باردار درون هسته چیده شده‌اند.
- (۲) اتم همه عناصرهایی که در یک گروه از جدول قرار دارند، آرایش الکترونی لایه ظرفیت مشابهی دارند.
- (۳) تعیین دوره و گروه یک عنصر در جدول، به پیش‌بینی خواص و رفتار آن کمک می‌کند.
- (۴) خواص فیزیکی و شیمیایی عناصرها در جدول، به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود که به قانون دوره‌ای عناصرها معروف است.

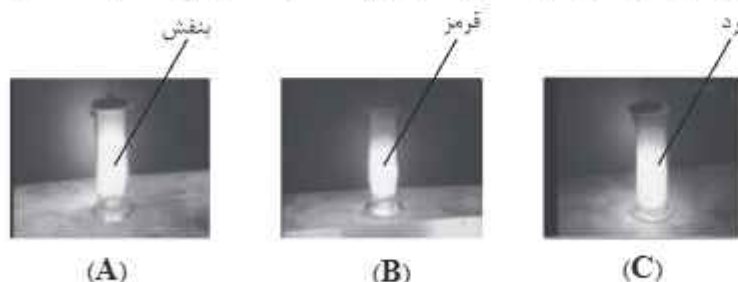
۶۴- کدام عدد اتمی مربوط به عنصری است که سطح صیقلی و براقی داشته و تنها تمایل به تشکیل پیوند اشتراکی با دیگر اتم‌ها را دارد؟

- ۵۳ (۱) ۳۷ (۲) ۵۰ (۳) ۳۲ (۴)

۶۵- عنصر A، نافلزی از دوره سوم جدول دوره‌ای است که به صورت جامد در دمای اتاق یافت می‌شود. با توجه به موقعیت این عنصر، کدام گزینه به یقین درباره آن درست است؟ (گاز نجیب در نظر گرفته نشود).

- (۱) می‌تواند با تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای هم‌گروه باشد.
- (۲) نافلزی با کم‌ترین خصلت نافلزی در دوره خود است.
- (۳) شعاع اتمی آن از عنصر گازی هم‌دوره خود بزرگ‌تر است.
- (۴) برخلاف همه عناصر قبل از خود، سطح براق و صیقلی ندارد.

۶۶- شکل زیر واکنش سه فلز نخست قلیایی با گاز کلر را در شرایط یکسان نشان می‌دهد. در کدام گزینه مقایسه شعاع اتمی این سه فلز به درستی آورده شده است؟



- (۱) $A > B > C$
- (۲) $A > C > B$
- (۳) $C > B > A$
- (۴) $B > C > A$

محل انجام محاسبات

۶۷- هالوژن D حداقل در دمای 200°C می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد، با توجه به این مطلب، کدام مورد درست است؟

- (۱) در میان زیرلایه‌های اشغال شده در آرایش الکترونی اتم آن، زیرلایه‌ای با $l = 2$ وجود ندارد.
- (۲) در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی D با حالت فیزیکی یک هالوژن دیگر، یکسان است.
- (۳) عنصر D با چهارمین فلز قلیایی جدول دوره‌ای، هم‌دوره است.
- (۴) اگر X هالوژن قبل از آن در جدول تناوبی باشد، نقطه جوش HD از HX بیشتر است.

۶۸- در هر جدول دوره‌ای، همراه با کاهش شعاع اتمی عناصر اصلی (دسته s و p)، افزایش می‌یابد. (بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب)

- (۱) گروه - تمایل تبدیل شدن اتم به یون
- (۲) دوره - شمار الکترون‌های ظرفیت اتم آن‌ها
- (۳) گروه - عدد اتمی آن‌ها
- (۴) دوره - خصلت فلزی آن‌ها

۶۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) همه نافلزهای جدول تناوبی در دسته p قرار دارند.
- (۲) فلزها در هر چهار دسته s، p، d و f جدول دوره‌ای قرار دارند.
- (۳) بدون در نظر گرفتن گاز نجیب، تعداد عنصرهای فلزی و نافلزی دوره سوم جدول، با هم برابر است.
- (۴) در گروه چهاردهم جدول تناوبی، هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی وجود دارد.

۷۰- با توجه به دو عنصر A و B، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر شعاع اتمی A برابر 160 pm باشد، شعاع اتمی B می‌تواند 231 pm باشد.
- (۲) واکنش‌پذیری A کم‌تر از B است و در واکنش کامل با یک مول گاز کلو، به مقدار مول بیشتری از عنصر A نیاز است.
- (۳) همه عناصر موجود بین این دو عنصر در جدول تناوبی، شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به آن‌ها دارند.
- (۴) بین این دو عنصر در جدول تناوبی، چهار عنصر واکنش‌پذیر وجود دارد که در واکنش با دیگر اتم‌ها می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

۷۱- اگر در آرایش الکترونی اتم عنصر M، تنها الکترون با $n + l = 4$ وجود داشته باشد، کدام گزینه در مورد این عنصر نادرست است؟

- (۱) همانند عنصر هم‌دوره بعد و قبل از خود در جدول تناوبی، سطح درخشان و براقی داشته و رسانای جریان الکتریکی است.
- (۲) به طور کلی خواص شیمیایی مشابهی با عناصر هم‌دوره بعد از خود در جدول تناوبی ندارد.
- (۳) بیشترین خصلت فلزی را در میان عناصر هم‌دوره خود دارد.
- (۴) کم‌ترین شعاع اتمی را در بین عناصر چکش‌خوار هم‌دوره خود داراست.

۷۲- با توجه به جدول زیر، که جایگاه برخی از عناصر جدول تناوبی را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

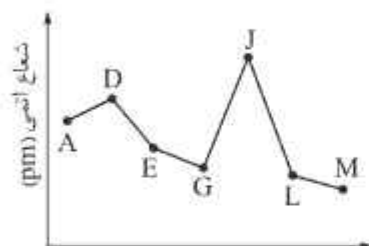
گروه \ دوره	۱	۲	...	۱۵	۱۶	۱۷
۲					D	
۳	E	G		M	X	Z
۴						Q

- (۱) D نافلزی گازی است و خصلت نافلزی آن از عنصر M بیشتر است.
- (۲) عنصر Q در واکنش با عنصر E، به یون هالید تبدیل می‌شود.
- (۳) اختلاف شعاع اتمی E و G بیشتر از اختلاف شعاع اتمی X و Z است.
- (۴) واکنش میان عنصرهای G و X، شدیدتر از واکنش میان عنصرهای E و Z است.

۷۳- ترتیب درستی یا نادرستی عبارتهای زیر، کدام است؟

- (الف) هیچ یک از عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی، یون تک اتمی تشکیل نمی دهند.
- (ب) همه عناصرهایی که نماد بیرونی ترین زیر لایه در آرایش الکترونی اتم آن ها ns^2 است، جزء فلزهای قلیایی خاکی هستند.
- (پ) بیشتر عنصرهای جدول دوره ای را فلزها تشکیل می دهند که به طور عمده در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.
- (۱) درست - درست - درست
(۲) نادرست - نادرست - درست
(۳) نادرست - درست - درست
(۴) درست - نادرست - نادرست

۷۴- نمودار زیر، شعاع اتمی عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی را (بدون در نظر گرفتن گاز نجیب) به صورت نامرتب نشان می دهد. با توجه به نمودار، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) E و M می توانند با یکدیگر ترکیب مولکولی با فرمول EM_4 تشکیل دهند.
- (۲) شمار الکترون های آخرین زیر لایه الکترونی اشغال شده اتم عنصرهای E و D با هم برابر است.
- (۳) J و M واکنش پذیرترین عنصرهای این دوره از جدول تناوبی هستند.
- (۴) عنصر G برخلاف عنصر L رسانایی الکتریکی و گرمایی ندارد.
- ۷۵- اگر تفاوت شمار نوترون ها و پروتون های اتم ^{19}X ، برابر ۱۹ باشد، کدام گزینه درباره عنصر X درست است؟

- (۱) در آخرین زیر لایه الکترونی اشغال شده اتم پایدار آن، ۴ الکترون وجود دارد.
- (۲) نخستین عنصر فلزی گروه خود است.
- (۳) هم دوره با عنصر A است.
- (۴) اختلاف عدد اتمی آن با فلز قلیایی هم دوره خود در جدول تناوبی، برابر با عدد اتمی یکی از شبه فلزهای جدول است.
- ۷۶- از بین گزینه های زیر، کدام یک مربوط به آخرین زیر لایه اشغال شده اتمی است که آسان تر از بقیه گزینه ها، به آنیون تک اتمی تبدیل می شود؟

- (۱) $3p^1$ (۲) $3p^2$ (۳) $3p^5$ (۴) $4p^4$

- ۷۷- اگر مجموع $n+l$ الکترون های لایه ظرفیت اتم عنصری از گروه ۱۴ برابر ۱۸ باشد، این عنصر
- (۱) شکننده بوده و سطح کدری دارد
(۲) شکننده بوده و رسانایی گرمایی دارد
(۳) چکش خوار بوده و رسانایی الکتریکی بالایی دارد
(۴) چکش خوار بوده و رسانایی گرمایی دارد

۷۸- کدام گزینه جای خالی عبارتهای زیر را به درستی کامل می کند؟

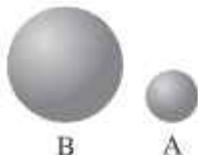
- (الف) اگر فعالیت شیمیایی فلز X بیشتر از فلز قلیایی Y باشد، این دو عنصر
- (ب) عدد اتمی یک عنصر فلزی به یقین از عدد اتمی نافلز هم گروه آن است.
- (۱) نمی توانند در یک گروه قرار داشته باشند - کمتر
(۲) نمی توانند در یک دوره قرار داشته باشند - کمتر
(۳) نمی توانند در یک گروه قرار داشته باشند - بیشتر
(۴) نمی توانند در یک دوره قرار داشته باشند - بیشتر

۷۹- اختلاف شمار عنصرهای دسته p جدول تناوبی با شمار فلزهای دسته s آن، کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۸ (۴) ۲۲

۸۰- با توجه به شکل‌های زیر که مقایسه نسبی شعاع اتمی دو عنصر را نشان می‌دهد، اگر A سومین فلز قلیایی خاکی

جدول تناوبی باشد، عنصر B می‌تواند کدام گزینه باشد؟



(۱) عنصری دارای ۷ الکترون با $1 =$

(۲) هالوژن گازی جدول تناوبی

(۳) نخستین شبه‌فلز دوره چهارم جدول

(۴) دهمین عنصر دسته s جدول

مهم‌ترین ویژگی‌های آزمون‌های خیلی سبز در پایه‌های دهم و یازدهم:

- ۱- برگزاری دست کم یک آزمون در ماه بر اساس روال تدریس در مدرسه
- ۲- برگزاری آزمون‌های ویژه برای زمان‌های خاص (میان ترم، ترم، پس از عید...)
- ۳- امکان جبران عقب‌ماندگی‌ها یا دور هم‌طالب برای تثبیت آن‌ها

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



szmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

پاسخ نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز



مرحله پنجم

پایه یازدهم

۱۴۰۴/مهر/۲۵

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۰۵

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری
هندسه	امیرحسین ابومحبوب
آمار و احتمال	مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موثقی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	معصومه سعیدی - یاسر عبداللہی - وحید فارسیان

نام درس	مستول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محسن علی نجاری	محسن علی نجاری	علیرضا کاظمی بقا محمد رضا راسخ	سجاد داوطلب فرشاد حسن زاده	محمد مهدی حسینی منصور زرکش اصفهانی مرضیه فرشید
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش	سید عباس حسینی	زهره جالینوسی ماهان فتی قر ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	مریم نظری	علیرضا کاظمی بقا فرزانه خاکپاش ابوالفضل ناصری
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	علیرضا عبداللہی	علیرضا عبداللہی	مسعود خندان مریم گلشن حسن لو پوریا علاقه مند امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللہی	معصومه سعیدی	معصومه سعیدی	مرتضی نصیرزاده	سینا رضادوست پارسا طاهری منزہ پارسا مرادی - نیشم علیلو

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانیور

ویژه یازدهمی های ۱۴۰۴



آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	التاز علی داری زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - هدیه خسروی آیه صفری - زهرا صفری - فاطمه علی اکبری محیا غنی فرد - زهرا فرهادی مهر - مهرآسا قدیری نادره نازآوری - ساعده نمازی
رسم	مونا آلدستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه آرایی	صدف امام - مریم حسین زاده سپیده سخانی - الهام سهرابی - طاهره صادق نژاد ملاده صبری - نیلوفر فرخجسته - فاطمه قیاسوند مهدیه گلچور - دریا لطفی



۱ اگر مجموع ۱۹ جمله اول یک دنباله حسابی ۱۵۲ باشد، مجموع جملات هشتم تا دوازدهم این دنباله کدام است؟

$۴۵ \quad (۴)$

$۴۰ \quad (۳)$

$۲۵ \quad (۲)$

$۲۰ \quad (۱)$

پاسخ: گزینه ۳

Hint

فرمول مجموع ۱۹ جمله اول رو بنویس تا به رابطه ساده بین a_1 و d پیدا کنی؛ بعدش مجموع جملات هشتم تا دوازدهم رو هم برحسب a_1 و d بنویس و از اون رابطه استفاده کن.

درس Box

مجموع جملات دنباله حسابی:

برای محاسبه مجموع n جمله نخست یک دنباله حسابی (که با S_n نمایش داده می‌شود)، دو فرمول اصلی وجود دارد که بسته به اطلاعات مسئله از آن‌ها استفاده می‌کنیم:

(۱) فرمول با استفاده از جمله اول و آخر: این فرمول زمانی کاربرد دارد که تعداد جملات (n)، جمله اول (a_1) و جمله آخر (a_n) را داشته باشیم:

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

(۲) فرمول با استفاده از جمله اول و قدرنسبت: این فرمول با جای گذاری $a_n = a_1 + (n-1)d$ در فرمول اول به دست می‌آید و زمانی کاربرد دارد که قدرنسبت (d) را به جای جمله آخر داشته باشیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

گام اول: فرض کنید a_n جمله n ام دنباله حسابی و d قدرنسبت آن باشد. با توجه به رابطه مجموع n جمله اول دنباله حسابی داریم:

$$S_{19} = \frac{19}{2} (2a_1 + 18d) \Rightarrow 152 = 19a_1 + 171d \xrightarrow{+19} a_1 + 9d = 8 \quad (*)$$

گام دوم: برای پیدا کردن مجموع جمله هشتم تا دوازدهم این دنباله، از رابطه اول مجموع n جمله اول دنباله حسابی استفاده می‌کنیم:

$$a_8, a_9, \dots, a_{12}$$

$$\Rightarrow S_{8-12} = \frac{5}{2} (a_8 + a_{12}) = \frac{5}{2} (a_1 + 7d + a_1 + 11d) \Rightarrow S_{8-12} = \frac{5}{2} (2a_1 + 18d) = \frac{5}{2} [2(a_1 + 9d)]$$

$$\xrightarrow{(*)} S_{8-12} = \frac{5}{2} (2 \times 8) = 40$$

همواره میانگین تعدادی فرد از جملات متوالی یک دنباله حسابی، برابر جمله وسط است. پس در این سؤال داریم:

$$\frac{S_{19}}{19} = a_{10} \Rightarrow a_{10} = \frac{152}{19} = 8$$

جمله وسط

حالا مجموع جملات هشتم تا دوازدهم را می‌خواهیم که اتفاقاً ۵ جمله است و این مجموع ۵ برابر جمله وسط آن‌ها یعنی a_{10} است.

$$\Rightarrow a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} = 5a_{10} = 40$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

په چور دیگه

تعداد جملات یک دنباله هندسی متناهی، عددی زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۷ برابر مجموع جملات ردیف زوج باشد، نسبت جمله دهم به جمله هشتم کدام است؟

$$\frac{1}{49} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{36} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{25} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{16} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

Hint

مجموع کل جملات (S_n) رو به مجموع جملات با ردیف زوج تقسیم کن و مساوی ۷ بنذار. حواست باشه که جملات ردیف زوج، خودشون به دنباله هندسی جدید با قدرنسبت q^2 تشکیل می‌دن.

درس Box

مجموع جملات دنباله هندسی:

برای محاسبه مجموع n جمله نخست یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q (که با S_n نمایش داده می‌شود)، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

در این فرمول:

a_1 : جمله اول دنباله است.

q : قدرنسبت دنباله است.

n : تعداد جملاتی است که با هم جمع می‌شوند.

شرط مهم: این فرمول تنها زمانی معتبر است که قدرنسبت مخالف یک باشد ($q \neq 1$). اگر $q = 1$ باشد، دنباله به صورت $a_1, a_1, a_1, \dots$ ثابت بوده و مجموع n جمله آن برابر با na_1 خواهد بود.

اگر a_m جمله m ام یک دنباله هندسی با قدرنسبت q باشد:

$$\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}$$

گام اول: جملات دنباله هندسی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \Rightarrow S_n = a_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

گام دوم: جملات با ردیف زوج را نیز به صورت زیر می‌نویسیم که تعداد آن نصف تعداد جملات دنباله اصلی است:

$$a_2, a_4, a_6, \dots, a_n \Rightarrow S_{\frac{n}{2}} = a_2 \times \frac{1 - (q^2)^{\frac{n}{2}}}{1 - q^2}$$

گام سوم: حال با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\frac{a_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}}{a_2 \times \frac{1 - q^n}{1 - q^2}} = 7 \Rightarrow \frac{\frac{a_1}{1 - q}}{\frac{a_1 q}{(1 - q)(1 + q)}} = 7 \Rightarrow \frac{1 + q}{q} = 7 \Rightarrow 7q = 1 + q \Rightarrow q = \frac{1}{6}$$

گام چهارم: برای مشخص کردن نسبت جمله دهم به جمله هشتم داریم:

$$\frac{a_{10}}{a_8} = \frac{a_1 q^9}{a_1 q^7} = q^2 = \frac{1}{36}$$

از حل این سؤال نتیجه می‌گیریم که در یک دنباله هندسی با $2n$ جمله و قدرنسبت q ، اگر مجموع این $2n$ جمله را S ، مجموع جملات با ردیف فرد را S_o و مجموع جملات با ردیف زوج را S_e بنامیم، داریم:

$$S_e = qS_o \Rightarrow \begin{cases} \frac{S}{S_o} = 1 + q \\ \frac{S}{S_e} = \frac{1 + q}{q} \end{cases}$$

نکته

۳ مجموع اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۹ کدام است؟

۷۸۳ (۴)

۶۸۲ (۳)

۵۸۵ (۲)

۴۸۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint

اعداد دورقمی که مضرب ۹ هستن، به دنباله حسابی تشکیل می‌دن. اولین جمله، آخرین جمله و قدرنسبت رو پیدا کن و بعد از فرمول مجموع جملات دنباله حسابی استفاده کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا اولین و آخرین عدد دورقمی مضرب ۹ را مشخص کرده و تعداد آن‌ها را به کمک دنباله حسابی پیدا می‌کنیم:

$$18, 27, \dots, 99 \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{a_1=18, d=9} a_n = 18 + (n-1)9$$

$$\Rightarrow 99 = 18 + (n-1) \times 9 \Rightarrow 9(n-1) = 81 \Rightarrow n-1 = 9 \Rightarrow n = 10$$

گام دوم: حال به کمک رابطه اول مجموع n جمله اول دنباله حسابی، داریم:

$$S_{10} = \frac{10}{2} (18 + 99) = 585$$

نکته

محاسبه تعداد جملات دنباله حسابی:

برای پیدا کردن تعداد جملات (n) یک دنباله حسابی منتهی، زمانی که جمله اول (a_1) ، جمله آخر (a_n) و قدرنسبت (d) را داریم، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$$

این فرمول به سادگی از بازتوسیه فرمول جمله عمومی $(a_n = a_1 + (n-1)d)$ برای پیدا کردن n به دست می‌آید.

مجموع همه اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۹ را بنویسید. (از فرمول مجموع جملات دنباله استفاده کنید).

(سوال ۳ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳)

رایج بک
نمایش در مسیر موفقیت

امتحان
نهایی

طول ضلع مربعی یک متر است. این مربع کاملاً رنگ شده است. برای پاک کردن رنگ مربع، ابتدا نیمی از مساحت مربع را پاک می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت رنگ‌شده باقی‌مانده را و به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت رنگ‌شده باقی‌مانده را پاک می‌کنیم. پس از دست کم چند مرحله، حداقل $99/9$ درصد سطح مربع پاک شده است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



Hint

مساحت‌هایی که تو هر مرحله پاک می‌شن، به دنباله هندسی می‌سازن. مجموع n جمله اول این دنباله باید بیشتر از $999/9$ باشه. این نامعادله رو بنویس و حلش کن.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مساحت مربع برابر ۱ متر مربع است. در مرحله اول $\frac{1}{2}$ مساحت، در مرحله دوم $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ مساحت، در مرحله سوم $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ مساحت رنگ‌شده پاک می‌شود. پس مساحت‌های پاک‌شده در هر مرحله، تشکیل دنباله هندسی با جمله اول $\frac{1}{2}$ و قدرنسبت $\frac{1}{2}$ می‌دهند:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

گام دوم: حال برای این که حداقل $99/9$ درصد از مساحت رنگ‌شده پاک شود، باید از مجموع n جمله اول دنباله هندسی استفاده کنیم:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} \geq \frac{999}{1000} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2^n} \geq \frac{999}{1000} \Rightarrow \frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{1000} \Rightarrow 2^n \geq 1000 \Rightarrow n = 10$$



در یک دنباله حسابی، مجموع هفت جمله اول برابر ۵۶ و جمله چهارم، ۴ برابر جمله اول است. اگر بین جملات اول و ششم این دنباله، دو واسطه هندسی درج کنیم، حاصل ضرب این دو واسطه کدام است؟

۲۴ (۱)

۲۰ (۲)

۱۶ (۳)

۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

اول با اطلاعات دنباله حسابی، جملات اول و ششم رو پیدا کن. بعد برای درج واسطه هندسی، از درس پاکس استفاده کن.

Hint

درس Box

درج واسطه هندسی بین دو عدد:

• درج k واسطه هندسی بین دو عدد a و b به معنای پیدا کردن k عدد است که در کنار a و b یک دنباله هندسی کامل تشکیل دهند. ساختار دنباله جدید: دنباله جدید دارای $k+2$ جمله خواهد بود:

جمله اول: $a_1 = a$

جمله آخر: $a_{k+2} = b$

• محاسبه قدرنسبت (r): برای پیدا کردن جملات واسطه، ابتدا باید قدرنسبت (r) دنباله جدید را پیدا کنیم. با استفاده از فرمول جمله عمومی ($a_n = a_1 r^{n-1}$) برای جمله آخر داریم:

$$a_{k+2} = a_1 \cdot r^{(k+2)-1} \Rightarrow b = a \cdot r^{k+1}$$

از این جا فرمول قدرنسبت به دست می آید:

$$r^{k+1} = \frac{b}{a}$$

مثال بین اعداد ۲ و ۱۶۲، سه واسطه هندسی درج کنید.

داده ها: $a = 2$, $b = 162$, $k = 3$

محاسبه قدرنسبت:

$$r^{3+1} = \frac{162}{2} \Rightarrow r^4 = 81 \Rightarrow r = \pm 3$$



تشکیل دنباله ها: دو دنباله ممکن است:

اگر $r = 3$ باشد: $2, 6, 18, 54, 162$

اگر $r = -3$ باشد: $2, -6, 18, -54, 162$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: فرض می کنیم a_n جمله n ام دنباله حسابی و d قدرنسبت آن باشد. به کمک رابطه مجموع n جمله اول دنباله حسابی داریم:

$$S_7 = \frac{7}{2}(2a_1 + (7-1)d) \Rightarrow \frac{7}{2}(2a_1 + 6d) = 56 \Rightarrow 7a_1 + 21d = 56 \Rightarrow a_1 + 3d = 8 \Rightarrow a_4 = 8$$

گام دوم: حال طبق فرض دوم مسئله داریم:

$$a_4 = 4a_1 \xrightarrow{a_4=8} 8 = 4a_1 \Rightarrow a_1 = 2 \xrightarrow{a_1+3d=8} d = 2$$

گام سوم: حال برای درج دو واسطه هندسی بین جملات اول و ششم این دنباله داریم:

$$a_1 = 2, a_6 = a_1 + 5d = 12$$

$$\begin{matrix} 2 & , & \square & , & \square & , & 12 \\ t_1 & , & t_4 & , & t_4 q^3 & , & t_1 q^5 \end{matrix} \Rightarrow \frac{t_1 q^3}{t_1} = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow q^3 = 6$$

$$\text{حاصل ضرب } 3 \text{ واسطه} = t_1 q \times t_1 q^3 = t_1^2 \times q^4 = 2^2 \times 6 = 24$$

در یک دنباله هندسی، جمله اول برابر ۱ و قدرنسبت آن برابر ۳ است. اگر مجموع ۶ جمله متوالی این دنباله (یا جمله اولیه نامشخص)، ۳۲۷۶ باشد، جمله اولیه چندمین جمله دنباله است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint

این شش تا جمله متوالی، خودشان به دنباله هندسی با همون قدرنسبت ۳ هستن. از فرمول مجموع، جمله اول این دنباله شش تایی رو پیدا کن؛ بعد بین این جمله، چندمین جمله دنباله اولیه.

گام اول: با توجه به این که ۶ جمله متوالی از یک دنباله هندسی، خودشان دنباله هندسی با همان قدرنسبت دنباله اصلی هستند، به کمک مجموع n جمله اول دنباله هندسی برای دنباله هندسی زیر داریم:

$$a, 3a, \dots, 3^5 a$$

$$S_6 = a \left(\frac{3^6 - 1}{3 - 1} \right) \Rightarrow 3276 = a \left(\frac{3^6 - 1}{3 - 1} \right) \Rightarrow 3276 = 364a \Rightarrow a = 9$$

گام دوم: حال $a = 9$ جمله n ام دنباله هندسی با جمله اول ۱ و قدرنسبت ۳ است:

$$t_n = 9 \Rightarrow 1 \times 3^{n-1} = 9 \Rightarrow 3^{n-1} = 9 \Rightarrow n-1 = 2 \Rightarrow n = 3$$



✓ اگر مجموع ۸ جمله اول یک دنباله هندسی $\frac{12}{4}$ مجموع ۴ جمله اول آن باشد، جمله هفتم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

$$\frac{27}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{8}{27} \quad (۳)$$

$$\frac{8}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{8} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

Hint

رابطه داده شده بین S_n و S_{2n} رو بنویس و با استفاده از فرمول مجموع، عبارت رو ساده کن؛ به رابطه ساده بر حسب q به دست میاد. گام اول: با فرض این که t_n جمله n ام دنباله هندسی و q قدرنسبت آن باشد، به کمک رابطه مجموع n جمله اول دنباله هندسی داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\frac{S_n}{S_{2n}} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{a_1(1-q^{2n})} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{1-q^n}{1-q^{2n}} = \frac{12}{4} \Rightarrow \frac{(1-q^n)(1+q^n)}{1-q^{2n}} = \frac{12}{4}$$

$$\Rightarrow 1+q^n = \frac{12}{4} \Rightarrow q^n = \frac{9}{4} \Rightarrow q^2 = \frac{3}{2}$$

گام دوم: حال برای محاسبه نسبت جمله هفتم به جمله اول داریم:

$$\frac{t_7}{t_1} = \frac{t_1 q^6}{t_1} = q^6 \Rightarrow \frac{t_7}{t_1} = (q^2)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

کنکور اگر مجموع ۹ جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت صحیح، ۷۳ برابر مجموع ۳ جمله اول آن باشد، جمله سوم این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

(سوال آلتکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت اول)

$$9 \quad (۴)$$

$$8 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۱)$$

نرنگه بوک

نقاشی در مسیر موفقیت

در تساوی $1 + a + a^2 + \dots + a^n = (1+a)(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8)(1+a^{16})$ مقدار n کدام است؟ ($a \neq 1$)

۳۲ (۴)

۳۱ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

Hint

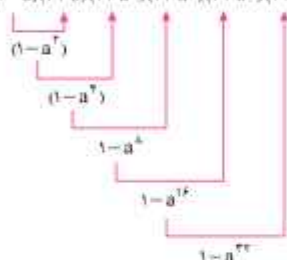
سخت چپ تساوی، مجموع جملات یک دنباله هندسیه. سمت راست رو هم می‌شه با استفاده مکرر از اتحاد مزدوج ساده کرد. طرفین تساوی رو در $(1-a)$ ضرب کن تا ساده‌سازی شروع بشه.

گام اول: طبق رابطه مجموع n جمله اول دنباله هندسی، برای عبارت سمت چپ تساوی که دنباله‌ای هندسی با جمله اول ۱ و قدرنسبت a است، داریم:

$$S_{n+1} = 1 \times \frac{1-a^{n+1}}{1-a} \Rightarrow \frac{1-a^{n+1}}{1-a} = (1+a)(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8)(1+a^{16})$$

گام دوم: حال با ضرب عبارت $(1-a)$ در طرفین تساوی داریم:

$$1-a^{n+1} = (1-a)(1+a)(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8)(1+a^{16})$$



$$\Rightarrow 1-a^{n+1} = 1-a^{16} \Rightarrow a^{n+1} = a^{16} \Rightarrow n+1=16 \Rightarrow n=15$$



تعداد صفرهای تابع $f(x) = (x^2 - 1)^2 + 2x^2 - 1$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

 گام اول: می‌دانیم که طول محل برخورد تابع با محور x همان صفر تابع است. پس:

$$f(x) = (x^2 - 1)^2 + 2x^2 - 1 \xrightarrow[y=]{\text{محل برخورد با محور } x} (x^2 - 1)^2 + 2x^2 - 1 = 0$$

گام دوم: حال معادله به دست آمده را ساده می‌کنیم:

$$(x^2 - 1)^2 + 2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 - 2x^2 + 1 + 2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = 0 \Rightarrow x = 0$$

 پس این تابع فقط یک صفر دارد که برابر $x = 0$ است.


به ازای چند مقدار m ، معادله $x^4 - (m-4)x^2 - m^2 + 9 = 0$ دارای ۳ ریشه متمایز است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

از تغییر متغیر $x^2 = t$ استفاده کنیم. در معادله جدید باید یکی از ریشه‌ها صفر و دیگری مثبت باشد.

Hint

درجی Box

• اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، مجموع و حاصل ضرب ریشه برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

• معادله دو مجهولی درجه چهارم به صورت $ax^4 + bx^2 + c = 0$ است که با تغییر متغیر $t = x^2$ به معادله درجه دوم $at^2 + bt + c = 0$ تبدیل می‌شود. حالا با توجه به ضرایب a ، b و c در این معادله و $\Delta = b^2 - 4ac$ ، حالت‌ها و شرایط زیر را برای تعداد جواب‌های معادله درجه چهارم داریم:

تعداد جواب‌ها	شرایط لازم
۰	$\Delta < 0$
۱	$\Delta > 0$ ، $\frac{b}{a} > 0$ ، $\frac{c}{a} > 0$
۲	$c = 0$ ، $\frac{b}{a} \geq 0$
۳	$\frac{c}{a} < 0$
۴	$c = 0$ ، $\frac{b}{a} < 0$
۴	$\Delta > 0$ ، $\frac{b}{a} < 0$ ، $\frac{c}{a} > 0$

گام اول: در معادله داده شده از تغییر متغیر $x^2 = t$ استفاده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$x^4 - (m-4)x^2 - m^2 + 9 = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 - (m-4)t - m^2 + 9 = 0$$

گام دوم: می‌خواهیم معادله اصلی سه ریشه داشته باشد، این یعنی طبق درس باکس، ریشه‌های معادله‌ای که بر حسب t نوشته‌ایم باید صفر و یک عدد مثبت دیگر باشد پس $t = 0$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$t^2 - (m-4)t - m^2 + 9 = 0 \xrightarrow{t=0} 0 - (m-4)(0) - m^2 + 9 = 0$$

$$\Rightarrow -m^2 + 9 = 0 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3 \quad (۱)$$

گام سوم: گفتیم که معادله $t^2 - (m-4)t - m^2 + 9 = 0$ دارای دو ریشه است که یکی صفر و دیگری مثبت است. پس جمع ریشه‌ها در این معادله مثبت است:

$$\frac{-(-(m-4))}{1} > 0 \Rightarrow m-4 > 0 \Rightarrow m > 4 \quad (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که هیچ مقداری برای m پیدا نمی‌شود.

۱۱ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\sqrt{-\alpha}}{2\beta} + \frac{\sqrt{-\beta}}{2\alpha}$ کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

$$-2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$-\sqrt{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

نکته

اگر α و β ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشند، آن‌گاه $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2SP$.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا در عبارت $\frac{\sqrt{-\alpha}}{2\beta} + \frac{\sqrt{-\beta}}{2\alpha}$ مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{\sqrt{-\alpha}}{2\beta} + \frac{\sqrt{-\beta}}{2\alpha} = \frac{\alpha\sqrt{-\alpha} + \beta\sqrt{-\beta}}{2\alpha\beta} \quad (*)$$

گام دوم: حال صورت کسر به دست آمده را برابر A در نظر می‌گیریم و با توجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای خواهیم داشت:

$$A = \alpha\sqrt{-\alpha} + \beta\sqrt{-\beta} \xrightarrow{\text{توان}} A^2 = -\alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta}$$

در معادله صورت سؤال، مجموع ریشه‌ها برابر $-2 = S = -\frac{3}{1}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $1 = P = \frac{1}{1}$ است. از طرفی می‌دانیم که $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2SP$ پس:

$$A^2 = \underbrace{-\alpha^2 - \beta^2}_{-(S^2 - 2SP)} + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = -(S^2 - 2SP) + 2P\sqrt{P} = -(-27 + 9) + 2 = 20$$

$$\xrightarrow{A < 0} A = -\sqrt{20} = -2\sqrt{5}$$

توجه: دقت کنید که برای بامعنی بودن عبارت‌های $\sqrt{-\alpha}$ و $\sqrt{-\beta}$ لازم است α و β منفی باشند. بنابراین از آنجایی که $\sqrt{-\alpha}$ و $\sqrt{-\beta}$ مثبت هستند، عبارت A منفی می‌شود.

گام سوم: حال $A = -2\sqrt{5}$ را در کسر $(*)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{\alpha\sqrt{-\alpha} + \beta\sqrt{-\beta}}{2\alpha\beta} = \frac{-2\sqrt{5}}{2P} = \frac{-2\sqrt{5}}{2(1)} = -\sqrt{5}$$

اعداد α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2x - m = 0$ هستند. اگر $\alpha^2 = 2(\alpha + \beta)$ باشد، مقدار m کدام است؟

۲ (۴)

-۵ (۳)

-۲ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$x = \alpha$ رو در معادله داده‌شده جای‌گذاری کنیم و سپس رابطه $\alpha^2 = -2\alpha + m$ رو بسازیم.

Hint

گام اول: $x = \alpha$ را در معادله داده‌شده جای‌گذاری می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$x^2 + 2x - m = 0 \xrightarrow{x=\alpha \text{ ریشه معادله است}} \alpha^2 + 2\alpha - m = 0 \Rightarrow \alpha^2 = -2\alpha + m \quad (۱)$$

با توجه به فرض سؤال خواهیم داشت:

$$\alpha^2 = 2(\alpha + \beta) \Rightarrow \alpha^2 = 6 + 2\beta \quad (۲)$$

گام دوم: با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \alpha^2 = -2\alpha + m \\ \alpha^2 = 6 + 2\beta \end{cases} \Rightarrow -2\alpha + m = 6 + 2\beta \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = m - 6$$

گام سوم: مجموع ریشه‌های معادله داده‌شده برابر $S = -\frac{2}{1} = -2$ است. آن را در تساوی بالا قرار می‌دهیم:

$$2(\alpha + \beta) = m - 6 \Rightarrow 2(-2) = m - 6 \Rightarrow m = 2$$



۱۳ با توجه به معادله $x^2 + 2x - 1 = |x - 2|$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) معادله جواب ندارد.
- (۲) معادله دو جواب منفی دارد.
- (۳) معادله دو جواب مثبت دارد.
- (۴) معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

پاسخ: گزینه ۴

Hint

برای پیدا کردن تعداد جواب‌های معادله، لازم نیست حتماً حلش کنی! می‌تونی معادله رو به صورت تساوی دو تابع بنویسی $(f(x) = g(x))$ و نمودارهاشون رو رسم کنی. تعداد نقاط برخورد همون تعداد جواب‌هاست.

درسی Box

روش هندسی (ترسیمی) برای حل معادلات:

برای پیدا کردن تعداد جواب‌های یک معادله، می‌توان از روش ترسیمی استفاده کرد. در این روش، جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ همان طول‌های نقاط برخورد نمودارهای دو تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ هستند.

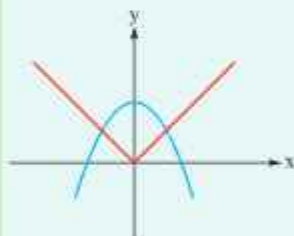
مراحل حل:

- (۱) جداسازی توابع: معادله را به شکل $f(x) = g(x)$ مرتب می‌کنیم.
- (۲) ترسیم نمودارها: نمودار هر دو تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.
- (۳) شمارش نقاط برخورد: تعداد نقاط تقاطع دو نمودار، برابر با تعداد جواب‌های حقیقی معادله است.

مثال معادله $x^2 + x = |x|$ چند جواب حقیقی دارد؟

مرحله ۱ (جداسازی): ابتدا معادله را به صورت $|x| = 1 - x^2$ مرتب می‌کنیم.

مرحله ۲ (ترسیم): سپس نمودارهای دو تابع $f(x) = |x|$ (به رنگ قرمز) و $g(x) = 1 - x^2$ (به رنگ آبی) را رسم می‌کنیم.



مرحله ۳ (شمارش): همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، دو نمودار در دو نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.

پاسخ نهایی: معادله دارای دو جواب حقیقی است.

$$f(x) = |x - 2| \quad g(x) = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

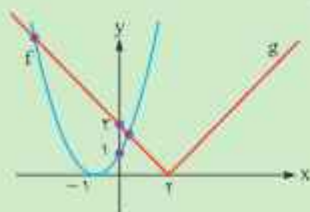
پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با در نظر گرفتن:

جواب‌های معادله اصلی، تعداد نقاط تقاطع نمودارهای این دو تابع هستند، زیرا:

$$|x - 2| = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow |x - 2| - 1 = x^2 + 2x$$

گام دوم: نمودارهای این دو تابع را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. با توجه به دو نمودار،

معادله دارای یک جواب مثبت و یک جواب منفی است.



تعداد و مقدار تقریبی ریشه‌های معادله $|x - 1| = x^2 - x - 1$ را با استفاده از روش هندسی به دست آورید.

(مسئله ۱) - تمرین ۶ صفحه ۱۹ کتاب درسی)

کتاب
درسی

در معادله درجه دوم $3x^2 + 7x + m = 0$ یک ریشه از ۳ برابر ریشه دیگر یک واحد کم تر است. مقدار m کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

یکی از ریشه‌ها α و دیگری $3\alpha - 1$ در نظر بگیریم و مجموع ریشه‌ها را از روی ضرایب معادله تشکیل بدین.

گام اول: یک ریشه از ۳ برابر ریشه دیگر یک واحد کم تر است. پس اگر یک ریشه α باشد ریشه دیگر $3\alpha - 1$ است.

گام دوم: در معادله داده شده مجموع ریشه‌ها برابر $S = -\frac{7}{3}$ است. پس:

$$\alpha + (3\alpha - 1) = -\frac{7}{3} \Rightarrow 4\alpha - 1 = -\frac{7}{3} \Rightarrow 4\alpha = -\frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{3}$$

پس ریشه‌های معادله، $-\frac{1}{3}$ و 2 هستند.

گام سوم: با توجه به معادله، حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $P = \frac{m}{3}$ است. در نتیجه:

$$P = \left(-\frac{1}{3}\right)(2) = \frac{m}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{m}{3} \Rightarrow m = 2$$



۱۵ α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 4x + 2 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های

$\alpha^2\beta^2$ و $\alpha^2\beta^2$ ، برابر باشند، مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

تساوی $\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 = (\alpha^2\beta^2)(\alpha^2\beta^2)$ رو تشکیل بدین و اون رو ساده کنیم.

Hint

گام اول: ابتدا از روی معادله $ax^2 - 4x + 2 = 0$ حاصل $\alpha + \beta$ و $\alpha\beta$ را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$\alpha + \beta = \frac{-(-4)}{a} = \frac{4}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{2}{a}$$

گام دوم: طبق فرض سؤال، مجموع و حاصل ضرب دو ریشه $\alpha^2\beta^2$ و $\alpha^2\beta^2$ برابر است:

$$\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 = (\alpha^2\beta^2)(\alpha^2\beta^2) \Rightarrow \alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 = \alpha^4\beta^4 \xrightarrow{\text{فاکتور از } \alpha^2\beta^2} \alpha^2\beta^2(\alpha + \beta) = \alpha^4\beta^4$$

$$\xrightarrow{+ \alpha^2\beta^2} \alpha + \beta = \alpha^2\beta^2$$

دقت کنید که α و β هیچ کدام صفر نیستند.

گام سوم: حال عبارتهای به دست آمده در گام اول را در تساوی اخیر جای گذاری می‌کنیم:

$$\alpha + \beta = (\alpha\beta)^2 \Rightarrow \frac{4}{a} = \left(\frac{2}{a}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{a} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow 4a = 4 \xrightarrow{+a} 4 = a^2 \xrightarrow{a>0} a = \sqrt{4}$$

α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های

(سوال ۱۵ کنکور تهرین ۱۴۰۳ - نوبت اول)

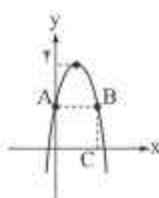
$\alpha^2\beta^2$ و $\alpha^2\beta^2$ ، برابر باشند، مقدار $\log_{\sqrt{2}} a$ کدام است؟ ($a > 0$)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

نمایش در مسیر موفقیت

کنکور

در سهمی زیر، اگر چهارضلعی $OABC$ مربعی به مساحت ۴ باشد، حاصل جمع صف‌های سهمی کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$۱ \quad (۲)$$

$$\frac{۳}{۲} \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۴

محور تقارن سهمی

درجین Box

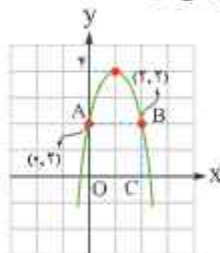
سهمی $y = ax^2 + bx + c$ دارای محور تقارن به معادله $x = -\frac{b}{2a}$ است.

محور تقارن سهمی از وسط دو نقطه هم‌عرض می‌گذرد، پس می‌توانیم بگوییم که $-\frac{b}{2a}$ برابر است با مجموع طول دو نقطه هم‌عرض تقسیم بر ۲.

نکته

گام اول: مساحت مربع برابر ۴ است، پس طول ضلع آن ۲ است، در نتیجه مختصات نقاط A و B برابر می‌شود با:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$A(0, 2)$$

$$B(2, 2)$$

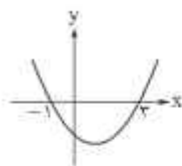
گام دوم: دیدیم که نقاط A و B دارای عرض برابر هستند، پس معادله خط تقارن برابر می‌شود با:

$$x_s = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1$$

گام سوم: می‌دانیم که محور تقارن سهمی، خط $x = -\frac{b}{2a}$ است و مجموع صف‌های سهمی برابر $-\frac{b}{a}$ است، در نتیجه:

$$-\frac{b}{2a} = 1 \xrightarrow{\times 2} -\frac{b}{a} = 2$$

۱۷ نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر است. اگر $f(\frac{a}{b}) = -2$ باشد، $f(\frac{b}{a})$ کدام است؟



$$\frac{\frac{1}{y}}{y} \quad (1)$$

$$\frac{24}{y} \quad (2)$$

$$\frac{40}{y} \quad (3)$$

$$\frac{54}{y} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

نوشتن معادله سهمی

درس Box

اگر x_1 و x_2 صفهای تابع درجه دوم باشند، آن گاه معادله تابع به صورت زیر است:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

مقدار a را با جای گذاری نقطه کمکی به دست می آوریم.

گام اول: صفهای سهمی ۳ و -۱ هستند، معادله آن را تشکیل می دهیم:

$$f(x) = a(x - (-1))(x - 3) \Rightarrow f(x) = a(x + 1)(x - 3)$$

گام دوم: مجموع صفها برابر $2 = -1 + 3$ است، در نتیجه $-\frac{b}{a} = 2$ و خواهیم داشت:

$$-\frac{b}{a} = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-1}{2}$$

گام سوم: طبق فرض سؤال $f(\frac{a}{b}) = -2$ است، پس $f(\frac{-1}{2}) = -2$ و نقطه $(\frac{-1}{2}, -2)$ را در معادله به دست آمده در گام اول جای گذاری می کنیم:

$$f(x) = a(x + 1)(x - 3) \xrightarrow{x = \frac{-1}{2}} -2 = a(\frac{-1}{2} + 1)(\frac{-1}{2} - 3)$$

$$\Rightarrow -2 = a(\frac{1}{2})(\frac{-7}{2}) \Rightarrow -2 = \frac{-7a}{4} \Rightarrow a = \frac{8}{7}$$

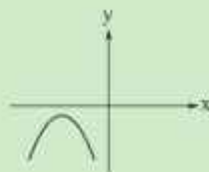
پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = \frac{8}{7}(x + 1)(x - 3)$ است.

گام چهارم: خواسته سؤال $f(\frac{b}{a})$ یعنی $f(-2)$ است (در گام دوم $\frac{a}{b} = \frac{-1}{2}$ ، پس $\frac{b}{a} = -2$)، در نتیجه:

$$f(x) = \frac{8}{7}(x + 1)(x - 3) \xrightarrow{x = -2} f(-2) = \frac{8}{7}(\underbrace{-2 + 1}_{-1})(\underbrace{-2 - 3}_{-5}) \Rightarrow f(-2) = \frac{40}{7}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. کدام گزینه درست است؟



(۱) $a > 0, b < 0, c < 0$

(۲) $a < 0, b > 0, c > 0$

(۳) $a < 0, b > 0, c < 0$

(۴) $a < 0, b < 0, c < 0$

پاسخ: گزینه ۴

Hint

علامت ضرایب a از جهت دهانه سهمی، علامت c از محل برخورد با محور y ها و علامت b از محل قرارگیری رأس سهمی نسبت به محور y ها مشخص می‌شود.

درجی Box

تعیین علامت ضرایب سهمی (a, b, c) از روی نمودار:

با داشتن نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می‌توانیم علامت ضرایب a ، b و c را به صورت زیر مشخص کنیم:

(۱) تعیین علامت a (از جهت دهانه سهمی):

• اگر دهانه سهمی رو به بالا باشد $\Leftarrow a > 0$.

• اگر دهانه سهمی رو به پایین باشد $\Leftarrow a < 0$.

(۲) تعیین علامت c (از عرض از مبدأ):

• اگر نمودار محور y ها را در قسمت مثبت قطع کند $\Leftarrow c > 0$.

• اگر نمودار از مبدأ بگذرد $\Leftarrow c = 0$.

• اگر نمودار محور y ها را در قسمت منفی قطع کند $\Leftarrow c < 0$.

(۳) تعیین علامت b (از موقعیت رأس):

علامت b با توجه به علامت a و محل قرارگیری رأس سهمی $(x_g = -\frac{b}{2a})$ تعیین می‌شود: راه ساده‌تر این است که:

• اگر رأس در سمت چپ محور y ها باشد $(x_g < 0)$ ، a و b هم علامت هستند.

• اگر رأس روی محور y ها باشد $(x_g = 0)$: آن‌گاه $b = 0$ است.

• اگر رأس در سمت راست محور y ها باشد $(x_g > 0)$ ، a و b مختلف‌العلامت هستند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

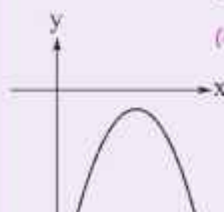
گام اول: با توجه به نمودار، دهانه سهمی رو به پایین است، در نتیجه $a < 0$.

گام دوم: هم‌چنین امتداد نمودار سهمی محور y ها را در پایین محور x ها قطع می‌کند، پس $c < 0$.

گام سوم: طول رأس سهمی $x_g = -\frac{b}{2a}$ منفی است، حالا چون $a < 0$ ، پس $-b > 0$ و در نتیجه $b < 0$ است. بنابراین گزینه (۴) پاسخ صحیح است.

شکل زیر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ می‌باشد، علامت ضرایب b و c را تعیین کنید.

(سوال ۴ امتحان نهایی فروردین ۱۴۰۳)



امتحان
نهایی

۱۹

فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 5x = 0$ باشند. در این صورت $x_1 - x_2^2$ و $x_2 - x_1^2$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟

مشاوره گامی اوقات حفظ کردن روابط تستی بکاربرد سرعت شما را در حل سوالات چندین برابر می‌کند

$$x^2 - 16x + 36 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 12x + 36 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 16x + 36 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + 12x + 36 = 0 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله خواسته شده رو به کمک S و P معادله اول به دست بیارین.

Hint

نوشتن معادله درجه دوم به کمک روابط بین ریشه‌ها

دربین Box

معادله درجه دومی که ریشه‌های آن α و β باشند عبارت است از:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta \\ P = \alpha\beta \end{cases} \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشد، آن گاه خواهیم داشت:

نکته

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P \\ x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2SP \end{cases}$$

گام اول: ابتدا معادله داده شده را به صورت استاندارد می‌نویسیم و $x_1 + x_2$ و $x_1 x_2$ را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی

$$x = 5 - x^2 \Rightarrow x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-1}{1} = -1 \\ P = x_1 x_2 = \frac{-5}{1} = -5 \end{cases}$$

گام دوم: مجموع ریشه‌های معادله خواسته شده را S' در نظر می‌گیریم و خواهیم داشت:

$$S' = (x_2 - x_1^2) + (x_1 - x_2^2) = \underbrace{x_1 + x_2}_S - \underbrace{(x_1^2 + x_2^2)}_{S^2 - 2P} = -1 - (1 - 2(-5)) = -12$$

حال حاصل ضرب ریشه‌های خواسته شده یعنی P' را به دست می‌آوریم:

$$P' = (x_2 - x_1^2)(x_1 - x_2^2) = x_1 x_2 - x_2^2 - x_1^2 + x_1^2 x_2^2 = \underbrace{P}_{-5} - \underbrace{(S^2 - 2SP)}_{-1} + \underbrace{P^2}_{25} = -5 + 16 + 25 = 36$$

گام سوم: پس معادله خواسته شده عبارت است از:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow \frac{S' = -12}{P' = 36} \rightarrow x^2 + 12x + 36 = 0$$

فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x = 5 - x^2$ باشند. $\frac{1}{(x_1 + 1)^2}$ و $\frac{1}{(x_2 + 1)^2}$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟

(سوال ۱۴۸ کنکور تیر ۱۳۰۰)

$$125x^2 = 16x + 1 \quad (2)$$

$$125x^2 + 16x = 1 \quad (1)$$

$$125x^2 + 12x = 1 \quad (4)$$

$$125x^2 = 12x + 1 \quad (3)$$

کنکور

۲۰ اگر یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^2 + mx^2 - 2x - 2$ برابر -2 باشد، مجموع صفرهای تابع f کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) -2 (۴) $-\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

Hint

وقتی -2 یک صفر تابع است، یعنی عبارت $(x+2)$ یکی از عوامل تابع هست. می‌تونی کل عبارت رو بر $(x+2)$ تقسیم کنی تا بقیه صفرها رو پیدا کنی.

نکته Box

تعریف صفرهای تابع:

• تعریف جبری: صفرهای تابع $f(x)$ همان ریشه‌ها یا جواب‌های معادله $f(x) = 0$ هستند.

• تعریف هندسی: صفرهای تابع، طول نقاط برخورد نمودار تابع با محور x ها می‌باشند.

نکته

قضیه عامل: اگر عدد α صفر یک تابع چندجمله‌ای مانند $f(x)$ باشد، آن‌گاه عبارت $(x-\alpha)$ یکی از عوامل (فاکتورهای) آن چندجمله‌ای است. یا تقسیم $f(x)$ بر $(x-\alpha)$ می‌توان سایر عوامل‌ها را به دست آورد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به این‌که $x = -2$ یکی از صفرهای تابع است، پس در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$\frac{x=-2}{f(-2)=0} \rightarrow (-2)^2 + m(-2)^2 - 2(-2) - 2 = 0 \Rightarrow -8 + 4m + 4 - 2 = 0 \Rightarrow 4m = 6 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

گام دوم: وقتی $x = -2$ صفر تابع است، پس تابع عامل $(x+2)$ دارد. یا دانستن مقدار m داریم:

$$\begin{array}{r} x^2 + \frac{3}{2}x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x+2 \\ - \quad \quad \quad x^2 - \frac{1}{2}x - 1 \\ \hline x^2 + 2x^2 \\ - \quad \quad \quad -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2 \\ - \quad \quad \quad -\frac{1}{2}x^2 - x \\ - \quad \quad \quad -x - 2 \\ - \quad \quad \quad -x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$



بنابراین ضابطه تابع f به صورت زیر است و به کمک روابط بین ضرایب و ریشه‌های معادله درجه دوم داریم:

$$f(x) = (x+2)\left(x^2 - \frac{1}{2}x - 1\right)$$

$$\Delta \rightarrow S = -\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\text{مجموع صفرهای تابع} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

در یک دایره وتر AB برابر شعاع دایره است. اگر خط d در نقطه A بر دایره مماس باشد، آن گاه زاویه بین خط d و وتر AB چند درجه است؟

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

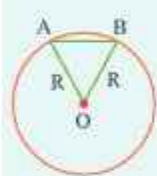
پاسخ: گزینه ۱

Hint

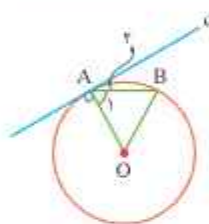
درس Box



۱) یک خط و یک دایره بر هم مماس اند اگر و تنها اگر این خط در نقطه تماس با دایره بر شعاع آن نقطه عمود باشد. به عبارت دیگر شعاع گذرنده از نقطه تماس خط و دایره در نقطه تماس، بر خط مماس عمود است.



۲) اگر اندازه وتری از دایره برابر اندازه شعاع دایره باشد، آن گاه اندازه کمان متناظر با آن وتر برابر 60° است. در واقع در این حالت $OA = OB = AB = R$ بوده و مثلث OAB متساوی الاضلاع است. پس $\widehat{AOB} = 60^\circ$ و در نتیجه $\widehat{AB} = 60^\circ$.



گام اول: مطابق شکل، مثلث OAB متساوی الاضلاع است. پس $\widehat{A_1} = 60^\circ$.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: خط d در نقطه A بر دایره مماس است. می دانیم شعاع گذرنده از نقطه تماس در این نقطه بر خط مماس بر دایره عمود است. بنابراین داریم:

$$OA \perp d \Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 90^\circ \xrightarrow{\widehat{A_1} = 60^\circ} \widehat{A_2} = 30^\circ$$

یعنی زاویه بین خط d و وتر AB برابر 30° است.

مساحت قطاع متناظر با زاویه α در دایره $C(O, R)$ برابر با مساحت قطاع متناظر با زاویه β در دایره $C'(O', R')$ است. اگر $\beta = 2\alpha$ باشد، آن گاه طول کمان متناظر با زاویه α در دایره C چند برابر طول کمان متناظر با زاویه β در دایره C' است؟

$$\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

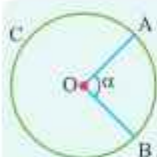
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

Hint

درجی Box



نسبت اندازه شعاع‌های دو دایره را به کمک مساحت قطاع‌ها به دست آورید.
دایره $C(O, R)$ و نقاط A و B روی این دایره مقروض‌اند. اگر $\angle AOB = \alpha$ باشد، آن گاه:

(۱) طول کمان AB برابر است با:

$$L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} \quad (\alpha \text{ بر حسب درجه})$$

(۲) مساحت قطاع AOB برابر است با:

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} \quad (\alpha \text{ بر حسب درجه})$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: با توجه به رابطه مساحت قطاع در دایره داریم:

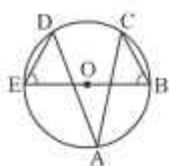
$$\frac{S'}{S} = 1 \Rightarrow \frac{\frac{\pi R'^2 \beta}{360^\circ}}{\frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{R'}{R}\right)^2 \times \frac{\beta}{\alpha} = 1 \xrightarrow{\beta=2\alpha} \left(\frac{R'}{R}\right)^2 = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{چون}} \frac{R'}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{R}{R'} = \sqrt{2}$$

گام دوم: نسبت طول دو کمان را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{L}{L'} = \frac{\frac{\pi R \alpha}{180^\circ}}{\frac{\pi R' \beta}{180^\circ}} = \frac{R}{R'} \times \frac{\alpha}{\beta} = \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



۲۳ در شکل زیر، O مرکز دایره و $\hat{A} = 28^\circ$ است. مجموع اندازه‌های دو زاویه $\hat{CBE}$ و $\hat{DEB}$ چند درجه است؟



(۱) ۱۱۲

(۲) ۱۱۶

(۳) ۱۱۸

(۴) ۱۲۴

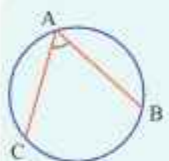
پاسخ: گزینه ۳

به کمک زاویه محاطی A اندازه کمان CD را به دست آورید.

Hint

زاویه محاطی: زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره قرار دارد و اضلاع زاویه دو وتر از دایره هستند.

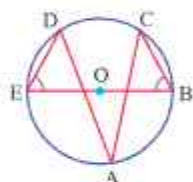
درجی Box



اندازه هر زاویه محاطی برابر نصف اندازه کمان مقابل آن است.

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: اندازه زاویه محاطی A برابر 28° است. پس داریم:



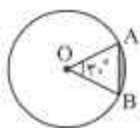
$$\hat{A} = \frac{\widehat{CD}}{2} = 28^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 56^\circ$$

گام دوم: هر دو زاویه $\hat{CBE}$ و $\hat{DEB}$ محاطی هستند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\hat{CBE} + \hat{DEB} = \frac{\widehat{CDE}}{2} + \frac{\widehat{BCD}}{2} = \frac{\widehat{CD} + \widehat{DE}}{2} + \frac{\widehat{BC} + \widehat{CD}}{2} = \frac{(\widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE}) + \widehat{CD}}{2} = \frac{180^\circ + 56^\circ}{2} = \frac{236^\circ}{2} = 118^\circ$$

نکته: در مسیر موفقیت

اگر طول کمان AB در شکل زیر برابر π باشد، آن گاه مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



$$2(\pi - 2) \quad (2)$$

$$2(\pi - 3) \quad (1)$$

$$6(2 - \frac{\pi}{4}) \quad (4)$$

$$6(\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}) \quad (3)$$

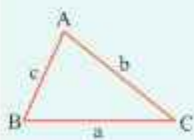
پاسخ: گزینه ۱

به کمک طول کمان AB اندازه شعاع دایره را به دست آورید.

Hint

مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب طول دو ضلع در سینوس زاویه بین آن‌ها.

درس Box



$$S = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2}ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2}ab \sin \hat{C}$$

گام اول: ابتدا با توجه به رابطه طول کمان، اندازه شعاع دایره را محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} \Rightarrow \pi = \frac{\pi R \times 36^\circ}{180^\circ} \Rightarrow R = 6$$

گام دوم: مساحت قطاع AOB را با استفاده از فرمول آن پیدا می‌کنیم:

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 6^2 \times 36^\circ}{360^\circ} = 2\pi$$

گام سوم: مساحت مثلث OAB را از رابطه سینوسی مساحت مثلث به دست می‌آوریم:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \times OB \times \sin(\angle AOB) = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 9$$

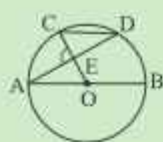
گام چهارم: مساحت قسمت هاشورخورده برابر است با:

$$S_{\text{قطاع}} - S_{OAB} = 2\pi - 9 = 2(\pi - 2)$$



۲۵

در شکل زیر $AB \parallel CD$ است. اگر $\widehat{AEC} = 84^\circ$ باشد، آن گاه اندازه زاویه $\widehat{BOC}$ چند درجه است؟ (O مرکز دایره است.)



۱۱۲ (۱)

۱۱۶ (۲)

۱۲۰ (۳)

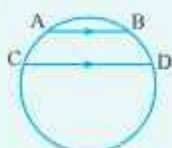
۱۲۴ (۴)

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۷ کتاب درسی طراحی شده است.

پاسخ: گزینه ۴

زاویه $\widehat{AEC}$ زاویه خارجی برای مثلث OAE است.

Hint



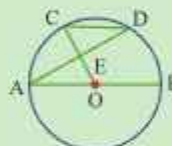
کمان‌های محدود به دو وتر موازی در دایره برابر یکدیگرند، یعنی اگر $AB \parallel CD$ باشد، آن گاه $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ و برعکس اگر دو وتر درون دایره متقاطع نبوده و کمان‌های محدود به آن‌ها برابر یکدیگر باشد، آن گاه دو وتر موازی یکدیگرند، یعنی اگر وترهای AB و CD متقاطع نباشند و $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ، آن گاه $AB \parallel CD$.

دستی Box

گام اول: فرض کنید $\widehat{AC} = x$ باشد. وتر CD و قطر AB موازی یکدیگرند، بنابراین $\widehat{BD} = \widehat{AC} = x$ است.

پاسخ خیلی شریخی ✓

گام دوم: زاویه AOC زاویه مرکزی و زاویه A زاویه محاطی است. پس داریم:



$$\widehat{AOC} = \widehat{AC} = x \quad (\text{زاویه مرکزی})$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{x}{2} \quad (\text{زاویه محاطی})$$

گام سوم: زاویه $\widehat{AEC}$ زاویه خارجی برای مثلث OAE است، پس می‌توان نوشت:

$$\widehat{AEC} = \widehat{AOC} + \hat{A} \Rightarrow 84^\circ = x + \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{3x}{2} = 84^\circ \Rightarrow x = 56^\circ$$

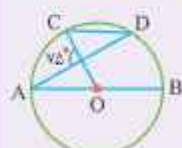
گام چهارم: زاویه $\widehat{BOC}$ مکمل زاویه $\widehat{AOC}$ است، پس داریم:

$$\widehat{BOC} = 180^\circ - \widehat{AOC} = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

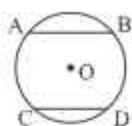
در دایره رسم شده شکل زیر $AB \parallel CD$ ، اندازه کمان CD را به دست آورید.

کتاب درسی

(هندسه (۲) - تمرین ۴ صفحه ۱۷ کتاب درسی)



در شکل زیر $AB = ۱۲$ ، $CD = ۸$ و فاصله مرکز دایره از وتر CD ، $\sqrt{۲}$ برابر فاصله آن از وتر AB است. اندازه شعاع دایره کدام است؟



$$۵\sqrt{۲} \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۴)$$

$$۲\sqrt{۱۰} \quad (۱)$$

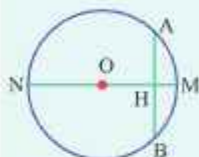
$$۲\sqrt{۱۴} \quad (۳)$$

مشاوره قضایای مربوط به وتر که در فعالیت‌های صفحه ۱۳ کتاب درسی بیان شده، از مهمترین قضیه‌های کتاب درسی هستند و از مباحث طرح در امتحان نهایی نیز برخوردارند.

پاسخ: گزینه ۲

از مرکز دایره بر دو وتر AB و CD عمود رسم کرده و از قضیه فیثاغورس استفاده کنید.

(۱) قطر عمود بر یک وتر در دایره، آن وتر و گمان‌های نظیر آن را نصف می‌کند.



$$OH \perp AB \Rightarrow AH = BH, \widehat{AM} = \widehat{BM}$$

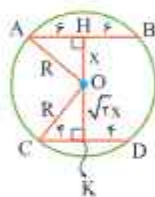
(۲) اگر قطری از دایره، وتری از آن دایره را نصف کند (به شرط آن که وتر مورد نظر از مرکز دایره عبور نکند)، آن‌گاه بر آن وتر عمود است و گمان نظیر آن وتر را نصف می‌کند.

$$AH = BH \Rightarrow OH \perp AB, \widehat{AM} = \widehat{BM}$$

(۳) اگر قطری از دایره، گمانی از آن دایره را نصف کند، بر وتر نظیر آن گمان عمود است و آن وتر را نصف می‌کند.

$$\widehat{AM} = \widehat{BM} \Rightarrow OH \perp AB, AH = BH$$

گام اول: از مرکز دایره، عمودهای OH و OK را به ترتیب بر وترهای AB و CD رسم می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس داریم:



$$\begin{cases} AH = BH = \frac{12}{2} = 6 \\ CK = DK = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$



گام دوم: فرض کنید $OH = x$ باشد. در این صورت طبق فرض $OK = \sqrt{2}x$ است و در نتیجه طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$\begin{cases} \triangle OAH: R^2 = x^2 + 6^2 = x^2 + 36 \\ \triangle OCK: R^2 = (\sqrt{2}x)^2 + 4^2 = 2x^2 + 16 \end{cases}$$

گام سوم: از دو رابطه فوق داریم:

$$R^2 = R^2 \Rightarrow x^2 + 36 = 2x^2 + 16 \Rightarrow x^2 = 20$$

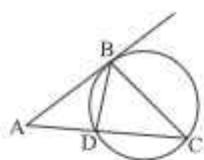
$$R^2 = x^2 + 36 = 20 + 36 = 56 \Rightarrow R = 2\sqrt{14}$$

Hint

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در شکل زیر، AB در نقطه B بر دایره مماس است. اگر $AB = BC$ و $\widehat{CBD} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه C چند درجه است؟



۴۰ (۱)

۴۲ (۲)

۴۴ (۳)

۴۶ (۴)

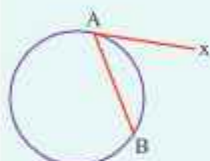
پاسخ: گزینه ۲

Hint

درجی Box

به زوایای محاطی و ظلی در دایره و کمان‌های روبه‌رو به آن‌ها دقت کنید.

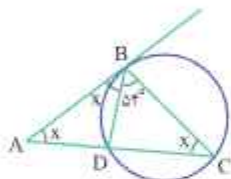
زاویه ظلی: زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره قرار دارد و اضلاع آن یکی وتر و دیگری خطی مماس بر دایره است. اندازه هر زاویه ظلی برابر نصف اندازه کمان روبه‌روی آن است.



$$\widehat{BAx} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

گام اول: فرض کنید $\hat{A} = x$ باشد طبق فرض، مثلث ABC متساوی‌الساقین است. پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$AB = BC \Rightarrow \hat{C} = \hat{A} = x$$

گام دوم: زاویه C محاطی روبه‌رو به کمان $\widehat{BD}$ است. پس می‌توان نوشت:

$$\hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} = x \Rightarrow \widehat{BD} = 2x$$

از طرفی زاویه $\widehat{ABD}$ ظلی روبه‌رو به همان کمان $\widehat{BD}$ است و از نتیجه داریم:

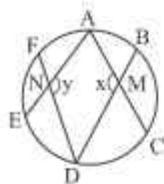
$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{BD}}{2} = x$$

گام سوم: مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180° است. پس مطابق شکل در مثلث ABC داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow x + (x + 54^\circ) + x = 180^\circ \Rightarrow 3x = 126^\circ \Rightarrow x = 42^\circ$$

بنابراین اندازه زاویه C برابر 42° است.

در شکل زیر $\widehat{BC} = 90^\circ$ و $\widehat{EF} = 50^\circ$ است. حاصل $x + y$ چند درجه است؟



$$۲۲ = (۱)$$

$$۲۳ = (۲)$$

$$۲۴ = (۳)$$

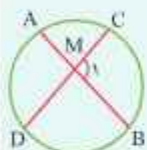
$$۲۵ = (۴)$$

پاسخ: گزینه ۴

اندازه هر کدام از زوایای مشخص شده با x و y را بر حسب کمان‌های دایره بنویسید.

Hint

اگر دو وتر AB و CD یکدیگر را در نقطه M درون دایره قطع کنند آن گاه زاویه بین دو وتر برابر است با:

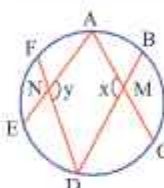


$$\hat{M} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2}$$

درستی Box

گام اول: مطابق درس یاکس، اندازه زوایای x و y را مشخص می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AED} + \widehat{BC}}{2} = x$$

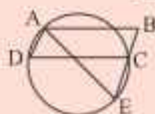
$$\hat{N} = \frac{\widehat{ACD} + \widehat{EF}}{2} = y$$

گام دوم: از مجموع دو رابطه بالا داریم:

$$x + y = \frac{(\widehat{AED} + \widehat{ACD}) + \widehat{BC} + \widehat{EF}}{2} = \frac{360^\circ + 90^\circ + 50^\circ}{2} = 250^\circ$$



۲۹

 در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی الساقین کدام است؟


۱ (۲)

۰ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

مشاوره این سؤال مشابه سؤال
۱۳۱ کنکور ریاضی خارج از کشور
۹۹ طراحی شده است

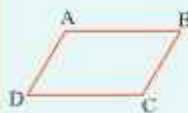
پاسخ: گزینه ۴

به زوایای محاطی و کمان‌های روبه‌روی آن‌ها دقت کنید.

Hint

درین Box

متوازی الاضلاع، چهارضلعی‌ای است که اضلاع مقابل آن دویعدو موازی یکدیگرند در هر متوازی الاضلاع:

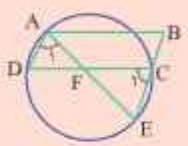


(۱) زوایای مقابل مساوی یکدیگرند.

(۲) زوایای مجاور مکمل‌اند.

 گام اول: زوایای D و E محاطی روبه‌رو به کمان $\widehat{AC}$ هستند، پس داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$\begin{cases} \widehat{D} = \widehat{AC} \text{ (زاویه محاطی)} \\ \widehat{E} = \widehat{AC} \text{ (زاویه محاطی)} \end{cases} \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{E}$$

 از طرفی چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است، در نتیجه $\widehat{B} = \widehat{D}$ و بنابراین $\widehat{B} = \widehat{E}$ بوده و مثلث ABE متساوی الساقین است.

گام دوم: طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$AD \parallel BE, \text{ مورب } AE \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{E} \xrightarrow{\widehat{D} = \widehat{E}} \widehat{A_1} = \widehat{D}$$

 بنابراین مثلث ADF متساوی الساقین است.

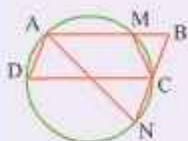
گام سوم: به طور مشابه طبق قضیه خطوط موازی و مورب می‌توان نوشت:

$$AB \parallel CD, \text{ مورب } BE \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C_1} \xrightarrow{\widehat{B} = \widehat{E}} \widehat{E} = \widehat{C_1}$$

 پس مثلث ECF متساوی الساقین است.

 در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. تعداد مثلث‌های متساوی الساقین، کدام است؟

(سؤال ۱۳۱ کنکور ریاضی ۱۳۹۹ (خارج از کشور))



۱ (۱)

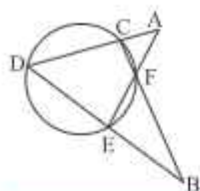
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

کنکور

۳۰ در شکل زیر $\hat{A} = 35^\circ$ و $\hat{B} = 25^\circ$ است. اگر $\widehat{EF} = 2\widehat{CF}$ باشد، اندازه کمان CF چند درجه است؟



۳۰ (۱)

۴۰ (۲)

۵۰ (۳)

۶۰ (۴)

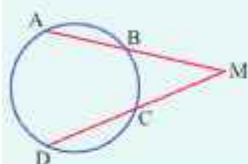
پاسخ: گزینه ۲

رابطه به دست آمده برای زوایای A و B را با هم ترکیب کنید.

Hint

اگر مطابق شکل، امتداد دو وتر AB و CD در نقطه M با یکدیگر متقاطع باشند، آن گاه داریم:

درستی Box



$$\hat{M} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: مطابق درس باکس به ترتیب برای دو زاویه A و B داریم:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{CF}}{2} = 35^\circ \Rightarrow \widehat{DE} - \widehat{CF} = 70^\circ$$

$$\hat{B} = \frac{\widehat{CD} - \widehat{EF}}{2} = 25^\circ \Rightarrow \widehat{CD} - \widehat{EF} = 50^\circ$$

گام دوم: فرض کنید $\widehat{CF} = x$ باشد، آن گاه طبق فرض $\widehat{EF} = 2x$ و $\widehat{EF} + \widehat{CF} = 3x$ است. از طرفی طبق شکل صورت سؤال داریم:

$$\widehat{CD} + \widehat{DE} = 360^\circ - (\widehat{EF} + \widehat{CF}) = 360^\circ - 3x$$

گام سوم: طرفین دو رابطه گام اول را با هم جمع می کنیم:

$$(\widehat{DE} - \widehat{CF}) + (\widehat{CD} - \widehat{EF}) = 70^\circ + 50^\circ \Rightarrow (\widehat{CD} + \widehat{DE}) - (\widehat{CF} + \widehat{EF}) = 120^\circ$$

$$\Rightarrow (360^\circ - 3x) - 3x = 120^\circ \Rightarrow 6x = 240^\circ \Rightarrow x = 40^\circ \Rightarrow \widehat{CF} = 40^\circ$$

در جدول ارزش گذاری مربوط به چهار گزاره، در چند سطر دست کم یکی از گزاره‌ها ارزش درست و دست کم یکی از گزاره‌ها ارزش نادرست دارد؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جدول ارزش گذاری مربوط به ۱۱ گزاره دارای 2^{11} سطر است.

گام اول: تعداد سطرهای جدول ارزش گذاری ۴ گزاره برابر است با $2^4 = 16$.

گام دوم: در یکی از سطرها همه گزاره‌ها دارای ارزش درست و در یکی دیگر از سطرها همه گزاره‌ها دارای ارزش نادرست‌اند. پس تعداد سطرهایی که در آن‌ها دست کم یک گزاره یا ارزش درست و دست کم یک گزاره یا ارزش نادرست داریم، برابر می‌شود با:

p	q	r	s
T	T	T	T
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
F	F	F	F

۱۴ تا

$$16 - 2 = 14$$



در ۸ سطر از جدول ارزش گذاری مربوط به تعدادی گزاره، دو گزاره p و q ارزش های متفاوتی دارند. در چند سطر از این جدول، دست کم سه گزاره ارزش درست دارند؟

۱ (۱)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

نکته

پاسخ خیلی تشریحی

در جدول مربوطه ۱۶ سطر و در نتیجه ۴ گزاره داریم.

در جدول ارزش گذاری n گزاره، در نصف سطرها دو گزاره p و q هم ارزش اند و در نصف دیگر، ارزش آن ها متفاوت است.

گام اول: در ۸ سطر از جدول، ارزش گزاره های p و q متفاوت است. پس ۱۶ سطر داریم. در نتیجه تعداد گزاره ها برابر می شود با:

$$2^4 = 16 \Rightarrow n = 4$$

۴ گزاره داریم.

گام دوم: می خواهیم در بین ۴ گزاره، دست کم ۳ گزاره دارای ارزش درست باشند. به عبارت دیگر یا باید همگی درست باشند یا

سه درست داشته باشیم که تعداد حالت های مطلوب برابر می شود با:

p	q	r	s
T	T	T	T
F	T	T	T
T	F	T	T
T	T	F	T
T	T	T	F
⋮	⋮	⋮	⋮

۵

سه درست یا یک غلط

$$1 + 4 = 5$$

همگی درست



با کدام دامنه، مجموعه جواب گزاره‌نمای $|2x+1| < 1$ تهی نیست؟

Q' (۴)

Z (۳)

 $(-, +\infty)$ (۲)

N (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درجین Box

دامنه متغیر گزاره‌نما:

به مجموعه مقادیری که می‌توانیم به جای متغیرهای گزاره‌نما قرار دهیم تا گزاره‌نما به یک گزاره درست یا غلط تبدیل شود «دامنه متغیر گزاره‌نما» می‌گوییم.

مجموعه جواب گزاره‌نما:

به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آن‌ها گزاره‌نما به یک گزاره درست تبدیل می‌شود «مجموعه جواب گزاره‌نما» می‌گوییم.

گام اول: از حل نامعادله قدرمطلق داریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$|2x+1| < 1 \Rightarrow -1 < 2x+1 < 1 \xrightarrow{-1} -2 < 2x < 0 \xrightarrow{+2} -1 < x < 0$$

گام دوم: جواب نامعادله، یعنی بازه $(-1, 0)$ یا $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}$ و بازه $(0, +\infty)$ ، اشتراکی ندارد و جواب در این دامنه‌ها تهی است، اما

در $(-1, 0)$ و $\mathbb{Q}'$ یا همان مجموعه اعداد گنگ، اعدادی مثل $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ و ... مشترک هستند و جواب تهی نیست. پس گزینه ۴ (۴)

پاسخ سؤال است.



مجموعه جواب گزاره‌نمای $\{1, 2, 3, 4\} \subseteq X \subseteq \{1, 2\}$ ، چند عضو دارد؟ ($X \subseteq \mathbb{N}$) **۳۴**

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مجموعه X عضوهای ۱ و ۲ را دارد و عضوهای ۳ و ۴ را می‌تواند داشته باشد یا نداشته باشد.

Hint

گام اول: مجموعه X شامل ۱ و ۲ هست و از بین ۳ و ۴ هم می‌تواند هر کدام را داشته باشد یا نداشته باشد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: هر یک از اعداد ۳ و ۴، دو حالت دارند (باشد یا نباشد). پس برای X ، به تعداد $2 \times 2 = 4$ حالت داریم.



۲۵ ارزش کدام گزاره به ارزش p بستگی دارد؟

$$F \wedge p \quad (۲)$$

$$T \vee p \quad (۱)$$

$$\sim p \wedge T \quad (۴)$$

$$\sim p \wedge p \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

نکته

 (۱) ترکیب فصلی p یا q یا $p \vee q$ تنها در صورتی نادرست است که p و q هر دو نادرست باشند.

 (۲) ترکیب عطفی p و q یا $p \wedge q$ تنها در صورتی درست است که p و q هر دو درست باشند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ارزش هر گزینه را می‌نویسیم:

 گزینه (۱): ترکیب فصلی هر گزاره T همواره درست است. ✗

 گزینه (۲): ترکیب عطفی هر گزاره F همواره نادرست است. ✗

 گزینه (۳): ترکیب عطفی p و نقیضش همواره نادرست است. ✗

 گزینه (۴): ارزش ترکیب عطفی هر گزاره T ، ارزش همان گزاره است. پس در این جا ارزش $\sim p$ همان ارزش p است. ✓

 گام دوم: ارزش گزینه (۴) برخلاف بقیه، به ارزش p بستگی دارد.


چند مورد از موارد زیر نادرست اند؟

الف) $p \Leftrightarrow p \equiv T$

ب) $p \wedge (p \vee q) \equiv q$

پ) $p \Rightarrow q \equiv p \vee \neg q$

ت) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

 مشاوره تمرینات کتاب درسی
به صورت مستقیم مورد توجه طراحان
است

پاسخ: گزینه ۲

هم‌ارزی‌های منطقی:

درجین Box

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

۱) جابه‌جایی

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

۲) شرکت‌پذیری

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

۳) توزیع‌پذیری

$\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

$\neg (p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

۴) دمورگان

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

۵) جذب

$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$

 ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ تنها در صورتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

 ارزش گزاره دوشروطی $p \Leftrightarrow q$ در صورتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.

نکته

نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

به بررسی موارد می‌پردازیم:

الف) $p \Leftrightarrow p \equiv T$ ✓

ترکیب دوشروطی یک گزاره یا خودش همواره درست است، چرا که هر گزاره با خودش هم‌ارزش است.

ب) $p \wedge (p \vee q) \equiv q$ ✗

 با توجه به هم‌ارزی جذب، می‌دانیم که $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ پس این هم‌ارزی نادرست است.

پ) $p \Rightarrow q \equiv p \vee \neg q$ ✗

 با توجه به هم‌ارزی تبدیل شرطی به فصلی، می‌دانیم که $p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ پس این مورد نادرست است.

ت) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$ ✓

در هر دو گزاره چپ و راست با توجه به «تبدیل شرطی به فصلی» داریم:

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \neg p \vee (q \Rightarrow r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r) \equiv (\neg p \vee \neg q) \vee r$$

شرکت‌پذیری

$$(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv \neg (p \wedge q) \vee r \equiv (\neg p \vee \neg q) \vee r$$

دیدیم که هر دو گزاره یکسان شدند، پس این مورد درست است.

در نتیجه ۲ مورد از موارد داده‌شده، نادرست هستند و گزینه (۳) پاسخ سؤال است.

(تعارف و لغات - تمرین ۶ صفحه ۱۵ کتاب درسی)

با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید که:

الف) $p \Rightarrow p \equiv T$

ب) $p \vee F \equiv p$

پ) $p \wedge T \equiv p$

ت) $\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$

ث) $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

ج) $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

چ) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

ح) $\neg(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow q$



در چند حالت از ۴ حالت ارزش گزاره‌های p و q ، گزاره $(-q \Leftrightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$ درست است؟

۲۷

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

 پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: جدول ارزش p و q را رسم می‌کنیم.

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

گام دوم: ارزش‌های $p \Rightarrow q$ و $-q \Leftrightarrow p$ را می‌نویسیم. اولی فقط در سطر دوم نادرست است و دومی وقتی درست است که ارزش p و q یکسان نباشد:

p	q	$p \Rightarrow q$	$-q \Leftrightarrow p$	$(-q \Leftrightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$
د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن

گام سوم: ارزش گزاره ستون آخر به ترتیب ن و ن و د و ن است، یعنی در ۱ سطر درست است (سطر سوم).



نقیض گزاره $q \Rightarrow -p$ کدام است؟ ۲۸

(۴) $\sim q$

(۳) q

(۲) $\sim p$

(۱) p

پاسخ: گزینه ۳

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزاره داده شده را با «تبدیل شرطی به فصلی» و سپس «دمورگان» و قانون «جذب» ساده کنید.

گام اول: ابتدا با توجه به «تبدیل شرطی به فصلی» و سپس «دمورگان» داریم:

دمورگان

$$(-p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim q \equiv (p \vee q) \Rightarrow \sim q \equiv (p \vee q) \vee \sim q \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q$$

گام دوم: حال با توجه به قانون «جذب» گزاره صورت سؤال را ساده تر می کنیم:

$$(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q \equiv \sim q$$

گام سوم: پس نقیض گزاره داده شده، عبارت است از:

$$\sim (\sim q) \equiv q$$



گزاره $r \Rightarrow (p \vee q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره نیست؟

۳۹

- $\sim q \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ (۲)
 $\sim p \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ (۱)
 $\sim q \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim p)$ (۴)
 $\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim r)$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکته

همان‌طور که گزاره شرطی را به فصلی می‌توانیم تبدیل کنیم، گزاره فصلی را به شکل‌های زیر می‌توانیم به گزاره شرطی تبدیل کنیم:

$$p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

$$p \vee q \equiv q \Rightarrow p$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا با توجه به تبدیل شرطی به فصلی داریم:

$$r \Rightarrow (p \vee q) \equiv r \vee (p \vee q) \quad (*)$$

گام دوم: حال طبق هم‌ارزی‌های مختلف، دو حالت را برای گزاره (*) در نظر می‌گیریم:

$$\text{گزینه (۳): } \sim r \vee (p \vee q) \equiv (\sim r \vee p) \vee q \equiv q \vee (\sim r \vee p) \equiv q \Rightarrow (\sim r \vee p) \equiv q \Rightarrow (r \Rightarrow p)$$

 جابه‌جایی
شرکت‌پذیری

$$\text{گزینه (۱): } \sim r \vee (p \vee q) \equiv \sim r \vee (q \vee p) \equiv (\sim r \vee q) \vee p \equiv p \vee (\sim r \vee q) \equiv \overbrace{p \Rightarrow (\sim r \vee q)}^{(**)} \equiv p \Rightarrow (r \Rightarrow q)$$

 جابه‌جایی
شرکت‌پذیری
جابه‌جایی

گام سوم: حال برای گزاره (**) خواهیم داشت:

$$\text{گزینه (۳): } \sim p \Rightarrow (\sim r \vee q) \equiv \sim p \Rightarrow (q \vee \sim r) \equiv p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim r)$$

جابه‌جایی

همان‌طور که دیدید از گزاره داده‌شده، گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) به دست آمد.

(سوال ۴ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

 گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

کنکور

- $p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$ (۱)
 $r \Rightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$ (۲)
 $\sim p \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$ (۳)
 $\sim r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ (۴)

۴۰. اگر ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r)$ نادرست باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره ارزش درست دارد؟

- $p \wedge r$ (۲) $p \wedge q$ (۱)
 $p \Rightarrow (q \wedge r)$ (۴) $p \wedge (q \vee r)$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

برای برقراری شرط سؤال باید $p \equiv T$.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: گزاره دوشروطی داده شده، نادرست است، پس دو گزاره $p \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow q$ دارای ارزش متفاوت هستند، برای این که این اتفاق بیفتد، مقدم این دو گزاره، یعنی p دارای ارزش درست است، پس $p \equiv T$.
 گام دوم: دیدیم که $p \equiv T$ ، پس خواهیم داشت:

$p \Rightarrow r \equiv T \Rightarrow r$
 $p \Rightarrow q \equiv T \Rightarrow q$

پس ارزش r و q مخالف هم‌اند. $T \Rightarrow q$ و $T \Rightarrow r$ باید دارای ارزش‌های مختلف باشند.

گام سوم: q و r ارزش مخالف دارند، در نتیجه $q \vee r \equiv T$. در گام اول هم دیدیم که $p \equiv T$ ، پس $p \wedge (q \vee r) \equiv T$ ، یعنی گزینه سوم همواره دارای ارزش درست است.



با استفاده از الکتروسکوپ، چه تعداد از موارد زیر را می‌توان تعیین کرد؟

دردار بودن یا نبودن جسم - نوع بار جسم - رسانا یا نارسانا بودن جسم - اندازه بار جسم

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

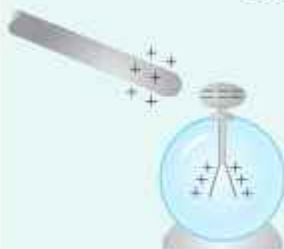
الکتروسکوپ (برق‌نما):

درس Box

وسایلهای است که به کمک آن، در مورد بار الکتریکی اجسام می‌توان اظهار نظر کرد. این وسیله شامل کلاهک فلزی، تیغه فلزی و ورقه‌های نازک متصل به تیغه فلزی است.



اگر یک الکتروسکوپ خنثی داشته باشیم، با نزدیک کردن یک میله باردار به آن، روی کلاهک الکتروسکوپ، باری مخالف با بار میله و روی ورقه‌ها، بار همان‌بار میله القا می‌شود؛ در نتیجه ورقه‌های الکتروسکوپ از هم فاصله می‌گیرند:



یکی از کاربردهای الکتروسکوپ، تشخیص باردار بودن یک جسم است. برای این امر، نیازی به باردار بودن الکتروسکوپ نیست و کافی است جسم را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم. اگر ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند، نشانه باردار بودن جسم است. کاربرد دیگر الکتروسکوپ در تشخیص نوع بار یک جسم باردار است. برای تشخیص نوع بار اجسام، باید حتماً الکتروسکوپ، باردار و نوع بار آن نیز برای ما معلوم باشد. به همین منظور، جسم باردار را به آرامی از بالا به کلاهک نزدیک می‌کنیم. اگر انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیشتر شود، نوع بار جسم، همان‌بار الکتروسکوپ است و اگر انحراف برای لحظه‌ای کم شود، بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ است. می‌توانیم با استفاده از الکتروسکوپ، رسانا یا نارسانا بودن اجسام را نیز تشخیص دهیم. برای این امر، باید الکتروسکوپ باردار باشد، ولی نوع بار آن برای ما مهم نیست. در این حال، یک نقطه از جسم بدون باری را که در دست داریم به کلاهک الکتروسکوپ تماس می‌دهیم. اگر انحراف ورقه‌ها تغییر محسوسی نکند، جسم نارسانا است، اما اگر این تماس موجب شود که انحراف ورقه‌ها کم شود و حتی از بین برود، جسم رسانا است.

با توجه به توضیحات درس، باردار بودن یا باردار نبودن، نوع بار جسم و رسانا یا نارسانا بودن جسم را می‌توان توسط الکتروسکوپ تشخیص داد، اما اندازه بار جسم قابل تعیین کردن نیست. دقت کنید که با کمک الکتروسکوپ می‌توان اندازه بار دو جسم باردار را مقایسه کرد، ولی تعیین اندازه دقیق بار الکتریکی ممکن نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

دو جسم خنثی و نارسانای A و C را به یکدیگر مالش می‌دهیم. اگر در حین مالش 5×10^{12} الکترون بین دو جسم مبادله شده باشد، با توجه به سری الکتروسیته مالشی شکل زیر، بار الکتریکی جسم C بعد از مالش به چند میکروکولن می‌رسد؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
A
B
C
انتهای منفی سری

$$1 \times 10^{-9} \text{ (۱)}$$

$$-1 \times 10^{-9} \text{ (۲)}$$

$$0/8 \text{ (۳)}$$

$$-0/8 \text{ (۴)}$$

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا طبق جدول سری الکتروسیته مالشی، نوع بار جسم C را تعیین کنید؛ سپس به کمک رابطه ($q = \pm ne$)، اندازه بار جسم C را محاسبه کنید.

درجش Box

هرگاه دو جسم نارسانای خنثی را به یکدیگر مالش دهیم، یکی از آن‌ها الکترون از دست می‌دهد و دیگری، الکترون دریافت می‌کند. جسمی که در جدول سری الکتروسیته مالشی (تریبوالکتریک) به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است، الکترون‌خواهی کم‌تری دارد و در اثر مالش، الکترون از دست داده و بارش مثبت خواهد شد.

انتهای مثبت سری
پشم
ابر پشم
لاستیک
انتهای منفی سری

به عنوان مثال، در جدول مقابل، اگر پارچه پشمی را به لاستیک مالش دهیم و هر دو خنثی باشند، پارچه پشمی الکترون از دست داده و لاستیک الکترون می‌گیرد. در نهایت پارچه پشمی بار مثبت و لاستیک بار منفی خواهد داشت.

دقت کنید که براساس اصل پایستگی بار الکتریکی، در این تبادل بار، اندازه بار الکتریکی هر دو جسم یا هم برابر است.

هم‌چنین بار الکتریکی، یک کمیت کوانتومی است؛ یعنی همواره مضرب صحیحی از یک مقدار پایه (بار بنیادی) بوده و هر مقدار دلخواهی نمی‌تواند داشته باشد.

$$q = \pm ne, \quad e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

تعداد الکترون مبادله شده بین دو جسم

علامت +: برای جسمی که الکترون از دست داده است.

علامت -: برای جسمی که الکترون دریافت کرده است.

با توجه به جدول سری الکتروسیته مالشی، جسم C چون به انتهای منفی جدول نزدیک‌تر است، الکترون گرفته و بار آن منفی می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$q = -ne \Rightarrow q = -5 \times 10^{12} \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow q = -8 \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow q = -8 \times 10^{-9} \text{ C} \times \frac{1 \mu\text{C}}{10^{-6} \text{ C}} \Rightarrow q = -0/8 \mu\text{C}$$

دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 5 \mu C$ و $q_2 = -4 \mu C$ در فاصله ۶۰ سانتی‌متری از هم ثابت شده‌اند. به ترتیب از راست به چپ اندازه نیروی الکتریکی که دو بار به هم وارد می‌کنند، چند نیوتون و نوع این نیرو کدام است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$$

(۲) Δ ، رپایشی

(۴) Δ ، رپایشی

(۱) Δ ، رانشی

(۳) Δ ، رانشی

پاسخ: گزینه ۴

ابتدا با استفاده از رابطه قانون کولن، بزرگی نیرو را محاسبه کنید، سپس با توجه به علامت بارها، نوع نیرو را مشخص کنید.

Hint

درس Box

هر دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند که این نیرو از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$$

اندازه نیرو: $F(N)$

$$k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

فاصله دو بار از هم: $r(m)$

بارهای الکتریکی نقطه‌ای: $q_1, q_2 (C)$

نیروی بین دو بار در حالتی که دو بار همنام هستند، از نوع دافعه (رانشی) و در حالتی که دو بار ناهمنام هستند، از نوع جاذبه (رپایشی) است. بنابر قانون سوم نیوتون، نیروی الکتروستاتیکی که دو بار بر یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه، هم‌راستا ولی در خلاف جهت یکدیگرند.



با توجه به این که دو بار ناهمنام هستند، نیروی بین آن‌ها رپایشی است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow F = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow F = \frac{9 \times 5 \times 4 \times 10^{-3}}{3600 \times 10^{-4}} \Rightarrow F = 5 \times 10^{-1} = 0.5 N$$

دقت کنید که برای محاسبه نیروی بین دو بار، زمانی که بارها بر حسب میکروکولن و فاصله بر حسب سانتی‌متر است، از رابطه

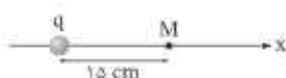
تویزازی

$$F = \frac{90 |q_1| |q_2|}{r^2}$$

بدون این که آن‌ها را به SI ببریم، استفاده می‌کنیم.

$$F = \frac{90 \times 5 \times 4}{60^2} = \frac{360 \times 5}{3600} = 0.5 N$$

در شکل زیر، میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2 \text{ nC}$ در نقطه M برحسب نیوتون بر کولن



کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

$-8 \cdot 10^{-1}$ (۴)

$-8 \cdot 10^{-1}$ (۳)

$8 \cdot 10^{-1}$ (۲)

$8 \cdot 10^{-1}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا با استفاده از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، بزرگی میدان حاصل از بار را محاسبه کنید؛ سپس جهت میدان را با استفاده از علامت بار q تعیین کنید.

درجس Box

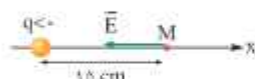
بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصله r از آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

برای تعیین جهت میدان در هر نقطه، فرض می‌کنیم در آن نقطه یک بار مثبت (بار آزمون) وجود دارد و در نتیجه جهت میدان در آن نقطه هم‌جهت با نیروی وارد بر بار آزمون از طرف بار q است.



با فرض این‌که در نقطه M بار آزمون مثبت قرار داشته باشد، جهت میدان را مطابق شکل زیر مشخص می‌کنیم:



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{(15 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow E = \frac{9 \times 2}{225 \times 10^{-4}} \Rightarrow E = 800 \text{ N/C}$$

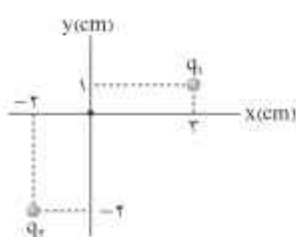
با توجه به جهت میدان الکتریکی، بردار میدان در نقطه M برابر است با:

$$\vec{E} = (-800 \text{ N/C})\hat{i}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



۴۵ در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 5q_1$ بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی 1 N وارد می‌کنند. q_1 چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



۳ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۴)

۹ (۱)

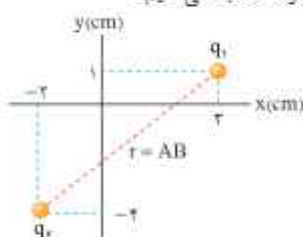
$\frac{1}{9}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

Hint

ابتدا فاصله بین دو نقطه که بارها در آن‌ها قرار گرفته‌اند را از رابطه $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ به دست آورید و پس از آن، در رابطه قانون کولن، بزرگی نیرو را برابر با یک گذاشته و مقدار q_1 را محاسبه کنید.

گام اول: مطابق شکل، ابتدا فاصله بین دو نقطه که بارهای q_1 و q_2 در آن‌ها قرار گرفته‌اند را محاسبه می‌کنیم:



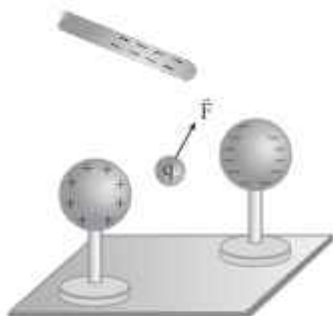
$$r = AB = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (1 - (-2))^2} \Rightarrow r = \sqrt{25 + 9} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

گام دوم: حال می‌توانیم با کمک قانون کولن مقدار q_1 را به دست آوریم:

$$F = \frac{k \times |q_1| \times |q_2|}{r^2} \Rightarrow 1 = \frac{9 \times 10^9 \times q_1 \times 5q_1}{(5\sqrt{2})^2} \Rightarrow 1 = \frac{9 \times 10^9 \times 5q_1^2}{25 \times 2} \Rightarrow 1 = 9 \times 10^8 q_1^2 \Rightarrow q_1^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow q_1 = \frac{1}{3} \mu\text{C}$$

پاسخ خیلی شریخی ✓

در شکل زیر، بار آزمون q برابر 7.0 nC است و از سوی دو گوی و یک میله باردار، نیروی الکتریکی $\vec{F} = 21 \times 10^{-6} \hat{i} + 28 \times 10^{-6} \hat{j}$ ، برحسب نیوتون بر آن وارد می‌شود. بزرگی میدان الکتریکی در محل بار آزمون



در SI کدام است؟

(۱) 50

(۲) 500

(۳) 100

(۴) 1000

پاسخ: گزینه ۲

Hint

درس Box

ابتدا اندازه نیروی وارد بر ذره باردار را محاسبه کنید و سپس با کمک رابطه $(E = \frac{F}{|q|})$ ، بزرگی میدان الکتریکی را به دست آورید.

هرگاه بار آزمون (q) درون یک میدان الکتریکی $(\vec{E})$ قرار بگیرد و نیروی $\vec{F}$ از طرف میدان به آن وارد شود، اندازه میدان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{F}{|q|}$$

(N) نیروی وارد بر بار (C) اندازه بار آزمون

جهت میدان الکتریکی در هر نقطه، هم‌جهت با نیروی وارد بر بار مثبت در آن نقطه است که این همان تعریف کفی میدان الکتریکی است.

گام اول: ابتدا اندازه نیروی $\vec{F}$ را محاسبه می‌کنیم:

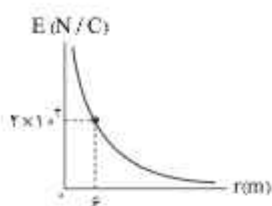
$$F = |\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = \sqrt{(21 \times 10^{-6})^2 + (28 \times 10^{-6})^2} \Rightarrow F = 35 \times 10^{-6} \text{ N}$$

گام دوم: حال با کمک تعریف کفی میدان الکتریکی، اندازه میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{F}{|q|} \Rightarrow E = \frac{35 \times 10^{-6}}{7.0 \times 10^{-9}} = 500 \text{ N/C}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار تغییرات اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q برحسب فاصله از آن به شکل زیر است.



اندازه q چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

با کمک رابطه میدان الکتریکی $(E = \frac{k|q|}{r^2})$ اندازه بار الکتریکی را به دست آورید.

Hint

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow 2 \times 10^3 = \frac{9 \times 10^9 \times q}{2^2} \Rightarrow q = \frac{2 \times 10^3 \times 2^2}{9 \times 10^9} = 8 \times 10^{-6} C = 8 \mu C$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر اندازه هر یک از بارهای q_1 و q_2 را نصف کنیم، فاصله بین این دو بار را چند درصد تغییر دهیم تا بزرگی نیروی الکتریکی بین آنها ثابت بماند؟

- (۱) $12/5$ (۲) 25 (۳) 50 (۴) 75

پاسخ: گزینه ۳

درین Box

با توجه به رابطه قانون کولن $F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$ ، رابطه مقایسه‌ای به صورت زیر است:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{r}{r'} = 2 \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{1}{2}$$

برای تعیین درصد تغییرات فاصله داریم:

$$\text{درصد تغییرات فاصله} = \left(\frac{r'}{r} - 1\right) \times 100 \Rightarrow \text{درصد تغییرات فاصله} = \frac{\Delta r}{r} \times 100 = \frac{r' - r}{r} \times 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات فاصله} = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times 100 = -\frac{1}{2} \times 100 = -50\%$$

دقت کنید علامت منفی نشان دهنده کاهش فاصله است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



دو ذره باردار با بارهای الکتریکی یکسان در فاصله r بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. چند درصد از بار یکی از ذرات را به دیگری منتقل کنیم تا این دو ذره در فاصله $\frac{1}{4}r$ بر یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی $15F$ وارد کنند؟

۶۴ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵ (۲)

۳۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

حالت اول:

گام اول: مقدار بار جابه‌جا شده بین دو بار الکتریکی را x در نظر می‌گیریم:

حالت دوم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'|}{|q_1|} \times \frac{|q_2'|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{15F}{F} = \frac{(q-x)}{q} \times \frac{(q+x)}{q} \times \left(\frac{r}{\frac{1}{4}r}\right)^2$$

$$\Rightarrow 15 = \frac{q^2 - x^2}{q^2} \times 16 \Rightarrow 15q^2 = 16q^2 - 16x^2 \Rightarrow q^2 = 16x^2 \Rightarrow q = 4x$$

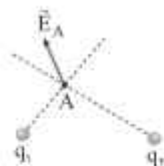
$$\Rightarrow x = \frac{1}{4}q$$

گام دوم: حال می‌توانیم درصد انتقال بار را به دست آوریم:

$$\text{درصد انتقال بار} = \frac{\Delta q}{q} \times 100 = \frac{\frac{1}{4}q}{q} \times 100 = 25\%$$



در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 ، در فاصله ثابتی از یکدیگر قرار دارند. اگر بردار میدان الکتریکی خالص در نقطه A ، برابر $\vec{E}_A$ باشد، کدام مورد دربارهٔ اندازه و علامت بارهای q_1 و q_2 درست است؟



۱) $q_1 < 0, q_2 > 0, |q_1| > |q_2|$

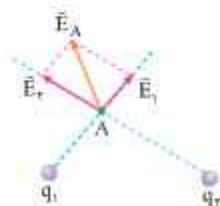
۲) $q_1 > 0, q_2 > 0, |q_1| > |q_2|$

۳) $q_1 > 0, q_2 > 0, |q_1| < |q_2|$

۴) $q_1 < 0, q_2 < 0, |q_1| < |q_2|$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓



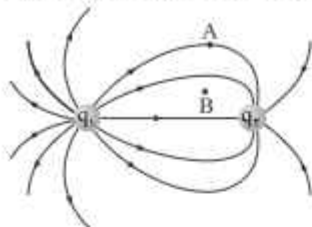
با توجه به شکل و بردار میدان الکتریکی خالص، میدان حاصل از بارهای q_1 و q_2 باید در جهت‌های مشخص شده باشد. زیرا بردار برآیند همواره مابین دو برداری است که از آن‌ها برآیند گرفته‌ایم و هم‌چنین به بردار بزرگ‌تر نزدیک‌تر است.

طبق جهت میدان‌های الکتریکی رسم شده، فرض می‌کنیم در نقطه A بار آزمون (مثبت) قرار دارد؛ بنابراین بارهای q_1 و q_2 هر دو مثبت هستند. هم‌چنین چون بردار میدان الکتریکی خالص به بردار میدان بار q_2 نزدیک‌تر است، پس میدان بار q_2 بزرگ‌تر است.

با توجه به این که $E_2 > E_1$ است و طبق رابطه $E = \frac{kq}{r^2}$ حتی نزدیک بودن بار الکتریکی q به نقطه A نیز باعث نشده تا اندازه میدان الکتریکی آن بزرگ‌تر شود؛ بنابراین قطعاً به این نتیجه می‌رسیم که بار q_2 بزرگ‌تر است.



شکل زیر، خطوط میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 را در اطراف آن‌ها نشان می‌دهد.



درباره این شکل، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) اندازه بار q_1 بزرگ‌تر از اندازه بار q_2 است.

ب) جهت میدان الکتریکی خالص در نقطه A، به صورت $\rightarrow$ است.

پ) میدان الکتریکی خالص در نقطه B برابر صفر است.

ت) بار q_2 ، منفی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

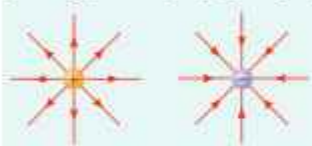
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

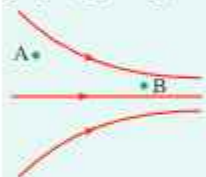
درس Box

تجسم میدان الکتریکی: برای نمایش میدان الکتریکی در اطراف بارها، از خطوط میدان الکتریکی کمک می‌گیریم. همان‌طور که می‌دانیم، برای تعیین جهت میدان الکتریکی در هر نقطه، یک بار مثبت در آن نقطه قرار می‌دهیم و جهت میدان الکتریکی، هم‌جهت یا نیروی وارد بر این بار مثبت است. به همین دلیل است که خطوط میدان الکتریکی همواره از بار مثبت خارج شده و به بار منفی وارد می‌شوند.



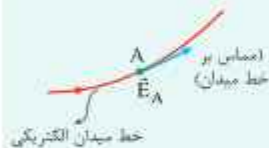
ویژگی‌های خطوط میدان الکتریکی:

(۱) تراکم خطوط میدان الکتریکی در هر نقطه، نشانگر اندازه میدان است. یعنی هر جا که خطوط میدان به هم نزدیک‌تر و فشرده‌تر هستند، میدان قوی‌تر است.

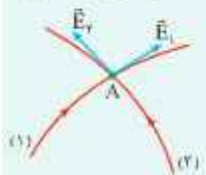


$$E_B > E_A$$

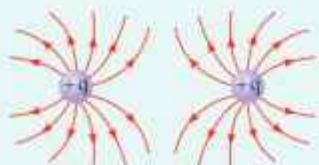
(۲) بردار مماس بر خط میدان الکتریکی در هر نقطه، جهت میدان در آن نقطه را نشان می‌دهد:



(۳) از هر نقطه میدان الکتریکی، فقط یک خط میدان می‌گذرد؛ به عبارت دیگر، خطوط میدان الکتریکی یکدیگر را قطع نمی‌کنند. اگر خطوط میدان یکدیگر را قطع کنند، چون دو مماس قابل رسم است، مطابق شکل، میدان در نقطه تقاطع دارای یک جهت مشخص نیست و چنین چیزی امکان‌پذیر نمی‌باشد.

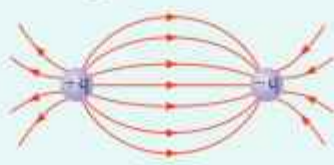


در شکل‌های زیر، خطوط میدان الکتریکی برای دو حالت مهم نشان داده شده‌اند.



میدان الکتریکی در اطراف یک تک‌قطبی الکتریکی

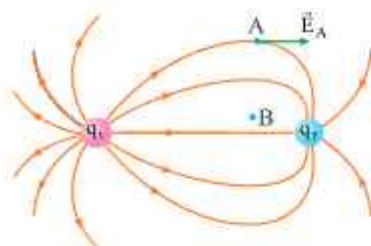
$$|q_+| = |q_+|$$



میدان الکتریکی در اطراف یک دوقطبی الکتریکی

$$|q_-| = |q_+|$$

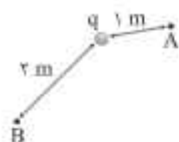
الف) درست؛ زیرا در نزدیکی بار بزرگتر خطوط میدان به یکدیگر نزدیکتر هستند.
ب) درست؛ زیرا جهت میدان در هر نقطه، خط مماس بر میدان در آن نقطه می‌باشد.



ب) نادرست؛ در هیچ فضای بین دو بار، میدان الکتریکی صفر نیست و خطوط رسم شده در واقع یک جسم از میدان است.
ت) درست؛ جهت میدان از بار مثبت به سمت بار منفی است؛ بنابراین بار q_2 منفی می‌باشد.



در شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل میدان‌های الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در نقاط A و B برابر



$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}) \text{ باشد، } |q| \text{ برابر چند نانوکولن است؟}$$

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول: ابتدا میدان حاصل از بار q را در هر دو نقطه محاسبه می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E_A = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{r^2} = 9 \times 10^9 |q|$$

$$E_B = \frac{9 \times 10^9 \times |q|}{(2r)^2} = \frac{9}{4} \times 10^9 |q|$$

گام دوم: حال یا توجه به این که $E_B < E_A$ است، اختلاف آن‌ها را برابر با 10^8 N/C قرار می‌دهیم:

$$E_A - E_B = 10^8 \Rightarrow 9 \times 10^9 |q| - \frac{9}{4} \times 10^9 |q| = 10^8 \Rightarrow \frac{27}{4} \times 10^9 |q| = 10^8 \Rightarrow |q| = \frac{10^8}{\frac{27}{4} \times 10^9}$$

$$\Rightarrow |q| = 16 \times 10^{-9} \text{ C} \times \frac{1 \text{ nC}}{10^{-9} \text{ C}} = 16 \text{ nC}$$



روی سطح بادکنکی به جرم 20 g بار الکتریکی -500 nC ایجاد می‌کنیم و آن را در یک میدان الکتریکی یکنواخت قائم قرار می‌دهیم. اگر بادکنک معلق و ساکن بماند، میدان الکتریکی، چند نیوتون بر کولن و در چه جهتی است؟
($g = 10 \text{ N/kg}$) و نیروی شناوری وارد بر بادکنک ناچیز است.

- (۱) 4×10^{-5} ، پایین
(۲) 4×10^{-5} ، بالا
(۳) 4×10^{-4} ، پایین
(۴) 4×10^{-4} ، بالا

پاسخ: گزینه ۱

Hint

با توجه به جهت نیروی ناشی از میدان الکتریکی که خلاف جهت نیروی وزن است، جهت میدان الکتریکی را مشخص کنید و در ادامه از رابطه $(E|q| = mg)$ اندازه میدان الکتریکی را به دست آورید.

نکته Box

اگر جرمی به جرم m در یک فضا در حال تعادل باشد، باید نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. در صورتی که علاوه بر وزن، یک نیروی دیگر به آن وارد شود، این دو نیرو هم‌اندازه و خلاف جهت یکدیگر هستند.



$$|\vec{F}| = |m\vec{g}|$$

و اگر چند نیروی دیگر نیز همراه نیروی وزن به آن اثر کنند، باید برابری نیروهای وارد بر آن صفر شود.



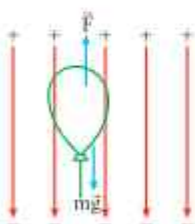
$$|\vec{F}| = |\vec{F}_r + m\vec{g}|$$



$$|m\vec{g}| = |\vec{F}_r + \vec{F}_y|$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

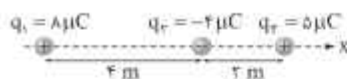
مطابق شکل، با توجه به جهت نیروی وزن، نیروی میدان الکتریکی باید هم‌اندازه و خلاف جهت آن باشد تا بادکنک، ساکن و معلق بماند؛ بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر بادکنک با بار منفی رو به بالاست. پس نتیجه می‌گیریم جهت میدان الکتریکی رو به پایین است.



$$|\vec{F}| = |m\vec{g}| \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow E \times 500 \times 10^{-9} = 20 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow E = \frac{2 \times 10^{-1}}{5 \times 10^{-7}} = 4 \times 10^6 = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$$

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای، بر روی محور x در مکان خود ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی خالص

وارد بر بار q_2 برحسب میلی‌نیوتون کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



(۱) $27 \vec{i}$

(۲) $36 \vec{i}$

(۳) $-27 \vec{i}$

(۴) $-36 \vec{i}$

پاسخ: گزینه ۱

Hint

ابتدا نیروی وارد بر بار q_2 از طرف هر یک از بارهای q_1 و q_3 را محاسبه کنید و سپس با رسم نیروهای $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ ، طبق جهت آنها، نیروی خالص وارد بر بار q_2 را به دست آورید.

درس Box

برای محاسبه اندازهٔ برآیند دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در کتاب درسی، سه حالت مطابق شکل‌های زیر وجود دارد:

دو نیرو هم‌راستا و هم‌جهت	دو نیرو هم‌راستا و خلاف جهت	دو نیرو عمود بر هم
$F_R = F_1 + F_2$	$F_R = F_1 - F_2 $	$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

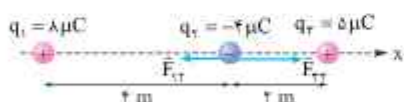
پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا نیروهای وارد بر بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{k \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

$$F_{12} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 4}{4^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 32}{16} = 18 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$F_{32} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 4}{2^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20}{4} = 45 \times 10^{-2} \text{ N}$$

گام دوم: حال با رسم نیروهای وارد بر بار q_2 می‌توانیم نیروی خالص را به دست آوریم:

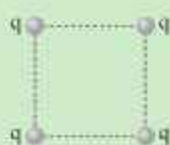


$$F_{\text{net}} = |F_{32} - F_{12}| = 45 \times 10^{-2} - 18 \times 10^{-2} = 27 \times 10^{-2} \text{ N} \times \frac{1 \text{ mN}}{10^{-3} \text{ N}} = 27 \text{ mN}$$

که با توجه به جهت آن:

$$\vec{F}_{\text{net}} = (27 \text{ mN}) \vec{i}$$

در رأس‌های مربع شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه قرار دارند. بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارها چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار مجاور هم است؟



$$\frac{1}{2} + \sqrt{2} \quad (2)$$

$$1 + 2\sqrt{2} \quad (4)$$

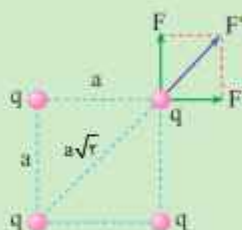
$$1 + \sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

نیروی الکتریکی خالص وارد بر یکی از بارهایی که روی رأس مربع قرار دارد را به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{kq^2}{a^2}, \quad F' = \frac{kq^2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

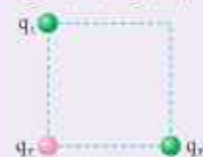
$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{kq^2}{2a^2}}{\frac{kq^2}{a^2}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \Rightarrow F' = \frac{F}{2}$$

$$F_{\text{net}} = F\sqrt{2} + F' \Rightarrow F_{\text{net}} = F\sqrt{2} + \frac{F}{2} \Rightarrow F_{\text{net}} = F\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{F_{\text{net}}}{F} = \sqrt{2} + \frac{1}{2}$$

$$F_{\text{net}} = F\sqrt{2} + F' \Rightarrow F_{\text{net}} = F\sqrt{2} + \frac{F}{2} \Rightarrow F_{\text{net}} = F\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{F_{\text{net}}}{F} = \sqrt{2} + \frac{1}{2}$$

سه ذره باردار q_1 ، q_2 و q_3 مطابق شکل در سه رأس مربعی به ضلع $2/\text{m}$ ثابت شده‌اند. اگر $q_1 = q_2 = -5/\mu\text{C}$ و $q_3 = +2/\mu\text{C}$ باشد، نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 را بر حسب بردارهای یک‌ای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ تعیین کنید.

(فیزیک (۲) - تمرین ۵ صفحه ۴۱ کتاب درسی (رشته ریاضی))



کتاب
درسی

دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 8 \mu\text{C}$ و $q_2 = -2 \mu\text{C}$ در فاصله 60 cm از هم قرار دارند. روی خط واصل این دو بار، در نقطه M ، بردار میدان الکتریکی حاصل از هر یک از این بارها، با هم برابر است. اگر در نقطه M بار الکتریکی نقطه‌ای $q_3 = 60 \mu\text{C}$ را قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن چند نیوتون خواهد بود؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

۵۴ (۴)

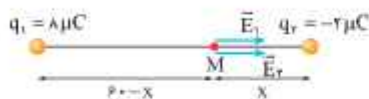
۳۶ (۳)

۲۷ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام اول: برای بودن بردار میدان الکتریکی بارها، به این معنی است که هم اندازه و هم جهت میدان‌های الکتریکی با هم برابر باشند. زیرا میدان یک کمیت برداری است؛ بنابراین نقطه M باید بین دو بار باشد تا این اتفاق بیفتد.

$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$|E_1| = |E_2| \Rightarrow \frac{k(\lambda)}{(60-x)^2} = \frac{k(\chi)}{x^2} \Rightarrow 4x^2 = (60-x)^2 \Rightarrow 2x = 60-x \Rightarrow 3x = 60 \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

گام دوم: میدان الکتریکی خالص را در نقطه M به دست می‌آوریم:

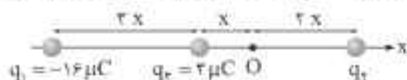
$$E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}}{(40 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 8 \times 10^3}{1600 \times 10^{-4}} = \frac{9}{2} \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = E_1 = \frac{9}{2} \times 10^5 \text{ N/C} \Rightarrow E_{\text{net}} = 2E = 2 \times \frac{9}{2} \times 10^5 = 9 \times 10^5 \text{ N/C}$$

گام سوم: نیروی خالص وارد بر بار q_3 را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = E_{\text{net}} |q| \Rightarrow F_{\text{net}} = 9 \times 10^5 \times 60 \times 10^{-6} = 54 \text{ N}$$

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه O ، برابر صفر باشد، بار q_2 چند میکروکولن است؟



$$q_1 = -16 \mu C \quad q_2 = 2 \mu C \quad q_3 = ?$$

-۸ (۴)

-۴ (۳)

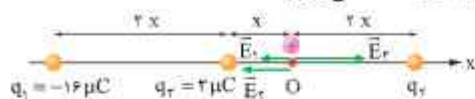
۸ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: اندازه و جهت میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 را به دست می‌آوریم.



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = \frac{k(16)}{(4x)^2} \Rightarrow E_1 = \frac{16k}{16x^2} \Rightarrow E_1 = \frac{k}{x^2}$$

$$E_2 = \frac{k(2)}{x^2} \Rightarrow E_2 = \frac{2k}{x^2}$$

گام دوم: با توجه به جهت میدان‌های الکتریکی E_1 و E_2 ، میدان الکتریکی E_2 باید هم‌اندازه و خلاف جهت برآیند میدان‌های الکتریکی E_1 و E_2 باشد بنابراین:

$$E_{1,2} = |E_2 - E_1| \Rightarrow E_{1,2} = \frac{2k}{x^2} - \frac{k}{x^2} \Rightarrow E_{1,2} = \frac{k}{x^2}$$

$$|E_{1,2}| = |E_2| \Rightarrow \frac{2k}{x^2} = \frac{k|q_2|}{(2x)^2} \Rightarrow \frac{2k}{x^2} = \frac{k|q_2|}{4x^2} \Rightarrow |q_2| = 8 \mu C$$

$$q_2 = +8 \mu C$$

با توجه به جهت میدان الکتریکی E_2 ، بار q_2 باید مثبت باشد؛ بنابراین:



در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله 8 cm از نقطه O (مبدأ مختصات) ثابت شده‌اند. بار الکتریکی $q_2 = 20 \mu\text{C}$ را در فاصله چند سانتی‌متری از نقطه O قرار دهیم تا میدان الکتریکی خالص در نقطه O

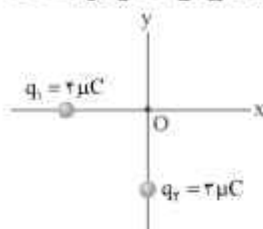
برابر صفر شود؟

(۱) $4\sqrt{2}$

(۲) 8

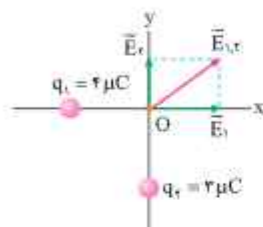
(۳) $8\sqrt{2}$

(۴) 16



پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام اول: میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای q_1 و q_2 را به دست می‌آوریم:

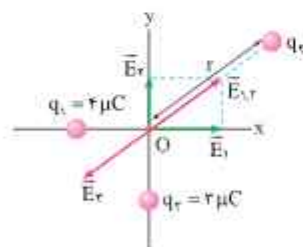
$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_1 = \frac{k(4)}{8^2} = \frac{4k}{64}$$

$$E_2 = \frac{k(20)}{8^2} = \frac{20k}{64}$$

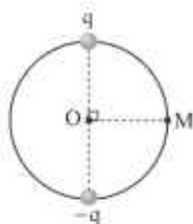
$$E_{\text{نت}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow E_{\text{نت}} = \sqrt{\left(\frac{4k}{64}\right)^2 + \left(\frac{20k}{64}\right)^2} = \frac{\Delta k}{64}$$

گام دوم: با توجه به شکل و جهت میدان الکتریکی خالص بارهای q_1 و q_2 باید در نقطه مشخص شده قرار بگیرد تا میدان الکتریکی خالص نقطه O صفر شود.



$$E_2 = |E_{\text{نت}}| \Rightarrow \frac{k(20)}{r^2} = \frac{\Delta k}{64} \Rightarrow r^2 = \frac{20 \times 64}{\Delta} \Rightarrow r^2 = 4 \times 64 \Rightarrow r = 16 \text{ cm}$$

شکل زیر آرایشی از دوقطبی الکتریکی، روی محیط یک دایره را نشان می‌دهد. بزرگی میدان الکتریکی خالص در مرکز دایره (نقطه O) چند برابر بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه M است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۳)$$

$$۲\sqrt{2} \quad (۴)$$

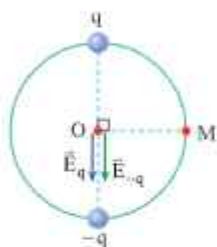
پاسخ: گزینه ۴

میدان الکتریکی حاصل از بارهای q و -q را در نقاط O و M محاسبه کنید و نسبت آن‌ها را به دست آورید.

Hint

گام اول: میدان الکتریکی خالص بارها را در نقطه O به دست می‌آوریم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

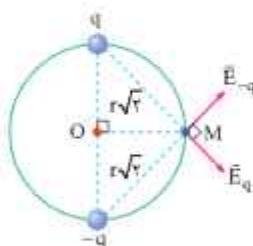


$$E = \frac{k|q|}{r^2}$$

$$E_q = E_{-q} = \frac{kq}{r^2}$$

$$E_O = \frac{2kq}{r^2}$$

گام دوم: میدان الکتریکی خالص بارها را در نقطه M به دست می‌آوریم:



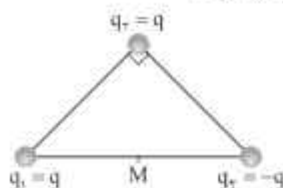
$$E_q = E_{-q} = \frac{kq}{(\sqrt{2}r)^2} = \frac{kq}{2r^2}$$

$$E_M = \sqrt{\left(\frac{kq}{2r^2}\right)^2 + \left(\frac{kq}{2r^2}\right)^2} = \sqrt{2} \frac{kq}{2r^2}$$

گام سوم: نسبت میدان الکتریکی در نقاط M و O به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{E_O}{E_M} = \frac{\frac{2kq}{r^2}}{\sqrt{2} \frac{kq}{2r^2}} \Rightarrow \frac{E_O}{E_M} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{E_O}{E_M} = 2\sqrt{2}$$

در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای، در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار دارند. با دوبرابر شدن مقدار بار q_1 ، اندازه میدان الکتریکی خالص در نقطه M (وسط وتر مثلث) چند برابر می‌شود؟



$\sqrt{2}$ (۱)

$\sqrt{3}$ (۲)

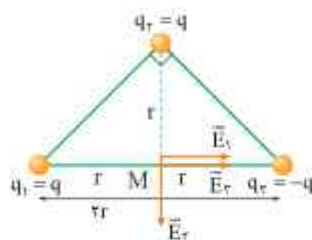
$\sqrt{5}$ (۳)

$\sqrt{10}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا میدان الکتریکی خالص در نقطه M را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که میانه وارد بر وتر، برابر با نصف وتر است. بنابراین:



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = E_3 = \frac{kq}{r^2}$$

$$E_{1,3} = \frac{rkq}{r^2}$$

$$E_{net1} = \sqrt{\left(\frac{rkq}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{kq}{r^2}\right)^2} \Rightarrow E_{net1} = \sqrt{5} \frac{kq}{r^2}$$

گام دوم: حال با دوبرابر کردن مقدار بار q_1 میدان الکتریکی خالص را مجدداً در نقطه M محاسبه می‌کنیم:

$$E_1 = \frac{k(rq)}{r^2}$$

$$E_2 = E_3 = \frac{kq}{r^2}$$

$$E_{1,3} = \frac{rkq}{r^2} + \frac{kq}{r^2} = \frac{rkq}{r^2}$$

$$E_{net2} = \sqrt{\left(\frac{rkq}{r^2}\right)^2 + \left(\frac{kq}{r^2}\right)^2} \Rightarrow E_{net2} = \sqrt{10} \frac{kq}{r^2}$$

گام سوم: نسبت میدان الکتریکی در دو حالت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{E_{net2}}{E_{net1}} = \frac{\sqrt{10} \frac{kq}{r^2}}{\sqrt{5} \frac{kq}{r^2}} \Rightarrow \frac{E_{net2}}{E_{net1}} = \sqrt{2}$$



۶۱ کدام گزینه نادرست است؟

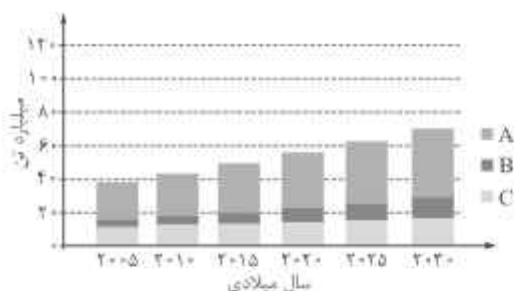
- (۱) پیشرفت صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از مواد نیمه‌رسانا ساخته می‌شوند.
- (۲) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، سبب تغییر و گاهی بهبود خواص آن‌ها می‌شود.
- (۳) برخلاف مواد مصنوعی، مواد طبیعی از کره زمین به دست می‌آیند.
- (۴) منابع شیمیایی گوناگون در جهان، به طور یکنان توزیع نشده‌اند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ خیلی تشریحی ✓ همه مواد طبیعی و همه مواد ساختگی از کره زمین به دست می‌آیند.



با توجه به نمودار زیر که برآورد میزان تولید و مصرف نسبی برخی مواد را در جهان نشان می‌دهد، A، B و C به ترتیب (از راست به چپ) کدام مواد هستند؟



- (۱) فلزها - مواد معدنی - سوخت‌های فسیلی
- (۲) مواد معدنی - فلزها - سوخت‌های فسیلی
- (۳) سوخت‌های فسیلی - فلزها - مواد معدنی
- (۴) سوخت‌های فسیلی - مواد معدنی - فلزها

پاسخ: گزینه ۲

مقایسه مقادیر استخراج سالانه فلزها، مواد معدنی و سوخت‌های فسیلی به صورت زیر است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

فلزها > سوخت‌های فسیلی > مواد معدنی
 (A) (C) (B)



کدام گزینه در مورد جدول دوره‌ای عناصر نادرست است؟

(۱) عناصر در جدول دوره‌ای براساس شمار ذرات زیراتمی باردار درون هسته چیده شده‌اند.

پروتون

(۲) اتم همه عناصرهایی که در یک گروه از جدول قرار دارند، آرایش الکترونی لایه ظرفیت مشابهی دارند.

(۳) تعیین دوره و گروه یک عنصر در جدول، به پیش‌بینی خواص و رفتار آن کمک می‌کند.

(۴) خواص فیزیکی و شیمیایی عناصر در جدول، به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود که به قانون دوره‌ای عناصر معروف است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

هلیوم با این‌که در گروه ۱۸ جدول دوره‌ای عناصر جای دارد، اما عنصری از دسته s است و آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن با دیگر گازهای نجیب متفاوت است. در لایه ظرفیت اتم هلیوم ($1s^2$)، دو الکترون و در لایه ظرفیت اتم سایر گازهای نجیب ($ns^2 np^6$)، هشت الکترون وجود دارد.



کدام عدد اتمی مربوط به عنصری است که سطح صیقلی و براقی داشته و تنها تمایل به تشکیل پیوند اشتراکی با دیگر اتم‌ها را دارد؟

- ۵۳ (۱) ۳۷ (۲) ۵۰ (۳) ۳۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی خواص فیزیکی و شیمیایی شبه‌فلزها.

درس Box

رفتار فیزیکی شبه‌فلزها، بیشتر به فلزها شبیه است. در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزهاست. دقت کنید که همه خواص فیزیکی شبه‌فلزها الزاماً شبیه فلزها نیست؛ مثلاً دو شبه‌فلز Si و Ge از نظر سطح صیقلی همانند فلزها هستند. ولی از نظر خردشدن در اثر ضربه، برعکس فلزها می‌باشند. مقایسه کلی رفتار شیمیایی فلزها، نافلزها و شبه‌فلزها.

عنصر	رفتار شیمیایی
فلز	اغلب فلزها، تمایل به از دست دادن الکترون (تشکیل کاتیون) دارند.
نافلز	تمایل به گرفتن (تشکیل آنیون) یا به اشتراک گذاشتن الکترون (تشکیل مواد مولکولی یا کووالانسی) دارند.
شبه‌فلز	تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون (تشکیل مواد مولکولی یا کووالانسی) دارند.

تذکره: در مواد کووالانسی مانند مواد مولکولی، اتم‌ها از طریق پیوندهای اشتراکی به هم متصل‌اند. مواد کووالانسی، موادی هستند که از اتصال شمار بسیار زیادی اتم با پیوندهای اشتراکی تشکیل شده‌اند و ساختار و شبکه‌ای غول‌آسا را تشکیل می‌دهند. مانند الماس که از اتصال شمار زیادی اتم C به یکدیگر تشکیل شده است. یا مواد کووالانسی در فصل ۳ شیمی دوازدهم آشنا خواهید شد.

پاسخ خیلی تشریحی

داشتن سطح صیقلی و براق، از خواص فیزیکی فلزها و شبه‌فلزهاست. ولی رفتاری که در آن، اتم تنها تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون دارد، مربوط به رفتار شیمیایی شبه‌فلزهاست. بنابراین سؤال داره به زبون بی‌زبونی می‌گه که کدام عدد اتمی مربوط به یک شبه‌فلز است. برای تشخیص موقعیت هر عنصر از عدد اتمی گازه‌های نجیب کمک می‌گیریم. عددهای اتمی ۵۳ و ۵۰ به ترتیب یک و چهار واحد از عدد اتمی گاز نجیب دوره پنجم جدول یعنی Xe کم‌ترند و به ترتیب مربوط به هالوژن (نافلز) و عنصر گروه چهاردهم این تناوب که فلز قلع (Sn) است، می‌باشد. عددهای اتمی ۳۷ و ۳۲ به ترتیب یک واحد بیشتر و چهار واحد کم‌تر از عدد اتمی گاز نجیب دوره چهارم جدول یعنی Kr هستند و به ترتیب مربوط به فلز قلیایی دوره پنجم و عنصر گروه چهاردهم این دوره که شبه‌فلز ژرمانیم (Ge) است، می‌باشد.

دوره ۱	He
دوره ۲	Ne
دوره ۳	Ar
دوره ۴	Kr
دوره ۵	Xe
دوره ۶	Rn
دوره ۷	Og
دوره ۴	C
دوره ۳	Si
دوره ۴	Ge
دوره ۵	Sn
دوره ۶	Pb

گروه گازهای نجیب (گروه ۱۸ جدول) ۵ عضو نخست گروه ۱۴ جدول

عنصری که بتواند در واکنش با برخی عناصر الکترون بگیرد و در واکنش با برخی عناصرهای دیگر، الکترون به اشتراک بگذارد، دارای کدام عدد اتمی می‌تواند باشد؟

(سؤال ۷۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۲ - نوبت اول)

- ۱۶ (۱) ۱۹ (۲) ۳۱ (۳) ۳۷ (۴)

عنصر A، نافلز از دوره سوم جدول دوره‌ای است که به صورت جامد در دمای اتاق یافت می‌شود. با توجه به موقعیت

قفسر یا گوگرد

این عنصر، کدام گزینه به یقین درباره آن درست است؟ (گاز نجیب در نظر گرفته نشود).

- (۱) می‌تواند با تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای هم‌گروه باشد.
- (۲) نافلزی با کم‌ترین خصلت نافلزی در دوره خود است.
- (۳) شعاع اتمی آن از عنصر گازی هم‌دوره خود بزرگ‌تر است.
- (۴) برخلاف همه عناصر قبل از خود، سطح براق و صیقلی ندارد.

پاسخ: گزینه ۳

(۱) آشنایی با عنصرهای دوره سوم.

در این Box

دسته s		دسته p					
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
فلز		شبه‌فلز		نافلز			

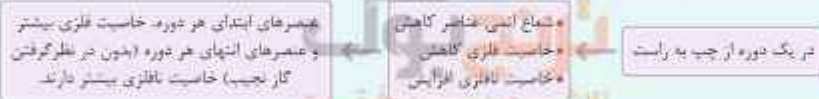
این دوره شامل ۸ عنصر است.

از میان این ۸ عنصر، ۳ عنصر ابتدایی (دو عنصر دسته s و یک عنصر دسته p) فلز بوده، عنصر چهارم آن که متعلق به گروه ۱۴ جدول است، شبه‌فلز بوده و ۴ عنصر باقی‌مانده نافلزند.

در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی ۶ عنصر ابتدایی این دوره، جامد بوده و حالت فیزیکی دو عنصر آخر آن (هالوژن کلر و گاز نجیب آرگون)، گاز است.

از بین ۶ عنصر جامد این دوره، عناصر فلزی Na، Mg و Al به همراه شبه‌فلز Si، دارای سطح براق و صیقلی هستند، ولی تنها سه عنصر فلزی آن چکش‌خوار هستند و در اثر ضربه خرد نمی‌شوند. (شبه‌فلز Si و نافلزهای جامد P و S در اثر ضربه خرد می‌شوند).

(۲) روند تغییر شعاع اتمی و خصلت فلزی و نافلزی عناصر یک دوره جدول دوره‌ای.



چهار عنصر پایانی دوره سوم جدول دوره‌ای، نافلزند از میان این چهار عنصر، در دما و فشار اتاق، دو عنصر Ar و Cl و گاز و دو عنصر S و P جامد هستند بنابراین عنصر A در این سؤال می‌تواند S یا P باشد.

حالا می‌رویم سراغ بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه (۱) غلطه! تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای، هالوژن برم (Br) است که در دوره ۴ و گروه ۱۷ جدول قرار دارد. P و S به ترتیب متعلق به گروه‌های پانزدهم و شانزدهم جدول هستند.

گزینه (۲) غلطه! می‌دانیم که بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب، در هر دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، خصلت نافلزی عناصر افزایش می‌یابد بنابراین P کم‌ترین خصلت نافلزی را در این دوره دارد، ولی دیدیم که عنصر A، می‌تواند قفسر یا گوگرد باشد بنابراین نمی‌توان گفت که عنصر A به یقین کم‌ترین خصلت نافلزی را داراست.

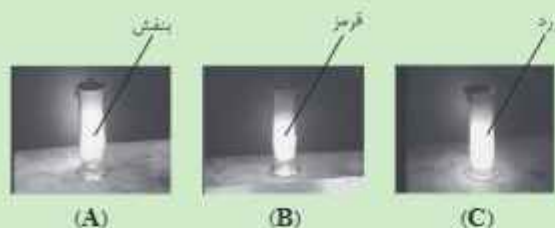
گزینه (۳) می‌دانیم که در هر دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد بنابراین شعاع اتمی هر دو عنصر S و P از شعاع اتمی عنصر گازی Cl بزرگ‌تر است.

گزینه (۴) دیدیم که عنصر A می‌تواند قفسر یا گوگرد باشد، اگر A S یا P باشد، عناصر قبل از آن، ۵ عنصر Si، Al، Mg و Na هستند که در این صورت در بین آنها، عنصر P مانند عنصر A (S)، سطح براق و صیقلی ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۶۶

شکل زیر واکنش سه فلز نخست قلیایی با گاز کلر را در شرایط یکسان نشان می‌دهد. در کدام گزینه مقایسه شعاع اتمی این سه فلز به درستی آورده شده است؟



(۱) $A > B > C$

(۲) $A > C > B$

(۳) $C > B > A$

(۴) $B > C > A$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

هر چه انرژی و شدت نور تولیدشده در یک نوع واکنش بیشتر باشد، واکنش شیمیایی سریع‌تر و شدیدتر انجام شده و واکنش دهنده فعالیت شیمیایی بیشتری دارد؛ بنابراین با توجه به رنگ نورهای تولیدشده در شکل‌های داده‌شده در سؤال، داریم:

$A > C > B$: واکنش‌پذیری فلزها $\Rightarrow$ قرمز $>$ زرد $>$ بنفش : انرژی نور

می‌دانیم که در هر گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی و خلصت فلزی افزایش می‌یابد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$A > C > B$: شعاع اتمی و خلصت فلزی (واکنش‌پذیری فلز) $(_{11}\text{K} > _{11}\text{Na} > _3\text{Li})$

کتاب
درسی

۱- با توجه به جایگاه عنصرهای لیتیم، سدیم و پتاسیم (فلزهای قلیایی) در جدول دوره‌ای، پیش‌بینی کنید در واکنش با گاز کلر، اتم‌های کدام یک آسان‌تر الکترون از دست خواهد داد؟ چرا؟

۲- تصویر زیر واکنش این فلزها با گاز کلر را در شرایط یکسان نشان می‌دهد. آیا داده‌های این تصویر پیش‌بینی شما را تأیید می‌کند؟ (راهنمایی: هر چه داده‌ای سریع‌تر و شدیدتر واکنش بدهد، فعالیت شیمیایی بیشتر دارد).

(شیمی (۱) - با هم بیدیشیم صفحه ۴ کتاب درسی)



الف) لیتیم

ب) سدیم

پ) پتاسیم

۶۷ هالوژن D حداقل در دمای 200°C می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد، با توجه به این مطلب، کدام مورد درست است؟

برم

- (۱) در میان زیرلایه‌های اشغال شده در آرایش الکترونی اتم آن، زیرلایه‌ای با $l = 2$ وجود ندارد.
- (۲) در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی D با حالت فیزیکی یک هالوژن دیگر، یکسان است.
- (۳) عنصر D با چهارمین فلز قلیایی جدول دوره‌ای، هم‌دوره است.
- (۴) اگر X هالوژن قبل از آن در جدول تناوبی باشد، نقطه جوش HD از HX بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۴

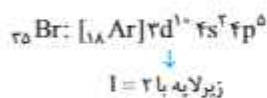
جدول زیر شرایط واکنش هالوژن‌ها را با گاز H_2 در دماهای مختلف نمایش می‌دهد:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای 200°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 200°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 400°C واکنش می‌دهد.

با توجه به جدول می‌توان دریافت که واکنش‌پذیری هالوژن‌ها از بالا به پایین، کاهش می‌یابد (در هر گروه از بالا به پایین، خلصت نافلزی عناصر کاهش می‌یابد).

حداقل دمای لازم برای واکنش برم با گاز هیدروژن 200°C است (فلوئور و کلر در دماهای پایین‌تر هم با H_2 واکنش می‌دهد. ید هم در دماهای بالاتر از 400°C با H_2 واکنش می‌دهد). بنابراین هالوژن D، برم (Br) است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): برم (Br) هالوژن دوره چهارم جدول است و زیرلایه $3d$ آن با $l = 2$ از الکترون اشغال شده است.



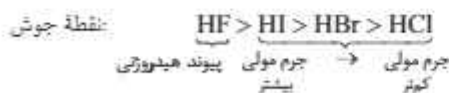
گزینه (۲): در دما و فشار اتاق، برم تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای است.

دقت کنید که در دما و فشار اتاق حالت فیزیکی فلوئور و کلر، گاز و حالت فیزیکی ید، جامد است.

گزینه (۳): عنصرهای گروه هفدهم (گروه هالوژن‌ها) و گروه اول (گروه فلزهای قلیایی) جدول دوره‌ای، هر دو، از دوره دوم شروع می‌شوند. یعنی ${}_{35}\text{Br}$ که سومین هالوژن جدول تناوبی است، در دوره چهارم قرار داشته و یا سومین فلز قلیایی جدول، یعنی ${}_{19}\text{K}$ هم‌دوره است، (چهارمین فلز قلیایی، ${}_{37}\text{Rb}$ است که در دوره پنجم جدول قرار دارد).

گزینه (۴): D، برم و X، هالوژن قبل از آن در جدول، یعنی کلر است. نقطه جوش HBr به دلیل جرم مولی بیشتر، بالاتر از نقطه جوش HCl است.

در فصل ۳ شیمی دهم خواندیم که ترتیب نقطه جوش ترکیب‌های هیدروژن‌دار هالوژن‌ها به صورت زیر است:



نکته

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در هر جدول دوره‌ای، همراه با کاهش شعاع اتمی عناصر اصلی (دسته s و p)، افزایش می‌یابد (بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب)

- (۱) گروه - تمایل تبدیل شدن اتم به یون
- (۲) دوره - شمار الکترون‌های ظرفیت اتم آن‌ها
- (۳) گروه - عدد اتمی آن‌ها
- (۴) دوره - خصلت فلزی آن‌ها

پاسخ: گزینه ۲

نکته

روند تغییر شعاع اتمی عناصر در گروه‌ها و دوره‌های جدول تناوبی:

روند تغییر شعاع اتمی در گروه‌های جدول	از بالا به پایین (یا افزایش عدد اتمی) افزایش
روند تغییر شعاع اتمی در دوره‌های جدول	از چپ به راست (یا افزایش عدد اتمی) کاهش

بررسی همه گزینه‌ها:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه‌های (۱) و (۲): در هر گروه از جدول دوره‌ای، از پایین به بالا، با کاهش شعاع اتمی عناصر، عدد اتمی آن‌ها کاهش یافته (رد گزینه (۲)). خصلت فلزی عناصر کاهش و خصلت نافلزی عناصر افزایش می‌یابد؛ بنابراین در هر گروه از پایین به بالا، تمایل اتم‌های فلزی برای تبدیل شدن به یون (کاتیون) کاهش و تمایل اتم‌های نافلزی برای تبدیل شدن به یون (آنیون) افزایش می‌یابد (رد گزینه (۱)).

گزینه‌های (۳) و (۴): در هر دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست، همراه با کاهش شعاع اتمی عناصر، عدد اتمی عناصر، شمار الکترون‌ها و در نتیجه شمار الکترون‌های ظرفیت عناصر اصلی افزایش می‌یابد (در عناصر اصلی جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیت برابر با عدد یگان شماره گروه عناصر است) (ملت درست بودن گزینه (۲)). در هر دوره جدول از چپ به راست با کاهش شعاع اتمی عناصر، خصلت فلزی آن‌ها نیز کاهش می‌یابد (رد گزینه (۴)).

کدام مورد درباره روند تغییر ویژگی‌های عناصر اصلی جدول تناوبی درست است؟

(سوال ۸۶ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ - نوبت دوم)

- (۱) در هر دوره با کاهش عدد اتمی، شعاع اتمی برخلاف خصلت فلزی، کاهش می‌یابد.
- (۲) در هر گروه با کاهش عدد اتمی، خصلت نافلزی برخلاف واکنش‌پذیری، افزایش می‌یابد.
- (۳) در هر گروه با افزایش شعاع اتمی، تمایل به جذب الکترون همانند خصلت نافلزی، کاهش می‌یابد.
- (۴) در هر دوره با افزایش شعاع اتمی، واکنش‌پذیری همانند شمار الکترون‌های ظرفیت، افزایش می‌یابد.

کنکور

۶۹ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) همه نافلزهای جدول تناوبی در دسته p قرار دارند.
- (۲) فلزها در هر چهار دسته s, p, d و f جدول دوره‌ای قرار دارند.
- (۳) بدون در نظر گرفتن گاز نجیب، تعداد عنصرهای فلزی و نافلزی دوره سوم جدول، با هم برابر است.
- (۴) در گروه چهاردهم جدول تناوبی، هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

باید می‌گفت اغلب نه همه! به جز H و He که در دسته s جدول قرار دارند، باقی نافلزهای جدول تناوبی در دسته p قرار دارند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۲): فلزها در چهار دسته جدول تناوبی (s, p, d و f) وجود دارند. فلزهای دسته s مانند فلزهای گروه‌های اول و دوم، فلزهای دسته p مانند آلومینیم (Al), قلع (Sn), و سرب (Pb), فلزهای دسته d مانند آهن (Fe) و مس (Cu) و فلزهای دسته f مانند اورانیوم (U)

گزینه (۳): ببینید!

۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar

فلز شبه‌فلز نافلز

۳ عنصر = تعداد نافلزها = تعداد فلزها: بدون گاز نجیب $\Rightarrow$

گزینه (۴): کاملاً درسته!

دوره ۲	C	نافلز
دوره ۳	Si	شبه‌فلز
دوره ۴	Ge	شبه‌فلز
دوره ۵	Sn	فلز
دوره ۶	Pb	فلز

۵ عضو نخست گروه ۱۴ جدول



با توجه به دو عنصر ${}_{12}\text{A}$ و ${}_{19}\text{B}$ ، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) اگر شعاع اتمی A برابر 160 pm باشد، شعاع اتمی B می‌تواند 231 pm باشد.

(۲) واکنش‌پذیری A کمتر از B است و در واکنش کامل با یک مول گاز کلر، به مقدار مول بیشتری از عنصر A نیاز است.

(۳) همه عناصر موجود بین این دو عنصر در جدول تناوبی، شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به آن‌ها دارند.

(۴) بین این دو عنصر در جدول تناوبی، چهار عنصر واکنش‌پذیر وجود دارد که در واکنش با دیگر اتم‌ها می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا موقعیت دو عنصر ${}_{12}\text{A}$ و ${}_{19}\text{B}$ را در جدول دوره‌ای شناسایی می‌کنیم:

فلز قلیایی خاکی دوره سوم ${}_{12}\text{A}: [1, \text{Ne}] 3s^2$

فلز قلیایی دوره چهارم ${}_{19}\text{B}: [18, \text{Ar}] 4s^1$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): می‌دانیم که در هر گروه از بالا به پایین و در هر دوره از راست به چپ، شعاع اتمی عناصر افزایش می‌یابد. در واقع هر

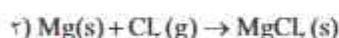
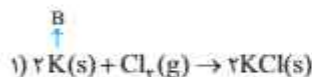
چه موقعیت عنصری در جدول دوره‌ای، سمت چپ و پایین‌تر باشد، شعاع اتمی آن بزرگ‌تر است؛ بنابراین اگر شعاع اتمی ${}_{12}\text{A}$

برابر 160 pm باشد، شعاع اتمی ${}_{19}\text{B}$ از آن بزرگ‌تر بوده و می‌تواند 231 pm باشد. ✓



گزینه (۲): با توجه روند تغییر خلصت فلزی در جدول، قسمت اول این گزینه درست است؛ برای قسمت دوم باید واکنش‌های موازنه‌شده فلز

قلیایی ${}_{19}\text{B}$ (${}_{19}\text{K}$) و فلز قلیایی خاکی ${}_{12}\text{A}$ (${}_{12}\text{Mg}$) را با گاز کلر بنویسیم:



با توجه به معادله واکنش‌ها، برای مصرف کامل ۱ مول گاز Cl_2 ، به مقدار مول بیشتری از فلز قلیایی (${}_{19}\text{B}$) (۲ مول) نسبت به فلز قلیایی خاکی (${}_{12}\text{A}$) (۱ مول) نیاز است.

دقت کنید که شدت و سرعت واکنش فلز قلیایی با گاز کلر بیشتر از شدت واکنش فلز قلیایی خاکی با گاز کلر است. ولی طبق استوکیومتری واکنش، برای مصرف کامل ۱ مول گاز Cl_2 ، به مقدار مول بیشتری از فلز قلیایی نیاز است. ✗

گزینه (۳): عناصر موجود بین دو عنصر ${}_{12}\text{A}$ و ${}_{19}\text{B}$ ، عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ دوره سوم جدول دوره‌ای هستند. می‌دانیم که در هر دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد، پس شعاع اتمی همه این عناصر از شعاع اتمی ${}_{12}\text{A}$ کوچک‌تر است. در گزینه (۱) دیدیم که شعاع اتمی ${}_{19}\text{B}$ از ${}_{12}\text{A}$ بزرگ‌تر است. پس می‌توان گفت شعاع اتمی ${}_{19}\text{B}$ از همه عناصر بین دو عنصر A و B نیز، بزرگ‌تر است. ✓

گزینه (۴): شبه‌فلزها و نافلزها تمایل به اشتراک‌گذاشتن الکترون با یکدیگر دارند. در بین عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ دوره سوم (عناصر موجود بین دو عنصر ${}_{12}\text{A}$ و ${}_{19}\text{B}$)، ۴ عنصر موجود در گروه‌های ۱۴ تا ۱۷، یعنی ${}_{14}\text{Si}$ ، ${}_{15}\text{P}$ ، ${}_{16}\text{S}$ و ${}_{17}\text{Cl}$ تمایل به اشتراک الکترون دارند. ✓

اگر در آرایش الکترونی اتم عنصر M تنها ۱ الکترون با $4 = +$ وجود داشته باشد، کدام گزینه در مورد این عنصر نادرست است؟

۳p یا ۴s

- (۱) همانند عنصر هم‌دوره بعد و قبل از خود در جدول تناوبی، سطح درخشان و برافق داشته و رسانای جریان الکتریکی است.
- (۲) به طور کلی خواص شیمیایی مشابهی با عناصر هم‌دوره بعد از خود در جدول تناوبی ندارد.
- (۳) بیشترین خصلت فلزی را در میان عناصر هم‌دوره خود دارد.
- (۴) کم‌ترین شعاع اتمی را در بین عناصر چکش‌خوار هم‌دوره خود داراست.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

اول باید عنصر M را شناسایی کنیم. زیرلایه‌های $4s$ ($4+0=4$) و $3p$ ($3+1=4$) دارای $n+1=4$ هستند. از آن‌جا که عنصر M تنها ۱ الکترون با $n+1=4$ دارد و در اتم‌ها زیرلایه $3p$ قبل از $4s$ از الکترون اشغال می‌شود، آرایش الکترونی عنصر M به $3p^1$ ختم می‌شود و عنصر M همان فلز Al است.



بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): فلز Mg عنصر قبل و شبه‌فلز Si عنصر بعد از Al در جدول دوره‌ای است. هر سه عنصر Al ، Mg و Si سطح درخشان و برافق داشته و رسانای جریان الکتریکی هستند. ✓
- گزینه (۲): Al فلزی در دوره سوم جدول دوره‌ای است و عناصر بعد از آن در این دوره، شبه‌فلز Si و نافلزهای P و S هستند. خواص شیمیایی فلزها با خواص شیمیایی شبه‌فلزها و نافلزها متفاوت است. ✓
- خواص فیزیکی شبه‌فلزها، بیشتر به فلزها شبیه است. در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزهاست.
- گزینه (۳): بیشترین خصلت فلزی در بین عناصر هر دوره جدول تناوبی متعلق به عناصر گروه ۱ یعنی فلزهای قلیایی است. در دوره سوم هم بیشترین خصلت فلزی مربوط به فلز قلیایی آن یعنی Na است. نه Al ! ✗
- گزینه (۴): به طور کلی خاصیت چکش‌خواری تنها مربوط به فلزهاست و شبه‌فلزها و نافلزهای جامد در اثر ضربه خرد می‌شوند. سه عنصر Al ، Mg و Na فلزات دوره سوم جدول هستند و از آن‌جا که در هر دوره با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد، Al کم‌ترین شعاع اتمی را در بین عناصر چکش‌خوار این دوره داراست. ✓

نکته

۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
فلز و چکش‌خوار		شبه‌فلز		نافلز			

کاهش شعاع اتمی

۷۲ با توجه به جدول زیر، که جایگاه برخی از عناصر جدول تناوبی را نشان می‌دهد، کدام مورد نادرست است؟

گروه \ دوره	۱	۲	...	۱۵	۱۶	۱۷
۲					D	
۳	E	G		M	X	Z
۴						Q

(۱) D نافلزی مجازی است و خصلت نافلزی آن از عنصر M بیشتر است.

(۲) عنصر Q در واکنش با عنصر E به یون هالید تبدیل می‌شود.

(۳) اختلاف شعاع اتمی E و G بیشتر از اختلاف شعاع اتمی X و Z است.

(۴) واکنش میان عنصرهای G و X، شدیدتر از واکنش میان عنصرهای E و Z است.

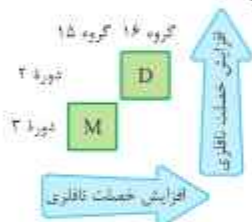
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

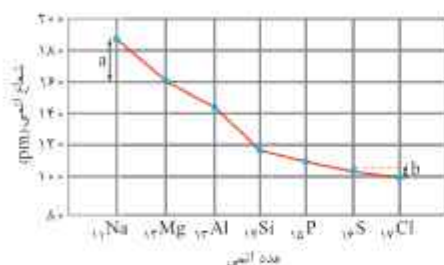
در هر دوره جدول تناوبی، قوی‌ترین فلزها، فلزهای گروه ۱ (فلزهای قلیایی) و قوی‌ترین نافلزها، نافلزهای گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) هستند؛ بنابراین با توجه به جدول داده‌شده در سؤال، واکنش میان فلز قلیایی (E) و هالوژن (Z) دوره سوم، شدیدتر از واکنش میان فلز قلیایی خاکی (G) و نافلز گروه ۱۶ (X یا S) این دوره است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): عنصر D در دوره دوم و گروه ۱۶ جدول قرار دارد؛ بنابراین عدد اتمی آن ۲ واحد کمتر از گاز نجیب $_{10}\text{Ne}$ بوده و عنصر نافلزی $_{8}\text{O}$ می‌باشد که در دما و فشار اتاق به صورت گاز است. از آن‌جا که خصلت نافلزی عناصر در هر دوره از راست به چپ و در هر گروه از بالا به پایین کاهش می‌یابد، خصلت نافلزی D ($_{8}\text{O}$) از M ($_{15}\text{P}$) بیشتر است.



گزینه (۲): عنصر Q در گروه ۱۷ جدول بوده و یک هالوژن است. هالوژن‌ها در واکنش با فلزهای قلیایی به یون هالید (Q^-) تبدیل می‌شوند. گزینه (۳): به طور کلی، تفاوت بین شعاع اتمی فلزهای متوالی دوره سوم، بیشتر از تفاوت بین شعاع اتمی نافلزهای متوالی این دوره است.



$a > b$: اختلاف شعاع اتمی $\Rightarrow$

تغییر شعاع اتمی در دوره سوم جدول تناوبی

ترتیب درستی یا نادرستی عبارتهای زیر، کدام است؟

الف) هیچ یک از عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی، یون تک اتمی تشکیل نمی دهند.

ب) همه عناصرهایی که نماد پیرونی ترین زیرلایه در آرایش الکترونی اتم آنها ns^2 است، جزء فلزهای قلیایی خاکی هستند.

پ) بیشتر عنصرهای جدول دوره ای را فلزها تشکیل می دهند که به طور عمده در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.

(۱) درست - درست - درست

(۲) نادرست - نادرست - درست

(۳) نادرست - درست - درست

(۴) درست - نادرست - نادرست

پاسخ: گزینه ۲

عبارتهای «الف» و «ب» نادرست و عبارت «پ» درست است.

بررسی همه عبارتهای:

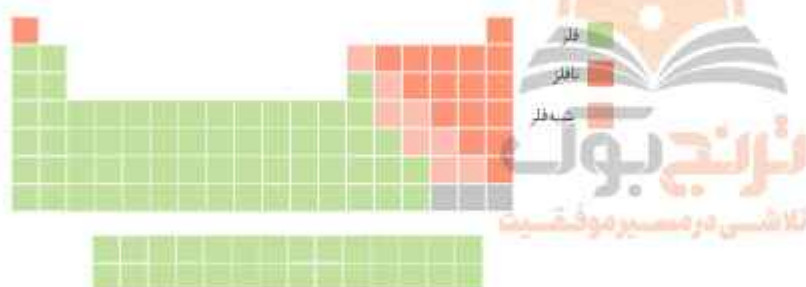
الف) نافلز C و شبه فلزهای Si و Ge و یون تک اتمی پایدار ندارند. ولی فلزهای Sn و Pb این گروه کاتیونهای تک اتمی (Pb^{2+} و Pb^{4+} ، Sn^{2+} ، Sn^{4+}) دارند.

ب) نه آنگی گفته؟ تمام آخرین زیرلایه اتم هلیوم و برخی از فلزهای دسته d (مانند Mn و Zn) هم ns^2 است.

پ) کاملاً درست! بیشتر عنصرهای جدول دوره ای را فلزها تشکیل می دهند (همه عناصر دسته های d و f، فلزند. به جز H و He.

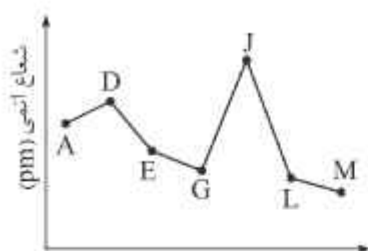
باقی عناصر دسته s فلزند. از ۳۶ عنصر دسته p، تعدادی از آنها فلزند) که به طور عمده در سمت چپ و مرکز جدول قرار دارند.

نافلزها در سمت راست و بالای جدول دیده شده اند و شبه فلزها مانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند.



پاسخ خیلی تشریحی ✓

نمودار زیر، شعاع اتمی عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی را (بدون در نظر گرفتن گاز نجیب) به صورت نامرتب نشان می‌دهد. با توجه به نمودار، کدام گزینه نادرست است؟

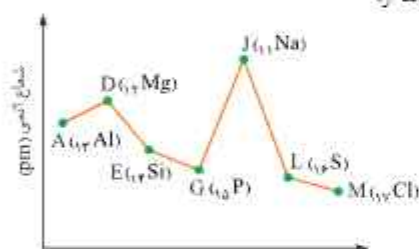


- (۱) E و M می‌توانند با یکدیگر ترکیب مولکولی با فرمول EM_2 تشکیل دهند.
- (۲) شمار الکترون‌های آخرین زیرلایه الکترونی اشغال شده اتم عنصرهای E و D با هم برابر است.
- (۳) J و M واکنش‌پذیرترین عنصرهای این دوره از جدول تناوبی هستند.
- (۴) عنصر G برخلاف عنصر L رسانایی الکتریکی و گرمایی ندارد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✓

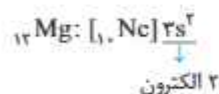
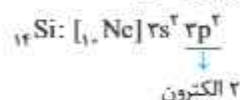
گام اول، باید ابتدا عناصر نمودار را شناسایی کنیم. می‌دانیم که در هر دوره جدول تناوبی از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین بدون در نظر گرفتن گاز نجیب، بیشترین شعاع اتمی در این دوره مربوط به Na و کمترین شعاع اتمی مربوط به Cl است؛ بنابراین عناصر A تا M در نمودار عبارت‌اند از:



گام دوم، حالا می‌رویم سراغ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): E ، شبه‌فلز Si و M ، نافلز Cl است. می‌دانیم که شبه‌فلزها می‌توانند در واکنش با نافلزها الکترون به اشتراک بگذارند و هشت‌تایی شوند. Si در گروه ۱۴ است و می‌تواند با ۴ اتم Cl (هالوژن) چهار پیوند اشتراکی تشکیل داده و ترکیب EM_4 یا همان $SiCl_4$ را بسازد. ✓

گزینه (۲): E و D به ترتیب Si و Mg هستند و در آخرین زیرلایه هر کدام از آن‌ها ۲ الکترون وجود دارد. ✓



گزینه (۳): J و M به ترتیب هالوژن Cl و فلز قلیایی Na هستند. در هر دوره جدول تناوبی از چپ به راست، از خصلت فلزی کاسته شده و بر خصلت نافلزی عناصر افزوده می‌شود؛ بنابراین در هر دوره، عناصر گروه ۱ (فلزهای قلیایی) قوی‌ترین فلزها و عناصر گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) قوی‌ترین نافلزها هستند. پس Na و Cl واکنش‌پذیرترین عناصر دوره سوم جدول هستند. ✓

گزینه (۴): عنصرهای G و L به ترتیب نافلزهای P و S هستند و هر دو جریان برق و گرما را عبور نمی‌دهند و نارسانا هستند. ✗

اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌های اتم ^{119}X ، برابر ۱۹ باشد، کدام گزینه دربارهٔ عنصر X درست است؟

- (۱) در آخرین زیرلایهٔ الکترونی اشغال‌شدهٔ اتم پایدار آن، ۴ الکترون وجود دارد.
- (۲) نخستین عنصر فلزی گروه خود است.
- (۳) هم‌دوره با عنصر A است.
- (۴) اختلاف عدد اتمی آن با فلز قلیایی هم‌دورهٔ خود در جدول تناوبی، برابر با عدد اتمی یکی از شبه‌فلزهای جدول است.

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓ ابتدا باید عنصر X را شناسایی کنیم.

$$^{119}\text{X} \Rightarrow \begin{cases} n+p=119 \\ n-p=19 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} n=69 \\ p=50 \end{matrix} \Rightarrow {}_{50}^{119}\text{X}$$

عدد اتمی عنصر ${}_{50}^{119}\text{X}$ ۴۰ واحد از عدد اتمی گاز نجیب دورهٔ پنجم (${}_{82}\text{Xe}$) کم‌تر است. بنابراین X در دورهٔ ۵ و گروه ۱۴ قرار داشته و چهارمین عنصر گروه ۱۴ جدول یعنی فلز Sn است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): آرایش الکترونی عناصر گروه چهاردهم جدول به $ns^2 np^2$ ختم می‌شود، بنابراین این عناصر در آخرین زیرلایهٔ الکترونی خود (np^2)، ۲ الکترون دارند نه ۴! ✗

گزینهٔ (۲): درسته! در این گروه به ترتیب نافلز C، شبه‌فلزهای Si و Ge و فلزهای Sn و Pb قرار گرفته‌اند (با عنصر گروه چهاردهم از تناوب ۷ جدول کاری نداریم)، پس Sn نخستین فلز این گروه است. ✓

گزینهٔ (۳): A ۴۰ در دورهٔ چهارم جدول قرار دارد، ولی Sn ۵۰ متعلق به دورهٔ پنجم جدول است. ✗

متعلق به دورهٔ ۴ جدول $\Rightarrow$ عدد اتمی آن بین ${}_{36}\text{Kr}$ و ${}_{38}\text{Ar}$ ${}_{33}\text{As} \rightarrow$

متعلق به دورهٔ ۵ جدول $\Rightarrow$ عدد اتمی آن بین ${}_{36}\text{Kr}$ و ${}_{54}\text{Xe}$ ${}_{50}\text{Sn} \rightarrow$

نکته: تعیین سریع شمارهٔ دورهٔ (تناوب) عناصر به کمک گازهای نجیب، با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب و جایگاه آن‌ها در جدول دوره‌ای، خیلی سریع! به کمک جدول زیر می‌توانید شمارهٔ دورهٔ هر عنصری که دلتون خواست رو به دست بیاورید (ابتدا باید مشخص کنید که عدد اتمی عنصر مورد نظر بین عدد اتمی کدام دو گاز نجیب قرار دارد. شمارهٔ دورهٔ عنصر مورد نظر با شمارهٔ دورهٔ گاز نجیب بعد از عنصر برابر است).

محدودهٔ عدد اتمی	۱ و ۲	۳ تا ۱۰	۱۱ تا ۱۸	۱۹ تا ۳۶	۳۷ تا ۵۴	۵۵ تا ۸۶	۸۷ تا ۱۱۸
شمارهٔ دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

گزینهٔ (۴): Sn ۵۰ در دورهٔ پنجم قرار دارد. عدد اتمی فلز قلیایی دورهٔ پنجم، یک واحد از گاز نجیب دورهٔ چهارم (${}_{36}\text{Kr}$) بیشتر بوده و برابر با ۳۷ است. اختلاف عددهای اتمی ۵۰ و ۳۷ می‌شه ۱۳. عدد اتمی ۱۳ متعلق به فلز آلومینیم (${}_{13}\text{Al}$) است نه یک شبه‌فلز! ✗

از بین گزینه‌های زیر، کدام یک مربوط به آخرین زیرلایه اشغال شده الکترونی اتمی است که آسان‌تر از بقیه گزینه‌ها، به آنیون تک‌اتمی تبدیل می‌شود؟



پاسخ: گزینه ۲

Hint

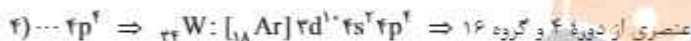
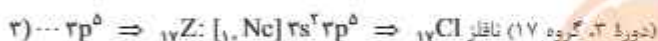
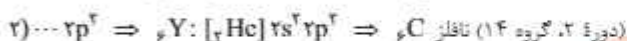
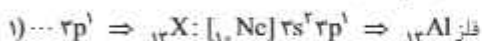
باید از آخرین زیرلایه داده شده در هر گزینه، عدد اتمی عناصر را به دست بیاری و بعد مشخص کنی که کدام عدد اتمی یا عددهای اتمی، مربوط به یک نافلز، چون عناصرهای نافلزی آسون‌تر از بقیه عناصر به آنیون تبدیل می‌شن. در بین چند نافلز (یا عنصری که نمی‌دونید نافلز یا شبه‌فلز یا فلز، عنصری رو باید انتخاب کنی که خصلت نافلزی بیشتری داره، یعنی سمت راست‌تر و بالاتر جدول دوره‌ای قرار داره؛ یعنی شماره دوره کمتر و شماره گروه بزرگ‌تری داره.

نکته



گام اول، ابتدا آرایش الکترونی کامل و عدد اتمی عناصر را در هر گزینه را مشخص کرده و فلز، شبه‌فلز یا نافلز بودن عناصر آشنا را مشخص می‌کنیم. در مورد عناصر ناآشنا، شماره دوره و گروه آن‌ها را معلوم می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی



گام دوم، گزینه (۱) که مربوط به یک فلز و $2p^1$ است

گزینه (۲) مربوط به نافلز کربن، می‌دانیم که کربن نافلزی است که یون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهد، پس این گزینه هم $2p^1$ را

از بین دو عنصر دیگر، باید عنصری را انتخاب کنیم که خصلت نافلزی بیشتری دارد، یعنی شماره دوره کمتر و شماره گروه بزرگ‌تری نسبت به دیگری داشته باشد که می‌شه گزینه (۳).

اگر مجموع $n+1$ الکترون‌های لایه ظرفیت اتم عنصری از گروه ۱۴ برابر ۱۸ باشد، این عنصر

- (۱) شکننده بوده و سطح کدری دارد
- (۲) شکننده بوده و رسانایی گرمایی دارد
- (۳) چکش‌خوار بوده و رسانایی الکتریکی بالایی دارد
- (۴) چکش‌خوار بوده و رسانایی گرمایی دارد

پاسخ: گزینه ۲

آرایش الکترونی لایه ظرفیت عناصر گروه ۱۴ به صورت $ns^2 np^2$ است:

$$\left. \begin{array}{l} ns^2 \Rightarrow 2(n+1) = 2(n+0) \\ np^2 \Rightarrow 2(n+1) = 2(n+1) \end{array} \right\} \Rightarrow 2n + 2(n+1) = 18 \Rightarrow 4n + 2 = 18 \Rightarrow n = 4$$

بنابراین این عنصر گروه ۱۴ در دوره ۴ جدول دورهای قرار دارد و عدد اتمی آن ۴ واحد از گاز نجیب این دوره (Kr) کمتر بوده و شیفلز Ge ۳۲ است.

ژرمانیم سطح صیقلی و درخشان دارد، شکننده بوده و در اثر ضربه خرد می‌شود. رسانایی گرمایی نسبتاً بالایی داشته، ولی رسانایی الکتریکی کمی دارد (نیمه‌رساناست).

پاسخ خیلی تشریحی ✓



کدام گزینه جای خالی عبارت‌های زیر را به درستی کامل می‌کند؟

الف) اگر فعالیت شیمیایی فلز X بیشتر از فلز قلیایی Y باشد، این دو عنصر
 ب) عدد اتمی یک عنصر فلزی به یقین از عدد اتمی نافلز هم‌گروه آن است.

- (۱) نمی‌توانند در یک گروه قرار داشته باشند - کم‌تر
- (۲) نمی‌توانند در یک دوره قرار داشته باشند - کم‌تر
- (۳) نمی‌توانند در یک گروه قرار داشته باشند - بیشتر
- (۴) نمی‌توانند در یک دوره قرار داشته باشند - بیشتر

پاسخ: گزینه ۴

هر یک از عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

الف) در یک دوره از چپ به راست یا افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی عناصر کاهش می‌یابد؛ بنابراین در هر دوره جدول تناوبی، بیشترین خصلت فلزی مربوط به فلزهای گروه ۱ یعنی فلزهای قلیایی است. حالا اگر فعالیت شیمیایی فلز X (خصلت فلزی X) از فلز قلیایی Y بیشتر باشد، فلز X نمی‌تواند هم‌دوره یا فلز قلیایی Y باشد، ولی می‌تواند هم‌گروه فلز قلیایی بوده و در تناوب پایین‌تری نسبت به Y باشد. (در هر گروه، با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی افزایش می‌یابد.)
 ب) از آن‌جا که در هر گروه، با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی عناصر افزایش می‌یابد، در یک گروه که هم عنصر فلزی و هم عنصر نافلزی دارد، عنصر فلزی در دوره‌های پایین‌تر قرار داشته و عدد اتمی بیشتری نسبت به عنصر نافلزی دارد.



اختلاف شمار عنصرهای دسته p جدول تناوبی با شمار فلزهای دسته s آن، کدام است؟

۲۲ (۴)

۲۸ (۳)

۲۴ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ خیلی تشریحی ✓

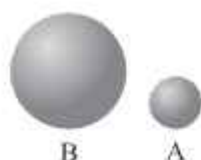
مناصر دسته p جدول تناوبی در دوره‌های ۲ تا ۷ جدول (۶ دوره) و گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (۶ گروه) قرار دارند؛ بنابراین شامل $6 \times 6 = 36$ عنصرند.

فلزهای دسته s جدول تناوبی در دوره‌های ۲ تا ۷ جدول (۶ دوره) و گروه‌های ۱ و ۲ (۲ گروه) آن قرار دارند، که شامل $6 \times 2 = 12$ عنصر می‌شوند. (دقت کنید که دو عنصر دسته s در دوره ۱ جدول، دو نافلز $1H$ و He هستند.)

$36 - 12 = 24$ = اختلاف شمار عنصرهای دسته p و شمار فلزهای دسته s



با توجه به شکل‌های زیر که مقایسهٔ نسبی شعاع اتمی دو عنصر را نشان می‌دهد، اگر A سومین فلز قلیایی خاکی جدول تناوبی باشد، عنصر B می‌تواند کدام گزینه باشد؟



${}_{20}\text{Ca}$

(۱) عنصری دارای ۷ الکترون با $1 = 1 \Rightarrow {}_{13}\text{Al}$

(۲) هالوژن‌های گازی جدول تناوبی ${}_{17}\text{Cl}$ یا ${}_{9}\text{F}$

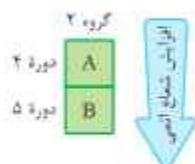
(۳) نخستین شبه‌فلز دورهٔ چهارم جدول ${}_{32}\text{Ge}$

(۴) دهمین عنصر دستهٔ S جدول ${}_{38}\text{Sr}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

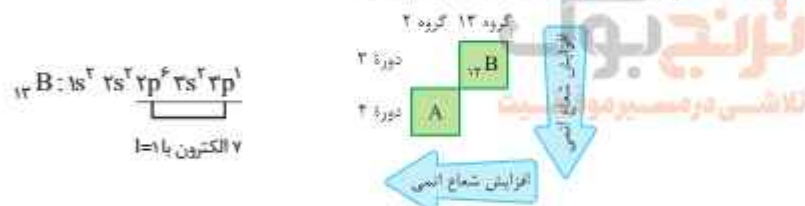
پاسخ خیلی شریخی ✓

فلزهای قلیایی خاکی در گروه ۲ دوره‌های ۲ تا ۷ جدول قرار دارند؛ بنابراین سومین فلز قلیایی خاکی در دورهٔ چهارم جدول قرار داشته و عدد اتمی آن ۲ واحد از گاز نجیب دورهٔ سوم، یعنی ${}_{18}\text{Ar}$ بیشتر بوده و فلز ${}_{20}\text{Ca}$ است. (A فلز ${}_{20}\text{Ca}$ است). دهمین عنصر دستهٔ S جدول دوره‌ای، در مجموع ۱۰ الکترون در زیرلایه‌های S خود دارد و آرایش الکترونی آن به ${}_{38}\text{Sr}$ ختم می‌شود. این عنصر (B) فلز قلیایی خاکی دورهٔ پنجم جدول است و نسبت به عنصر A (فلز قلیایی خاکی دورهٔ چهارم جدول)، شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد.

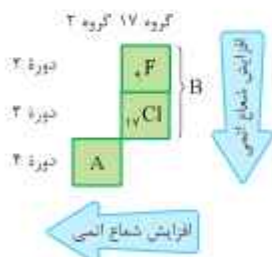


بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): عنصری که دارای ۷ الکترون با $1 = 1$ (در زیرلایه‌های p) است، دارای آرایش الکترونی زیر بوده و در دورهٔ ۳ و گروه ۱۳ جدول قرار دارد. این عنصر شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به ${}_{20}\text{Ca}$ (عنصر A) دارد.



گزینهٔ (۲): هالوژن‌های گازی جدول، ${}_{17}\text{Cl}$ و ${}_{9}\text{F}$ هستند که به ترتیب در دوره‌های ۳ و ۲ جدول قرار دارند و شعاع اتمی هر دو عنصر کوچک‌تر از شعاع اتمی ${}_{20}\text{Ca}$ (عنصر A) است.



گزینهٔ (۳): نخستین شبه‌فلز دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، عنصر ${}_{32}\text{Ge}$ است. این عنصر شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به ${}_{20}\text{Ca}$ (عنصر A) دارد.

